

- 线性判别函数

取  $f_i(x)$  为一次函数，例如  $x_i$ ，则变换后的模式  $x^*=x$ ， $x^*$  的维数  $k$  为  $x$  的维数  $n$ ，此时广义线性化后的判别式仍为：

$$d(x) = w^T x + w_{n+1}$$

- $f_i(x)$  选用二次多项式函数

1.  $x$  是二维的情况，即  $x = (x_1 \ x_2)^T$ 。若原判别函数为：

$$d(x) = w_{11}x_1^2 + w_{12}x_1x_2 + w_{22}x_2^2 + w_1x_1 + w_2x_2 + w_3$$

要线性化为  $d(x^*) = w^T x^*$ ，须定义：

$$x^* = (x_1^2 \ x_1x_2 \ x_2^2 \ x_1 \ x_2 \ 1)^T$$

$$w = (w_{11} \ w_{12} \ w_{22} \ w_1 \ w_2 \ w_3)^T$$

此时，只要把模式空间  $x^*$  中的分量定义成  $x$  的单值实函数， $x^*$  即变成线性可分。此时  $x^*$  的维数（这里为 5）大于  $x$  的维数（这里为 2）。

2.  $x$  是  $n$  维的情况，此时原判别函数设为：

$$d(x) = \sum_{j=1}^n w_{jj}x_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n w_{jk}x_jx_k + \sum_{j=1}^n w_jx_j + w_{n+1}$$

式中各项的组成应包含  $x$  的各个分量的二次项、一次项和常数项，其中平方项  $n$  个，二次项  $n(n-1)/2$  个，一次项  $n$  个，常数项一个，其总项数为：

$$n + n(n-1)/2 + n + 1 = (n+1)(n+2)/2 > n$$

显然，对于  $d(x^*) = w^T x^*$ ， $x^*$  的维数大于  $x$  的维数， $w$  分量的数目也与  $x^*$  的维数相应。 $x^*$  的各分量的一般化形式为：

$$f_i(x) = x_{p_1}^s x_{p_2}^t, \quad p_1, p_2 = 1, 2, \dots, n, \quad s, t = 0, 1$$