



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

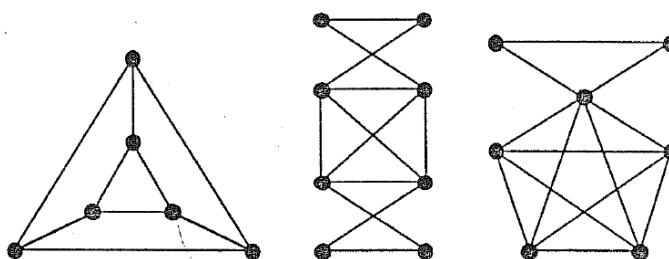
Centro de Tecnologia - CTC  
Departamento de Informática – DIN

5178-31 – ALGORITMOS EM GRAFOS  
BACHARELADO EM INFORMÁTICA  
Prof. Rodrigo Calvo

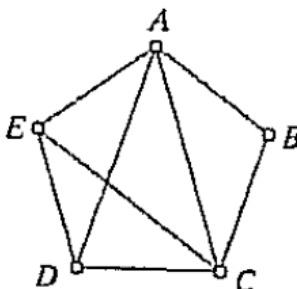
### Lista de Exercícios 5

#### Ciclos Hamiltonianos

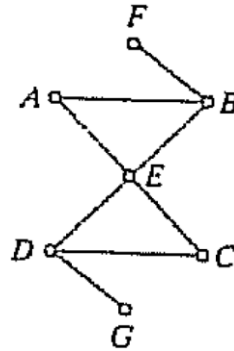
1) Indique quais dos grafos têm ciclos ou caminhos hamiltonianos.



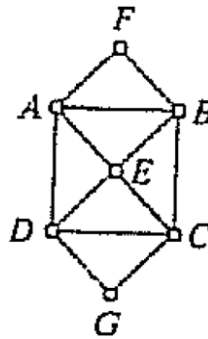
2) Faça uma lista de todos os possíveis ciclos hamiltonianos no seguinte grafo.



- 3) Explique porque o seguinte grafo não possui ciclos hamiltonianos, mas possui um caminho hamiltoniano.

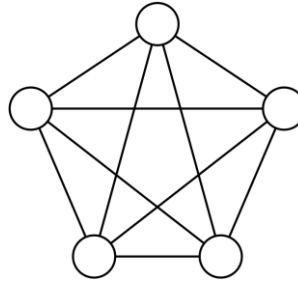


- 4) Considere o seguinte grafo.



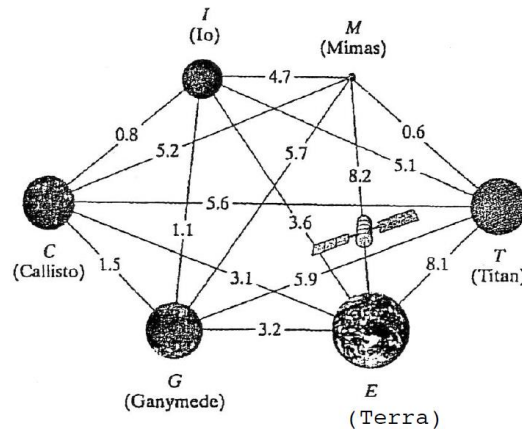
- Determine um caminho hamiltoniano de A para E.
- Determine um ciclo hamiltoniano de A terminando com a aresta (A,E).
- Determine um caminho hamiltoniano de A para C.
- Determine um caminho hamiltoniano de F para G.

- 5) Uma empresa de distribuição localizada em A tem de fazer entregas em quatro locais B, C, D e E e depois regressar a A. O seguinte grafo indica o tempo aproximado (em minutos) de viagem entre esses locais.



- Aplique o algoritmo do vizinho mais próximo, começando em A. Qual é o tempo de viagem para este percurso?
  - Aplique o algoritmo do vizinho mais próximo, começando em D. Apresente a resposta como um ciclo começando em A.
  - Suponha que a última parada antes de regressar a A tem de ser D. Determine o ciclo hamiltoniano ótimo que satisfaz esta condição. Qual é o tempo de viagem para este percurso?
  - Refça os itens a) – c) aplicando o algoritmo baseado em árvore geradora mínima. Qual é o requisito para que o grafo seja aplicável neste algoritmo? Para encontrar a solução por meio deste algoritmo, execute todos os seus passos:
    - Construção da árvore geradora mínima
    - Construção do caminho completo (ciclo) de acordo com o percurso pré-ordem na árvore
    - Redução de arestas e vértices do caminho completo para encontrar o ciclo hamiltoniano
- 6) Seja  $n$  um inteiro positivo. O  $n$ -cubo é o grafo  $Q_n$  cujos vértices são os  $n$ -uplos de 0's e 1's, estando dois tais  $n$ -uplos ligados por uma aresta se e somente se diferirem em precisamente uma das suas coordenadas.
- Represente os grafos  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$  de forma a que seja perceptível a sua designação de “cubos”.
  - Mostre que  $Q_n$  é um grafo bipartido e regular. Represente os grafos  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$  de forma a que seja perceptível que são bipartidos.
  - Mostre que  $Q_n$  é Hamiltoniano.

- 7) No ano 2020 será lançada da Terra uma expedição para explorar as luas de Júpiter e Saturno. Serão visitadas Calisto, Ganímedes, Io (luas de Júpiter), Mimas e Titã (luas de Saturno), onde serão recolhidas amostras com as quais a expedição voltará à Terra. A seguinte figura indica a duração da missão (em anos) entre cada par de luas. Como determinar um ciclo Hamiltoniano ótimo (de duração mais curta) no grafo representado? Aplique o algoritmo do vizinho mais próximo e o algoritmo baseado em árvore geradora mínima (se possível), executando todos os seus passos (veja exercício 5-d-iii).



- 8) Suponha que Seu Matias consiga expandir seus negócios aumentando o número de clientes espalhados por dez cidades. O custo das viagens entre as cidades está representado a seguir em forma de uma tabela. Sabendo que Seu Matias mora na cidade A, encontre o caminho de custo mínimo para visitar todas as cidades uma única vez, retornando para sua cidade. Aplique o algoritmo do vizinho mais próximo e o algoritmo baseado em árvore geradora mínima (se possível), executando todos os seus passos (veja exercício 5-d-iii).

|   | A   | B   | C   | D   | E   | F   | G   | H   | I   | K   |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| A | *   | 185 | 119 | 152 | 133 | 321 | 297 | 277 | 412 | 381 |
| B | 185 | *   | 121 | 150 | 200 | 404 | 458 | 492 | 379 | 427 |
| C | 119 | 121 | *   | 174 | 120 | 332 | 439 | 348 | 245 | 443 |
| D | 152 | 150 | 174 | *   | 199 | 495 | 480 | 500 | 454 | 489 |
| E | 133 | 200 | 120 | 199 | *   | 315 | 463 | 204 | 396 | 487 |
| F | 321 | 404 | 332 | 495 | 315 | *   | 356 | 211 | 369 | 222 |
| G | 297 | 458 | 439 | 480 | 463 | 356 | *   | 471 | 241 | 235 |
| H | 277 | 492 | 348 | 500 | 204 | 211 | 471 | *   | 283 | 478 |
| I | 412 | 379 | 245 | 454 | 396 | 369 | 241 | 283 | *   | 304 |
| K | 381 | 427 | 443 | 489 | 487 | 222 | 235 | 478 | 304 | *   |