Circuitos Digitais I - 6878

Nardênio Almeida Martins

Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Informática

Bacharelado em Ciência da Computação

Aula de Hoje

Roteiro

- **Revisão**
  - Somador
- **Aritmética Computacional**
  - Subtrator
  - Detector de Validade de BCD
  - Detector de Igualdade

Revisão

Circuitos Aritméticos

Aritmética Computacional

Aritmética Computacional

Aritmética Computacional

Aritmética Computacional

<u>Circuitos Aritméticos</u>: circuitos utilizados para construir a ULA (Unidade Lógica e Aritmética)

Adição

Exemplo de adição em decimal (dígitos de 0 a 9):

$$\begin{array}{r} 3\ 7\ 6 \\ +\,4\ 6\ 1 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\ 7\ 6 \\ +\,4\ 6\ 1 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 3\ 7\ 6 \\ +\,4\ 6\ 1 \\ \hline 3\ 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 3\ 7\ 6 \\ +\,4\ 6\ 1 \\ \hline 8\ 3\ 7 \end{array}$$

Cada posição só pode representar um dígito, por isso, gera um carry (vai um)

Aritmética Computacional

Adição em Binário :

Exemplo

a) 0 + 0 = 0

b) 0 + 1 = 1

c) 1 + 0 = 1

d) 1 + 1 = 10

Cada posição só pode representar um dígito, por isso, gera um carry

C_{in}

```
  1 0 1 0 1       1 0 1 0 1       1 0 1 0 1       1 0 1 0 1       1 0 1 0 1       1 0 1 0 1
+ 0 0 1 1 1     + 0 0 1 1 1     + 0 0 1 1 1     + 0 0 1 1 1     + 0 0 1 1 1     + 0 0 1 1 1
-----------     -----------     -----------     -----------     -----------     -----------
                          0             0 0           1 0 0         1 1 0 0       1 1 1 0 0
```

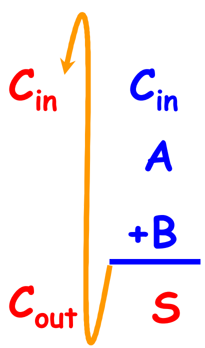
C_{out}

Soma

Aritmética Computacional

Entradas			Saídas	
A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Somador Completo



Aritmética Computacional

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Entradas: A, B, C_{in} — Saídas: S, C_{out}

$\overline{A}\,\overline{B}\,C_{in}$

$\overline{A}\,B\,\overline{C_{in}}$

$A\,\overline{B}\,\overline{C_{in}}$

$A\,B\,C_{in}$

$$S = \overline{A}\,\overline{B}\,C_{in} + \overline{A}\,B\,\overline{C_{in}} + A\,\overline{B}\,\overline{C_{in}} + A\,B\,C_{in}$$

Aritmética Computacional

Entradas			Saídas		
A	B	C_{in}	S	C_{out}	
0	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	$\overline{A}\ B\ C_{in}$
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	$A\ \overline{B}\ C_{in}$
1	1	0	0	1	$A\ B\ \overline{C_{in}}$
1	1	1	1	1	$A\ B\ C_{in}$

$$C_{out} = \overline{A}\ B\ C_{in} + A\ \overline{B}\ C_{in} + A\ B\ \overline{C_{in}} + A\ B\ C_{in}$$

Exercício

1. Simplifique as expressões de S e C_{out}
2. Desenhe o circuito para S e C_{out}

$$S = \overline{A}\ \overline{B}\ C_{in} + \overline{A}\ B\ \overline{C_{in}} + A\ \overline{B}\ \overline{C_{in}} + A\ B\ C_{in}$$

$$C_{out} = \overline{A}\ B\ C_{in} + A\ \overline{B}\ C_{in} + A\ B\ \overline{C_{in}} + A\ B\ C_{in}$$

Solução

Simplificando as expressões

$$S = \overline{A}\,\overline{B}\,C_{in} + \overline{A}\,B\,\overline{C_{in}} + A\,\overline{B}\,\overline{C_{in}} + A\,B\,C_{in}$$

$$S = \overline{A}\,(\overline{B}\,C_{in} + B\,\overline{C_{in}}) + A\,(\overline{B}\,\overline{C_{in}} + B\,C_{in}) \longleftarrow A \text{ e } \overline{A} \text{ em evidência}$$

Como $B \oplus C_{in} = \overline{B}\,C_{in} + B\,\overline{C_{in}}$ e $B \odot C_{in} = \overline{B}\,\overline{C_{in}} + B\,C_{in}$

$$S = \overline{A}\,(B \oplus C_{in}) + A\,(B \odot C_{in})$$

Fazendo $X = B \oplus C_{in}$ e $\overline{X} = B \odot C_{in}$

$$S = \overline{A}\,X + A\,\overline{X}$$

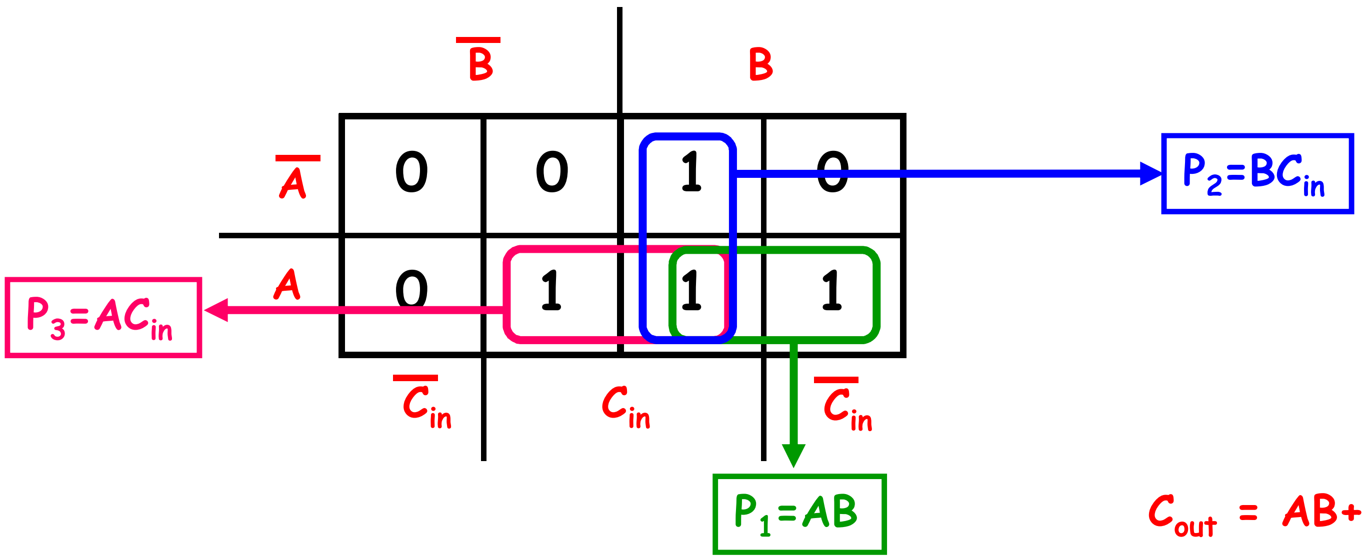
$$S = A \oplus X$$

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

Aritmética Computacional

Simplificando as expressões

$$C_{out} = \overline{A}\,B\,C_{in} + A\,\overline{B}\,C_{in} + A\,B\,\overline{C_{in}} + A\,B\,C_{in}$$



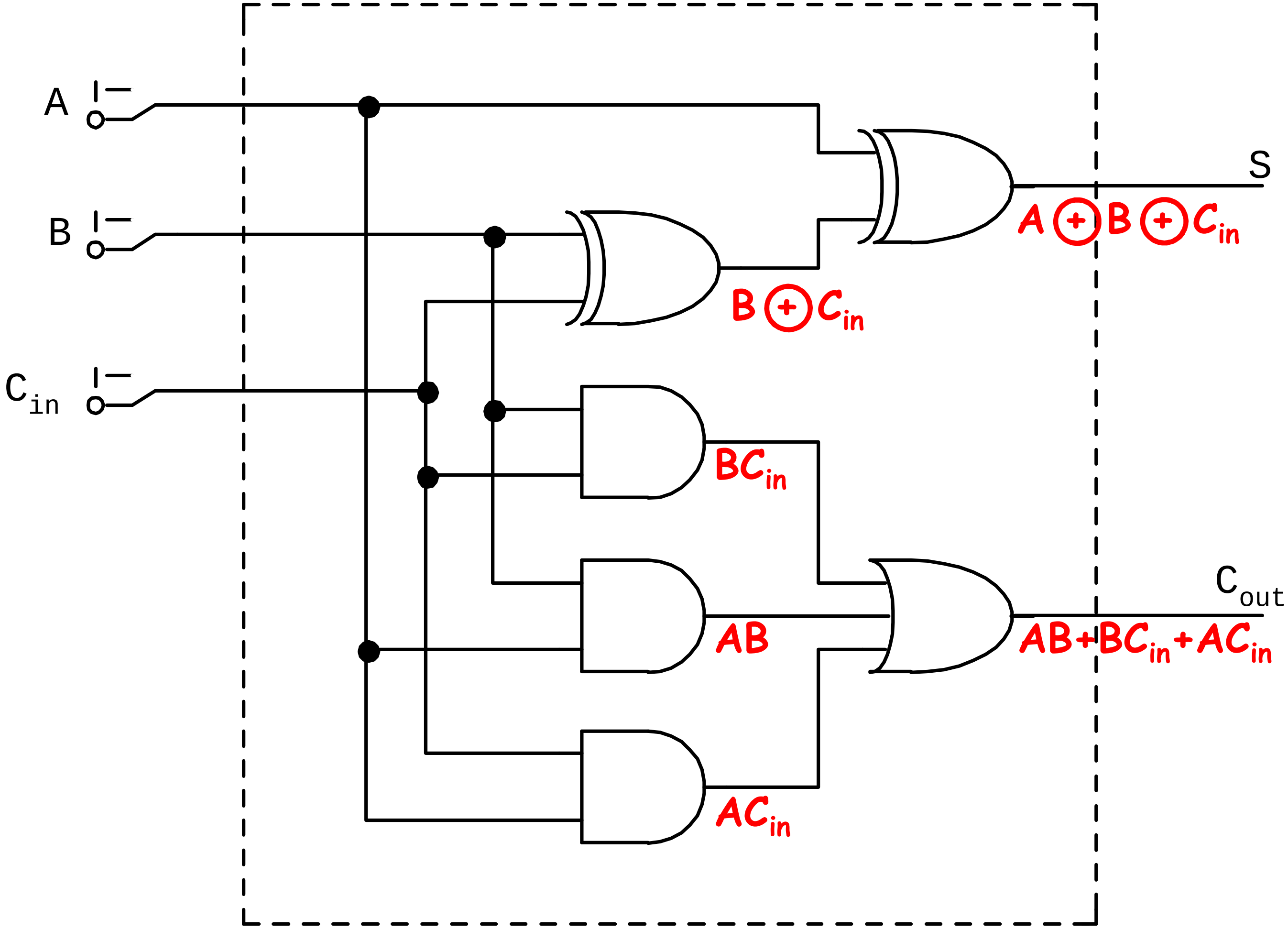
$$C_{out} = AB + BC_{in} + AC_{in}$$

Aritmética Computacional

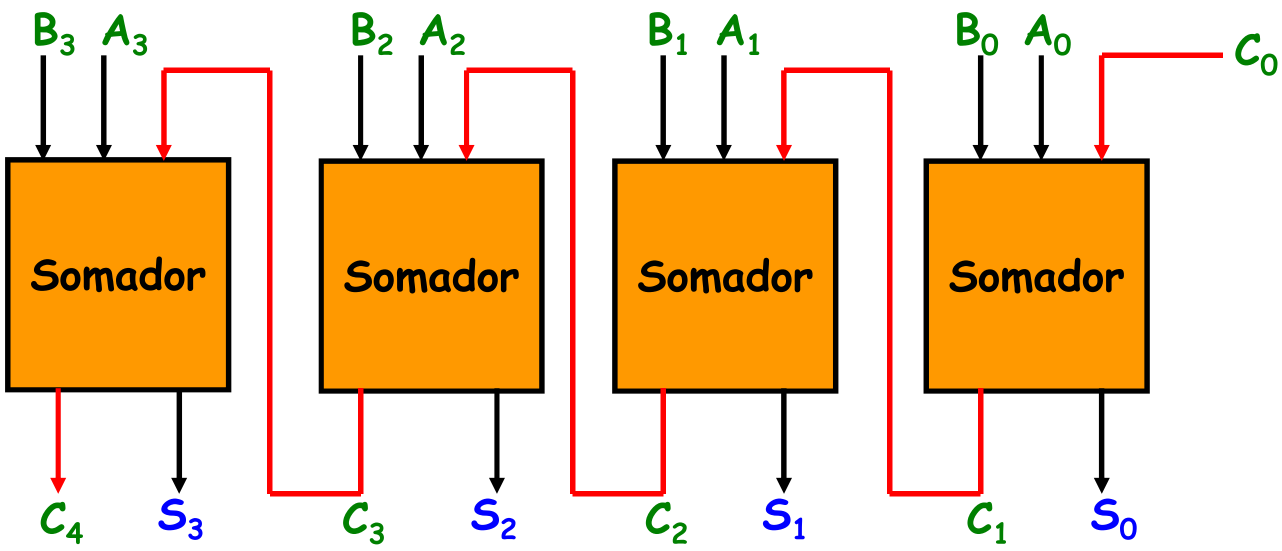
Circuito Somador Completo

$S = A \oplus B \oplus C_{in}$

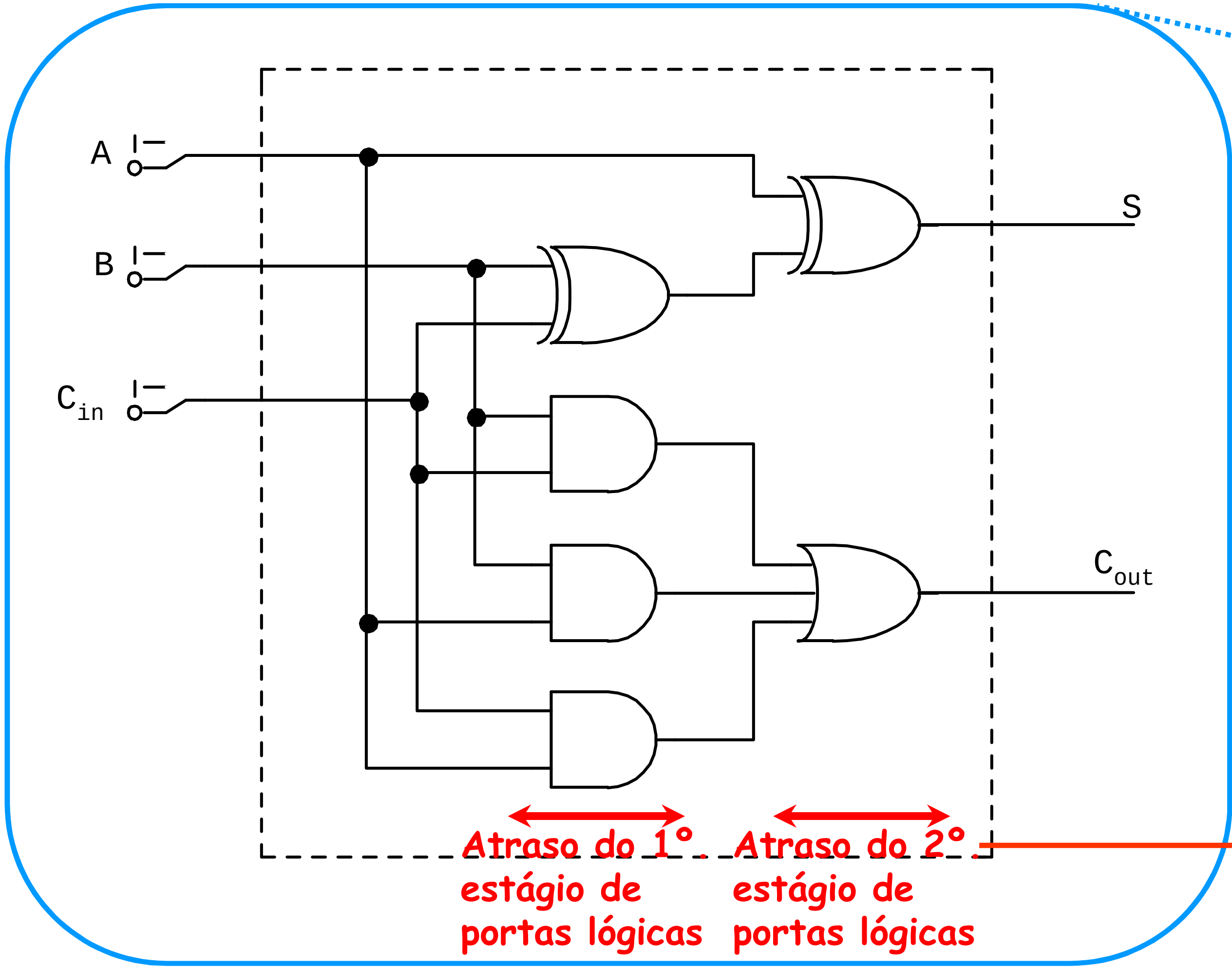
$C_{out} = AB + BC_{in} + AC_{in}$

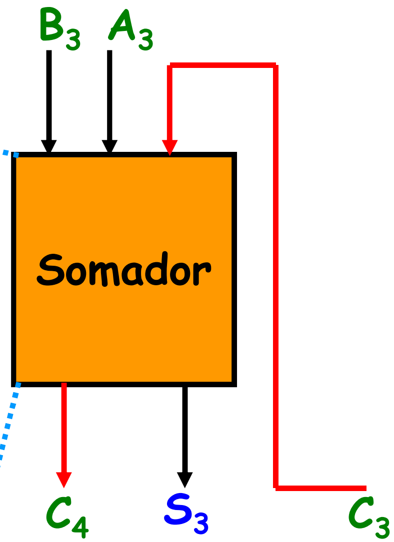


Somador de 4 bits



Somador Bit Slice

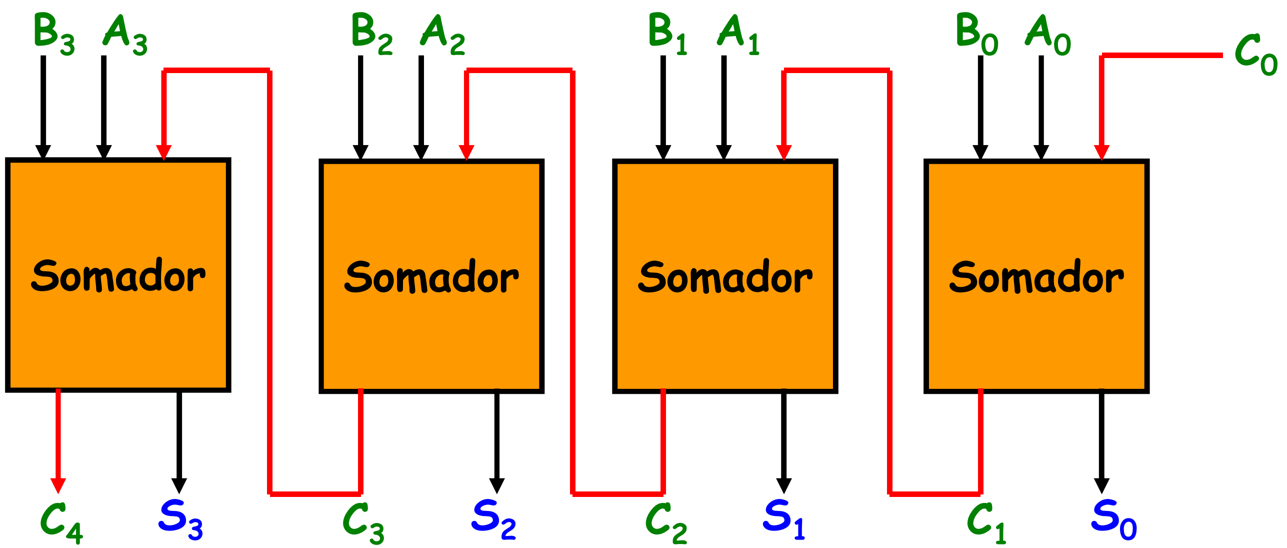




Para gerar o carry seguinte há 2 estágios de portas lógicas

Somador de 4 bits

Somador Ripple-Carry

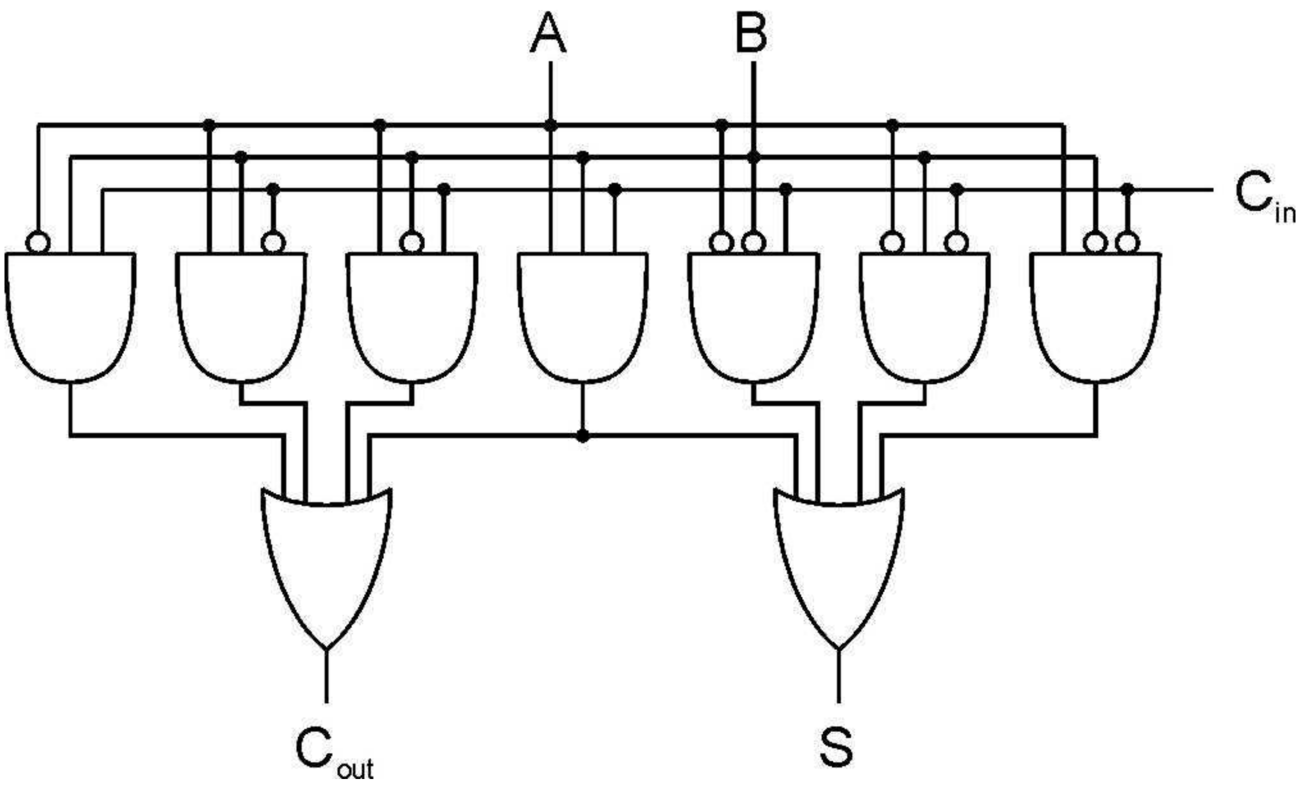


• Ripple-Carry: Ondulação ou Propagação do Carry. Carry-Out de um estágio se transforma no Carry-In do estágio seguinte.

• A_i e B_i "alimentam" os somadores em paralelo, mas o circuito deve esperar a propagação dos Carries para concluir a operação.

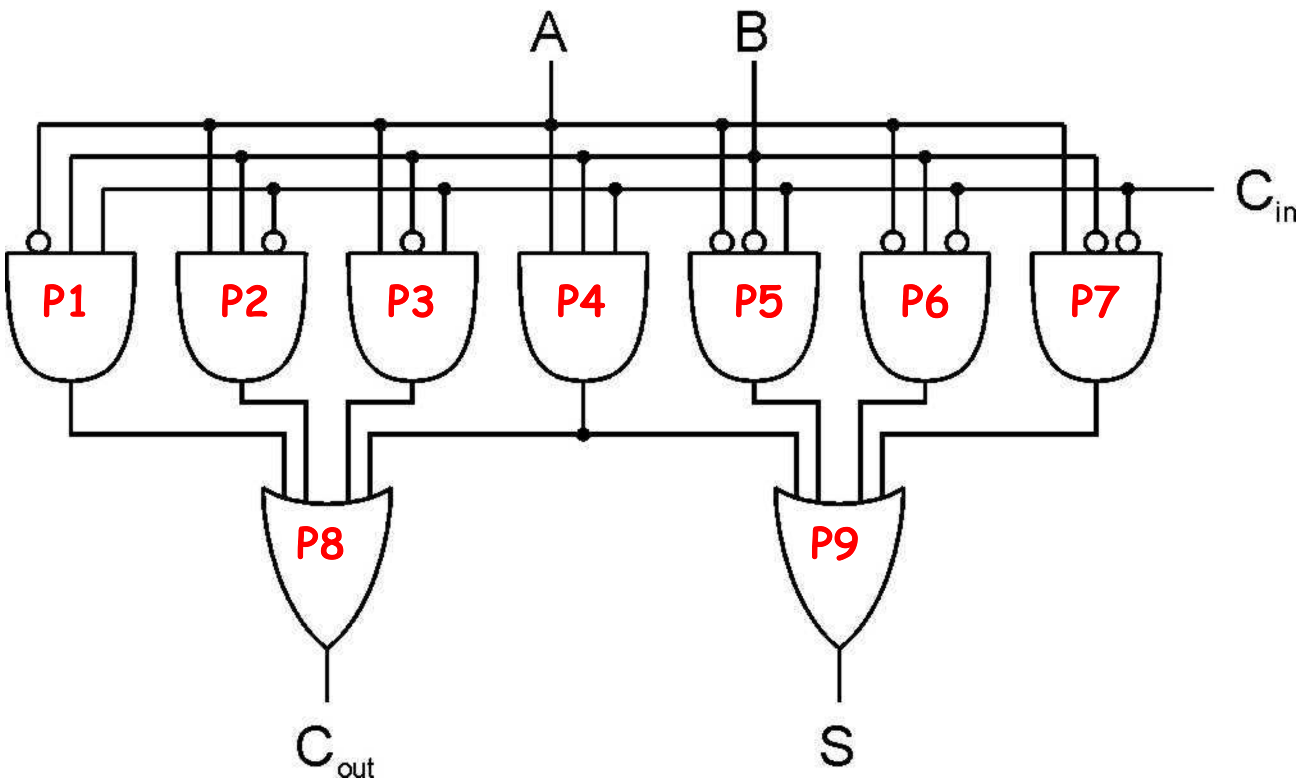
Exercícios

1. Verifique se o circuito abaixo executa a função de um somador completo



Soluções

1.



C_{out} = P1+P2+P3+P4

$C_{out} = \overline{A}BC_{in}+AB\overline{C}_{in}+A\overline{B}C_{in}+ABC_{in}$

S = P4+P5+P6+P7

$S = ABC_{in}+\overline{A}\,\overline{B}C_{in}+\overline{A}B\overline{C}_{in}+A\overline{B}\,\overline{C}_{in}$

Soluções

1.

$$S = ABC_{in} + \overline{A}\,\overline{B}C_{in} + \overline{A}B\overline{C}_{in} + A\overline{B}\,\overline{C}_{in}$$

Tabela Verdade S

A	B	C_{in}	S
0	0	0	
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	
1	0	0	1
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	1

Tabela para S é igual à Tabela do S do slide 7, que é a TV do Somador

Soluções

1.

$C_{out} = \overline{A}BC_{in} + AB\overline{C_{in}} + A\overline{B}C_{in} + ABC_{in}$

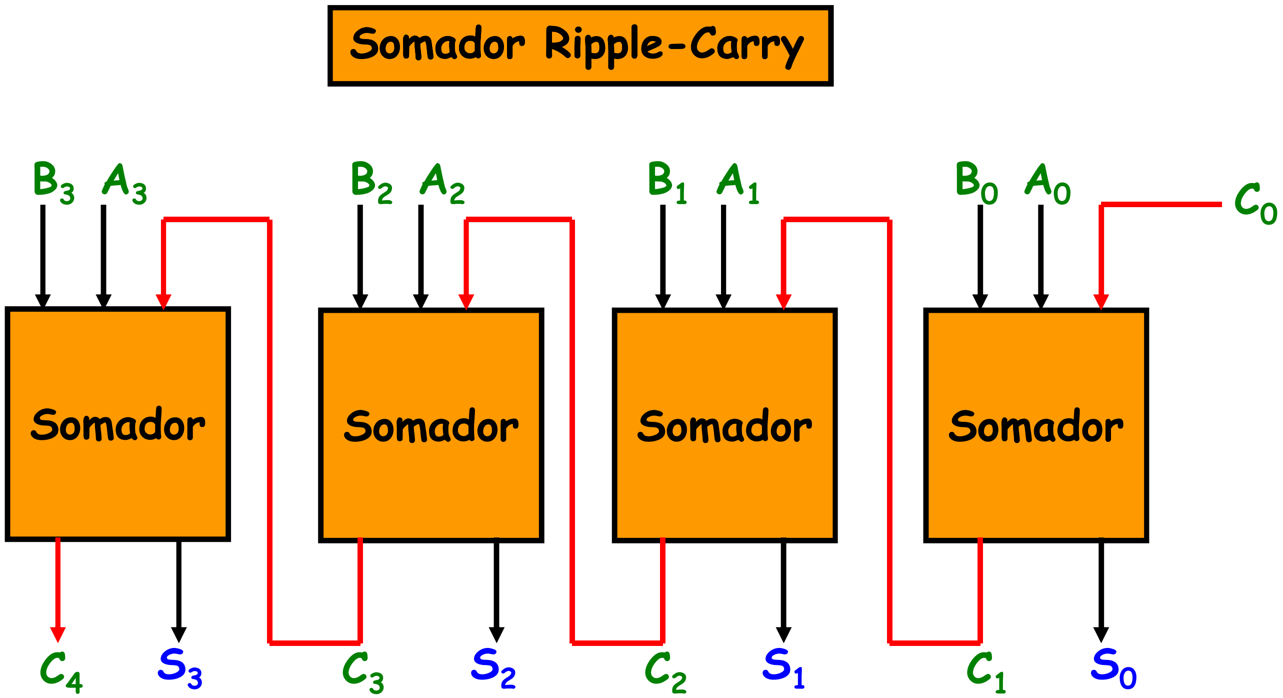
Tabela Verdade C_{out}

A	B	C_{in}	C_{out}
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	1
1	0	0	
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Tabela para C_{out} é igual à Tabela do C_{out} do slide 7, que é a TV do Somador

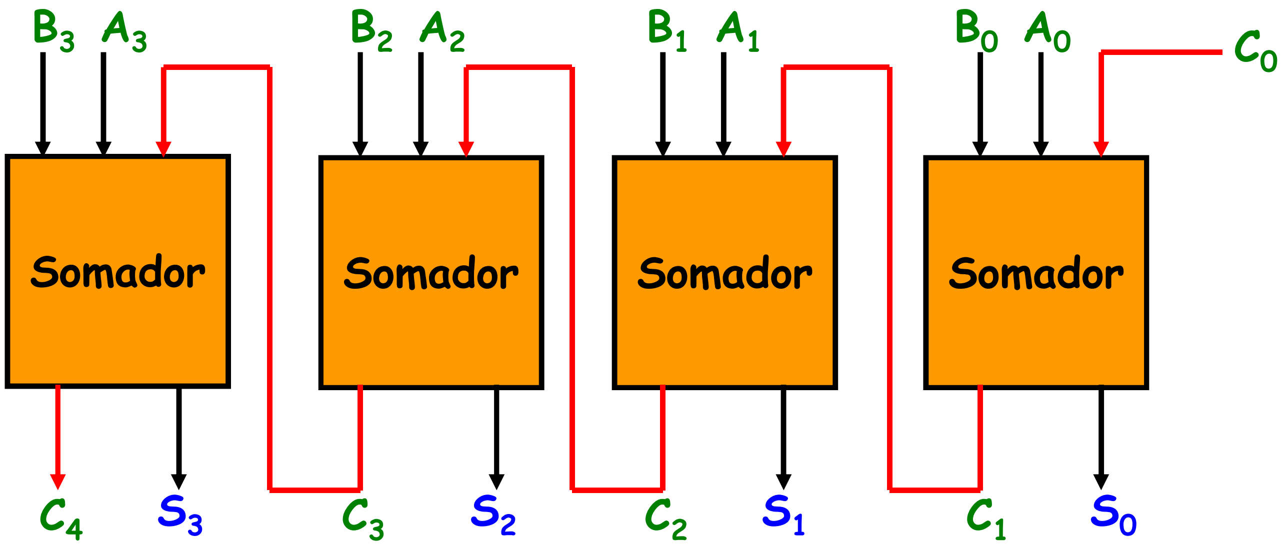
Exercícios

2. Considere um somador ripple-carry de 4 bits, cujos estágios de portas lógicas têm um atraso de 1ns. Qual é o atraso causado pelo somador ripple-carry para propagar o carry por todos os somadores?



Soluções

2.



Para gerar:
- C_1 consome-se 2ns
- C_2 consome-se 4ns
- C_3 consome-se 6ns
- C_4 consome-se 8ns

Quanto maior o número de bits do somador, maior o atraso para gerar o carry final

Aula de Hoje

Aritmética Computacional:

- Subtrator
- Detector de Validade de BCD
- Detector de Igualdade

Aritmética Computacional

Subtração

Exemplo de subtração em decimal (dígitos de 0 a 9):

Empresta-1 da coluna da esquerda para formar a dezena

$$\begin{array}{r} 7\;6 \\ -\;5\;8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{6}{\cancel{7}}\;{}^{1}6 \\ -5\;8 \\ \hline 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{6}{\cancel{7}}\;6 \\ -\;5\;8 \\ \hline 1\;8 \end{array}$$

Aritmética Computacional

Aritmética Computacional

Subtração em Binário

Gera um "empresta-1" (carry out) da coluna seguinte: a 1ª. coluna passa a valer $2_{10}=10_2$

O carry out será subtraído da coluna seguinte na continuação da operação

Exemplo

a) $\begin{array}{r} 0 \\ -\,0 \\ \hline 0 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} {}^{1}0 \\ -\,1 \\ \hline 1 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 1 \\ -\,0 \\ \hline 1 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 1 \\ -\,1 \\ \hline 0 \end{array}$

Exercícios

1. Obtenha a Tabela Verdade para o circuito meio subtrator de 1 bit (considere como entradas: A e B; e como saídas: S e C_{out}).

2. Obtenha as expressões para a subtração S e para o C_{out} a partir da Tabela Verdade.

3. Simplifique as expressões S e C_{out}.

4. Desenhe o diagrama de portas lógicas do circuito meio subtrator.

Aritmética Computacional

Aritmética Computacional

Subtração em Binário :

Exemplo

Gera um "empresta-1" (carry out) da coluna seguinte: a 1ª. coluna passa a valer $10_2 = 2_{10}$

```
  1 0 1 0      1 0 1 0      1 0 1 0      1 0 1 0      1 0 1 0      1 0 1 0
- 0 0 1 1    - 0 0 1 1    - 0 0 1 1    - 0 0 1 1    - 0 0 1 1    - 0 0 1 1
---------    ---------    ---------    ---------    ---------    ---------
                     1            1          1 1          1 1        1 1 1
```

c_{in}

```
  1 0 1 0
- 0 0 1 1
---------
  0 1 1 1
```

Subtração

Exercícios

1. Obtenha a Tabela Verdade para o circuito subtrator completo de 1 bit (considere como entradas: A, B e C_{in}; e como saídas: S e C_{out}).

2. Obtenha as expressões para a subtração S e para o C_{out} a partir da Tabela Verdade.

3. Simplifique as expressões S e C_{out}.

4. Desenhe o diagrama de portas lógicas do circuito subtrator completo.

Soluções

1) Tabela Verdade para o Subtrator Completo

Entradas			Saídas	
A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Soluções

2)

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Entradas: A, B, C_{in} — Saídas: S, C_{out}

$$S = \boxed{\overline{A}\,\overline{B}\,C_{in}} + \boxed{\overline{A}\,B\,\overline{C_{in}}} + \boxed{A\,\overline{B}\,\overline{C_{in}}} + \boxed{A\,B\,C_{in}}$$

Soluções

2)

Entradas			Saídas	
A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$S = \overline{A}\,\overline{B}\,C_{in} + \overline{A}\,B\,\overline{C_{in}} + A\,\overline{B}\,\overline{C_{in}} + A\,B\,C_{in}$$

$$C_{out} = \boxed{\overline{A}\,\overline{B}\,C_{in}} + \boxed{\overline{A}\,B\,\overline{C_{in}}} + \boxed{\overline{A}\,B\,C_{in}} + \boxed{A\,B\,C_{in}}$$

Soluções

3)

Simplificando as expressões

$$S = \overline{A}\,\overline{B}\,C_{in} + \overline{A}\,B\,\overline{C_{in}} + A\,\overline{B}\,\overline{C_{in}} + A\,B\,C_{in}$$

$$S = \overline{A}\,(\overline{B}\,C_{in} + B\,\overline{C_{in}}) + A\,(\overline{B}\,\overline{C_{in}} + B\,C_{in}) \longleftarrow \text{A e } \overline{A} \text{ em evidência}$$

Como $B \oplus C_{in} = \overline{B}\,C_{in} + B\,\overline{C_{in}}$ e $B \odot C_{in} = \overline{B}\,\overline{C_{in}} + B\,C_{in}$

$$S = \overline{A}\,(B \oplus C_{in}) + A\,(B \odot C_{in})$$

Fazendo $X = B \oplus C_{in}$ e $\overline{X} = B \odot C_{in}$

$$S = \overline{A}\,X + A\,\overline{X}$$

$$S = A \oplus X$$

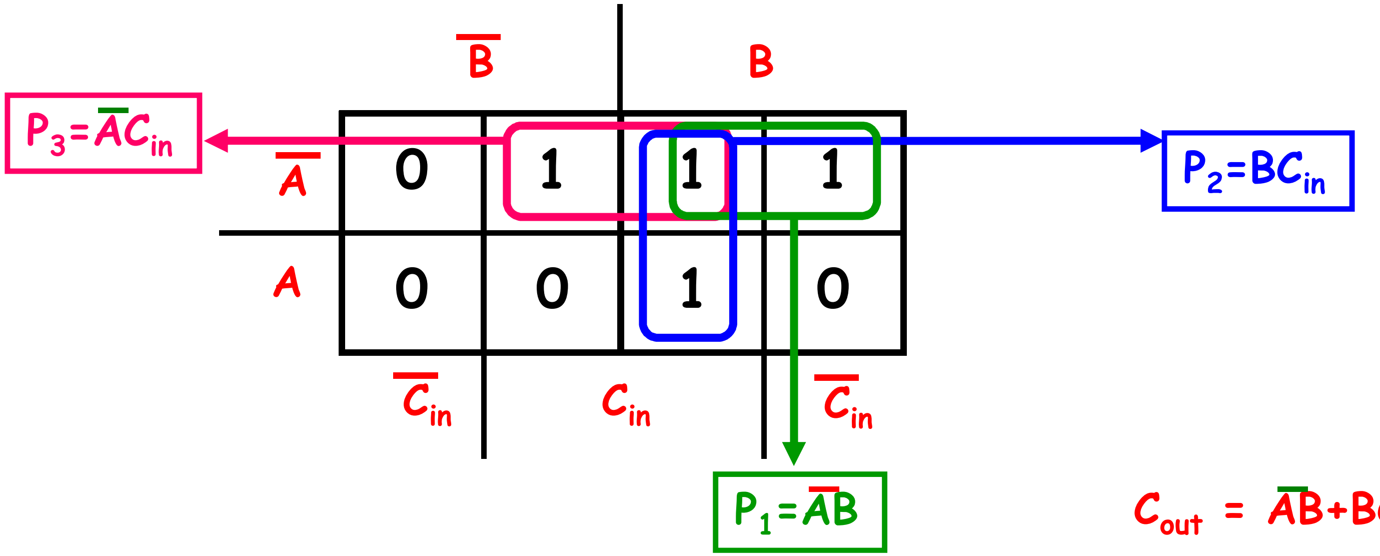
$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

Soluções

3)

Simplificando as expressões

$$C_{out} = \bar{A}\,\bar{B}\,C_{in} + \bar{A}\,B\,\bar{C}_{in} + \bar{A}\,B\,C_{in} + A\,B\,C_{in}$$



$$C_{out} = \bar{A}B+BC_{in}+\bar{A}C_{in}$$

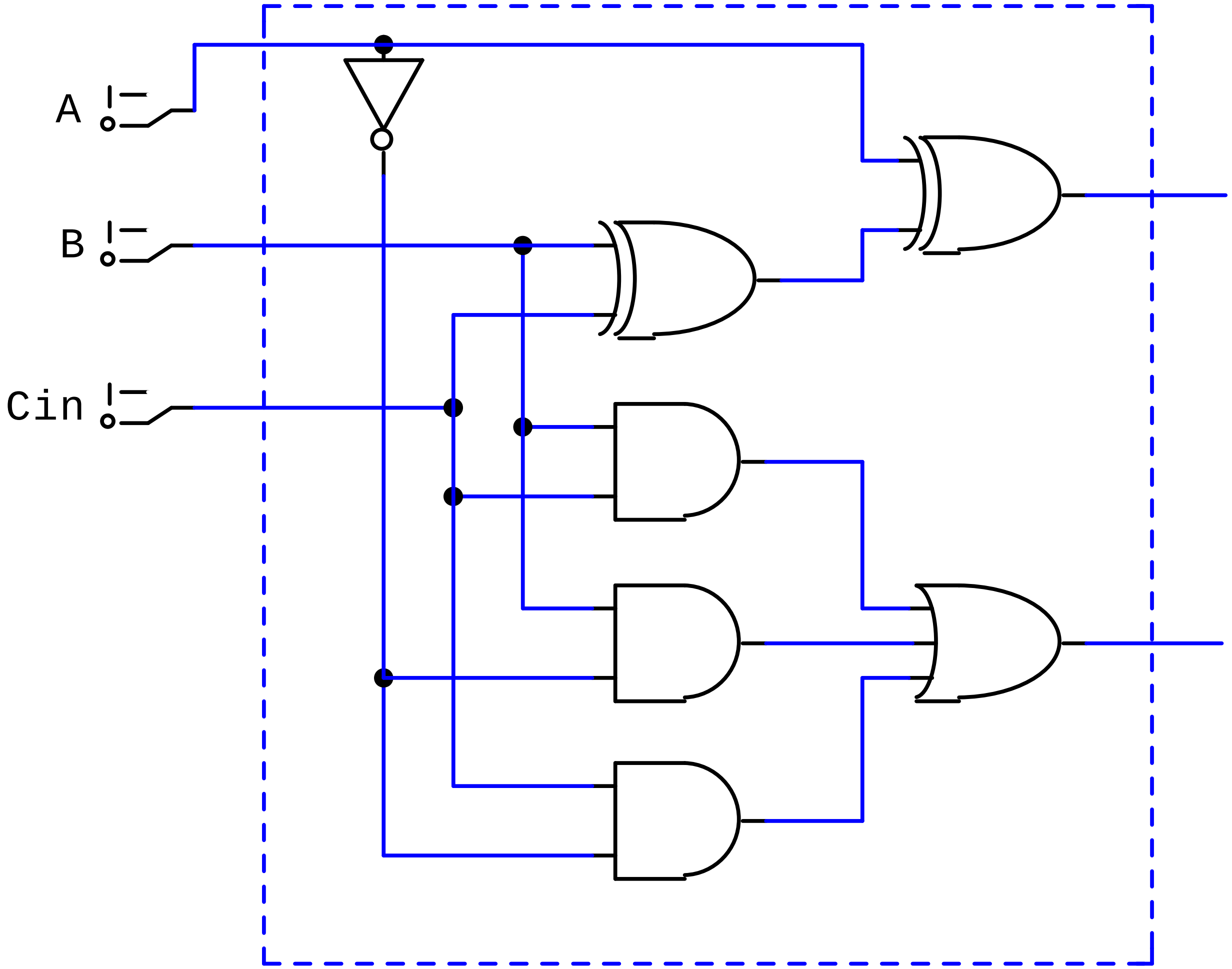
Soluções

4)

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = \overline{A}B + BC_{in} + \overline{A}C_{in}$$

Circuito Subtrator Completo



Resumo da Aula de Hoje

Tópicos mais importantes:

- **Circuitos Aritméticos:**
  - **Subtrator**
  - **Detector de Validade de BCD**
  - **Detector de Igualdade**