Homework4

2018.10.29

李昊宸

1.

能被4整除：2500个 6：1666个 7：1428个 10：1000个

同时被4和6整除：833个 4和7：357个 4和10：500个

6和7：238个 6和10：333个 7和10：142个

同时被4和6和7整除：119个 4和6和10：166个

4和7和10：71个 6和7和10：47个

同时被4和6和7和10整除：23个

所以被整除有4571个

则不被整除的有5429个

2.

完全平方数：100个

完全立方数：21个

既是完全平方数又是完全立方数：1，64，729，4096 共4个

故不是的有10000-121+4=9883个

3.

当n=3k时，需有3的倍数个1，3的倍数个2，那么有个

当n=3k-1时，需有3的倍数加1个2，那么有个

当n=3k-2 时，需有3的倍数加2个2，那么有个

4.首先，所有大于等于0的解集共有个

解中有9： 解中有10：

解中有11： 解中有12：

解中有13： 解中有14：

故有680-224=456个4元组。

5.

2在自然位置：7！ 4在自然位置：7！ 6在自然位置：7！

8在自然位置：7！

2，4在自然位置：6！

2，4，6在自然位置：5！

2，4，6，8在自然位置：4！

有偶数在自然位置的有4\*7！-6\*6！+4\*5！-4！=16296个

所以没有偶数在自然位置的有8！-16296=24024个

6.

首先选择k个整数在其自然位置，有 种

剩余n-k个元素错排， 

所以有 

7.

考虑这样的圆桌，将4个b和一个d放入

d

每个之间都坐一个人，有个

b

b

b

b

b

d

一个db相连，有个

b

考虑到还可以是bd相连，还需乘以2

b

b

d

bdb相连，按照有没有两个a在两个b之间分类，有个

b

b

b

b

所以共有10+48+6+15=79个

8.

证明：

n最多可以被拆为n个正整数，那么在使用个办法计算时，我们可以认为n始终被分为n份，其中可以等于0。

于是P(n)等于将n分为n个大于等于0的整数的分法数。

将这n个元素每个都加1，等价转化为将2n分为n个正整数，即P(2n，n)

9．

证明：

P(n+1)+P（n-1）2P(n), n2

即证P(n+1)-P(n) P(n) -P(n-1)

P(n+1)=P(n+1,1)+…+P(n+1,n+1)

而P(n+k,k)=P(n,1)+…+P(n,k),即所有将n分为小于等于k份的分法数等于将n+k分为k个正整数的分法

所以P(n+1)=P(n,1)+[P(n-1,1)+P(n-1,2)]+…+[P(1,1)+..+P(1,n)]+1]

P(n)=P(n-1,1)+[P(n-2,1)+P(n-2,2)]+…+[P(1,1)+..+P(1,n-1)]+1]

于是P(n+1)-P(n)=P(n,1)+P(n-1,2)+..+P(1,n)

P(n)-P(n-1)=P(n-1,1)+P(n-2,2)+..+P(1,n-1)

对应项相减，

显然有P(n-k+1,k)-P(n-k,k) 0 (k<n)

于是原式成立。

10.

a)S1(n,3)=

b)S1(n,n-1)

 为n个元素的n-1个循环排列的个数，有个

c)S2(n,3)=

d)S2(n,n-1)

为n个元素的n-1划分的个数，有 个

11.

数学归纳法：

n=0时，

设n时假设成立

