- 判别函数产生逐步分析

设初始势函数 $K_0(x) = 0$

第一步：加入第一个训练样本 x_1，则有

$$K_1(x) = \begin{cases} K(x, x_1) & \text{if } x_1 \in \omega_1 \\ -K(x, x_1) & \text{if } x_1 \in \omega_2 \end{cases}$$

这里第一步积累势函数 $K_1(x)$描述了加入第一个样本时的边界划分。当样本属于ω_1时，势函数为正；当样本属于ω_2时，势函数为负。

第二步：加入第二个训练样本 x_2，则有

（i） 若 $x_2 \in \omega_1$ 且 $K_1(x_2)>0$，或 $x_2 \in \omega_2$ 且 $K_1(x_2)<0$，则分类正确，此时 $K_2(x) = K_1(x)$，即积累势函数不变。

（ii） 若 $x_2 \in \omega_1$ 且 $K_1(x_2)<0$，则

$$K_2(x) = K_1(x) + K(x, x_2) = \pm K(x, x_1) + K(x, x_2)$$

（iii） 若 $x_2 \in \omega_2$ 且 $K_1(x_2)>0$，则

$$K_2(x) = K_1(x) - K(x, x_2) = \pm K(x, x_1) - K(x, x_2)$$

以上（ii）、（iii）两种情况属于错分。假如 x_2 处于 $K_1(x)$定义的边界的错误一侧，则当 $x \in \omega_1$ 时，积累位势 $K_2(x)$要加 $K(x, x_2)$，当 $x \in \omega_2$ 时，积累位势 $K_2(x)$要减 $K(x, x_2)$。

第 K 步：设 $K_k(x)$为加入训练样本 x_1，x_2，…，x_k 后的积累位势，则加入第(k+1)个样本时，$K_{k+1}(x)$决定如下：

（i） 若 $x_{k+1} \in \omega_1$ 且 $K_k(x_{k+1})>0$，或 $x_{k+1} \in \omega_2$ 且 $K_k(x_{k+1})<0$，则分类正确，此时 $K_{k+1}(x) = K_k(x)$，即积累位势不变。

（ii） 若 $x_{k+1} \in \omega_1$ 且 $K_k(x_{k+1})<0$，则 $K_{k+1}(x) = K_k(x) + K(x, x_{k+1})$

（iii） 若 $x_{k+1} \in \omega_2$ 且 $K_k(x_{k+1})>0$，则 $K_{k+1}(x) = K_k(x) - K(x, x_{k+1})$

因此，积累位势的迭代运算可写成：$K_{k+1}(x) = K_k(x) + r_{k+1}K(x, x_{k+1})$，$r_{k+1}$为校正系数：

$$r_{k+1} = \begin{cases} 0 & \text{if } x_{k+1} \in \omega_1 \text{ and } K_k(x_{k+1}) > 0 \\ 0 & \text{if } x_{k+1} \in \omega_2 \text{ and } K_k(x_{k+1}) < 0 \\ 1 & \text{if } x_{k+1} \in \omega_1 \text{ and } K_k(x_{k+1}) < 0 \\ -1 & \text{if } x_{k+1} \in \omega_2 \text{ and } K_k(x_{k+1}) > 0 \end{cases}$$

若从给定的训练样本集$\{x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots\}$中去除不使积累位势发生变化的样本，即使$K_j(x_{j+1})>0$且$x_{j+1} \in \omega_1$，或$K_j(x_{j+1})<0$且$x_{j+1} \in \omega_2$的那些样本，则可得一简化的样本序列$\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_j, \ldots\}$，它们完全是校正错误的样本。此时，上述迭代公式可归纳为：

$$K_{k+1}(x) = \sum_{\hat{x}_j} a_j K(x, \hat{x}_j)$$

其中

$$a_j = \begin{cases} +1 & for\ \hat{x}_j \in \omega_1 \\ -1 & for\ \hat{x}_j \in \omega_2 \end{cases}$$

也就是说，由 k+1 个训练样本产生的积累位势，等于ω_1类和ω_2类两者中的校正错误样本的总位势之差。