



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

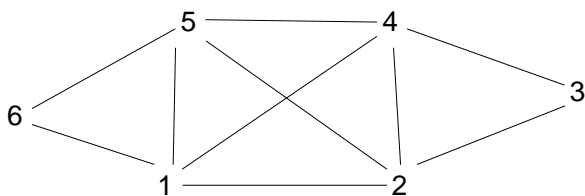
Centro de Tecnologia - CTC
Departamento de Informática – DIN

5178-31 – ALGORITMOS EM GRAFOS
BACHARELADO EM INFORMÁTICA
Prof. Rodrigo Calvo

Lista de Exercícios 4

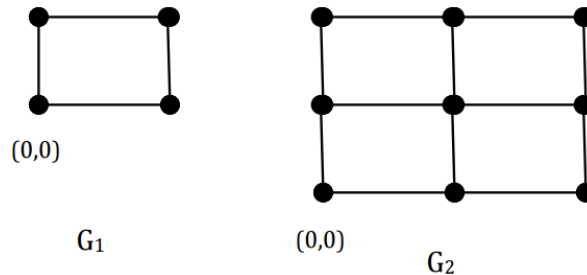
Ciclos Eulerianos

- 1) Apresente um grafo com no mínimo 5 vértices e mostre um exemplo de caminhos e ciclos eulerianos e hamiltonianos.
- 2) Sobre o problema das pontes de Königsberg:
 - a) Ele tem solução?
 - b) Qual o teorema que se reporta a esse problema?
 - c) O que teria de ser alterado no cenário de Königsberg para resolver esse problema. Apresente sugestões.
- 3) O Grafo G é planar? Por quê? Use a fórmula de Euler para calcular o número de faces de G .

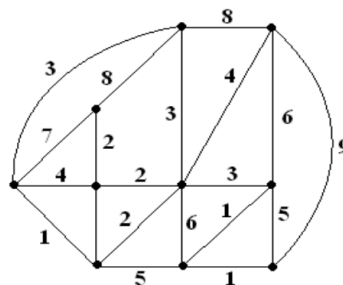


- 4) Sejam a, v inteiros positivos. Considere o grafo simples com $a + v$ vértices, sendo a deles azuis e v vermelhos, tal que existe uma aresta ligando dois vértices se e somente se eles são de cores diferentes. Para quais valores de a e v existe caminho e ciclo Euleriano neste grafo?

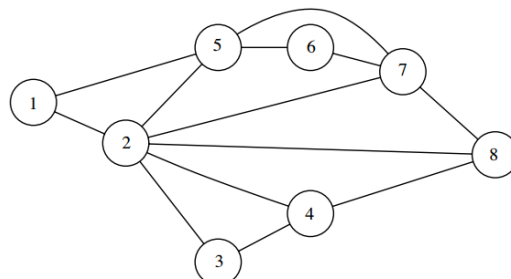
- 5) Considere uma família de grafos $G_i(V_i, A_i)$. V_i é o conjunto dos vértices de G_i definidos pelos pontos do \mathbb{R}^2 de coordenadas inteiras entre 0 e i . A_i é o conjunto das arestas de G_i de tal modo que se u é uma aresta que une os vértices P e Q de G_i então as coordenadas de P e Q diferem de uma unidade, em uma e somente uma coordenada, conforme os exemplos abaixo.



- Quantos vértices e quantas arestas possui o grafo G_5 ?
 - Generalize, em função de i o número de vértices e arestas do grafo G_i .
 - Para que valor(es) de i , G_i é um grafo euleriano? Justifique.
Quando G_i não é euleriano, quantas arestas, em função de i devo acrescentar para torná-lo euleriano?
- 6) Encontre um ciclo que passa pelo menos uma vez por cada aresta com o menor comprimento possível no grafo seguinte:



- 7) Decida se este grafo possui um ciclo euleriano ou um caminho euleriano, justificando sua resposta. Apresente o ciclo ou caminho, caso exista.



8) A matriz de adjacências A representa um grafo euleriano?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

9) Apresente um grafo que tenha um ciclo Euleriano e um ciclo Hamiltoniano mas que não sejam idênticos.

10) Suponha que, para certo grafo, é possível torná-lo desconexo retirando-lhe uma aresta. Mostre que um grafo deste tipo tem pelo menos um vértice de grau ímpar. (Mostre que tal grafo não admite um circuito de Euler).

11) Verifique se os grafos a seguir são eulerianos. Se forem, encontre a sequência de vértices que forma um ciclo euleriano utilizando o algoritmo de Hierholzer visto em sala. Mostre os passos do algoritmo.

