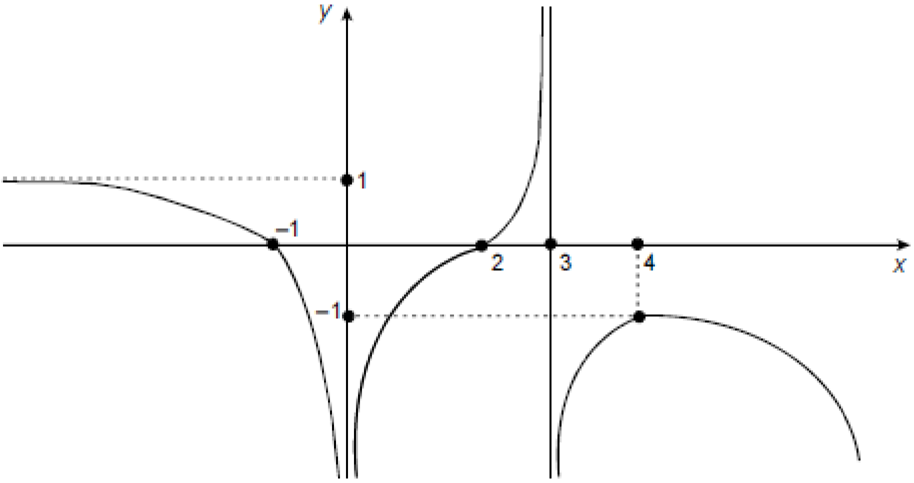
UEM – CCE - DMA
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I - Ciência da Computação
Professor: Dr.Ricardo C. de Oliveira, e-mail: rcoliveira2@uem.br

2º Lista de exercícios – Limites e Continuidade

Parte I
Resolver os seguintes exercícios do livro: Cálculo – Vol. I, James Stewart – 6º edição, Editora Thomson, 2010.
Seção 2.2: 1 até 38, 40.
Seção 2.3: 1 até 48, 52 até 56, 60, 61.
Seção 2.5: 1 até 50.
Seção 2.6: 1 até 59.

Parte II

1) Considere uma função f: $D \to R$com $D = (-\infty, 0) \cup (0, 3) \cup (3, +\infty)$ cujo gráfico é apresentado abaixo.



Tendo como base as informações contidas no enunciado e no gráfico, resolva os itens seguintes:
a) Determine, caso exista, $\lim_{x \to 0^+} f(x)$.
b) Determine, caso exista, $\lim_{x \to 0^-} f(x)$.
c) Determine, caso exista, $\lim_{x \to 3} f(x)$.
d) Determine, caso exista, $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.
e) Determine, caso exista, $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
f) Caso exista(m), a(s) assíntota(s) vertical e horizontal.

2) Dada $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ ax + b, & -2 < x < 2 \\ 2x - 6, & 2 \leq x \end{cases}$. Determine a e b para o qual $\lim_{x \to -2} f(x)$ e $\lim_{x \to 2} f(x)$.

3) Dada $f(x) = \begin{cases} 2x - a, & x < -3 \\ ax + 2b, & -3 \leq x \leq 3 \\ b - 5x, & 3 \leq x \end{cases}$. Determine a e b para o qual $\lim_{x \to -3} f(x)$ e $\lim_{x \to 3} f(x)$.

4) Calcule os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x\to 2} x =$

b) $\lim\limits_{x\to 2} x^3 =$

c) $\lim\limits_{x\to 1} 2x =$

d) $\lim\limits_{x\to 1} x^6 =$

e) $\lim\limits_{x\to 3} (x^2 - x) =$

f) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x+1}{x^2} =$

g) $\lim\limits_{x\to 2} (3x + x^2) =$

h) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 + 2x}{3x - 1} =$

i) $\lim\limits_{x\to 3} (4x^2 - 2x + 1) =$

j) $\lim\limits_{x\to 1} (2x^3 + 3x^2 - x + 3) =$

l) $\lim\limits_{x\to 1} (3x^2 - 2x - 1) =$

m) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x+1}{x^2} =$

n) $\lim\limits_{x\to 0} (4x^3 + 2x^2 + x + 2) =$

o) $\lim\limits_{x\to 1} (x^4 - x^3 + x^2 + x + 1) =$

p) $\lim\limits_{x\to -1} (-2x^2 - x + 2) =$

p) $\lim\limits_{x\to 2} (x^3 - x^2 - 3)^{10} =$

r) $\lim\limits_{x\to 1} (x + 2)^5 =$

s) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 - 1} =$

t) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 + x}{x^3 + x^2 + x + 1} =$

u) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3}{2x + 1} =$

v) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{3x^2 + x + 1}{2} =$

x) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3 + 2x^2 + 3x + 2}{2x^3 + x^2 + 2x + 4} =$

5) Calcule os seguintes limites indeterminados:

a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3} =$

b) $\lim\limits_{x\to -7} \dfrac{49 - x^2}{7 + x} =$

c) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{5 - x}{25 - x^2} =$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 + x}{x^2 - 3x} =$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{2x^2 - x} =$

f) $\lim\limits_{x\to -7} \dfrac{49 + 14x + x^2}{7 + x} =$

g) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} =$

h) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} =$

i) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2 - 7x + 12}{x - 4} =$

j) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x - 1}{x^2 - 3x + 2} =$

l) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} =$

m) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x - 2}{x^2 - 4} =$

6) Calcule os limites laterais:

a) $\lim\limits_{x\to 6^+} \dfrac{4}{x - 6} =$

b) $\lim\limits_{x\to 6^-} \dfrac{4}{x - 6} =$

c) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{3}{1 - x} =$

d) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{3}{1 - x} =$

e) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x + 5}{x} =$

f) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x + 5}{x} =$

g) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^2}{x - 1} =$

h) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^2}{x - 1} =$

i) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{-1}{x^2} =$

j) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{-1}{x^2} =$

7) Mostre que:

a) $\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{4}{x}} = e^{12}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}} = e^{2}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{e}$

d) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\frac{4x}{7}\right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{4}{7}}$

e) $\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$

f) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\frac{x}{\pi}\right)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{\pi}}$

8) Calcule os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+2}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{n}\right)^{n}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{1+x}\right)^{x}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^{x+1}$

e) $\lim\limits_{x\to\pi}(1+sen\,x)^{\frac{1}{sen\,x}}$

9) Determine o limite das funções trigonométricas, se existirem:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\cos\frac{1}{x}$

b) $\lim\limits_{\theta\to 0}\frac{\theta}{\cos\theta}$

c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{5x}$

d) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}\right)$

e) $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\operatorname{sen} x-\operatorname{sen}\pi}{x-\pi}$

f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} x(1-\cos x)}{2x^2}$

g) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(3t)}{2t}$

h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{\operatorname{sen}(3x)}$

i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}^2(x)}{x}$

j) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}^2(x)}{x}$

10) Calcule os limites abaixo:

a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\ln(2+x)}{x+1}$ (Fazer $x+1=u$)

b) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\ln(3+x)}{x+2}$ (Fazer $x+2=u$)

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^x-1}{x}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\operatorname{sen}x}-1}{\operatorname{sen}x}$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)^2}{x}$

f) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x^3}{x-1}$

g) $\lim\limits_{x\to 0} (1+\operatorname{sen}x)^{\operatorname{cossec} x}$

(Fazer sen x = u)

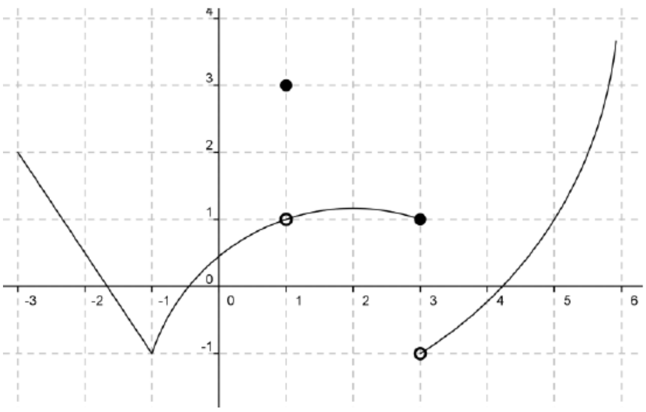
h) $\lim\limits_{x\to 4} \left(\dfrac{1+x}{5}\right)^{\frac{1}{x-4}}$

i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{10^x-1}{5^x-1}$

(dividir por *x* Num. e Den.)

j) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$

11) Considere o gráfico da função real apresentado abaixo:



a) Do gráfico de f mostrado abaixo, diga os números nos quais f é descontínua e explique por quê.
b) Para cada um dos números indicados na parte (a), determine se f é contínua à direita ou à esquerda, ou nenhum deles.

12) Esboce o gráfico de uma função que tenha descontinuidade de salto em x = 2 e um descontinuidade removível em x = 4, mas seja contínua no restante.

13) Determine a constante **a** de modo que a função seja contínua em toda a reta real.

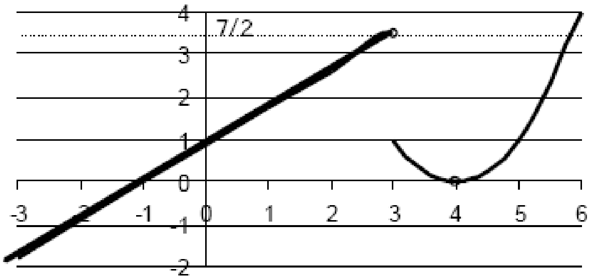
$$f(x)=\begin{cases} x^3, & x\le 2 \\ ax^2, & x>2 \end{cases}$$

14) Determine as constantes **a** e **b** de modo que a função seja contínua em toda a reta real.

$$f(x)=\begin{cases} 2, & x\le -1 \\ ax+b, & -1< x<3 \\ -2, & x\ge 3 \end{cases}$$

15) Determine k, $k \neq 0$, para que $f(x) = \begin{cases} \dfrac{tg(kx)}{x}, se\ x < 0 \\ 3x + 2k^2, se\ x \geq 0 \end{cases}$ seja contínua em x = 0.

16) Seja $f(x) = \frac{x^3-5x^2+x-5}{x^2-25}$ e g(x) a função dada pelo gráfico que segue



Sejam A um número real, tal que $A = 5\lim_{x\to 5} f(x) - 4\lim_{x\to 3^-} g(x) + \lim_{x\to 3^+} g(x)$, e $\lim_{x\to 1}\left[\dfrac{x+3x^3+5x^5+\ldots+51x^{51}}{13^{x+1}.\log_2^k}\right]=4$. Considere que $\Delta = k + A$. Determine **a** e **b** tais que a função $h(x) = \begin{cases} x+1,\ se\ 1 < x < 3 \\ x^2 + \boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}, se\ |x-\Delta| \geq 1 \end{cases}$ seja contínua em toda parte.

17) Determine os limites, caso existam. Onde for necessário elimine a indeterminação ou use limites fundamentais, ou mostre que o limite não é único neste último caso, exibindo "*amostras*" distintas de pontos.

a) $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{3x^2-5x-2}$

b) $\lim_{x\to 3}\dfrac{|3-x|}{3-x}$

c) $\lim_{x\to -1}\dfrac{x^4-1}{x^3-5x^2-6x}$

d) $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{(3x-12)^3}$

e) $\lim_{x\to -\infty}[x^5-4x^2+x-20]$

f) $\lim_{x\to +\infty}[x^5-4x^3+x-20]$

g) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{x^2-4}{3x^2+2x}$

h) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{\ln 2x}{1+\ln 3x}$

i) $\lim_{x\to 0^-}\text{sen}(\dfrac{2}{x})$

j) $\lim_{x\to +\infty}(x-2-\sqrt{x^2+4})$

k) $\lim_{x\to +\infty}[\ln(x^2-4)-\ln(x-2)]$

l) $\lim_{x\to 0^+}(1+2x)^{2/x}$

m) $\lim_{x\to 0^+}\cos(\dfrac{1}{x})$

n) $\lim_{x\to +\infty}\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$

o) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$

18) Use o limite fundamental $\lim_{x\to +\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e$ ou $\lim_{x\to -\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e$, se necessário, para determinar os limites, caso existam.

a) $\lim_{x\to +\infty}\left(1-\dfrac{5}{x}\right)^{2x}$

b) $\lim_{x\to -\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x}\right)^{-x}$

c) $\lim_{x\to 0^+}(1-2x)^{2/x}$

d) $\lim_{x\to +\infty}\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^{3x}$

19) Use os limites fundamentais $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x}=1$ e $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0$, se necessário, para determinar os limites, caso existam.

a) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} kx}{x}$, k constante

b) $\lim_{x\to 0}\frac{kx}{\operatorname{sen} bx}$, k,b constantes não nulas

c) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-\cos 3x - x\operatorname{sen}^2 kx}{x}\right)$, k constante

d) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} ax}{\operatorname{sen} bx}, a\neq 0, b\neq 0$

20) Use o resultado $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$, se necessário, para determinar os limites, caso existam.

a) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{x}$

b) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}$

c) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{x}$

d) $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+5x)}{x}$

21) Calcule:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$$