Idée de modification

May 22, 2017

1 Exemples de règles

1.1 Les règles de structure du programe

$$\frac{}{\vdash \mathsf{Cat}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash C : \mathsf{Cat}}{\Gamma \vdash \mathsf{HomType}\ C}$$

$$\frac{\Gamma \vdash C : \mathsf{Cat}}{\Gamma \vdash \top_C : \mathsf{HomType}\ C}$$

$$\frac{}{\vdash \bot}$$

$$\frac{\Gamma \vdash C : \mathsf{Cat}}{\Gamma \vdash \mathfrak{T}_C : \top_C}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A : \mathsf{HomType}\ C \qquad \Gamma \vdash u : A \qquad \Gamma \vdash v : A}{\Gamma \vdash x \mid a \to_C b \mid u \to_C v}$$

1.2 Les règles pour les pasting schemes

Ici, $*_a$ est un raccourci pour $\top_C \mid a \to_C a$

$$\frac{\Gamma \vdash^C_{\mathsf{ps}} x : *_a}{\Gamma \vdash^c_{\mathsf{ps}}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash^C_{\mathsf{ps}} x : A}{\Gamma, y : A, f : A \mid x \to_C y \vdash^c_{\mathsf{ps}} f : A \mid x \to_C y}$$

$$\frac{}{a : \top_C, x : *_a \vdash^c_{\mathsf{ps}} x : *_a}$$

$$\frac{\Gamma \vdash^C_{\mathsf{ps}} f : A \mid x \to_C y}{\Gamma \vdash^c_{\mathsf{ps}} y : A}$$

1.3 Les règles pour les cohérences

$$\frac{\Delta \vdash C : \mathsf{Cat} \qquad \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \qquad C : \mathsf{Cat}, \Gamma \vdash A}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : A}$$

lorsque $\mathrm{FV}(A) = \{C\} \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash C : \mathsf{Cat} \qquad \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \\ C : \mathsf{Cat}, \Gamma \vdash t \to_C u : \mathsf{Type} \qquad C : \mathsf{Cat}, \partial^-(\Gamma) \vdash t \qquad C : \mathsf{Cat}, \partial^+(\Gamma) \vdash u\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : t \to_C u}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t) = \{C\} \cup \mathrm{FV}(\partial^-(\Gamma))$ et $\mathrm{FV}(u) = \{C\} \cup \mathrm{FV}(\partial^+(\Gamma))$

1.4 Les règles pour les foncteurs

$$\frac{\Delta \vdash F : C \Rightarrow D \qquad \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \qquad C : \mathsf{Cat}, D : \mathsf{Cat}, F : C \Rightarrow D, \Gamma \vdash A :}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : A}$$

lorsque $\mathrm{FV}(A) = \mathrm{FV}\, F \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash F : C \Rightarrow D \\ \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \qquad \Gamma_F, \Gamma \vdash t \to_D u \qquad \Gamma_F, \partial^-(\Gamma) \vdash t \qquad \Gamma_F, \partial^+(\Gamma) \vdash u\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : t \to_D u}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t) = \mathrm{FV}(F) \cup \mathrm{FV}(\partial^-(\Gamma))$ et $\mathrm{FV}(u) = \{C, D, F\} \cup \mathrm{FV}(\partial^+(\Gamma)$

$$\frac{\Delta \vdash F : C \Rightarrow D \qquad \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \qquad \Gamma_F, \Gamma \vdash t \to_D u \qquad \Gamma_C, \Gamma \vdash t \qquad \Gamma_D, \Gamma \vdash u}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : t \to_D u}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t) = \mathrm{FV}(C) \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$ et $\mathrm{FV}(u) = \mathrm{FV}(D) \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$

1.5 Les règles pour les transformations naturelles

$$\frac{\Delta \vdash \tau : C \Rightarrow D | F \to G \qquad \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \qquad \Gamma_\tau, \Gamma \vdash A : \mathsf{Type}\ D}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : A}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t \to^D u) = \{C, D, F, G, \tau\} \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash \tau : C \Rightarrow D | F \to G \\ \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \qquad \Gamma_\tau, \Gamma \vdash t \to^D u : \mathsf{Type}\ D \qquad \Gamma_\tau, \partial^-(\Gamma) \vdash t \qquad \Gamma_\tau, \partial^+(\Gamma) \vdash u\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : t \to^D u}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t) = \{C, D, F, G, \tau\} \cup \mathrm{FV}(\partial^-(\Gamma))$ et $\mathrm{FV}(u) = \{C, D, F, G, \tau\} \cup \mathrm{FV}(\partial^+(\Gamma))$

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash \tau : C \Rightarrow D | F \to G \qquad (x : *C) \vdash_{\mathsf{ps}}^{C} \qquad \Gamma_F, (x : *C) \vdash t \to^D u : \mathsf{Type}\ D \\ \Gamma_{\mathsf{source}(\tau)}, (x : *C) \vdash t \qquad \Gamma_{\mathsf{targ}(\tau)}, (x : *C) \vdash u\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : t \to^D u}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t) = \mathrm{FV}(\mathsf{source}(\tau)) \cup \{x\}$ et $\mathrm{FV}(u) = \mathrm{FV}(\mathsf{targ}(\tau)) \cup \{x\}$

2 Synthèse

2.1 Les règles de structure du programe

2.1.1 La catégorie des catégories

$$\frac{}{\vdash \bot}$$

$$\frac{}{\vdash \mathsf{Cat}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat}}{\vdash \mathsf{HomType}\ \mathbb{C}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat}}{\Gamma \vdash \top_{\mathbb{C}} : \mathsf{HomType}\ \mathbb{C}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat}}{\Gamma \vdash \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} : \top_{\mathbb{C}}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash t : \mathsf{HomType}\ \mathbb{C} \qquad \Gamma \vdash a : t \qquad \Gamma \vdash b : t}{\Gamma \vdash t \mid a \to b}$$

2.1.2 Les catégories

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat} \qquad \Gamma \vdash C : \top_{\mathbb{C}} \mid \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} \to \mathfrak{T}_{\mathbb{C}}}{\Gamma \vdash \mathsf{HomType}\ C}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat} \qquad \Gamma \vdash C : \top_{\mathbb{C}} \mid \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} \to \mathfrak{T}_{\mathbb{C}}}{\Gamma \vdash \top_{C} : \mathsf{HomType}\ C}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat} \qquad \Gamma \vdash C : \top_{\mathbb{C}} \mid \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} \to \mathfrak{T}_{\mathbb{C}}}{\Gamma \vdash \mathfrak{T}_{C} : \top_{C}}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\Gamma \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat} \\ \Gamma \vdash C : \top_{\mathbb{C}} \mid \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} \to \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} \qquad \Gamma \vdash t : \mathsf{HomType}\ C \qquad \Gamma \vdash a : t \qquad \Gamma \vdash b : t\end{array}}{\Gamma \vdash t \mid a \to b : \mathsf{HomType}\ C}$$

2.2 Les règles pour les cohérences/foncteurs/...

2.2.1 Les règles pour le niveau -1

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat} \\ \Delta \vdash \top_{\mathbb{C}} \mid \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} \to \mathfrak{T}_{\mathbb{C}} \qquad \Delta \vdash a : \top_{C} \qquad \Delta \vdash b : \top_{C} \qquad \Delta \vdash x : t \mid y \to z\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{Im}_{a \to b}(x) : \mathsf{transf}_{a \to b}.(t \mid y \to z)}$$

Avec $\mathsf{transf}_{a\to b}.(t \mid y \to z)$ défini par induction :

$$\begin{aligned}
&\mathsf{transf}_{a\to a}.(\top_C \mid a \to a) = (\top_C \mid a \to a)\\
&\mathsf{transf}_{a\to a}.(\top_C \mid _ \to _) = \mathsf{error}\\
&\mathsf{transf}_{a\to a}.(t \mid y \to z) = (\mathsf{transf}_{a\to a}.(t) \mid y \to z)\\
&\mathsf{transf}_{a\to b}.(\top_C \mid a \to a) = (\top_C \mid b \to b)\\
&\mathsf{transf}_{a\to b}.(\top_C \mid _ \to _) = \mathsf{error}\\
&\mathsf{transf}_{a\to b}.(t \mid y \to z) = (\mathsf{transf}_{a\to b}.(t) \mid \mathsf{Im}_{a\to b} y \to \mathsf{Im}_{a\to b} z)
\end{aligned}$$

2.2.2 Les règles pour les autres niveaux

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat}\\ \Delta \vdash C \to D : \mathsf{HomType}\ \mathbb{C} \qquad \Delta \vdash F : C \to D \qquad \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}} \qquad \Gamma_F, \Gamma \vdash A :\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : A}$$

lorsque $\mathrm{FV}(A) = \mathrm{FV}(F) \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat} \qquad \Delta \vdash C \to D : \mathsf{HomType}\ \mathbb{C} \qquad \Delta \vdash F : C \to D\\ \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}} \qquad \Gamma_F, \Gamma \vdash t \to u \qquad \Gamma_F, \partial^-(\Gamma) \vdash t \qquad \Gamma_F, \partial^+(\Gamma) \vdash u\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : t \to u}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t) = \mathrm{FV}(F) \cup \mathrm{FV}(\partial^-(\Gamma))$ et $\mathrm{FV}(u) = \mathrm{FV}(F) \cup \mathrm{FV}(\partial^+(\Gamma))$

$$\frac{\begin{array}{c}\Delta \vdash \mathbb{C} : \mathsf{Cat} \qquad \Delta \vdash C \to D : \mathsf{HomType}\ \mathbb{C}\\ \Delta \vdash F : C \to D \qquad \Gamma \vdash_{\mathsf{ps}} \qquad \Gamma_F, \Gamma \vdash t \to_D u \qquad \Gamma_C, \Gamma \vdash t \qquad \Gamma_D, \Gamma \vdash u\end{array}}{\Delta, \Gamma \vdash \mathsf{coh} : t \to_D u}$$

lorsque $\mathrm{FV}(t) = \mathrm{FV}(C) \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$ et $\mathrm{FV}(u) = \mathrm{FV}(D) \cup \mathrm{FV}(\Gamma)$