



# Circuitos Digitais I - 6878

Nardênio Almeida Martins

Universidade Estadual de Maringá  
Departamento de Informática

Bacharelado em Ciência da Computação

# Aula de Hoje

## Roteiro

- **Revisão**
- **Expressões Booleanas:**
  - Obter a tabela verdade a partir da expressão
  - Obter a expressão a partir da tabela verdade

# Revisão

- **Álgebra de Boole**
- **Teoremas de DeMorgan**
- **Expressões Booleanas:**
  - Expressões a partir de Circuitos
  - Circuitos a partir de Expressões

# Fundamentos de Lógica

## Álgebra de Boole

- Álgebra proposta pelo matemático George Boole em 1854
- Usada para simplificar circuitos lógicos
  - Todas as variáveis têm valor 0 ou 1
  - Tem 3 operadores:

Nome	Símbolo
OR	+
AND	●
NOT	$\overline{A}$

# Fundamentos de Lógica

## Regras da Álgebra de Boole

### 1. Identidade

a)  $A+0=A$

b)  $A+A=A$

c)  $A.1=A$

d)  $A.A=A$

### 2. Zero e Um

a)  $A+1=1$

b)  $A.0=0$

### 3. Inverso

a)  $A+\bar{A}=1$

b)  $A.\bar{A}=0$

# Fundamentos de Lógica

## Regras da Álgebra de Boole

### 4. Comutativa

a)  $A+B=B+A$

b)  $A.B=B.A$

### 5. Associativa

a)  $A+(B+C) = (A+B)+C = A+B+C$

b)  $A.(B.C) = (A.B).C = A.B.C$

### 6. Distributiva

a)  $A.(B+C) = A.B+A.C$

b)  $(A+B).(A+C) = A+(B.C)$

# Fundamentos de Lógica

## Teoremas de DeMorgan

Usados para simplificar expressões booleanas

1º Teorema:  $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B} \Rightarrow$  Complemento do Produto é igual à Soma dos Complementos

Prova

Saídas Iguais

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0

# Fundamentos de Lógica

## Teoremas de DeMorgan

Usados para simplificar expressões booleanas

2º Teorema:  $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B} \Rightarrow$  Complemento da Soma é igual ao Produto dos Complementos

Prova

Saídas Iguais

A	B	A+B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0



# Revisão

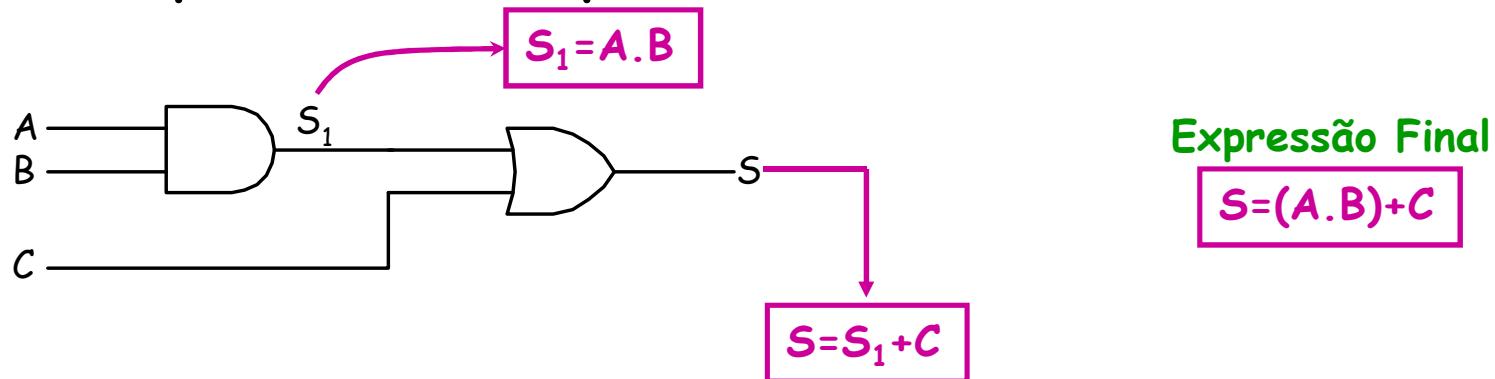
- Álgebra de Boole
- Teoremas de DeMorgan
- Expressões Booleanas:
  - Expressões a partir de Circuitos
  - Circuitos a partir de Expressões

# Fundamentos de Lógica

## Expressões Booleanas

Todo circuito lógico executa uma expressão booleana

Exemplo: Obter a expressão do circuito abaixo



# Fundamentos de Lógica

Obter Circuito Lógico a partir da Expressão

Método: Identificar as portas lógicas na expressão e desenhá-las com as respectivas ligações

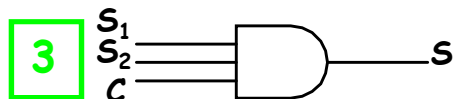
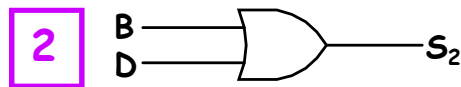
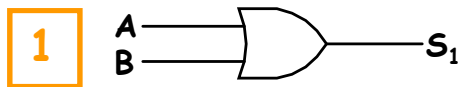
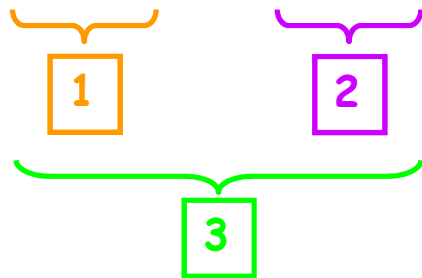
Exemplo: obter o circuito que executa a expressão  
 $S = (A + B) \cdot C \cdot (B + D)$

# Fundamentos de Lógica

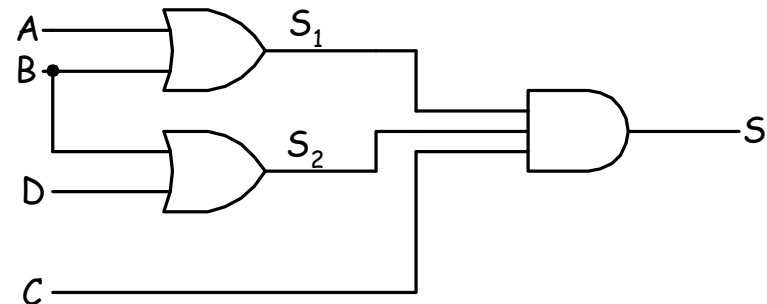
## Obter Circuito Lógico a partir da Expressão

Solução:

$$S = (A+B) \cdot C \cdot (B+D)$$



Circuito Obtido



# Aula de Hoje

## Roteiro

- **Expressões Booleanas:**
  - Obter a tabela verdade a partir da expressão
  - Obter a expressão a partir da tabela verdade

# Fundamentos de Lógica

## Obter a Tabela Verdade a partir da Expressão

Procedimentos:

1. Monta-se todas as combinações possíveis das entradas
2. Monta-se as colunas de cada parte da expressão com seus resultados
3. Monta-se a coluna de saída final (S)

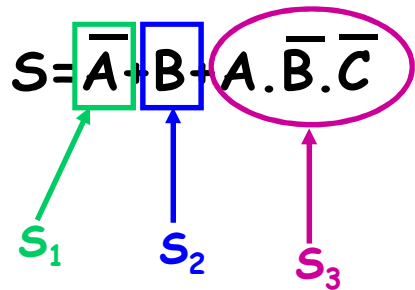
# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:  $S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$

Segue os três passos de montagem da tabela

A expressão pode ser vista como três termos, chamados de  $S_1, S_2$  e  $S_3$



$$S = S_1 + S_2 + S_3 = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					



# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

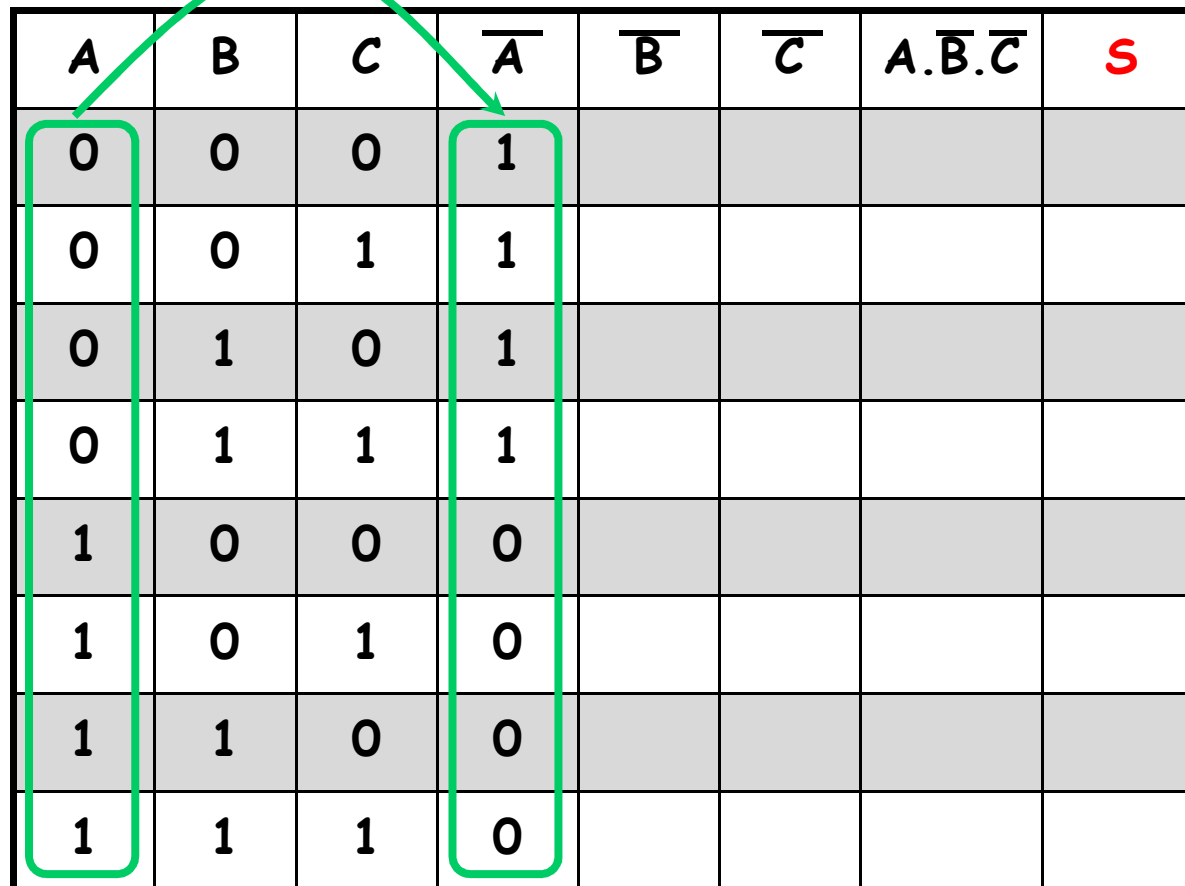
A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$



A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1				
0	0	1	1				
0	1	0	1				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	1	0				
1	1	0	0				
1	1	1	0				

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1				
0	0	1	1				
0	1	0	1				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	1	0				
1	1	0	0				
1	1	1	0				

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1	1			
0	0	1	1	1			
0	1	0	1	0			
0	1	1	1	0			
1	0	0	0	1			
1	0	1	0	1			
1	1	0	0	0			
1	1	1	0	0			

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1	1			
0	0	1	1	1			
0	1	0	1	0			
0	1	1	1	0			
1	0	0	0	1			
1	0	1	0	1			
1	1	0	0	0			
1	1	1	0	0			

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1	1	1		
0	0	1	1	1	0		
0	1	0	1	0	1		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	1	1		
1	0	1	0	1	0		
1	1	0	0	0	1		
1	1	1	0	0	0		

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1	1	1		
0	0	1	1	1	0		
0	1	0	1	0	1		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	1	1		
1	0	1	0	1	0		
1	1	0	0	0	1		
1	1	1	0	0	0		

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	
0	1	0	1	0	1	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	1	1	1	
1	0	1	0	1	0	0	
1	1	0	0	0	1	0	
1	1	1	0	0	0	0	



# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1	1	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	
0	1	0	1	0	1	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	1	1	1	
1	0	1	0	1	0	0	
1	1	0	0	0	1	0	
1	1	1	0	0	0	0	

Saída da Expressão

# Fundamentos de Lógica

## Exemplo

Obter a TV a partir da expressão:

$$S = \bar{A} + B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1

Saída da Expressão

# Exercícios

Obter as tabelas verdade para as seguintes expressões booleanas:

$$1. S = (A+B).(\overline{B.C})$$

$$2. S = A.\overline{B}.C + A.\overline{D} + \overline{A}.B.D$$

$$3. S = [\overline{(A+B).C}] + [\overline{D.(B+C)}]$$

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$1. S = (A+B).(B.C)$$

Entradas			A+B	$\overline{B.C}$	Saída
A	B	C			S
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$1. S = (A+B).(B.C)$$

Entradas			Saída		
A	B	C	A+B	$\overline{B.C}$	S
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$1. S = (A+B).(B.C)$$

Entradas				Saída	
A	B	C	A+B	$\overline{B.C}$	S
0	0	0	0		
0	0	1	0		
0	1	0	1		
0	1	1	1		
1	0	0	1		
1	0	1	1		
1	1	0	1		
1	1	1	1		

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$1. S = (A+B).(B.C)$$

Entradas					Saída
A	B	C	A+B	$\overline{B.C}$	S
0	0	0	0		
0	0	1	0		
0	1	0	1		
0	1	1	1		
1	0	0	1		
1	0	1	1		
1	1	0	1		
1	1	1	1		

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$1. S = (A+B).(B.C)$$

Entradas					Saída
A	B	C	A+B	$\overline{B.C}$	S
0	0	0	0	1	
0	0	1	0	1	
0	1	0	1	1	
0	1	1	1	0	
1	0	0	1	1	
1	0	1	1	1	
1	1	0	1	1	
1	1	1	1	0	



# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$1. S = (A+B).(B.C)$$

Entradas			A+B	$\overline{B.C}$	Saída
A	B	C			S
0	0	0	0	1	
0	0	1	0	1	
0	1	0	1	1	
0	1	1	1	0	
1	0	0	1	1	
1	0	1	1	1	
1	1	0	1	1	
1	1	1	1	0	

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$1. S = (A+B).(B.C)$$

Entradas			A+B	$\overline{B.C}$	Saída
A	B	C			S
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}\bar{B}C$	$A\bar{D}$	$\bar{A}B.D$	S
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}\bar{B}C$	$A\bar{D}$	$\bar{A}B.D$	S
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}\bar{D}$	$\bar{A}BD$	S
0	0	0	0	0			
0	0	0	1	0			
0	0	1	0	0			
0	0	1	1	0			
0	1	0	0	0			
0	1	0	1	0			
0	1	1	0	0			
0	1	1	1	0			
1	0	0	0	0			
1	0	0	1	0			
1	0	1	0	1			
1	0	1	1	1			
1	1	0	0	0			
1	1	0	1	0			
1	1	1	0	0			
1	1	1	1	0			

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}\bar{D}$	$\bar{A}BD$	S
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	1	0

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}\bar{D}$	$\bar{A}BD$	S
0	0	0	0	0	0		
0	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	0		
0	0	1	1	0	0		
0	1	0	0	0	0		
0	1	0	1	0	0		
0	1	1	0	0	0		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	0	1		
1	0	0	1	0	0		
1	0	1	0	1	1		
1	0	1	1	1	0		
1	1	0	0	0	1		
1	1	0	1	0	0		
1	1	1	0	0	1		
1	1	1	1	0	0		

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}BC$	$A\bar{D}$	$\bar{A}BD$	S
0	0	0	0	0	0		
0	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	0		
0	0	1	1	0	0		
0	1	0	0	0	0		
0	1	0	1	0	0		
0	1	1	0	0	0		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	0	1		
1	0	0	1	0	0		
1	0	1	0	1	1		
1	0	1	1	1	0		
1	1	0	0	0	1		
1	1	0	1	0	0		
1	1	1	0	0	1		
1	1	1	1	0	0		



# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}BC$	$A\bar{D}$	$\bar{A}BD$	S
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	1	
0	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	1	
1	0	0	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	1	1	0	
1	0	1	1	1	0	0	
1	1	0	0	0	1	0	
1	1	0	1	0	0	0	
1	1	1	0	0	1	0	
1	1	1	1	0	0	0	

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}\bar{B}C$	$A\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{D}$	S
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	1	
0	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	1	
1	0	0	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	1	1	0	
1	0	1	1	1	0	0	
1	1	0	0	0	1	0	
1	1	0	1	0	0	0	
1	1	1	0	0	1	0	
1	1	1	1	0	0	0	

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$2. S = A.\bar{B}.C + A.\bar{D} + \bar{A}.B.D$$

A	B	C	D	$\bar{A}\bar{B}C$	$A\bar{D}$	$\bar{A}BD$	S
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0							
0	0	0	1							
0	0	1	0							
0	0	1	1							
0	1	0	0							
0	1	0	1							
0	1	1	0							
0	1	1	1							
1	0	0	0							
1	0	0	1							
1	0	1	0							
1	0	1	1							
1	1	0	0							
1	1	0	1							
1	1	1	0							
1	1	1	1							

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0							
0	0	0	1							
0	0	1	0							
0	0	1	1							
0	1	0	0							
0	1	0	1							
0	1	1	0							
0	1	1	1							
1	0	0	0							
1	0	0	1							
1	0	1	0							
1	0	1	1							
1	1	0	0							
1	1	0	1							
1	1	1	0							
1	1	1	1							

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0						
0	0	0	1	0						
0	0	1	0	0						
0	0	1	1	0						
0	1	0	0	1						
0	1	0	1	1						
0	1	1	0	1						
0	1	1	1	1						
1	0	0	0	1						
1	0	0	1	1						
1	0	1	0	1						
1	0	1	1	1						
1	1	0	0	1						
1	1	0	1	1						
1	1	1	0	1						
1	1	1	1	1						

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = [(A+B).C] + [D.(B+C)]$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0						
0	0	0	1	0						
0	0	1	0	0						
0	0	1	1	0						
0	1	0	0	1						
0	1	0	1	1						
0	1	1	0	1						
0	1	1	1	1						
1	0	0	0	1						
1	0	0	1	1						
1	0	1	0	1						
1	0	1	1	1						
1	1	0	0	1						
1	1	0	1	1						
1	1	1	0	1						
1	1	1	1	1						

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0					
0	0	0	1	0	0					
0	0	1	0	0	0					
0	0	1	1	0	0					
0	1	0	0	1	0					
0	1	0	1	1	0					
0	1	1	0	1	1					
0	1	1	1	1	1					
1	0	0	0	1	0					
1	0	0	1	1	0					
1	0	1	0	1	1					
1	0	1	1	1	1					
1	1	0	0	1	0					
1	1	0	1	1	0					
1	1	1	0	1	1					
1	1	1	1	1	1					



# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	$(A+B).C$	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1				
0	0	0	1	0	0	1				
0	0	1	0	0	0	1				
0	0	1	1	0	0	1				
0	1	0	0	1	0	1				
0	1	0	1	1	0	1				
0	1	1	0	1	1	0				
0	1	1	1	1	1	0				
1	0	0	0	1	0	1				
1	0	0	1	1	0	1				
1	0	1	0	1	1	0				
1	0	1	1	1	1	0				
1	1	0	0	1	0	1				
1	1	0	1	1	0	1				
1	1	1	0	1	1	0				
1	1	1	1	1	1	0				

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1				
0	0	0	1	0	0	1				
0	0	1	0	0	0	1				
0	0	1	1	0	0	1				
0	1	0	0	1	0	1				
0	1	0	1	1	0	1				
0	1	1	0	1	1	0				
0	1	1	1	1	1	0				
1	0	0	0	1	0	1				
1	0	0	1	1	0	1				
1	0	1	0	1	1	0				
1	0	1	1	1	1	0				
1	1	0	0	1	0	1				
1	1	0	1	1	0	1				
1	1	1	0	1	1	0				
1	1	1	1	1	1	0				

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0			
0	0	0	1	0	0	1	0			
0	0	1	0	0	0	1	1			
0	0	1	1	0	0	1	1			
0	1	0	0	1	0	1	1			
0	1	0	1	1	0	1	1			
0	1	1	0	1	1	0	1			
0	1	1	1	1	1	0	1			
1	0	0	0	1	0	1	0			
1	0	0	1	1	0	1	0			
1	0	1	0	1	1	0	1			
1	0	1	1	1	1	0	1			
1	1	0	0	1	0	1	1			
1	1	0	1	1	0	1	1			
1	1	1	0	1	1	0	1			
1	1	1	1	1	1	0	1			

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0			
0	0	0	1	0	0	1	0			
0	0	1	0	0	0	1	1			
0	0	1	1	0	0	1	1			
0	1	0	0	1	0	1	1			
0	1	0	1	1	0	1	1			
0	1	1	0	1	1	0	1			
0	1	1	1	1	1	0	1			
1	0	0	0	1	0	1	0			
1	0	0	1	1	0	1	0			
1	0	1	0	1	1	0	1			
1	0	1	1	1	1	0	1			
1	1	0	0	1	0	1	1			
1	1	0	1	1	0	1	1			
1	1	1	0	1	1	0	1			
1	1	1	1	1	1	0	1			

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0	0		
0	0	0	1	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	0	1	1	0		
0	0	1	1	0	0	1	1	1		
0	1	0	0	1	0	1	1	0		
0	1	0	1	1	0	1	1	1		
0	1	1	0	1	1	0	1	0		
0	1	1	1	1	1	0	1	1		
1	0	0	0	1	0	1	0	0		
1	0	0	1	1	0	1	0	0		
1	0	1	0	1	1	0	1	0		
1	0	1	1	1	1	0	1	1		
1	1	0	0	1	0	1	1	0		
1	1	0	1	1	0	1	1	1		
1	1	1	0	1	1	0	1	0		
1	1	1	1	1	1	0	1	1		

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	
0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	
0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	
1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	
1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	
0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	
0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	
1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	
1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	



# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	
0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	
0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	
1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	
1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	

# Soluções

Obter a tabela verdade para a expressão booleana:

$$3. S = \overline{(A+B).C} + \overline{D.(B+C)}$$

A	B	C	D	A+B	(A+B).C	$\overline{(A+B).C}$	B+C	D.(B+C)	$\overline{D.(B+C)}$	S
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0

# Fundamentos de Lógica

## Até aqui:

- Obtemos a Expressão Booleana a partir do Circuito
- Obtemos o Circuito Lógico a partir da Expressão
- Obtemos a Tabela Verdade a partir da Expressão

## Agora:

- Obter a Expressão a partir da Tabela Verdade

# Fundamentos de Lógica

## Obter a Expressão a partir da Tabela Verdade

Exemplo:

	A	B	S
Caso 1:	0	0	1
Caso 2:	0	1	0
Caso 3:	1	0	1
Caso 4:	1	1	1

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

Quando a expressão  $S$  é verdadeira?  
Quando  $S = 1$ ?

# Fundamentos de Lógica

## Obter a Expressão a partir da Tabela Verdade

Exemplo:

	A	B	S	
Caso 1:	0	0	1	$S_1$
Caso 2:	0	1	0	$S_2$
Caso 3:	1	0	1	$S_3$
Caso 4:	1	1	1	$S_4$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

### Resposta

S=1:

- Quando  $S_1 = 1$ , OU
- Quando  $S_2 = 1$ , OU
- Quando  $S_3 = 1$ , OU
- Quando  $S_4 = 1$

# Fundamentos de Lógica

## Obter a Expressão a partir da Tabela Verdade

Exemplo:

	A	B	S
Caso 1:	0	0	1
Caso 2:	0	1	0
Caso 3:	1	0	1
Caso 4:	1	1	1

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

### Resposta

S=1 quando:

• Caso 1: A=0 E B=0  $\Rightarrow S_1=1 \Rightarrow \bar{A}.\bar{B}$

OU

• Caso 3: A=1 E B=0  $\Rightarrow S_3=1 \Rightarrow A.\bar{B}$

OU

• Caso 4: A=1 E B=1  $\Rightarrow S_4=1 \Rightarrow A.B$

Soma de Produtos

$$S = \bar{A}.\bar{B} + A.\bar{B} + A.B$$

Cada produto isolado é capaz de gerar S=1

# Exercícios

Obter as expressões a partir das Tabelas Verdade e fazer o diagrama do circuito correspondente:

1.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

# Soluções

Obter as expressões a partir das Tabelas Verdade e fazer o diagrama do circuito correspondente:

1.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$S_1 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$S_3 = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$S_7 = A \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$S_8 = A \cdot B \cdot C$$

$$S = S_1 + S_3 + S_7 + S_8$$

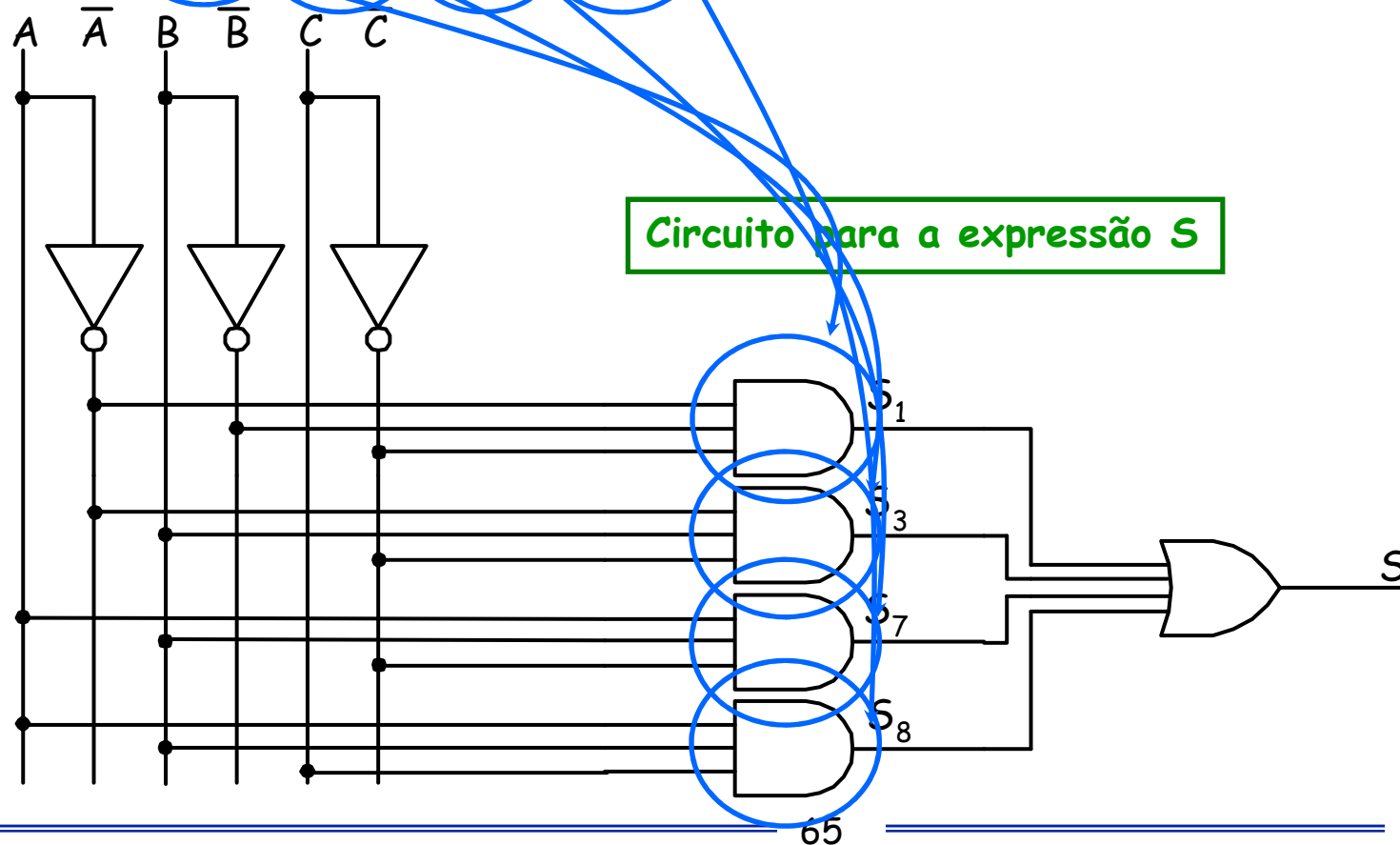
$$S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$



# Soluções

Obter as expressões a partir das Tabelas Verdade e fazer o diagrama do circuito correspondente:

1.  $S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$



# Exercícios

Obter as expressões a partir das Tabelas Verdade e fazer o diagrama do circuito correspondente:

2.

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

# Soluções

Obter as expressões a partir das Tabelas Verdade e fazer o diagrama do circuito correspondente:

2.

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$S_5 = \bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D}$$

$$S_7 = \bar{A}.B.C.\bar{D}$$

$$S_9 = A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}$$

$$S_{12} = A.\bar{B}.C.D$$

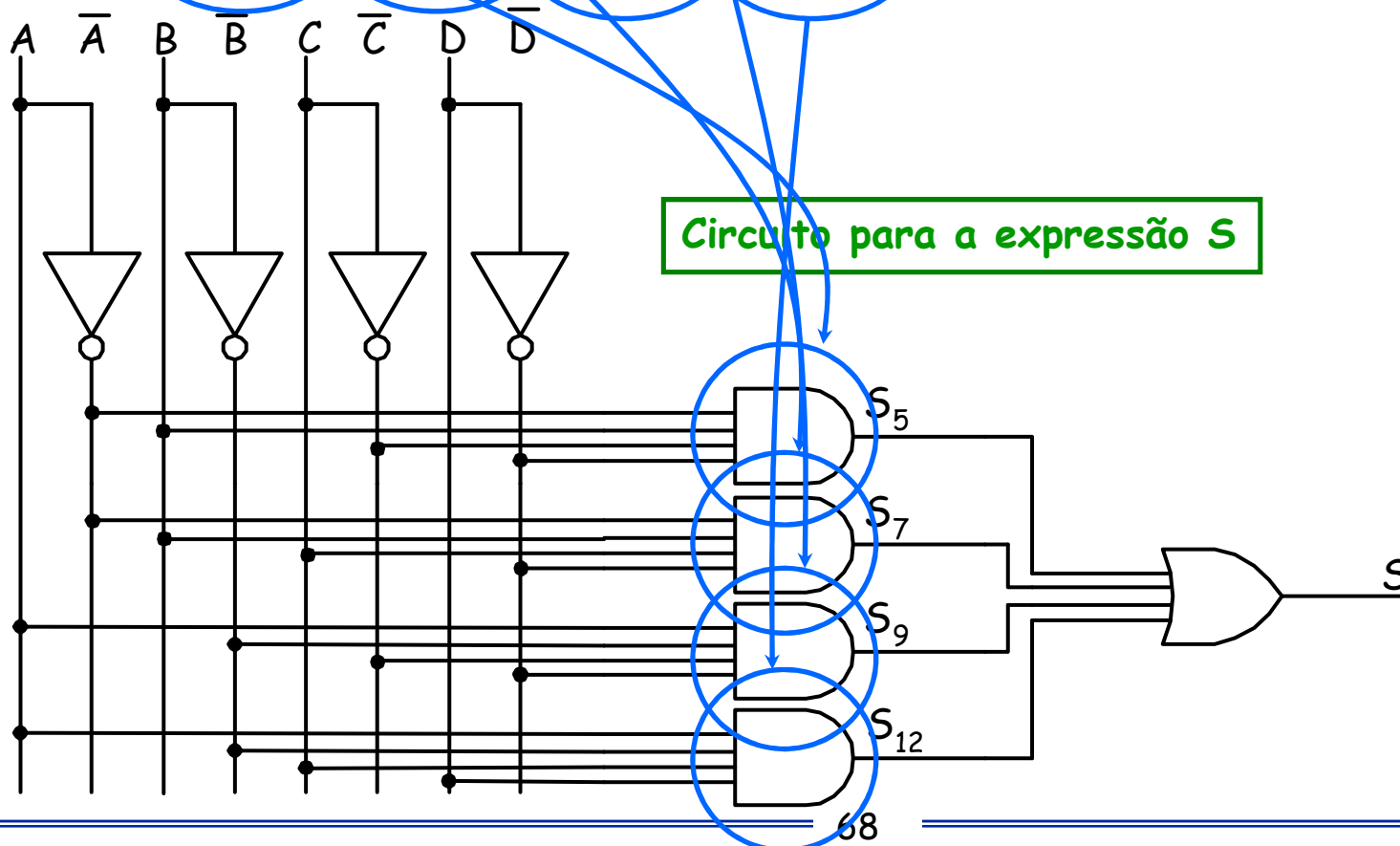
$$S = S_5 + S_7 + S_9 + S_{12}$$

$$S = \bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.B.C.\bar{D} + A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + A.\bar{B}.C.D$$

# Soluções

Obter as expressões a partir das Tabelas Verdade e fazer o diagrama do circuito correspondente:

2.  $S = \bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.B.C.\bar{D} + A.B.\bar{C}.\bar{D} + A.B.C.D$



# Fundamentos de Lógica

## Obter a Expressão a partir da Tabela Verdade

Exemplo:

	A	B	S	
Caso 1:	0	0	1	$S_1$
Caso 2:	0	1	0	$S_2$
Caso 3:	1	0	0	$S_3$
Caso 4:	1	1	1	$S_4$

Quando a expressão  $S$  é falsa?

Quando  $S = 0$ ?

# Fundamentos de Lógica

## Obter a Expressão a partir da Tabela Verdade

Exemplo:

	A	B	S	
Caso 1:	0	0	1	$S_1$
Caso 2:	0	1	0	$S_2$
Caso 3:	1	0	0	$S_3$
Caso 4:	1	1	1	$S_4$

### Resposta

S=0:

- Quando  $S_2 = 0$
- Quando  $S_3 = 0$

# Fundamentos de Lógica

## Obter a Expressão a partir da Tabela Verdade

Exemplo:

	A	B	S	
Caso 1:	0	0	1	$S_1$
Caso 2:	0	1	0	$S_2$
Caso 3:	1	0	0	$S_3$
Caso 4:	1	1	1	$S_4$

### Resposta

S=0 quando:

• Caso 2:  $A=0$  OU  $B=1 \Rightarrow S_2=0 \Rightarrow A+\bar{B}$

E

• Caso 3:  $A=1$  OU  $B=0 \Rightarrow S_3=0 \Rightarrow \bar{A}+B$

Produto de Somas

$$S = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + B)$$

Cada soma isolada é capaz de gerar S=0

# Fundamentos de Lógica

## Finalmente:

- Obtemos a expressão booleana a partir do circuito
- Obtemos o circuito lógico a partir da expressão
- Obtemos a tabela verdade a partir da expressão
- Obtemos a expressão a partir da tabela verdade



# Resumo da Aula de Hoje

## Tópicos mais importantes:

- Obtemos a tabela verdade a partir da expressão
- Obtemos a expressão a partir da tabela verdade

# Próxima Aula

- Equivalência entre portas lógicas
- Simplificação de expressões booleanas