- 感知器算法判别函数的推导实例

给出三类模式的训练样本：

ω_1:{$(0\ \ 0)^T$}， ω_2:{$(1\ \ 1)^T$}， ω_3:{$(-1\ \ 1)^T$}

将模式样本写成增广形式：

$x_{①}=(0\ \ 0\ \ 1)^T$， $x_{②}=(1\ \ 1\ \ 1)^T$， $x_{③}=(-1\ \ 1\ \ 1)^T$

取初始值 $w_1(1)=w_2(1)=w_3(1)=(0\ \ 0\ \ 0)^T$，C=1。

第一轮迭代（k=1）：以 $x_{①}=(0\ \ 0\ \ 1)^T$ 作为训练样本

$d_1(1)=w_1^T(1)\,x_{①}=(0\ \ 0\ \ 0)(0\ \ 0\ \ 1)^T=0$

$d_2(1)=w_2^T(1)\,x_{①}=(0\ \ 0\ \ 0)(0\ \ 0\ \ 1)^T=0$

$d_3(1)=w_3^T(1)\,x_{①}=(0\ \ 0\ \ 0)(0\ \ 0\ \ 1)^T=0$

因 $d_1(1)\ngtr d_2(1)$，$d_1(1)\ngtr d_3(1)$，故

$w_1(2)=w_1(1)+x_{①}=(0\ \ 0\ \ 1)^T$

$w_2(2)=w_2(1)-x_{①}=(0\ \ 0\ \ -1)^T$

$w_3(2)=w_3(1)-x_{①}=(0\ \ 0\ \ -1)^T$

第二轮迭代（k=2）：以 $x_{②}=(1\ \ 1\ \ 1)^T$ 作为训练样本

$d_1(2)=w_1^T(2)\,x_{②}=(0\ \ 0\ \ 1)(1\ \ 1\ \ 1)^T=1$

$d_2(2)=w_2^T(2)\,x_{②}=(0\ \ 0\ \ -1)(1\ \ 1\ \ 1)^T=-1$

$d_3(2)=w_3^T(2)\,x_{②}=(0\ \ 0\ \ -1)(1\ \ 1\ \ 1)^T=-1$

因 $d_2(2)\ngtr d_1(2)$，$d_2(2)\ngtr d_3(2)$，故

$w_1(3)=w_1(2)-x_{②}=(-1\ \ -1\ \ 0)^T$

$w_2(3)=w_2(2)+x_{②}=(1\ \ 1\ \ 0)^T$

$w_3(3)=w_3(2)-x_{②}=(-1\ \ -1\ \ -2)^T$

第三轮迭代（k=3）：以 $x_{③}=(-1\ \ 1\ \ 1)^T$ 作为训练样本

$d_1(3)=w_1^T(3)x_{③}=(-1\ \ -1\ \ 0)(-1\ \ 1\ \ 1)^T=0$

$d_2(3)=w_2^T(3)x_{③}=(1\ \ 1\ \ 0)(-1\ \ 1\ \ 1)^T=0$

$d_3(3)=w_3^T(3)x_{③}=(-1\ \ -1\ \ -2)(-1\ \ 1\ \ 1)^T=-2$

因 $d_3(3)\ngtr d_1(3)$，$d_3(3)\ngtr d_2(3)$，故

$w_1(4)=w_1(3)-x_{③}=(0\ \ -2\ \ -1)^T$

$w_2(4)=w_2(3)-x_{③}=(2\ \ 0\ \ -1)^T$

$w_3(4)=w_3(3)+x_{③}=(-2\ \ 0\ \ -1)^T$

第四轮迭代（k=4）：以 $x_{①}=(0\ \ 0\ \ 1)^T$ 作为训练样本

$d_1(4)=w_1^T(4)x_{①}=(0\ \ -2\ \ -1)(0\ \ 0\ \ 1)^T=-1$

$d_2(4)=w_2^T(4)x_{①}=(2\ \ 0\ \ -1)(0\ \ 0\ \ 1)^T=-1$

$d_3(4)=w_3^T(4)x_{①}=(-2\ \ 0\ \ -1)(0\ \ 0\ \ 1)^T=-1$

因 $d_1(4)\ngtr d_2(4)$，$d_1(4)\ngtr d_3(4)$，故

$w_1(5)=w_1(4)+x_{①}=(0\ \ -2\ \ 0)^T$

$w_2(5)=w_2(4)-x_{①}=(2\ \ 0\ \ -2)^T$

$w_3(5)=w_3(4)-x_{①}=(-2\ \ 0\ \ -2)^T$

第五轮迭代（k=5）：以 $x_{②}=(1\ \ 1\ \ 1)^T$ 作为训练样本

$d_1(5)=w_1^T(5)x_{②}=(0\ \ -2\ \ 0)(1\ \ 1\ \ 1)^T=-2$

$d_2(5)=w_2^T(5)x_{②}=(2\ \ 0\ \ -2)(1\ \ 1\ \ 1)^T=0$

$d_3(5)=w_3^T(5)x_{②}=(-2\ \ 0\ \ -2)(1\ \ 1\ \ 1)^T=-4$

因 $d_2(5)>d_1(5)$，$d_2(5)>d_3(5)$，故

$w_1(6)=w_1(5)$

$w_2(6)=w_2(5)$

$w_3(6)=w_3(5)$

第六轮迭代（k=6）：以 $x_{③}=(-1\ \ 1\ \ 1)^T$ 作为训练样本

$d_1(6)=w_1^T(6)x_{③}=(0\ \ -2\ \ 0)(-1\ \ 1\ \ 1)^T=-2$

$d_2(6)=w_2^T(6)x_{③}=(2\ \ 0\ \ -2)(-1\ \ 1\ \ 1)^T=-4$

$d_3(6)=w_3^T(6)x_{③}=(-2\ \ 0\ \ -2)(-1\ \ 1\ \ 1)^T=0$

因 $d_3(6)>d_1(6)$，$d_3(6)>d_2(6)$，故

$w_1(7)=w_1(6)$

$w_2(7)=w_2(6)$

$w_3(7)=w_3(6)$

第七轮迭代（k=7）：以 $x_{①}=(0\ \ 0\ \ 1)^T$ 作为训练样本

$d_1(7)=w_1^T(7)x_{①}=(0\ \ -2\ \ 0)(0\ \ 0\ \ 1)^T=0$

$d_2(7)=w_2^T(7)x_{①}=(2\ \ 0\ \ -2)(0\ \ 0\ \ 1)^T=-2$

$d_3(7)=w_3^T(7)x_{①}=(-2\ \ 0\ \ -2)(0\ \ 0\ \ 1)^T=-2$

因 $d_1(7)>d_2(7)$，$d_1(7)>d_3(7)$，分类结果正确，故权向量不变。

由于第五、六、七次迭代中 $x_{①}$、$x_{②}$、$x_{③}$均已正确分类，所以权向量的解为：

$w_1=(0\ \ -2\ \ 0)^T$

$w_2=(2\ \ 0\ \ -2)^T$

$w_3=(-2\ \ 0\ \ -2)^T$

三个判别函数：

$d_1(x)=-2x_2$

$d_2(x)=2x_1-2$

$d_3(x)=-2x_1-2$