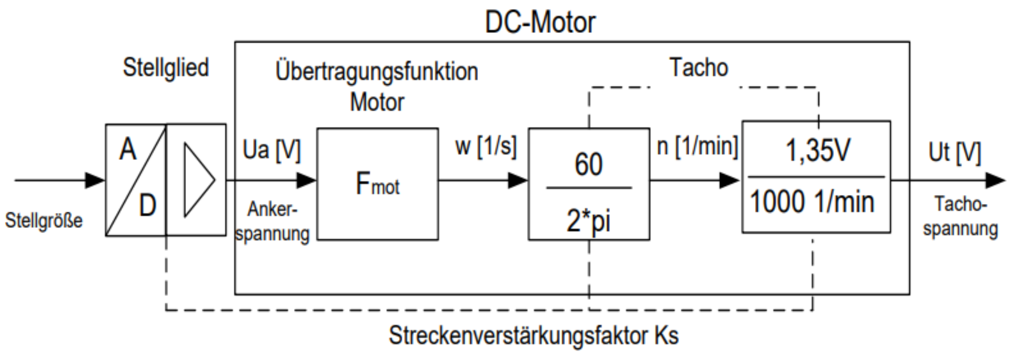
Regelungstechnik Praktikum

Autor:
Markus Goeritzer, Patrick Freidhof, Wolfgang Bischoff
???, ???, 2228538



Erstprüfer:
???

TH Aschaffenburg
university of applied sciences

TECHNISCHE HOCHSCHULE ASCHAFFENBURG

FAKULTÄT INGENIEURSWISSENSCHAFTEN

WÜRZBURGER STRASSE 45

D-63743 ASCHAFFENBURG

Inhaltsverzeichnis

Erklärung zum Praktikumsbericht

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen Hilfsmittel als die angegebenen verwendet habe. Die Stellen, die anderen Werken (gilt ebenso für Werke aus elektronischen Datenbanken oder aus dem Internet) wörtlich oder sinngemäß entnommen sind, habe ich unter Angabe der Quelle und Einhaltung der Regeln wissenschaftlichen Zitierens kenntlich gemacht. Diese Versicherung umfasst auch in der Arbeit verwendete bildliche Darstellungen, Tabellen, Kartenskizzen und gelieferte Zeichnungen.

Mir ist bewusst, dass Täuschungen nach der für mich gültigen Studien- und Prüfungsordnung / nach § 6 RaPO / § 48 BayVwVfG geahndet werden.

Die Zustimmung zur elektronischen Plagiatsprüfung wird erteilt.

Ort, Datum	Unterschrift des Verfassers / der Verfasserin

1 Einleitung

Dieser Bericht beschreibt die Durchführung des interdisziplinären Praktikums im Fach Regelungstechnik an der TH Aschaffenburg im Rahmen des Studiums der Elektro- und Informationstechnik (Berufsbegleitend) EIBB.

Aus der gegebenen Themenauswahl wurde das Thema "Reglereinstellung im Bodediagramm" eines Elektronischen Antriebs gewählt. Hierbei wird das Verhalten von Übertragungsgliedern (Regler, Steuerung in Kombination mit der Strecke) im Frequenzbereich untersucht. Dazu wird das System zunächst methodisch untersucht und dann das Eingangssignal mit dem resultierenden Ausgangssignal auch messtechnisch verglichen. Aus den gewonnenen Erkenntnissen werden Parameter für eine Regelung der Strecke abgeleitet, die ein gewünschtes Verhalten haben soll.

2 Theoretische Grundlagen

Brauchen wir dieses Kapitel?

3 Aufgaben zur Vorbereitung des Praktikum

Aufgabe 1 - Übertragungsfunktion

Gesucht ist die Übertragungsfunktion der Strecke.

Gegeben ist die Differentialgleichung der Strecke und vorläufige Parameter, die während der Vorbereitung des Praktikum zu verwenden sind und später während der Versuchsdurchführung zu bestimmen sind.

Es werden noch zusätzliche Annahmen getroffen.

Annahme 1: Frequenzgangfunktion und Übertragungsfunktion sind Synonyme. Grund: [5] Seite 10. Hinweise: "tf (...) definiert eine Übertragungs- bzw. Frequenzgangfunktion"

Annahme 2: Wir gehen davon aus, dass bei der Überführung der Differentialgleichung zur Laplace-Übertragungsfunktion, die Terme mit den Anfangswerten entfallen. Grund: [3] Seite 41. "Da man in der Regelungstechnik meist davon ausgeht, dass sich die betrachteten Systeme für $t < 0$ in Nullage befinden [...] verschwinden die Terme mit den Anfangswerten".

Zur Lösung dieser Aufgabe verwenden wir die gegebene Differentialgleichung.

$$T_1 * T_2 * \ddot{x}_a(t) + (T_1 + T_2) * \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_s * x_e(t) \tag{3.1}$$

mit den gegebenen Werten

$T_1 = 600ms; T_2 = 10ms; K_s = 0,5$

Es handelt sich hier um ein allgemeines PT_2 Glied siehe [3] Seite 68.

Die Übertragungsfunktion wird durch Gleichung 6.6 in [3] Seite 69 angegeben als

$$G(s) = \frac{K}{1 + (T_1 + T_2)s + T_1 T_2 * s^2} \tag{3.2}$$

Diese Funktion soll nun hergeleitet werden.

Da es am einfachsten erscheint dem Vorgehen aus den Übungsaufgaben zur Untersuchung des Pohl'schen Rads zu folgen, wird die Differentialgleichung zunächst in den Frequenzbereich überführt um die Übertragungsfunktion bilden zu können. Diese Übertragungsfunktion lässt sich dann außerdem auch mittels der tf() Funktion in Matlab weiterverwenden.

Der Differentiationssatz der Laplace-Transformation ([3] Seite 40) wird verwendet um die Differentialgleichung in eine Übertragungsfunktion im Frequenzbereich zu überführen.

$$T_1 * T_2 * \ddot{x}_a(t) + (T_1 + T_2) * \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_s * x_e(t) \tag{3.3}$$

$$T_1 * T_2 * (s^2 * x_a(s) - s * x(t = 0+) - x'(t = 0+)) + (T_1 + T_2) * s * (x_a(s) - x(t = 0+)) + x_a(s) = K_s * x_e(s) \tag{3.4}$$

Aufgrund der Annahme 2 entfallen die Anfangsbedingungen

$$T_1 * T_2 * s^2 * x_a(s) + (T_1 + T_2) * s * x_a(s) + x_a(s) = K_s * x_e(s) \tag{3.5}$$

$x_a(s)$ wird ausgeklammert

$$x_a(s) * (T_1 * T_2 * s^2 + (T_1 + T_2) * s + 1) = K_s * x_e(s) \tag{3.6}$$

Die Übertragungsfunktion wird durch Umformung ermittelt:

$$G(s) = \frac{x_a(s)}{x_e(s)} = \frac{K_s}{T_1 * T_2 * s^2 + (T_1 + T_2) * s + 1} \tag{3.7}$$

Die Parameter werden durch die vorgegebenen Werte ersetzt.

$$G(s) = \frac{x_a(s)}{x_e(s)} = \frac{0,5}{600 * 10 * s^2 + (600 + 10) * s + 1} = 0,5 * \frac{1}{6000 * s^2 + 610 * s + 1} \tag{3.8}$$

Aufgabe 2 - Reaktion auf Stellgrößensprung

In der zweiten Aufgabe soll ein Stellgrößensprung um 1V simuliert und die Reaktion der Strecke dokumentiert werden. Zur Simulation wird Matlab verwendet, welches die Funktion “step()” anbietet, mit der eine Sprungfunktion erzeugt wird.

Zunächst wird die Übertragungsfunktion anhand ihrer Pole, Nullstellen und dem Verstärkungswert beschrieben, da diese Angaben in Matlab verwendet werden können.

Der Nenner ist ein Polynom mit Grad 2. Um die Nullstellen zu finden wird mit 0 gleichgesetzt und die quadratische Gleichung gelöst. Mit der symbolic toolbox im Matlab:

```
syms x;
eqn = 6000*x^2 + 610*x + 1 == 0;
solve(eqn)
```

Ergibt zwei reele Nullstellen $x_1 = -\frac{1}{10}$ und $x_2 = -\frac{1}{600}$

$$G(s) = \frac{x_e(s)}{x_a(s)} = 0,5 * \frac{1}{(s + \frac{1}{10})(s + \frac{1}{600})} \tag{3.9}$$

Damit kann die Übertragungsfunktion per zpk() in Matlab eingegeben werden.

Die Übertragungsfunktion wird in Matlab eingegeben.

```
zeros = [];
poles = [-1/10 -1/600];
gain = [0.5];
sys = zpk(zeros, poles, gain, 'TimeUnit','milliseconds');

step(sys)
title('Sprungantwort der Uebertragungsfunktion')
xlabel('Time')
ylabel('Umdrehungen / Minute')
```

Es ergibt sich die Sprungantwort in 3.1:

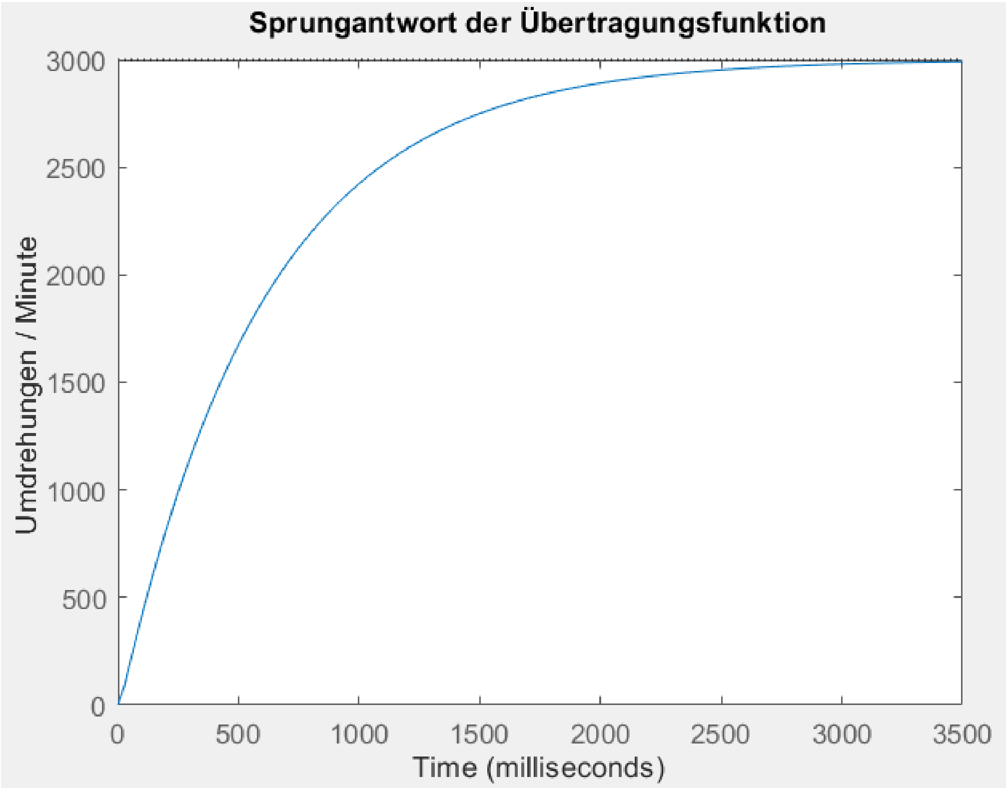


Abbildung 3.1: Sprungantwort 1V

Aufgabe 3 - Anstiegszeit

Ermitteln Sie die Anstiegszeit 10 % → 90 % des Endwerts.

Aus der Sprungantwort wird der Endwert 3000 Umdrehunge pro Minute entnommen. 10 % (300 Umdrehungen pro Minute) sind nach ca. 100 Millisekunden erreicht. 90 % (2700 Umdrehungen pro Minute) sind nach ca. 1500 Millisekunden erreicht.

Die Differenz entspricht der Anstiegszeit. Sie beträgt 1400 Millisekunden.

Aufgabe 4 - Bode-Diagramm

Zeichnen Sie das Bode-Diagramm der Strecke.

```
bode(sys)
grid on
```

Matlab wählt die auszuwertenden Frequenzen automatisch aus. Eine manuelle Erweiterung der Grenzen (bode(sys, {0.0001, 1000})) hat ergeben, dass außerhalb der von Matlab automatisch gewählten Grenzen keine signifikaten Änderungen mehr stattgefunden haben und es wurden daher die von Matlab gewählten Grenzen beibehalten.

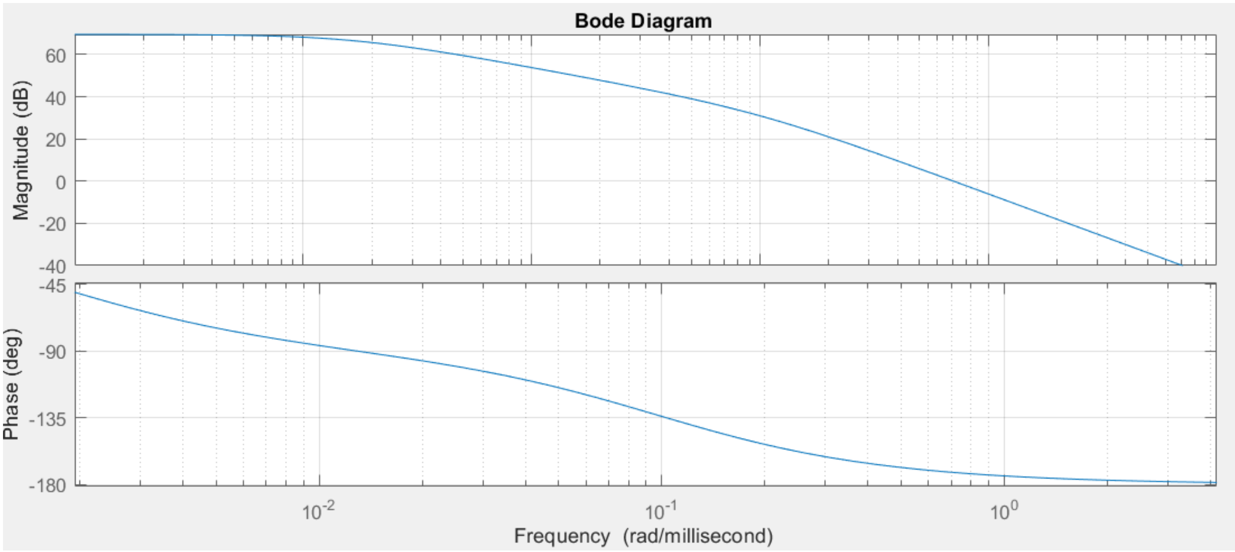


Abbildung 3.2: Bode-Diagramm

Interessant ist, dass es nicht möglich ist einen Amplitudenrand anzugeben, da die Phase nicht unter 180 Grad fällt.

Der Phasenrand lässt sich bei der Frequenz bestimmen, bei der die Verstärkung der Amplitude 0 ist. Bei dieser Frequenz beträgt der Phasenrand $-172° - -180° = 8°$

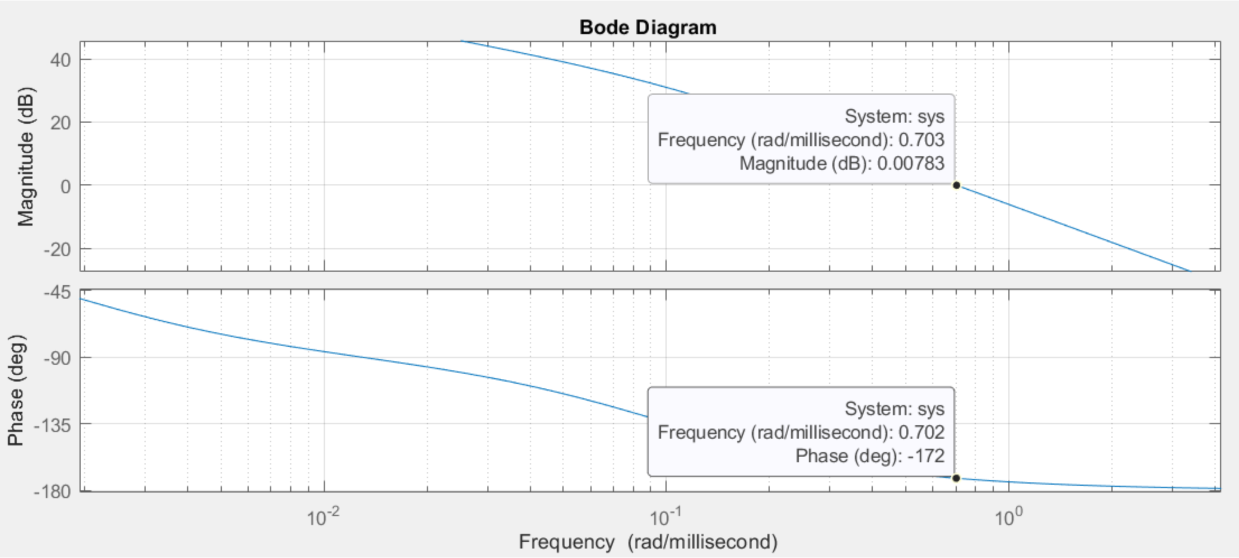


Abbildung 3.3: Phasenrand

Um das Bode-Diagramm manuell zu zeichnen beginnt man mit dem Amplitudengang. Es werden einige Frequenzen ausgewählt, da der Zeitaufwand bei der manuellen Berechnung schnell zu hoch wird. Gewählt werden die Frequenzen 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^{0} und 10^{1}

Diese Werte werden in die Übertragungsfunktion eingesetzt. Aus den Ergebnissen wird dann der Dezibel-Wert gebildet.

Frequenz	G(s)	log(G(s))	dB = 20*log(G(s))
10^{-3}	1856,44	3,269	65,37
10^{-2}	389,61	2,59	51,81
10^{-1}	24,59	1,39	27,82
10^{0}	0,45	-0.34	-6.86
10^{1}	$4.94 * 10^-3$	-2.31	-46,11

TODO: Phasengang

Aufgabe 4 - Bode-Diagramm (Alternative)

Alternativ gibt es in Matlab die Möglichkeit eine Übertragungsfunktion mit tf() direkt aus den Parametern der Polynome einzutragen.

Aus

$$G(s) = 0,5 * \frac{1}{6000 * s^2 + 610 * s + 1} \tag{3.10}$$

wird die Eingabe

```
%numerator = 25.0;
numerator = 0.5;
denominator = [6000, 610, 1];
sys = tf(numerator, denominator, 'TimeUnit', 'milliseconds')
```

```

figure
step(sys)

figure
bode(sys)
grid on
```

Damit ergeben sich die Sprungantwort (im Zeitbereich ???) und das Bode-Diagram:

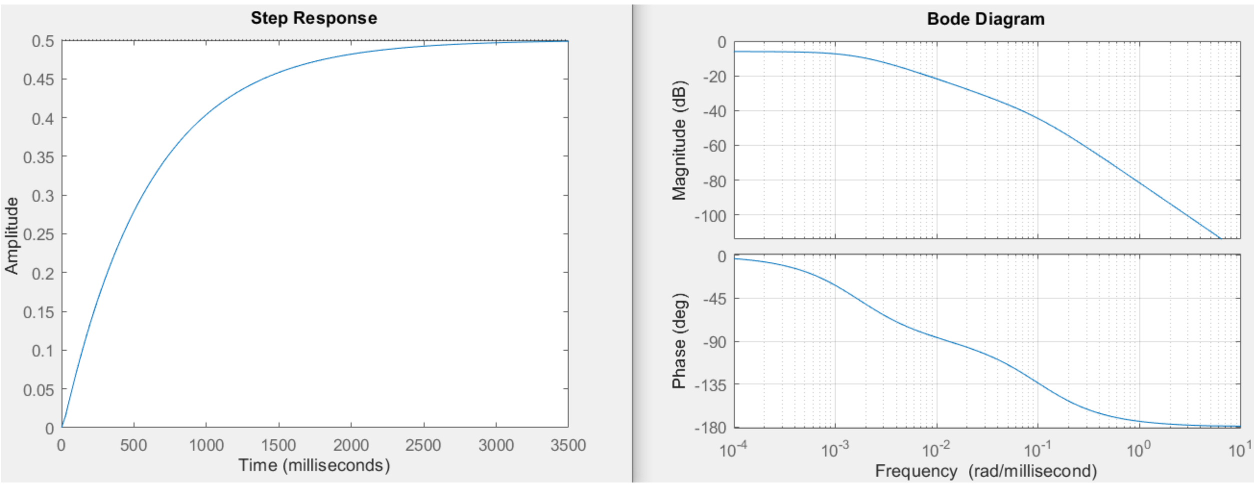


Abbildung 3.4: Alternative Möglichkeit der Sprungantwort

Mit einer Verstärkung von 25,0 ergibt sich ein Phaserand von 70 Grad.

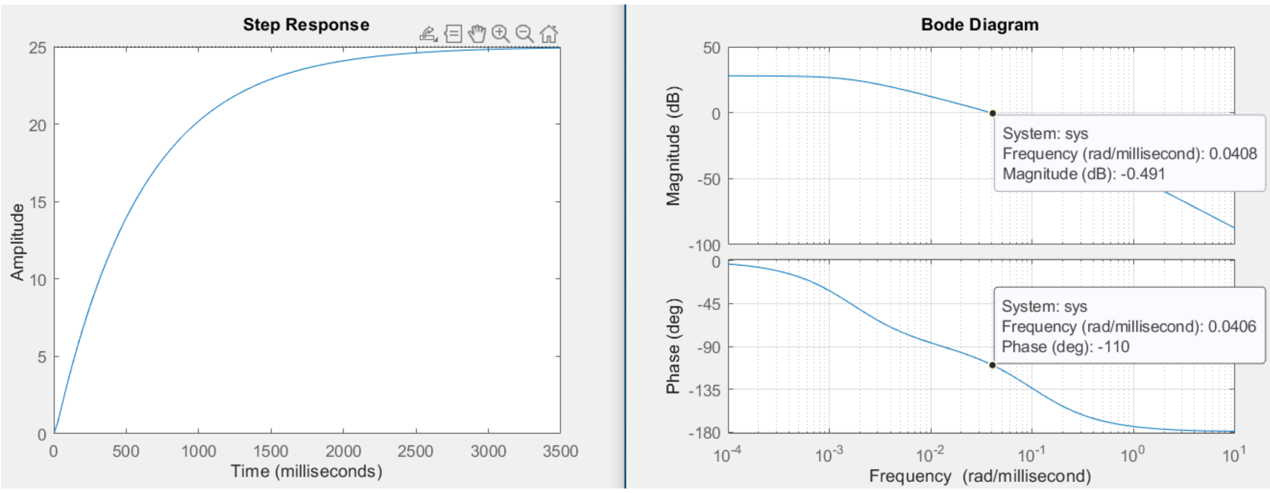


Abbildung 3.5: Alternative Möglichkeit der Sprungantwort, Phasenrand 70 Grad

Aufgabe 5 - Einstellung Phasenrand

Ein Phasenrand von 70 Grad soll eingestellt werden. Der Phasenrand wird im Phasendiagram des Bode-Diagramms an der Stelle abgelesen, an der die Amplitude den Wert 0 annimmt. Der Phasenrand wird gebildert, indem die Differenz im Phase-Diagramm zwischen dem Kurvenwert und der -180 Grad Linie gebildet wird.

Es ergibt sich aus der Rechnung $70 = x - -180 <=> x = 70 - 180 = -110$ eine Phasenverschiebung von -110 Grad.

Durch Wahl einer Verstärkung K kann die Amplituden-Linie vertikal verschoben werden ohne die Phasen-Linie zu beeinflussen. Es wird eine Verstärkung K = 0.005 gewählt.

Mit einer Verstärkung von K = 0.005 ergibt sich das Bode-Diagramm 3.6, in dem ein Phasenrand von 70 Grad erreicht ist.

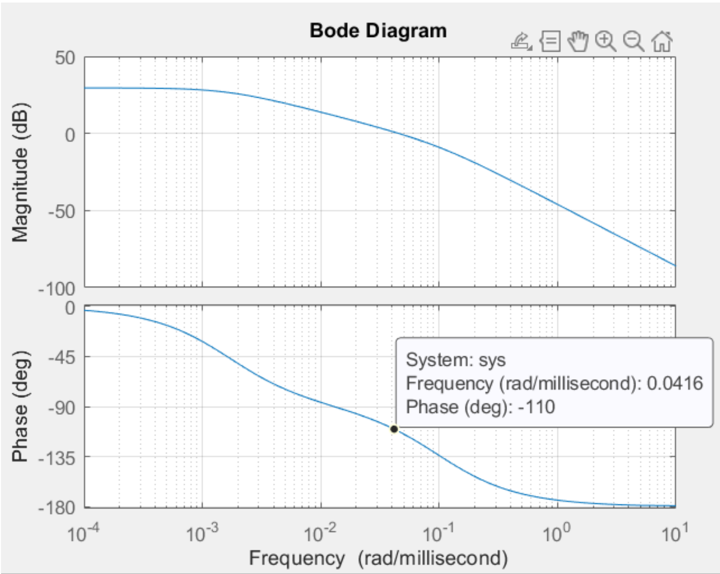


Abbildung 3.6: Phasenrand

4 Abschnitt 4.2 - Simulation des Drehzahlregelkreises

Zunächst wird erklärt, wie die Formel

$$F(j\omega) = \frac{F_r(j\omega)F_s(j\omega)}{1 + F_r(j\omega)F_s(j\omega)} \tag{4.1}$$

zustande kommt. Gegeben ist der Wirkungsplan in 4.1.

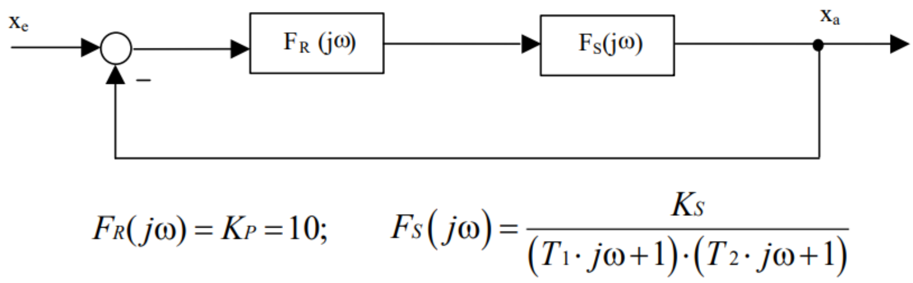


Abbildung 4.1: Phasenrand

Ein Vergleich mit [3] Seite 52 zeigt, dass es sich hier um eine Gegenkopplung handelt, da die Rückführung mit einem negative Vorzeichen an den Eingang angelegt wird.

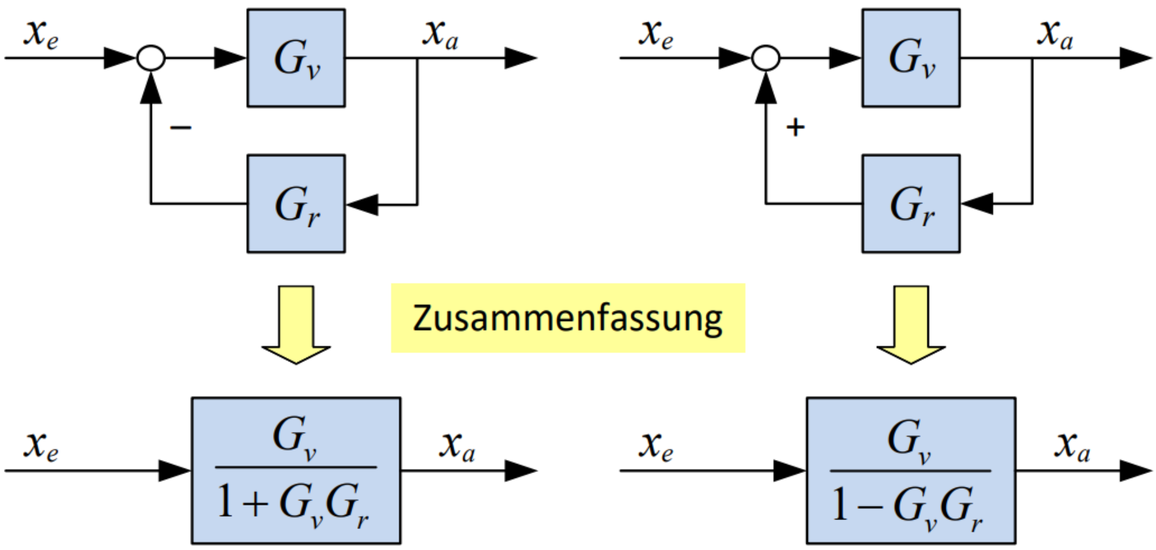


Abbildung 4.2: Phasenrand

In 4.2, welche auch [3] entnommen ist, wird eine Zusammenfassung der Gegenkopplung in einen einzigen Block angegeben. Dieser Block wird Formelmäßig durch

$$F(j\omega) = \frac{G_v(j\omega)}{1 + G_v(j\omega)G_r(j\omega)} \tag{4.2}$$

beschrieben. Um den Wirkungsplan aus der Aufgabe also mit dieser Ersatzformel in Einklang zu bringen, muss $G_r(j\omega)$ als Einheitsfunktion angenommen werden, da der Wirkungsplan keinen Block im Rückführungszweig enthält.

$$G_r(j\omega) = 1 \tag{4.3}$$

Dagegen enthält der Wirkungsplan aus dem Aufgabenblatt (s. Abbildung 4.1) jedoch zwei Blöcke im Vorwärtszweig, nämlich $F_r(j\omega)$ und $F_s(j\omega)$. Diese beiden Blöcke müssen zusammengefasst werden, damit die Formel $F(j\omega) = \frac{G_v(j\omega)}{1+G_v(j\omega)G_r(j\omega)}$ angewendet werden kann.

Die Regeln der Zusammenfassung sind in [3] definiert. Auf Seite 52 wird beschrieben, dass eine Reihenschaltung durch Multiplikation der beiden Blöcke zu einem Block zusammengefasst werden kann. Es gilt damit:

$$G_v(j\omega) = F_r(j\omega)F_s(j\omega) \tag{4.4}$$

Es folgt nun die Bestimmung des Ersatzblocks aus allen obigen Angaben. Dazu werden $G_v(j\omega)$ und $G_r(j\omega)$ eingesetzt.

$$F(j\omega) = \frac{G_v(j\omega)}{1 + G_v(j\omega)G_r(j\omega)} = \frac{F_r(j\omega)F_s(j\omega)}{1 + F_r(j\omega)F_s(j\omega) * 1} = \frac{F_r(j\omega)F_s(j\omega)}{1 + F_r(j\omega)F_s(j\omega)} \tag{4.5}$$

Es handelt sich jetzt um die zuvor gesuchte Formel aus der Versuchsanleitung.

Im folgenden wird die Funktion in eine Form gebracht, in der die Zeros und Poles, Gain abgelesen werden können um die Übertragungsfunktion in Matlab eingeben und ein Bode Diagramm zeichnen zu können.

$$G(j\omega) = \frac{F_r(j\omega)F_s(j\omega)}{1 + F_r(j\omega)F_s(j\omega)} = \frac{\frac{K_pK_s}{(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}}{1 + \frac{K_pK_s}{(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}} = \frac{\frac{K_pK_s}{(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}}{\frac{(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)+K_pK_s}{(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}} \tag{4.6}$$

Durch Ausklammer der beiden Verstärkungen K_p und K_s ergibt sich

$$G(j\omega) = \frac{K_pK_s}{(T_1j\omega + 1)(T_2j\omega + 1) + K_pK_s} = K_pK_s\frac{1}{(T_1j\omega + 1)(T_2j\omega + 1) + 1} \tag{4.7}$$

Wird der Nenner auf Nullstellen untersucht, ergeben sich die Nullstellen $-\frac{1}{10}$ und $-\frac{1}{600}$. Der Nenner wird faktorisiert in

$$G(j\omega) = K_pK_s\frac{1}{(j\omega + \frac{1}{10})(j\omega + \frac{1}{600})} \tag{4.8}$$

Es handelt sich prinzipiell um die gleiche Übertragungsfunktion wie zuvor bis auf den Unterschied, dass der proportionale P-Regler seine Verstärkung K_p beiträgt, die zum K_s multipliziert wird.

Die Sprungantwort ist:

```
zeros = [];
poles = [-1/10 -1/600];
gain = [10*0.5];
sys = zpk(zeros, poles, gain, 'TimeUnit','milliseconds');

step(sys)
title('Sprungantwort der Uebertragungsfunktion')
xlabel('Time')
ylabel('Umdrehungen / Minute')
```

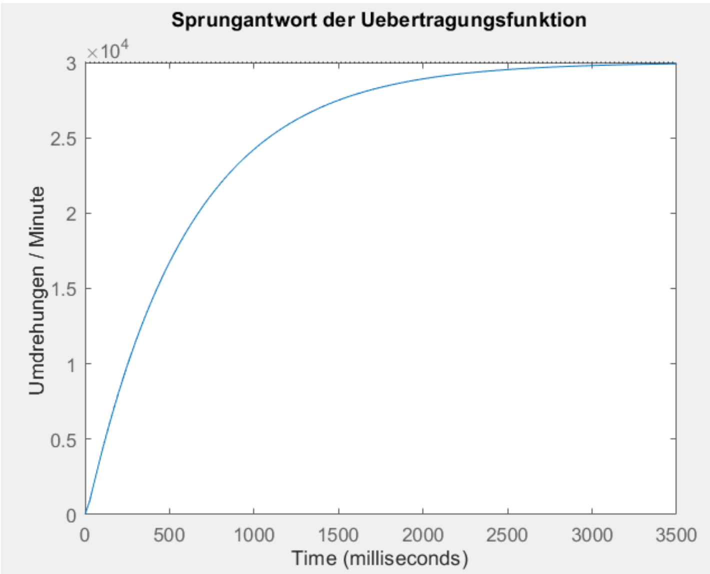


Abbildung 4.3: Phasenrand

5 Methode: Betragsoptimum

Das Betragsoptimum ist eine Methode um einen PI oder einen PID Regler einzustellen. Dabei erreicht das Betragsoptimumverfahren laut [1] ein vergleichsweiße schnelles Regelverhalten sowie gutes Führungs und Störverhalten. Das Ergebnis des Betragsoptimums ist eine Übertragungsfunktion, bei der der Betrag des Frequenzgangs des geschlossenen Kreises möglichst lange den Wert eins annimmt. $\left|G_w(j\omega)\right| \approx 1$ Daraus ergeben sich die oben genannten positiven Eigenschaften.

Laut [3] führt das Betragsoptimum zu einer hohen Bandbreite des Reglers und zu einem schnellen Einschwingverhalten und zu einer guten Dämpfung.

Das Betragsoptimum kann für PI und PID Regler eingesetzt werden und unterscheidet sich zwischen den Reglertypen. Das Betragsoptimumsverfahren kann anhand eines Bode-Diagramms ausgeführt werden oder anhand von mathematischen Berechnungen auf unterschiedlichste Art und Weiße (siehe auch [2]) und [4]. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Betragsoptimum nicht einem einfachen Kochrezept folgt, sondern auf jede Strecke und auf jeden Regler einzeln angewandt werden muss.

In diesem Abschnitt wird das Betragsoptimum für den PI-Regler angewendet und die Vorgehensweiße schließt das Ablesen von Werten aus einem Bode-Diagramm mit ein. Im speziellen wird den Vorgaben aus [3] Seite 95 ff. gefolgt. Hier wird der Fall einer dominanten Zeitkonstante T_1 und einer oder mehreren kleinen Zeitkonstanten, die zu einer Summenzeitkonstanten zusammengefasst werden $T_2, T_3, \ldots = T_\Sigma$, behandelt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Brauchen wir dieses Kapitel?

Literaturverzeichnis

[1] Philippsen, H.W.: *Einstieg in die Regelungstechnik: Vorgehensmodell für den praktischen Reglerentwurf ; mit 17 Tabellen.* Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verlag, 2004 https://books.google.de/books?id=ZSG8DINJ1FoC. – ISBN 9783446223776

[2] Pischtschan, M.: *Antriebsregelungstechnik.* https://bookdown.org/martin_pischtschan/skript_atrt1/reglereinstellung.html

[3] Prof. Dr.-Ing. Bruhm, H: *Regelungstechnik.* https://moodle.th-ab.de/pluginfile.php/305099/mod_resource/content/0/RT-Lehrbrief_2021_V1.pdf. Version: 2023

[4] Schulz, G. ; Graf, K.: *Regelungstechnik.* De Gruyter Oldenbourg, 2004 (De-Gruyter-Oldenbourg-Studium). https://books.google.de/books?id=_VfzuBute1cC. – ISBN 9783486273786

[5] TH Aschaffenburg, 2023: *Reglereinstellung im Bodediagramm - Versuchsanleitung Interdisziplinäres Praktikum.* https://moodle.th-ab.de/mod/folder/view.php?id=239859