- LMSE 算法实例

1. 有解情况

已知模式样本集：ω_1: $\{(0\ 0)^T, (0\ 1)^T\}$， ω_2: $\{(1\ 0)^T, (1\ 1)^T\}$

模式的增广矩阵 X 为： $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

其伪逆矩阵为： $X^{\#} = (X^T X)^{-1} X^T = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

取 $b(1)=(1\ 1\ 1\ 1)^T$ 和 C=1，由 H-K 算法的迭代式：

$$w(1)=X^{\#}b(1)=(-2\ 0\ 1)^T$$

因 $Xw(1)=(1\ 1\ 1\ 1)^T$，即 $e(1)= Xw(1)-b(1)= (0\ 0\ 0\ 0)^T$，故 $w(1)$是解。

2. 无解情况

已知模式样本集：ω_1: $\{(0\ 0)^T, (1\ 1)^T\}$， ω_2: $\{(0\ 1)^T, (1\ 0)^T\}$

模式的增广矩阵 X 为： $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

其伪逆矩阵为： $X^{\#} = (X^T X)^{-1} X^T = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

取 $b(1)=(1\ 1\ 1\ 1)^T$ 和 C=1，由 H-K 算法的迭代式：

$$w(1)=X^{\#}b(1)=(0\ 0\ 0)^T$$

则：$e(1)= Xw(1)-b(1)= (-1\ -1\ -1\ -1)^T$，全部分量均为负，无解。