Práctico 1 – año 2020

Primera Parte: Ejercicios para contar

Ejercicio 1.1

Usando cinco letras diferentes de la palabra MURCIELAGO, se forman palabras (que pueden carecer de sentido pero se cuentan como tales), en el ejercicio se trabajara en esas condiciones.

a) ¿Cuántas palabras se pueden formar?

b) ¿Cuántas palabras que comiencen con M se pueden formar?

c) ¿Cuántas palabras que no contengan la letra M se pueden formar?

d) ¿Cuántas palabras que contengan la letra M se pueden formar? (Hacerlo de dos formas).

e) ¿Cuántas palabras que contengan la sílaba MU se pueden formar?

f) ¿Cuántas palabras que contengan juntas las letras M y U se pueden formar?

g) ¿Cuántas palabras que contengan las letras M y U se pueden formar?

h) Si se ordenaran alfabéticamente todas las palabras que son posibles formar, ¿qué lugar ocupará la palabra LARGO?

Ejercicio 1.2

a) Con las cifras 2, 3, 5, 7 se forman números de tres cifras diferentes.

i. ¿Cuántos números diferentes se pueden formar?

ii. ¿Cuántos números pares se pueden formar?

iii. ¿Cuántos números impares se pueden formar?

b) Reiterar las tres partes de a), pero admitiendo que los números se pueden formar con cifras repetidas.

c) Con las mismas cifras se forman todos los productos de tres factores diferentes.

i. ¿Cuántos productos se pueden formar?

ii. ¿Cuántos productos impares se pueden formar?

iii. ¿Cuántos productos pares se pueden formar?

d) Reiterar las tres partes de c), pero admitiendo que en los productos pueden aparecer factores repetidos.

e) Hacer las partes i. de a) y de c) pero usando las cifras 0, 2, 3, 5, 7 (consideremos que un número de tres cifras que comience con 0 es de dos cifras).

Ejercicio 1.3

a) Una clase consta de 12 alumnas y 8 alumnos y deben formar una comisión de tres delegados (sin distinción entre los mismos).

i. ¿Cuántas comisiones diferentes se pueden formar?

ii. ¿Cuántas comisiones formada por tres alumnas se pueden formar?

iii. ¿Cuántas comisiones que tengan por lo menos un alumno se pueden formar? (hacerlo de dos formas).

iv. Si en la clase hay dos alumnos que por problemas personales entre ellos no pueden integrar en forma conjunta la comisión, ¿cuántas comisiones diferentes se pueden formar, con la condición señalada?

b) Reiterar las partes anteriores, pero teniendo como condición que en la comisión hay un primer, un segundo y un tercer delegado (se considera que dos comisiones con los mismos integrantes en cargos diferentes, son diferentes).

Segunda Parte: Espacios muestrales y sucesos

Ejercicio 1.4

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento. Expresar las siguientes proposiciones verbales en notación de conjuntos:

a) Ocurren A y B. b) Ocurren A o B. c) Ocurren A o B , pero no ambos simultáneamente.

d) Ocurre A pero no ocurre B. e) No ocurren ni A ni B. f) No ocurre B.

Ejercicio 1.5

Sean A, B y C tres sucesos asociados a un mismo experimento. Expresar las siguientes proposiciones verbales en notación de conjuntos:

a) Al menos uno de los tres sucesos ocurre. b) Exactamente uno de los tres sucesos ocurre.

c) Exactamente dos de los sucesos ocurren. d) No ocurren más de dos sucesos.

e) No ocurren ninguno de los tres sucesos.

Ejercicio 1.6

Se lanza cuatro veces una moneda y se anotan los respectivos resultados: cara (C) o número (N).

a) Describir el espacio muestral. (Se sugiere usar un diagrama de árbol)

b) Expresar por extensión los siguientes sucesos:

i. Ninguno de los resultados fue cara.

ii. Por lo menos uno de los resultados fue cara.

iii. Dos exactamente de los resultados fueron cara.

iv. La cantidad de resultados cara fue mayor que la cantidad de resultados números.

Ejercicio 1.7

Se lanzan dos dados de distinto color y se anotan sus resultados como una pareja ordenada.
Describir el espacio muestral, como una tabla de doble entrada.
Expresar utilizando notación de comprensión y en forma verbal, los siguientes sucesos:

$$A=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\} \qquad B=\{(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$$
$$C=\{(4,6),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\}$$

Ejercicio 1.8

Se considera el experimento que consiste en lanzar dos dados y una moneda equilibrados.

a) Construir un espacio muestral para el experimento.

b) Se consideran los siguientes sucesos.

$A=\{\textit{La moneda resulto cara}\}$

$B=\{\textit{La suma de los resultados de los dados es mayor o igual que cinco}\}$

$C=\{\textit{La moneda resulto número y la suma de los dados es menor que cinco}\}$

i. Expresar A, B y C por extensión.

ii. Expresar C usando operaciones entre los sucesos A y B.

Tercera Parte: Función probabilidad, propiedades, definición clásica de probabilidad y cálculo de probabilidades

Ejercicio 1.9

Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento, probar que:

a) Demostrar que $p(A^C)=1-p(A)$

b) Demostrar que $p(A-B)=p(A)-p(A\cap B)$

c) Si $A\subset B \Rightarrow p(A)\leq p(B)$.

d) $p(A\cap B)\leq p(A)$ y $p(A\cap B)\leq p(B)$.

e) $p(A)\leq p(A\cup B)$ y $p(B)\leq p(A\cup B)$

f) $p((A\cap B^C)\cup(A^C\cap B))=p(A)+p(B)-2p(A\cap B)$

Ejercicio 1.11

Sean A y B dos sucesos que cumplen: $p(A^C) = 0.75$, $p(B) = 0.45$ y $p(A - B) = 0.10$
Hallar:

a) $p(A \cap B)$ b) $p(A \cup B)$ c) $p(A^C \cap B^C)$ d) $p(A^C \cup B^C)$

Ejercicio 1.12

Sean *A* y *B* dos sucesos o eventos tales que p(A) =3/8 p(B)=1/2 y $p(A \cap B) = 1/4$

Hallar

a) $p(A^C)$ y $p(B^C)$
b) $p(A \cup B)$
c) $p(A^C \cap B^C)$
d) $p(A^C \cap B)$ y $p(A \cap B^C)$

Ejercicio 1.13

a) En una carrera de caballos participan tres competidores que denominaremos A, B y C. Se sabe que las posibilidad de que gane A es el doble que la de que gane B, la posibilidad de que gane C es la mitad de la que gane B. Hallar la probabilidad de ganar de cada competidor.

b) Si en la carrera de la parte anterior, participa un cuarto competidor D, con posibilidad de ganar del 30% y los restantes competidores mantienen la misma relación entre ellos, hallar la probabilidad de ganar de cada uno de los tres primeros competidores.

Ejercicio 1.14

Se lanza tres veces una moneda equilibrada.

a) Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:
   i. Salga tres cara.
   ii. Salga una cara y dos números.
   iii. Salga dos caras y un número.
   iv. Salgan tres números.

b) Verificar que la suma de todas las probabilidades halladas es uno, interpretar este resultado.

Ejercicio 1.15

Se lanzan dos dados equilibrados.

a) Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos.
   i. La suma de los resultados obtenidos sea siete.
   ii. La suma de los resultados obtenidos sea mayor que siete.

iii. La suma de los resultados obtenidos sea menor que siete.

b) Verificar que la suma de todas las probabilidades halladas es uno, interpretar este resultado.

Ejercicio 1.16

De un mazo de 48 cartas españolas se extraen en forma conjunta dos cartas.

a) Hallar el cardinal del espacio muestral.

b) Sean los sucesos: $A = \{Se\ extraen\ dos\ reyes\}$, $B = \{Se\ extraen\ un\ oro\ y\ una\ copa\}$

i. Hallar $p(A)$
ii. Hallar $p(B)$.
iii. Hallar $p(A \cap B)$.
iv. Hallar $p(A \cup B)$, hacerlo de dos formas, usando la definición y usando propiedades de la función probabilidad.
v. Hallar $p(A^C)$ usando la definición clásica y verificar el resultado usando propiedades, de la función probabilidad.

Ejercicio 1.17

En una urna se colocan 6 bolas blancas, 4 azules y dos rojas , se extraen en forma conjunta tres de ellas.

a) Hallar el cardinal del espacio muestral.

b) Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos.

i. $A = \{Las\ tres\ bolas\ son\ de\ igual\ color\}$

ii. $B = \{Las\ bolas\ son\ de\ más\ de\ un\ color\}$

iii. $C = \{No\ hay\ bolas\ rojas\}$

iv. $D = \{Por\ lo\ menos\ hay\ una\ bola\ roja\}$

Ejercicio 1.18

Los empleados de una empresa se distribuyen en tres secciones: administración, operación de planta, venta comercial, como se indica en la siguiente tabla:

	Mujer	*Hombre*	*Total*
administación	20	30	50
operación de planta	60	140	200
ventas	100	50	150
Total	180	220	400

a) En una caja se colocan tarjetas de igual medida con los nombres de los empleados y se extrae una.

i. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

ii. ¿Cuál es la probabilidad de que trabaje en ventas?.
iii. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer o trabaje en ventas (“o” no excluyente)?.
iv. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y trabaje en ventas?.
v. Si se sabe que el empleado elegido trabaja en ventas ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

b) La empresa debe enviar a un congreso una delegación conformada por tres delegados, uno de cada sección, todos los delegados tienen la misma jerarquía.
Calcular la probabilidad de que en la terna elegida:
i. Este formada solo por mujeres.
ii. En la terna hay por lo menos un hombre.
iii. En la terna hay mayoría de hombres.

c) Si la delegación puede estar formada por empleados de cualquier sección y hay un primer, segundo y tercer delegado, reiterar las tres partes de b)

Ejercicio 1.19

En una ciudad se publican tres periódicos que denominaremos A, B y C, se sabe que:

- el 20% de la población lee A.
- el 16% de la población lee B
- el 14% de la población lee C
- el 8% lee A y B.
- el 5% lee A y C.
- el 4% lee B y C.
- el 4% lee los tres.

a) Representar los datos en un diagrama de Venn.

b) Para una persona de la ciudad elegida al azar, calcular la probabilidad de que:

i. No les ninguno de los tres periódicos.

ii. Lea uno y sólo uno de los periódicos.

iii. Lea al menos uno de los periódicos.

iv. Lea A o B .(“o” no excluyente)

v. No lea C.

Ejercicio 1.20

En una clase hay 40 alumnos de los que se sabe:

- hay 18 hombres.
- hay 4 hombres que no deben matemática ni física.

- hay 9 mujeres que no deben ni matemática ni física.
- hay 7 personas que deben matemática y física.
- hay 4 hombres que deben sólo física.
- hay 6 hombres que deben sólo matemática.
- 12 alumnos deben física.

a) Representar los datos anteriores en un diagrama de Venn, donde estén los conjuntos: Hombres (H), Matemática (M) y Física (F).

b) Si se elige al azar un alumno:

i. ¿Cuál es la probabilidad de que deba matemática?
ii. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y deba sólo una materia?
iii. ¿Cuál es la probabilidad de que deba sólo una materia?
iv. Si el alumno elegido es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que deba sólo una materia?

c) Si se deben elegir entre los alumnos una pareja de delegados de clase (sin distinción entre los mismos), hallar la probabilidad que la pareja elegida:
i. Este formada sólo por mujeres.
ii. Este formada por alumnos que no deben ninguna materia.
iii. Este formada por alumnos que deben por lo menos dos materias.

Cuarta Parte: Probabilidad condicional e independencia de sucesos

Ejercicio 1.21

Se consideran los sucesos A y B tales que: $p(A)=\frac{1}{2}$, $p(B)=\frac{1}{3}$, $p(A\cap B)=\frac{1}{4}$.
Calcular:

a) $p(A/B)$ b) $p(B/A)$ c) $p(A^C/B)$ d) $p(A^C/B^C)$

Ejercicio 1.22

Se consideran los sucesos A y B tales que: $p(A)=\frac{3}{8}$, $p(B)=\frac{5}{8}$ y $p(A\cup B)=\frac{3}{4}$

a) Calcular $p(A/B)$ y $p(B/A)$.

b) Indicar si los sucesos A y B son independientes o no.

Ejercicio 1.23

Se consideran los sucesos A y B independientes tales que : $p(A)=\frac{1}{4}$, $p(A\cup B)=\frac{1}{3}$.
Calcular $p(B)$.

Ejercicio 1.24

En un centro de estudios los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. El 90% de los alumnos elige inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos, mientras que, de los que estudian francés el 40% son chicos. Se elige aleatoriamente un alumno, ¿cuál es la probabilidad de que el alumno elegido sea una chica?

Ejercicio 1.25

Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se colocan dos del otro color. A continuación se extrae una segunda bola. Se pide calcular la probabilidad de que:

a) La segunda bola sea verde.

b) Ambas bolas sean del mismo color.

Ejercicio 1.26

En una ciudad el 40% de la población tiene cabellos castaños, el $25\ \%$ tiene los ojos castaños y el 15% tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar.

a) Si tiene los cabellos castaños ¿cuál es la probabilidad de tenga también ojos castaños?.

b) Si tiene los ojos castaños ¿cuál es la probabilidad de que no tenga los cabellos castaños?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños?.

Ejercicio 1.27

Una empresa tiene tres máquinas para producir un cierto producto, según la siguiente tabla:

	maq.A	*maq.B*	*maq.C*
% *producción*	50	35	15
% *productos defectuosos*	5	10	50

Se extrae al azar un artículo de la producción total.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que resulte defectuoso?.

b) Si el artículo es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de sea de la máquina *A*?.

Primer parcial 2/10/15

Ejercicio 1

Se consideran los sucesos A y B tales que: $p(A)=\frac{1}{2}$, $p(B)=\frac{1}{3}$, $p(A\cap B)=\frac{1}{4}$.

Calcular:

a) $p(A/B)$ b) $p(B/A)$ c) $p(A^C/B)$ d) $p(A^C/B^C)$

Ejercicio 2

Sea X una variable aleatoria que toma los valores 1, 3, 5 y 7.

Se sabe que:

$P(X>2) = 0{,}90$

$P(X<6) = 0{,}90$

$E(X) = 4$

a) ¿Es una variable discreta? Justificar.
b) Hallar y graficar su función de probabilidad.
c) Calcular $P (X > 4 / X >3)$

Ejercicio 3

Dos cajas contienen cada una, dos bolillas rojas y dos negras. Determine en qué caso se tiene mayor probabilidad de obtener exactamente dos bolillas rojas:

a) Sacando una bolilla de cada caja.
b) Juntando las ocho y sacando dos sin reposición.

Ejercicio 4

De una urna que contiene tres fichas rojas, dos verdes y dos negras, se extraen al azar y sin reposición dos fichas. Calcule la probabilidad de que las dos fichas sean del mismo color.