- 势函数法

实例 2：用第二类势函数的算法进行分类

选择指数型势函数，取 $\alpha=1$，在二维情况下势函数为

$$K(x,x_k)=e^{-\|x-x_k\|^2}=e^{-[(x_1-x_{k_1})^2+(x_2-x_{k_2})^2]}$$

这里：ω_1类为 $x_{①}=(0\ \ 0)^T$， $x_{②}=(2\ \ 0)^T$

ω_2类为 $x_{③}=(1\ \ 1)^T$， $x_{④}=(1\ \ -1)^T$

可以看出，这两类模式是线性不可分的。算法步骤如下：

第一步：取 $x_{①}=(0\ \ 0)^T\in\omega_1$，则

$K_1(x)=K(x,x_{①})=e^{-[(x_1-0)^2+(x_2-0)^2]}=e^{-(x_1^2+x_2^2)}$

第二步：取 $x_{②}=(2\ \ 0)^T\in\omega_1$

因 $K_1(x_{②})=e^{-(4+0)}=e^{-4}>0$，

故 $K_2(x)=K_1(x)=e^{-(x_1^2+x_2^2)}$

第三步：取 $x_{③}=(1\ \ 1)^T\in\omega_2$

因 $K_2(x_{③})=e^{-(1+1)}=e^{-2}>0$，

故 $K_3(x)=K_2(x)-K(x,x_{③})=e^{-(x_1^2+x_2^2)}-e^{-[(x_1-1)^2+(x_2-1)^2]}$

第四步：取 $x_{④}=(1\ \ -1)^T\in\omega_2$

因 $K_3(x_{④})\ \ =e^{-(1+1)}-e^{-(0+4)}=e^{-2}-e^{-4}>0$，

故 $K_4(x)=K_3(x)-K(x,x_{④})$

$$=e^{-(x_1^2+x_2^2)}-e^{-[(x_1-1)^2+(x_2-1)^2]}-e^{-[(x_1-1)^2+(x_2+1)^2]}$$

需对全部训练样本重复迭代一次

第五步：取 $x_{⑤}=x_{①}=(0\ \ 0)^T\in\omega_1$，$K_4(x_{⑤})=e^0-e^{-2}-e^{-2}=1-2e^{-2}>0$

故 $K_5(x)=K_4(x)$

第六步：取 $x_{⑥}=x_{②}=(2\ \ 0)^T\in\omega_1$，$K_5(x_{⑥})=e^{-4}-e^{-2}-e^{-2}=e^{-4}-2e^{-2}<0$

故 $K_6(x)=K_5(x)+K(x,x_{⑥})$

$$=e^{-(x_1^2+x_2^2)}-e^{-[(x_1-1)^2+(x_2-1)^2]}-e^{-[(x_1-1)^2+(x_2+1)^2]}+e^{-[(x_1-2)^2+x_2^2]}$$

第七步：取 $x_{⑦}=x_{③}=(1\ \ 1)^T\in\omega_2$，$K_6(x_{⑦})=e^{-2}-e^{0}-e^{-4}+e^{-2}=2e^{-2}-e^{-4}-1<0$

故 $K_7(x)=K_6(x)$

第八步：取 $x_{⑧}=x_{④}=(1\ \ -1)^T\in\omega_2$，$K_7(x_{⑧})=e^{-2}-e^{-4}-e^{0}+e^{-2}=2e^{-2}-e^{-4}-1<0$

故 $K_8(x)=K_7(x)$

第九步：取 $x_{⑨}=x_{①}=(0\ \ 0)^T\in\omega_1$，$K_8(x_{⑨})=e^{0}-e^{-2}-e^{-2}+e^{-4}=1+e^{-4}-2e^{-2}>0$

故 $K_9(x)=K_8(x)$

第十步：取 $x_{⑩}=x_{②}=(2\ \ 0)^T\in\omega_1$，$K_9(x_{⑩})=e^{-4}-e^{-2}-e^{-2}+e^{0}=1+e^{-4}-2e^{-2}>0$

故 $K_{10}(x)=K_9(x)$

经过上述迭代，全部模式都已正确分类，因此算法收敛于判别函数

$$d(x)=e^{-(x_1^2+x_2^2)}-e^{-[(x_1-1)^2+(x_2-1)^2]}-e^{-[(x_1-1)^2+(x_2+1)^2]}+e^{-[(x_1-2)^2+x_2^2]}$$