



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Centro de Tecnologia - CTC
Departamento de Informática – DIN

5178-31 – ALGORITMOS EM GRAFOS
BACHARELADO EM INFORMÁTICA
Prof. Rodrigo Calvo

Lista de Exercícios 7

Coloração em Grafos

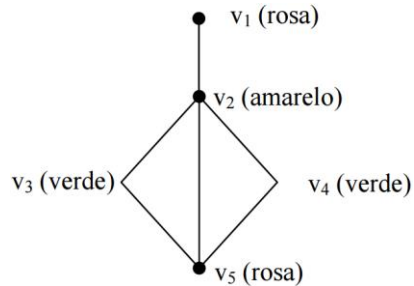
- 1) Uma indústria precisa armazenar um certo conjunto de reagentes químicos. Por razões de segurança, certos pares de reagentes não devem ficar num mesmo compartimento do armazém. Quantos compartimentos o armazém deve ter no mínimo?
- 2) Mostre que o número cromático é invariante sob isomorfismo. Em outras palavras, se G e H são grafos isomorfos então $\chi(G) = \chi(H)$.
- 3) Encontre uma coloração mínima dos vértices de um caminho. Repita com um circuito no lugar do caminho. Repita com uma grade no lugar do caminho
- 4) Encontre uma coloração mínima dos vértices do grafo de Petersen.
- 5) Encontre uma coloração mínima dos vértices do grafo G definido da seguinte maneira: comece com cinco cópias mutuamente disjuntas, digamos B_1, \dots, B_5 , de um grafo completo com 3 vértices; para cada i , acrescente arestas ligando todos os vértices de B_i a todos os de B_{i+1} ; finalmente, acrescente arestas ligando todos os vértices de B_5 a todos os de B_1 .

- 6) Seja G um grafo com pelo menos uma aresta. Prove que existe uma partição $\{A, B\}$ de V_G tal que $\chi(G[A]) + \chi(G[B]) = \chi(G)$.
- 7) Seja H um subgrafo de um grafo G . Qual a relação entre $\chi(H)$ e $\chi(G)$?
- 8) O algoritmo que descreveremos a seguir resolve o problema da coloração de vértices? Ao receber um grafo G , o algoritmo faz o seguinte: Escolhe um conjunto estável máximo, digamos X_1 , em G . Em seguida, escolhe um conjunto estável máximo X_2 em $G - X_1$. Depois, escolhe um conjunto estável máximo X_3 em $(G - X_1) - X_2$. E assim por diante, até que não haja mais vértices a escolher.
- 9) É verdade que $\chi(G) \geq \Delta(G)$ para todo grafo G ? Em outras palavras, é verdade que toda coloração dos vértices de G usa pelo menos $\Delta(G)$ cores?
- 10) Considere a relação de exames requeridos, na mesma época, pelos alunos de uma universidade:

Código Alunos	Disciplinas
1	A, B
2	A, D
3	D, E, F
4	B, C
5	A, C
6	B, F
7	C, F
8	E, G

- a) Montar o grafo para a situação descrita acima, considerando:
- i) os vértices representam as disciplinas oferecidas
 - ii) uma aresta entre duas disciplinas indica que pelo menos um aluno estará cursando as duas disciplinas
 - iii) Conclusão: elas não podem acontecer no mesmo período
- b) Definir o número de cliques do grafo
- c) Definir o CVIM (conjuntos independentes) do grafo
- d) Definir o número cromático ótimo para o grafo gerado no item 1

- 11) Considere o grafo a seguir já com sua coloração, gerando os conjuntos independentes: $\{v_1, v_5\}$, $\{v_2\}$, $\{v_3, v_4\}$. Quantas cores o grafo possui? Este valor equivale ao número cromático deste grafo? Se não, qual é o valor cromático? E como ficaria o grafo com a nova coloração?



- 12) Seja G um grafo simples com 8 vértices $A; B; \dots; H$ e arestas com "pesos" (ou "comprimentos") de acordo com a tabela abaixo (onde entradas vazias correspondem a arestas inexistentes):

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		3	5		8	1		
B	3		2				1	
C	5	2		1				2
D			1		4			
E	8			4		6		1
F	1				6		5	
G		1				5		1
H			2		1		1	

- G não é 2-colorível. Justifique.
- G é 3-colorível. Apresente uma coloração que justifique esta afirmação.
- Solucione o problema do carteiro neste grafo, isto é, encontre um caminho fechado passando por todas as arestas. Justifique os passos do seu algoritmo. Na sua resposta, cite os vértices na ordem em que aparecem no ciclo.