

Práctico 2

Variables aleatorias

Una variable aleatoria es una función que asigna a cada valor del espacio muestral un número real. Si el recorrido del espacio muestral es finito o infinito numerable se dice que es discreta.

Ejercicio 2.1

- a) Se considera el experimento “lanzar un dado equilibrado” y la v.a. X = “número obtenido”. Hallar el recorrido y la ley (función de probabilidad o cuantía) de X .
- b) Si ahora se lanzan dos dados y se considera X = “suma de los resultados”. Hallar el recorrido y la ley de X .
- c) Si ahora, para el mismo experimento, se considera Y = “el mayor de los resultados”. Hallar el recorrido y la ley de Y .

Ejercicio 2.2

En una síntesis química se obtienen unas formaciones cristalinas de un determinado compuesto. La síntesis produce de vez en cuando cristales con algunas impurezas. Se sabe que como media se obtiene 1 cristal con impurezas de cada 100 sintetizados. Si se obtuvieron por síntesis 70 cristales de forma independiente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener como máximo 6 cristales con impurezas?

Ejercicio 2.3

Un estudio de la flora arbustiva de cierta zona reveló que el 30% de los matorrales lo constituían jaras de la especie *Cistus ladaniferus*. ¿Cuál es la probabilidad de que en una nueva recolección en la que se tomen 50 matorrales encontremos entre 12 y 15 compuestos por esta especie?

Ejercicio 2.4

La probabilidad de que un cierto componente se desnaturalice por un choque térmico es $2/5$. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 componentes de entre 10 que constituyen el compuesto se desnaturalicen con calor? ¿Qué suposiciones es necesario hacer en base a los desarrollos teóricos vistos en clase?

Ejercicio 2.5

Al secuenciar una proteína sintetizada *in vitro* se encuentra que está compuesta por Alanina y Leucina. Sabiendo que la Alanina supone el 60% de los aminoácidos que la componen. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 4 de los 5 primeros aminoácidos de la cadena sean de Leucina?

Ejercicio 2.6

Tenemos una población de laboratorio de *Tribolium castaneum* compuesta de individuos portadores de un mutante de color, en la que los mutantes constituyen el 30% del total. Si tomamos 10 individuos de la población, ¿cuál es la probabilidad de que más de la mitad de ellos sean mutantes?

Ejercicio 2.7

En una cierta población se sabe que el 20% de la gente tiene los ojos azules. Si se elige al azar una muestra de 10 personas, hallar las probabilidades de que la muestra incluya: a) 4 b) más de 2, 3) menos de 3 personas con ojos azules.

Ejercicio 2.8

Graficar la función de probabilidad de una variable aleatoria con distribución Poisson con parámetro $\lambda = 5$.

Ejercicio 2.9

En una muestra de plancton examinado en el microscopio, las células se reparten en los rectángulos marcados en el fondo de una cubeta siguiendo una distribución de Poisson $\lambda = 5$. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar tres células en un rectángulo? ¿Cuál es la probabilidad de encontrar al menos 2 células en un rectángulo?

Ejercicio 2.10

Un minorista ha verificado que la demanda de cajones de cada semana es una variable aleatoria X con distribución de Poisson de parámetro $\mu = 2$.

Con $\mu = 2$ cajones.

El minorista produce 4 cajones por semana. Al efectuar un análisis de la actividad del negocio, se le plantean las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de vender toda la producción?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea incapaz de cumplir con un pedido por lo menos?
- c) ¿Cuántos cajones deberá producir por semana a fin de que cumpla con todos los pedidos con probabilidad mayor al 95%?

Ejercicio 2.11

En un grupo de 20 vacas hay 5 enfermas. Si tomamos una muestra de 3 vacas sin reemplazamiento y X es el número de vacas enfermas en la muestra:

- a) ¿Qué tipo de distribución tiene la variable X ?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que en la muestra sólo haya una vaca enferma?

Ejercicio 2.12

Se tira un dado hasta que salga el 4 por primera vez. Calcular la probabilidad de necesitar como mínimo 5 tiradas.

Ejercicio 2.13

Un productor tiene almacenados 9 motores, de los cuales 2 están fallados. Si vende 3 motores en forma aleatoria, ¿cuál es la probabilidad de que venda los dos fallados?.

Sea X = “cantidad de motores fallados en la venta”. Hallar el recorrido y la ley de X .

Primer Parcial – 28/4/2014

Ejercicio 1

Parte 1

Se tiene una caja con $N=100$ bolillas numeradas, de las cuales, en especial, $D=20$ son azules. Se eligen $n=7$ al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las 7 elegidas sean azules?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que de las 7 elegidas 6 sean azules?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que de las 7 elegidas 5 sean azules?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que de las 7 elegidas 4 sean azules?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que de las 7 elegidas 3 sean azules?

Parte 2

La lotería Tómbola es un juego de la Loterías y Quinielas del Uruguay. De un total de 100 números de dos cifras, se eligen 20 al azar. El apostador elige 7, y en función de los 20 números sorteados, la tabla de premios es la siguiente:

Si se acierta 3 números, gana una vez lo apostado, si se aciertan 4 números, gana 3 veces lo apostado, si acierta 5 números, gana 30 veces lo apostado, si acierta 6 números, gana 600 veces lo apostado, si acierta 7 números acierta La Tómbola ganando 12.000 veces lo apostado.

- a) Calcular la probabilidad de acertar La Tómbola.
- b) Esta lotería se sortea todos los días hábiles. Bajo el supuesto de jugar siempre a la misma combinación, estimar el número de años que deben esperarse para que por simple azar se acierte una combinación concreta.
- c) Calcular la probabilidad de obtener al menos alguna recompensa.