ECO400-sammendrag

Christian Braathen

November 30, 2017

Contents

Innledende

0.1 Viktig

- Lønner seg alltid å gjøre det fundamentale. Som regel er dette full optimering i dette kurset. Det tar jo tid, men kan så klart bruke innsikt til å redusere problemet betydelig. Dette gjelder for begge deler av kurset.
- Ellers er forventet nytte veien å gå. Så gjerne gjør en $\mathbb{E}[u(...)] \begin{array}{c} \geq \\ - \\ \leq \end{array} \mathbb{E}[u(...)]$ for BR-analyse og $\mathbb{E}[u(...)] = \mathbb{E}[u(...)]$ for mixed strategi-analyse.

0.1.1 Viktig knyttet til eksamen spesifikt

- **04/09/17**: Jeg antar dette er eksamensnyttig, han nevte til og med eksamen like etter dette: "We have a set of equivalent claims on risk aversion. Proving one of them is correct is sufficient to prove risk-aversion."
- **06/09/17, side 5**: Når han snakket om lineære preferanser: "dette er viktig for eksamen men har aldri blitt spurt om før."
- Får du spørsmål om to forskjellige lotterier, mynt- og terningkast, for eksempel, tegn CDFene av hver.
- **20/09/17, side 5**: Om man kan bruke expected utility theorem ved forskjellige states: "dette er ikke noe jeg kommer til å spørre om – er bare for bakgrunnen."
- **25/09/17, side 2**: Han kan kanskje tenke seg å spørre om følgende: if you do a linear transformation of an utility function, all the risk attitudes will be the same (altså at r_A og r_R forblir de samme).
- **02/10/17** Typisk første delspørsmål i spillteoridelen på eksamen:

  - Finn alle rene NE-strategier
  - Finn alle NE i blandede strategier.
  - Beregn sannsynligheten for et av utfallene.
- Har vært så enormt mye Cournot at blir ikke overrasket hvis det kommer.
- **11/10/17 side 7**: 1 av de 2 spørsmålene hans på eksamen er svært like de som er på slutten av slidene hans.
  - Han har også nevnt at statiske spill med ukomplett informasjon er et av 4 spill som kan komme på eksamen, så se ekstra godt på oppgavene i slidene fra denne delen.
- **23/10/17**: Signaling and screening games are the two most widely applied dynamic Bayesian games
- **06/11/17**: static game incomplete (?), signaling, screening, moral hazard er viktige spill for eksamen. 2 av disse 4 vil komme. Han vil se matematikk og økonomisk forklaring: hvorfor vi får hva vi får. Tolkningen av resultatene er det viktigste.

Chapter 1

Decisions Under Uncertainty

1.1 Expected Utility Theorem

1.1.1 Nøkkel

$$\mathbb{E}[u] = \sum_{i=1}^{n} p_i u(x_i) \qquad \text{(Expected utility, discrete)}$$

$$\mathbb{E}[u] = \int u(x) f(x)\,\mathrm{d}x,\ f(x) = pr(x) \qquad \text{(Exp. utility, continuous)}$$

$$u(\mathbb{E}[x]) \geq \mathbb{E}[u(x)] \qquad \text{(Risk aversion)}$$

$$\forall Z. \quad X \succ Y \iff$$
$$\begin{pmatrix} \alpha \\ 1-\alpha \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} X \\ Z \end{pmatrix} \succ \begin{pmatrix} \alpha \\ 1-\alpha \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} Y \\ Z \end{pmatrix} \qquad \text{(Independence Axiom)}$$

1.1.2 Momenter

- **Expected utility theorem**: if the decision maker's preferences over lotteries satisfy the continuity and independence axioms, then his preferences are representable by a utility function with the expected utility form.
- Preferanser må være rasjonelle (complette og transitive) og tilfredsstille continuity og independence axioms.
- Nyttekurver skal gjerne gi økonomisk innsikt også, så vi antar de er økende og kontinuerlige.
- Independence er nøkkelantakelsen i exptected utility theorem.
- Når vi tegner nyttekurven og trekker en linje mellom to av punktene (forventet nyttekurve), representerer den rette, forventede nyttekurvelinja selve veddemålet imens nyttefunksjonen representerer "sure thing".
- Independence-axiomet: hvis du foretrekker X over Y, så vil du foretrekke en kombinasjon av X og Z over en kombinasjon av Y og Z for alle mulige Z. Man trenger altså lineære og parallelle indifferenskurver for at dette skal gjelde.

1.2 Attitudes Towards Risk

1.2.1 Nøkkel

$$u(CE) = \mathbb{E}[u(x)] \qquad \text{(Certainty equivalent)}$$

$$u\big(\mathbb{E}[x]\big) = \mathbb{E}\big[u(x,\pi)\big] := \begin{pmatrix} \pi_0 + \pi(x,\varepsilon,u) \\ \pi_0 - \pi(x,\varepsilon,u) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u(x+\varepsilon) \\ u(x-\varepsilon) \end{pmatrix} \qquad \text{(Pr. premium)}$$

$$r_A(\cdot) = \frac{-u''(\cdot)}{u'(\cdot)} \qquad \text{(Absolute risk aversion)}$$

$$r_R(\cdot) = \frac{-(\cdot)u''(\cdot)}{u'(\cdot)} \qquad \text{(Relative risk aversion)}$$

$$\max_{\alpha} \mathbb{E}\big[u(w, D, \alpha, q)\big] \qquad \text{(Optimal forsikring)}$$

$$\max_{\alpha} \mathbb{E}\Big[u\big(w - \mathbb{1}_c \cdot c + \alpha(z-1)\big)\Big] \qquad \text{(Optimal risky investering)}$$

1.2.2 Momenter

- Vi vil altså finne den forsikringsmengden [0; tap ved uforsikret] som maksimerer forventet nytte når vi tar i betraktning alle states og deres sannsynlighet for å oppstå.
  - Merk at α representerer hvor mye i $[0;D]$ du vil forsikre for, $q \in [0;1\rangle$ er forsikringsprisen per krone du har forsikret deg for, og αq blir da premium'en (det du betaler for forsikringen).
- Spør de om WTP for *full* forsikring, er oppgaven om certainty equivalence. Spør de om optimal forsikring, løs maksimeringsproblemet.
- Hvis forsikringsprisen q er fair ($q = \pi$), forsikrer du fullt ut.
- Husk å få på når α er en indre løsning og når den vil være en hjørneløsning. Altså sett på requirements om at $\alpha \in [0;\ \text{noe}]$.
- Absolute risk aversion brukes til å sammenligne:
  I. risikoholdninger mellom individer
  II. ett individ over flere formuenivåer
- Relative risk aversion brukes til å sammenligne:
  I. flere individer som har ulik formue
    - En rik person som gambler 10 % av formuen er mindre risikoavers enn en fattig som gambler 10 % av formuen – i.e. rike personer er villige til å bære mer risiko enn fattige personer.

- Certainty equivalent er det beløpet du er villig til å betale for å samme nytte av et sikkert utfall som forventet nytte av et usikkert utfall. Jo lavere dette beløpet er, jo mindre risikoavers er du.
- Probability premium er den økningen i sannsynlighet for det gode utfallet som du behøver for å være indifferent mellom et sikkert utfall og et gamble mellom to utfall. Har brukt π_0 imens faget bruker 0.5, men jeg tror man kan bruke en generell π_0 istedet.
- WTP for forsikring avhenger av hvor risikoavers du er. Konstant r_A impliserer at WTP for forsikring ikke påvirkes av formue.
- Investering: $w_1 = w - \mathbb{1}_c \cdot c\alpha + \alpha(1+X)$:
  - w_1 er final wealth
  - w er initial wealth
  - c er kostnad for meldingstjeneste hvis vi velger å bruke det ($\mathbb{1}_c = 1$).
  - α er investering i risky
  - Siden investert i risky pluss investert i safe er lik initial wealth minus det vi betaler for meldingstjeneste, er $w - \mathbb{1}_c \cdot c - \alpha$ lik det vi har investert i safe.
  - X er avkastning på risky og er stokastisk.
  - Kronebeløp på avkastningen blir derfor lik $\alpha(1+X)$.
  - Legger vi alt sammen, vil final wealth være lik initial wealth minus betaling for meldingstjeneste pluss beløpsmessig avkastning fra risky. $\therefore w_1 = w - \mathbb{1}_c \cdot c + \alpha X$.
- Når vi utleder maksimeringsproblemene som står i nøkkelseksjonen, gå frem følgende:
- Start med en velkjent relasjon, for eksempel $w_1 = w - \mathbb{1}_c \cdot c - \alpha + \alpha(1+X)$.
- Si så at vi bryr oss ikke formue, men om nytten vi får av formue. Så $u(VS) = u(HS)$ gir $u\big(w_1\big) = u\big(w - \mathbb{1}_c \cdot c - \alpha + \alpha(1+X)\big)$.
- Si deretter at relasjonen inkluderer en stokastisk variabel, så vi må studere forventet nytte av formue. Så $\mathbb{E}[VS] = \mathbb{E}[HS]$ gir $\mathbb{E}[u\big(w_1\big)] = \mathbb{E}[u\big(w - \mathbb{1}_c \cdot c - \alpha + \alpha(1+X)\big)]$.
- Men målet vårt er å maksimere forventet nytte av formue, så $\max_\alpha\{VS\} = \max_\alpha\{HS\}$. Dette gir $\max_\alpha\{\mathbb{E}[VS]\} = \max_\alpha\{\mathbb{E}[u\big(w - \mathbb{1}_c \cdot c - \alpha + \alpha(1+X)\big)\}$, hvilket er problemet vi løser.

- Nøkkel for å vise sammenhenger mellom r_A og komponenter: Taylor av punktet vi studerer og punktet som inkluderer komponenten (for eksempel slik vi gjør med CE). Altså å bruke nyttelikheten hvor man er indifferent. Se side 56 i eksamensnotater.
- En forsikring som en risikoavers person sier nei til vil heller ikke en risikonøytral person ha fordi sistnevnte har en lavere WTP mot risiko.
- Selv en tungt risikoavers person tar på seg litt risiko om risikoen forventes å gi gevinst.
- Det er ofte nyttig å studere $\frac{\alpha^*}{w}$.
- In a loss situation, full insurance is equivalent to being offered a certain loss.
- Hvis risikoaversjon r_A er konstant over formuenivåer, vil betalingsvillighet for forsikring avhenge kun av hvor risk-avers du er, ikke hvor høy formue du har.
- Risk premium er det du må bli kompensert ekstra for å ville ta et gamble. Snudd på hodet kan vi altså si at risk premium'en er det du er villig til å gi fra deg for å slippe et gamble. Med andre ord en CE-tolkning.

1.3 Stochastic Dominance

1.3.1 Nøkkel

$$F(x) = Pr(\text{outcome} \leq x) \tag{CDF}$$

$$F(\cdot) \text{ FOSD } G(\cdot) \iff F(x) \leq G(x)\ \forall x \tag{FOSD}$$

$$F(\cdot) \text{ SOSD } G(\cdot) \iff \int_0^x F(t)\,\mathrm{d}t \int_0^x G(t)\,\mathrm{d}t\ \forall x \tag{SOSD}$$

1.3.2 Momenter

- **Stokastisk dominans lar oss rangere risky alternativer via sannsynlighetsfordelinger.**

- FOSD studerer bedre/dårligere returns: jo høyere returns, jo bedre.
  - Innsikt: si at F FOSD G. Hvis $G(x)$ vokser raskt for små beløp x, så er det mindre sannsynlighet "til overs" for større beløp. $F(x)$ derimot, "sparer" seg til de større beløpene og leverer derfor større returns.
  - Merk at en rangering av *gjennomsnitt* av to fordelinger ikke er nok til å si at man har FOSD. Hele fordelingen har en betydning.
- SOSD studerer risk/spredning (av fordelinger med samme mean): for en risikoavers person gjelder det at jo mindre spredning (i.e. risiko), jo bedre. Merk at gjennomsnittet må være likt (MPS).
  - Tanken med SOSD er hvem som har "størst forsprang" arealmessig (størst nettoareal) ikke endres. Den med størst nettoareal blir SOSD av den andre.
- Merk: det er mange CDFer som ikke kan rangeres med FOSD eller SOSD.
- Det var en investeringsoppgave hvor forventede nyttenivåer ble påvirket av α men forventet formue var uavhengig av α. Siden nyttenivået endres når man endrer α men ikke gjennomsnittet (forventet formue), har vi en mean-preserving spread, hvilket betyr at dette er et case med SOSD.
- Får du spørsmål om to forskjellige lotterier, mynt- og terningkast, for eksempel, tegn CDFene av hver.

1.4 State dependent utility

1.4.1 Nøkkel

$$\mathbb{E}_s[u(x)] = \begin{pmatrix} pr(s_1) \\ ... \\ pr(s_i) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u_{s=1}(x_{s=1}) \\ ... \\ u_{s=i}(x_{s=i}) \end{pmatrix} \quad \text{(state-dependent utility)}$$

1.4.2 Momenter

- Du kan bruke expected utility theorem ved forskjellige states gitt at independence-axiomet holder.

- Essensen her er at man innfører states of nature, $s \in S$ med strengt positiv sannsynlighet for hver state.
- Se 20/09/17: der vises det hvordan certainty lines kan brukes. Alle punkter langs 45 graderslinja med x_1 og x_2 på aksene er sikre utfall fordi man får samme beløp uansett hvilken state man er i.
- Preferanser over ulike lotterier i en state s bør være de samme som i en hvilken som helst annen states s'.
- Med innføring av states, blir payoffs nå en random variabel.
- Se på 25/09/17, side 2 oppgave 5.
  I. finn nytte i sikkert utfall versus det usikre utfallet man er indifferent til. Finn om man er risikoavers, -nøytral, eller -søkende.
  II. Skriv opp nyttefunksjonen over states.
  III. Trekk fra den laveste nytten på begge sider for å få 0 i én state ($u(\omega_1)$).
  IV. Minuset vi fikk på venstre side flytter vi over så vi fortsatt tydeliggjør et uttrykk for forventet nytte.
  V. Normaliser ved å dele på nytten til en av de andre utfallene ($u(\omega_3)$).
  VI. Siden vi er interessert i relative nytteforskjeller, og siden vi har sagt at $u(\omega_1)$ er minst nytte, kan vi anta at denne er lik 0. Rydd opp på høyre side.

1.5 Value of information

1.5.1 Nøkkel

$$Pr(A|B) = Pr(B|A) \cdot \frac{P(A)}{P(B)} \qquad \text{(Bayes' rule)}$$

$$\begin{pmatrix} Pr(m_1) \\ \dots \\ Pr(m_j) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbb{E}[u|m_1] \\ \dots \\ \mathbb{E}[u|m_j] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Pr(m_1) \\ \dots \\ Pr(m_j) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} Pr(S_1|m_1) \\ \dots \\ Pr(S_i|m_1) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u(S_1,m_1) \\ \dots \\ u(S_i,m_1) \end{pmatrix} \\ \dots \\ \begin{pmatrix} Pr(S_1|m_j) \\ \dots \\ Pr(S_i|m_j) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u(S_1,m_j) \\ \dots \\ u(S_i,m_j) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \tag{Expected value of information}$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} Pr(m_1) \\ \dots \\ Pr(m_j) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbb{E}[u|m_1] \\ \dots \\ \mathbb{E}[u|m_j] \end{pmatrix} - \mathbb{E}[u] \tag{WTP for information}$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} Pr(m_1) \\ \dots \\ Pr(m_j) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \max(\Pi_0; \mathbb{E}[u|m_1]) \\ \dots \\ \max(\Pi_0; \mathbb{E}[u|m_j]) \end{pmatrix} - \mathbb{E}[u] \tag{WTP, alt. profitt > 0}$$

1.5.2 Momenter

- Essensielt å tegne et sannsynlighetstre for å få ut alle sannsynlighetene jeg trenger å jobbe med.
- Vi er kun villig til å betale for messaging service hvis ny informasjon påvirker beslutninger i minst én state. Vi har tre mulige utfall for en meldingstjeneste:

  I. Ingen oppdaterte beliefs og derfor ingen endret atferd: WTP er 0.

     – Altså, hvis prior belief $Pr(\text{State})$ er lik posterior belief $Pr(\text{State} \mid \text{Melding})$ for alle meldinger, får vi ikke noe ut av meldingstjenesten og vil derfor heller ikke betale noe for den.

  II. Oppdaterte beliefs men ingen endret atferd: WTP er 0.

  III. Oppdaterte beliefs *og* endret atferd: WTP > 0.

- Expected value of information-formelen ovenfor er egentlig en forenkling med implisitt antakelse om alternativ profitt ved ikke å gjennomføre er lik 0. Derimot må man inkludere den, og derfor sitter vi med max-uttrykket.
- Aposteriori er et vektet snitt mellom apriori og ny informasjon.

Chapter 2

Game Theory

2.1 Essensielt

- Strategi: a complete plan of action—a contingent plan for all decisions/decision points a player could meet in a game.
- Likevekter er en profil med strategier, ikke actions.
- Perfekt info: en spiller kjenner tidligere (historikken av) trekk.
- Komplett info: du vet payoff'en til alle (så alle payoffs er deterministiske ingen er probabilistiske [flere typer]).
- Sequentially rational: A strategy profile is sequentially rational at a particular information set for a particular belief system if and only if the expected payoff of the player whose information set it is (i.e. who has the move at that information set is) maximal given the strategies played by all the other players. A strategy profile is sequentially rational for a particular belief system if it satisfies the above for every information set.
- Subgame: is a piece of game — the piece that remains to be played beginning at any point at which the complete history of the game thus far is common knowledge among the players.
- Subgames krever at:
  - I. Antall elementer i informasjonssettet til startnoden er 1.
  - II. Hvis noden er med i subgamet, så er alle noder som kommer etter også med (i.e. øvre subgames må inkluderes/appendes). Så tips er å starte nederst for å finne subgames.

III. Alle elementer i informasjonssettet hører til et subgame hvis noen av elementene i informasjonssettet hører til det.

IV. Hele spillet telles ikke som subgame.

- Sekvensielt rasjonelt innebører at det spilles et NE i ethvert subgame.
- SPNE: hvis spillerens strategi er en NE i hvert subgame.
- Der SPNE ser kun på "on the equilibrium path", og krever at den er sequentially rational, studerer PBNE både "on" of "off the equilibrium path" og krever at begge er sequentially rational. Off the path er altså noder som nås med sannsynlighet 0.
- Vi kan altså si at:
  - NE er alle BRs på BRs
  - SPNE er alle BRs på BRs som er sequentially rational på equilibrium path
  - PBNE er alle BRs på BRs som er sequentially rational på og utenfor equilibrium path. Dette med off the path er utenfor kriteriene vi bruker i dette kurset og dermed blir det ikke no spesifikt forhold mellom SPNE og BPNE: den ene er ikke en delmengde i dette kurset, men når vi inkluderer requirement 4 (off the path), blir PBNE en delmengde av SPNE. Kurset her bruker istedenfor at vi har et svakt PBNE hvis strategies are be sequentially rational, and beliefs must be derived from strategies whenever possible via Bayes rule.
- Plasser sannsynligheter ved hver informasjonsnode som har mer enn ett element.
- *Strengt* dominerte strategier krever at spilleren må, for ethvert trekk av motparten, alltid *sterkt* foretrekke å spille mixed strategi[1] over den rene som skal være strengt dominert.
- *Svakt* dominerte strategier kan ikke bli eliminert i iterated elimination uten mer analyse fordi de *kan* fortsatt spilles i likevekt.
- The purpose of game theory is to predict outcomes in situations with mutual dependence.
- Bayesian updating: higher prior confidence implies lower value of information.
- Du må være indifferent mellom strategier for å være villig til å mikse.
- Vi kan antakeligvis si at perfect bayesian equilibrium er "the pinnacle" av de fire likevektene våre fordi PBNE $\equiv$ NE i statiske spill med komplett info, PBNE $\equiv$ SPNE i dynamiske spill med komplett og perfekt info, og PBNE $\equiv$ BNE i statiske spill med komplett info.

[1] Mixed fordi dette inkluderer rene strategier også

- Rasjonelle spillere velger ikke strengt dominerte strategier fordi de tror ikke det er et optimalt valg gitt de andre spillernes valg.
- Det er en teori som sier at vi må ha et oddetalls antall NE'er (rene + blandede).
- Jeg tror vi må liste hele strategien (hva man ville gjort hvis spilleren ikke gjorde det den gjorde) fordi så lenge det ikke er common knowledge at minst én spiller er rasjonell, må vi kunne diskutere hva som skjer ved manglende rasjonalitet.
- Når du skal definere strategien til en spiller, tell opp hvor mange informasjonssett den har gjennom hele spillet, list hvilke handlinger den kan ta ved hvert av disse, og deretter multipliser de mengdene med handlinger med de andre mengdene med handlinger. Dette er personens strategiprofil.
- Sequential rationality: predictionf of play in extensive form games should require optimal behavior starting from every information set, not just those on the equilibrium path. Sekvensielt rasjonell er ekvivalent til at man kan trekke en BR-linje fra bunn til topp.
- In games of imperfect information, SPNE is generally inadequate to capture the principle of sequential rationality.
- Hvis du blir bedt om å finne blandede strategier men payoff-matrisen ikke er kvadratisk, gjør to ting:
  - I. Hvis det eksisterer noen strengt dominerte strategier, kan vi bare fjerne dem siden de aldri blir spilt.
  - II. Sett sannsynlighet bare på de handlingene som er del av et informasjonssett med flere elementer.
  - III. BNE: i et Bayesianskje spill er hver spillers strategi en BR til den andre spillerens strategier.
  - IV. Eksempel på adverse selection og moral hazard: adverse selection kan være at bedriften har mer info på teknologi imens moral hazard kan være at bedriften gjør handlinger som kan påvirke kostnaden eller kvaliteten til produktet.
- På eksamen kan det være greit å snakke om NE'er slik: "a rational P1 will choose D, which a rational P2 will respond to by choosing *a*. If, for some reason, P1 is not rational and chooses *E* or *F* instead, then P2 will respond by choosing *b* or *c*, respectively.
- For a threat to be credible within an equilibrium, whenever a node is reached where a threat should be fulfilled, it will be fulfilled. Those NE that rely on non-credible threats can be eliminated through backwards induction.

- Se side 54 i eksamensnotatene. Ved å kjøre vanlig optimering finner vi alle løsningene og hvordan det kan brukes som BR-kurver.
- Hvis du har en strengt dominert strategi, kan du fjerne den fra normalformspillet. I tillegg kan man kun mikse når $|\mathbb{I}| > 1$ og motparten ikke kan se trekket med det blotte øyet. De tilfellene som består disse to kriteriene kan man bruke miksede strategier på hvis man er indifferent mellom handlingene. Se side 93 i eksamensnotatene.
- Sekvensielt rasjonelt innebærer at det spilles et NE i ethvert subgame.
- I spilltreet, plasser sannsynligheter (beliefs) i hvert informasjonsett hvor man har mer enn ett element.
- Common prior: spillere må ha de samme prior beliefs(?)

2.2 Static Games of complete information

2.2.1 Nøkkel

$$\mathbb{E}[u_i(s_1^i)] = \mathbb{E}[u_i(s_2^i)] \ \forall \text{ players } i \qquad \text{(Mixed strategy [2 actions])}$$

2.2.2 Momenter

- I static games med complete informasjon er det to konsepter som er viktige: iterated elimination of strictly dominated strategies og NE.
- Iterated strict dominance drives av en common knowledge av at man er rasjonell og ikke spiller strengt dominerte strategier.
- Vi kan løse Cournot-spillet også med strictly dominance fordi monopolsituasjonen er det største antallet en aktør vil velge. Så vi kan eliminere alt over monopolkvantumet og dedusere oss videre til likevekten.
- Alle utfall fra iterated elimination er ikke nødvendigvis et NE (men alle NE overlever iterated elimination), men det er et NE om det er bare ett utfall.
- Ulempen med iterated elimination of strictly dominated strategies er at 1) hvert steg krever common knowledge om at alle er rasjonelle, og 2) man får upresise prediksjoner om spillet (ingen løsning om det ikke finnes dominant strategi).

- Lønnsforhandlinger: nøkkel er at firma vil minimere forventet wage settlement og fagforbund ønsker å maksimere den.
- A given pure strategy may be strictly dominated by a mixed strategy even if the pure strategy is not strictly dominated by any other pure strategy.
- En pure strategi som ikke er BR til en annen pure strategi kan likevel være en BR til en mixed strategi.
- En blandet strategi er en NR hvis hver spillers blandede strategi er en BR til en annen spillers blandede strategi.

2.3 Dynamic Games of Complete and Perfect Information

2.3.1 Nøkkel

$$ \tag{2.1} $$

2.3.2 Oppskrift

Oppskrift for SPNE under perfekt info:

I. Tegn alle subgames og finn BRs ved backwards induction

II. List SPNEs

2.3.3 Momenter

- Et dynamisk spill med komplett info kan ha mange NE'er, men noen av disse består av tomme trusler og lovnader. SPNE er de som består troverdighetstesten. Det sentrale konseptet er backwards induction.

2.4 Repeated Games

2.4.1 Nøkkel

$$ \tag{2.2} $$

2.4.2 Momenter

- Med flere NE'er i repeated games, kan man bruke den dårlige NE'en som trussel. Kravet er altså at det er flere NE'er.
- Vi må tenke på diskontering og bruker helst diskonteringsfaktoren $\delta = \frac{1}{1+r}$ istedenfor diskonteringsraten r.
- Hvis det eksisterer en sannsynlighet p av å slutte spillet ved hver stage, får vi diskonteringsfaktoren $\delta = \frac{1-p}{1+r}$.
- Et uendelig repetert spill kan operere utenfor NE'et i alle spill så lenge det er trusler om å spille det dårlige av flere NE'er. I et endelig repetert spill, derimot, må det i siste runde spilles NE'et.
- Grim triggerstrategi: en spiller samarbeider helt til noen ikke samarbeider med dem mer, hvilket trigger et bytte til ikke å samarbeide noen gang igjen.

2.5 Dynamic Games of Complete and Imperfect Information

2.5.1 Nøkkel

$$ \tag{2.3} $$

2.5.2 Oppskrift for normalformrepresentasjon av utvidede spill

I. List subgames og strategiprofiler

II. Sett opp normalformen og finn NEs

2.5.3 Momenter

2.6 Static Games of Incomplete Information

2.6.1 Nøkkel

$$ \tag{2.4} $$

2.6.2 Oppskrift

I. Lag spilltre med Nature's move øverst som jeg skal jobbe med nedover (ta uinformert først)

II. Finn BRs for uinformert

III. Finn BRs for informert

IV. Oppdater spilltreet med BRs

V. Finn BNEs fra ulike beliefs og Nature's move.

For steg 2 og 3 gjelder følgende underoppskrift:

I. Lag sannsynlighetstre med *de andre partene* for å finne beliefs. Hint: let etter dominerte strategier i normalformspillet. Disse blir aldri spilt og har derfor belief 1/0.

II. Finn forventet nytte ved hver handling

III. Finn BR

2.6.3 Momenter

- Bayesian rational: man velger strategier som maksimerer forventet nytte under korrekte beliefs.
- En annen oppskrift som ble gitt i forelesning er 1) definer strategier, 2) skriv hver bedrifts forventede payoffs, 3) finn hver bedrifts BR, 4) finn en bayesiansk NE fra BRene – hvilket vi finner i skjæringspunktet mellom spillernes BRs.
- Auksjon:

- Bidding strategy is increasing with value, so allocative efficiency (the person with the highest valuation wins) is achieved with first-price auction.
- Recall in a 2nd price auction, a (weakly) dominant strategy equilibrium bidders make a bid truthfully. So bidders bid more aggressively in 2nd-price than in 1st price.
- Expected payment is the same in first-price as in second-price.
- Revenue equivalence er et viktig teorem i auksjonsteori: cibsuder ab auction environment in which for N risk-neutral bidders, each has a privately known valuation independently drawn from a common distribution. The any standard auctions, in which 1) the object is awarded to the bidder with the highest bid, and 2) the bidder who submits zero does not pay, yield the same expected revenue to the auctioneer.
- Double auction er når både kjøper og selger har privat info om verdsetting.

2.7 Dynamic Games of Incomplete Information

2.7.1 Nøkkel

$$\tag{2.5}$$

2.7.2 Momenter

- I en separating strategy velges forskjellige handling for hver type.
- I en pooling strategy velges den samme handlingen for hver type.
- PBE-krav:
  - I. ved hver informasjonsnode, må spilleren med trekket ha en belief om hvilket node man har nådd.
  - II. gitt beliefs, må strategiene være sekvensielt rasjonelle: ved hver informasjonsnode må handlingen som blir tatt av spilleren med trekket (og påfølgende strategi) være optimal gitt spillers beliefs om den informasjonsnoden og de andre spillernes påfølgende strategier.

III. På hver informasjonsnode på eq. path – hvilket den er hvis den nås med positiv sannsynlighet hvis spiller spilles i tråd med likevektsstrategiene – så er beliefs bestemt av Bayes' regel og spillernes likevektsstrategier.

IV. (På hver informasjonsnode utenfor eq. path, er beliefs bestemt av Bayes' regel og spillernes likevektsstrategier.)

Chapter 3

Economics of Information

3.1 Signaling Games

3.1.1 Nøkkel

$$ \tag{3.1} $$

3.1.2 Oppskrift

I. Tegn payoff-tre

II. Finn BR for uinformert

III. Oppdater payoff-tre og marker informed spillers BR

   (a) Lag sannsynlighetstre med de andre partenes sannsynligheter og finn beliefs.

   (b) Finn forventet nytte under hver informert handling.

   (c) Finn BR (tips: sett beliefs som $p, 1-p$ og $q, 1-q$ under hver informert handling. Dette er nyttig når vi kommer til pooling og separating). Se side 84–86

IV. List beliefs under de forskjellige strategiene (ignorer beliefs ved nodene vi ikke vurderer [aktuelt kun for pooled siden begge vurderes under separating])

V. Lag scenarioer per beliefavhengig BR fra steg 2, hvor man finner BR, hvilken strategi det er (pooling/sequential), og eventuelt innstram kravet med funnet fra steg 4. Merk at senderen spesifiserer hvilken melding man skal sende for hver type og mottakeren spesifiserer hvilken handling man skal ta for hver melding.

3.1.3 Momenter

- Når vi leter etter likevekter som Cho–Kreps fjerner, se etter DS'er og oppdater beliefs. PBNEs med brudd faller utenfor. Husk også å oppdatere steg 4-kravene.
- **Obs obs!** Husk å ekskludere de sannsynlighetene som ikke inngår i pooling-strategier (begge inngår alltid i separating). Se side 113 i eksamensnotatene.
- Requirementsene i dette spillet blir at 1) mottaker på ha beliefs om hvilke type som sender meldinger, mottaker må maksimere forventet nytte gitt disse meldingene, og belief om node kommer fra Bayes' regel og senders strategi (altså beliefs + innstramming med pooled/separating).
- Job-market signaling: kritisk antakelse er at low-ability workers har det mer kostbart å signalisere enn high-ability workers.
- "Hybrid Equilibria. There is also a class of hybrid equilibria in which one or both types randomize. For instance, here is one in which the low type chooses 0 while the high type randomizes between 0 (with probability q) and some e with probability $1-q$."
- I en pooling strategy kan mottaker ikke skille types men i en separating strategy kan mottaker det.
- Cho-Kreps: "Intuitively, we can eliminate a PBE if there is a type of player who wants to deviate even though he is not sure what the beliefs of other players are. The player is only sure that the other players will not think that he is a player who would find the deviation to be an equilibrium-dominated action." Se side 11 innlevering 2 for eksempel på Cho-Kreps.
- Backwards induction: første spiller tenker på hva som rasjonelt sett vil skje senere i spillet.
- Forward induction: andre spiller tenker hva som rasjonelt sett vil ha skjedd tidligere i spillet.

3.2 Hidden Information (Adverse Selection) – agent obtains private info *after* contract has been entered into

3.2.1 Nøkkel

$$\begin{aligned} u^H(P_H, Q_H) &\geq \bar{u} \\ u^L(P_L, Q_L) &\geq \bar{u} \end{aligned} \tag{IR}$$

$$\begin{aligned} u^H(P_H, Q_H) &\geq u^H(P_L, Q_L) \\ u^L(P_L, Q_L) &\geq u^L(P_H, Q_H) \end{aligned} \tag{IC}$$

$$WTP = \mathbb{E}[u_B(\text{type known} - u_B(\text{type unknown})] \tag{WTP for å vite type}$$

3.2.2 Oppskrift

I. Finn ut hvem som må binde ut fra first-best. Ved å tegne opp matrise med kontrakter på én akse og nyttefunksjonene, ser vi umiddelbart IC-bruddet og kan forklare hva som binder IR (har alltid vært den andre personen så langt).

II. Fjern variabler gjennom substitusjon (for eksempel finne et uttrykk for pris slik at de kan elimineres og bare ha q igjen).

III. Løs det mindre problemet *uten* restriksjoner og se om restriksjonene blir overholdt (det har de alltid blitt) – skulle de ikke det, kjør omvendt relaksering (altså legg på den restriksjonen som ikke ble overholdt).

IV. Sammenligne med first-best for distortion av den variabelen som ikke er pris.

- For eksempel sier vi at low type har **downward** distortion fordi low type oppnår **lavere nytte** for alle sannsynligheter under second-best enn under first-best.
- God idé å tegne first- og second-best sammen for hver variabel. Som bonus, tegn nyttefunksjonene også.

3.2.3 Momenter

- Hidden information/adverse selection: 1) info asymmetry, 2) one move by each player, 3) *uninformed* moves first.
- The screening problem is the problem of designing an optimal incentive contract.
- Nøkkel ved first-best: kan ta én optimering per type. Dette er det absolutt optimale den "uinformerte" kan oppnå fordi den nå har full informasjon.
- Insentivkompatibel betyr at hver type foretrekker kontrakten som er tilpasset deres type.
- For å se utledning av WTP for å vite type, se s. 123 i eksamensnotatene.
- I diskusjonsoppgaver bør diskutere beliefs og parameterne som varierer for høy og low type.
- First-best er tilfellet hvor man kan observere type, imens second-best er tilfellet hvor man ikke gjør det.
- Laffont: employers should take on all the risk and fully insure employees because the former is risk-seeking and can best absorb the risk of the latter, risk-averse group.
- It's presumed that each party knows exactly the intentions of the other contracting points.
- Most incentive problems combine some of both information problems: hidden information and hidden action.
- The Revelation Principle: to determine optimal contracts under asymmetric information, it suffices to consider only one contract for each type of information that the informed party might have, but to make sure that each type has an incentive to select only the contract that is destined to him/her.
- Bør finne ut først om efficient eller inefficient type har insentiv til å mimicke.
- Se side 123 om WTP for å vite type.
- Bør diskutere $\lambda, \theta_H,$ og θ_L-effektene.

3.3 Hidden Action (Moral Hazard) – agent has private info *before* contract is entered into

3.3.1 Nøkkel

$$\begin{pmatrix} p \\ 1-p \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u(w_H) \\ u(w_L) \end{pmatrix} - c \geq \bar{u} \tag{IR}$$

$$\begin{pmatrix} p \\ 1-p \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u(w_H) \\ u(w_L) \end{pmatrix} - c \geq u(w_L) \tag{IC}$$

3.3.2 Momenter

- Agent is asked to choose from a menu of action-reward pairs.
- Insurers deal with moral hazard by charging proportionally more for greater coverage.
- Employers typically respond to moral hazard by rewarding good performance and punishing poor.
- IC: det må være rasjonelt for mottaker å ville gjøre det prinsipalen ønsker. Ulempen er at prinsipal ikke kan observere om personen unnlot å gjøre handlingen eller var uheldig og han belønner ut fra det som er observerbart – resultat. Så IR sier at forventet nytte av utfallene minus kostnaden for å yte høy innsats må være større enn nytten som oppnås av ikke å yte høy innsats.
- IR: forventet nytte av å gjøre det prinsipalen ønsker må være større enn nytten av alternativkostnaden $\bar{u}$ (reservation utility)
- Under moral hazard, the principal induces high effort from the agent less often compared to the first-best case.
- Den andre rollen til kontrakter er risikodeling. Kan tegnes med en Edgeworth-boks med initiell risiko og fullt fordelt risiko med hvert utfall på hver side. Bedrift har en rett indifferenslinje siden de er risikonøytrale og person har vanlig indiff.-form pga risikoaversjon. Som i Edgeworth-bokser ellers, for en kontrakt å være optimal må indifferenskurvene til personene være tangente. Så fra et risikoperspektiv finner man at belønning i bra og dårlig

utfall må være de samme siden leder bør ta all risiko. Med andre ord sier Borch-regelen at den optimale kontrakten er å gi full forsikring (fastlønn)

- Optimeringsproblemet under moral hazard er veldig likt.
  - First-best: to variabler, high og low wages for eksempel, maksimerer prinsipalens forventede nytte gitt IR. FOC gir oss at tilbudt lønn må være det samme (fullt forsikret)
  - Second-best: to variabler, high og low wages for eksempel, maksimerer prinsipalens forventede nytte gitt IR og IC. Har vi slack i IR, er forventet lønn for høy. Har vi slack i IC, gis det mer insentiver enn nødvendig – hvilket er kostbart fordi prinsipalen gir vekk risikopremie. Det er derfor en trade-of mellom å indusere høy innsats og å gi forsikring til agenten. I lønnscaset vil vi få at høy second-best-lønn er høyere enn first-best-lønn som igjen er høyere enn lav second-best-lønn.
- Så innsikt: belønn god prestasjon og straff dårlig, men gapet må ikke være for stort på grunn av forsikring.
- CK ber oss om å forklare med ord hvorfor restriksjoner binder eller ikke.
- Merk at IR og IC her brukes vil prinsipalen vil indusere høy innsats.
- Forskjellen fra screening er at agenten er ikke en av to typer men er én type som gjør ett av to *valg*. Vi har en IR- og en IC-restriksjon per type person: siden vi i screening har to type agenter, trenger vi fire restriksjoner totalt. Men siden vi i moral hazard har én type agent som kun gjør et valg, trenger vi bare to restriksjoner totalt.
- a good answer should draw a figure and point out the trade-off of the principal: reduced quality offered to low buyer to reduce information rent obtained by high-valuation buyer.