选做题

2018.11.1

李昊宸

1. n个木块放到一张桌子上

猜想一种可能的解：

要使木块伸出距离最长，需要有每一层的所有木块搭好之后，整体的重心恰好在桌面边缘，那么为了充分利用每一块木块的所有重量，整体上应成倒三角形的对称分布。

如下图，第n层应有n个木块，并且每层都能向外伸出1/2米。

所以若伸出n/2米，至少有块

于是，当有n=+c，k为整数，c为小于k的整数 时，伸出的距离为n/2米

我们这样给出了一个算法。

证明它的最大性，我们只需要证明，每使木块伸出1/2米，我们至少需要多少块木块。

当每层伸出1/2米时，即为上述算法；

当每层伸出的距离小于1/2米时，我们需要叠加多层。

利用物理学的规律我们发现，上面一层为达到与下面一层相同的效果，总需要使用更多的木块，即使用的木块数一定会大于等于n

于是最大性得证。

1. 随机游走问题

二维随机游走：

从上节课的讨论可以得到，最终回到原点的概率为1.下面是一种可能的推测。

考虑到随机游走实质上为二项分布，当n趋向于无穷时有正态逼近

，,C为协方差矩阵

当X=Y=0时，，根据已有的

得到

将该数据拟合三维随机行走：



得到f（0，0，0）=34%，与理论数据符合较好

于是我们可以推广到N维随机游走：



1. 四柱汉诺塔问题

由算法，

定义



不难发现，该递推公式具有最优子结构，故其为最优解。