



Circuitos Digitais I - 6878

Nardênio Almeida Martins

Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Informática

Bacharelado em Ciência da Computação

Aula de Hoje

Roteiro

- **Revisão**
 - Formas de Onda
 - Simplificação de Expressões Booleanas por Mapa de Karnaugh de 2 variáveis
- **Mapa de Karnaugh de 3 e 4 variáveis**

Revisão

- Formas de Onda
- Simplificação de Expressões Booleanas por Mapa de Karnaugh de 2 variáveis

Fundamentos de Lógica

Formas de Onda

Mostram o comportamento de uma função lógica durante um intervalo de tempo

Exemplo:

Porta OR

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela Verdade: Representa uma situação estática
Mostra todos os valores que as entradas podem assumir, mas não mostra a variação desses valores durante um intervalo de tempo

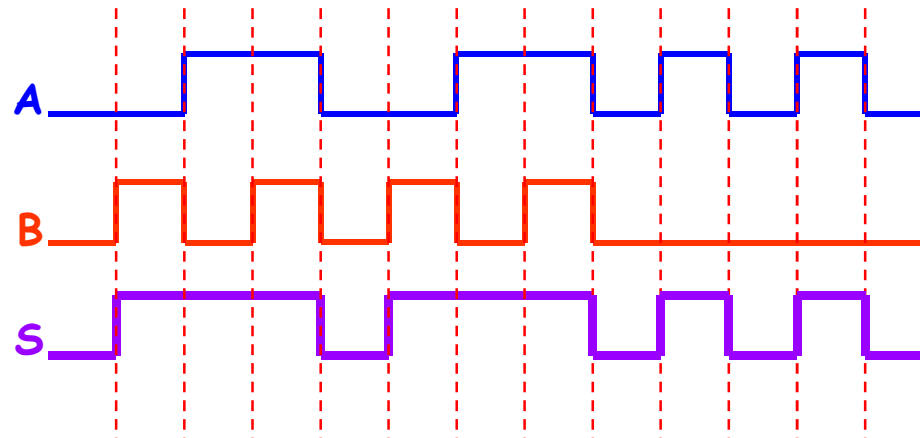
Fundamentos de Lógica

Formas de Onda

Representação dinâmica da função lógica

Exemplo: Porta OR

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh

- É uma representação gráfica (visual) da tabela verdade
- É usado para simplificar expressões ou circuitos lógicos

Fundamentos de Lógica

Nomenclatura do Mapa de Karnaugh

	A	B	S
A=0,B=0 $\Rightarrow \bar{A} \bar{B}$	0	0	1
A=0,B=1 $\Rightarrow \bar{A} B$	0	1	0
A=1,B=0 $\Rightarrow A \bar{B}$	1	0	1
A=1,B=1 $\Rightarrow A B$	1	1	0

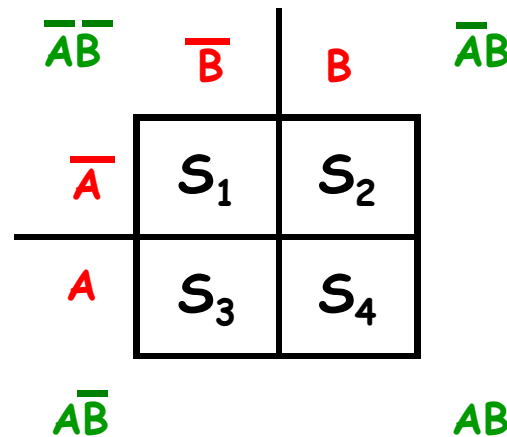
Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh para 2 variáveis

TV para 2 variáveis

A	B	S
0	0	S_1
0	1	S_2
1	0	S_3
1	1	S_4

Mapa de Karnaugh para 2 variáveis



Cada quadrante do Mapa de Karnaugh corresponde a uma linha da Tabela Verdade

Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh para 2 variáveis

TV para 2 variáveis

A	B	S
0	0	S_1
0	1	S_2
1	0	S_3
1	1	S_4

Mapa de Karnaugh para 2 variáveis

00	\overline{B}	B	01
\overline{A}	S_1	S_2	
A	S_3	S_4	
10			11

O "endereço" de cada quadrante só muda em 1 bit em relação ao seu vizinho

Fundamentos de Lógica

Exemplo

	A	B	S
Caso 1:	0	0	1
Caso 2:	0	1	0
Caso 3:	1	0	1
Caso 4:	1	1	0

Expressão da Tabela Verdade $S = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B}$

Simplificação da Expressão por Álgebra de Boole

$$S = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B}$$

$$S = \bar{B} \cdot (\underbrace{\bar{A} + A}_1)$$

$$S = \bar{B}$$

Os dois termos da expressão diferem apenas pela variável A

Isso indica que a expressão independe de $A \Rightarrow$ pode-se eliminar A da expressão

Fundamentos de Lógica

Exemplo

	A	B	S
Caso 1:	0	0	1
Caso 2:	0	1	0
Caso 3:	1	0	1
Caso 4:	1	1	0

Expressão da Tabela Verdade $S = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot \bar{B}$

Simplificação da Expressão por Mapa de Karnaugh

$\bar{A}\bar{B}$	\bar{B}	B	$\bar{A}B$
\bar{A}	1	0	
A	1	0	
$A\bar{B}$			AB

No mapa, os termos adjacentes podem ser agrupados para simplificar a expressão (igual à Álgebra, mas de forma visual)

O termo agrupado elimina uma variável $\Rightarrow S = \bar{B}$

(\bar{B} é o "endereço" do par de "1s", ou seja, a intersecção das variáveis que não "mudam")

Aula de Hoje

- Mapa de Karnaugh de 3 variáveis
- Mapa de Karnaugh de 4 variáveis
- Exercícios

Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

Nomenclatura do Mapa de Karnaugh

$$A=0, B=0, C=0 \Rightarrow \bar{A} \bar{B} \bar{C}$$

$$A=0, B=0, C=1 \Rightarrow \bar{A} \bar{B} C$$

$$A=0, B=1, C=0 \Rightarrow \bar{A} B \bar{C}$$

$$A=0, B=1, C=1 \Rightarrow \bar{A} B C$$

$$A=1, B=0, C=0 \Rightarrow A \bar{B} \bar{C}$$

$$A=1, B=0, C=1 \Rightarrow A \bar{B} C$$

$$A=1, B=1, C=0 \Rightarrow A B \bar{C}$$

$$A=1, B=1, C=1 \Rightarrow A B C$$

A	B	C	S
0	0	0	S_1
0	0	1	S_2
0	1	0	S_3
0	1	1	S_4
1	0	0	S_5
1	0	1	S_6
1	1	0	S_7
1	1	1	S_8

Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

TV para 3 variáveis

A	B	C	S
0	0	0	S_1
0	0	1	S_2
0	1	0	S_3
0	1	1	S_4
1	0	0	S_5
1	0	1	S_6
1	1	0	S_7
1	1	1	S_8

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$
	\overline{B}		B	
\overline{A}	S_1	S_2	S_4	S_3
A	S_5	S_6	S_8	S_7
	\overline{C}	C	\overline{C}	C
	$A\overline{B}\overline{C}$	$A\overline{B}C$	$AB\overline{C}$	ABC

Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

TV para 3 variáveis

A	B	C	S
0	0	0	S_1
0	0	1	S_2
0	1	0	S_3
0	1	1	S_4
1	0	0	S_5
1	0	1	S_6
1	1	0	S_7
1	1	1	S_8

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

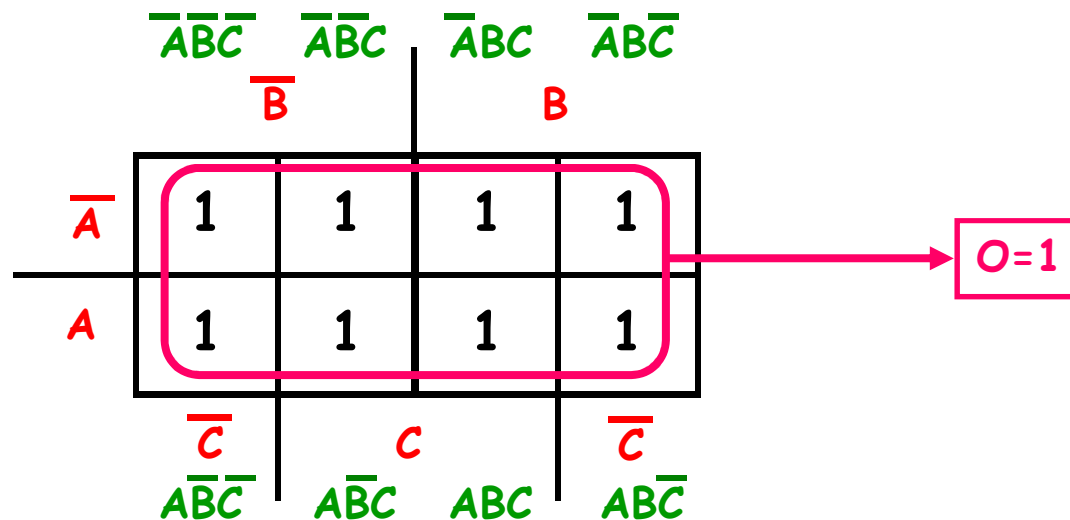
	000	001	011	010
	\overline{B}		B	
\overline{A}	S_1	S_2	S_4	S_3
A	S_5	S_6	S_8	S_7
	\overline{C}	C	\overline{C}	
	100	101	111	110

Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

Octeto



Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

Quadra

	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$
	\overline{B}		B	
\overline{A}	1	1	1	1
A	0	0	0	0
	\overline{C}	C	\overline{C}	C
	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$

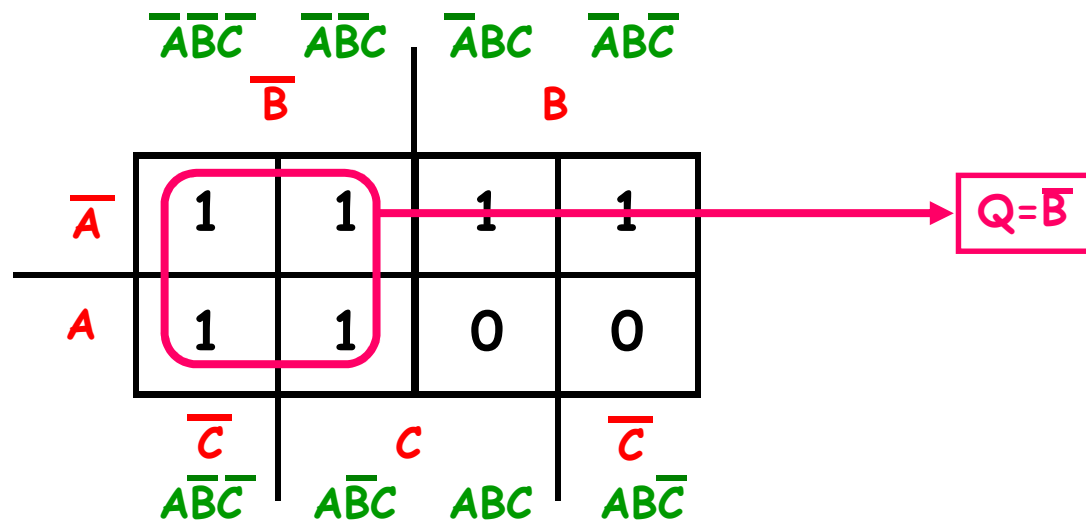
A pink rectangle highlights the top row of the Karnaugh map, which contains four 1s. An arrow points from this rectangle to a box containing the expression $Q = \overline{A}$.

Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

Quadra

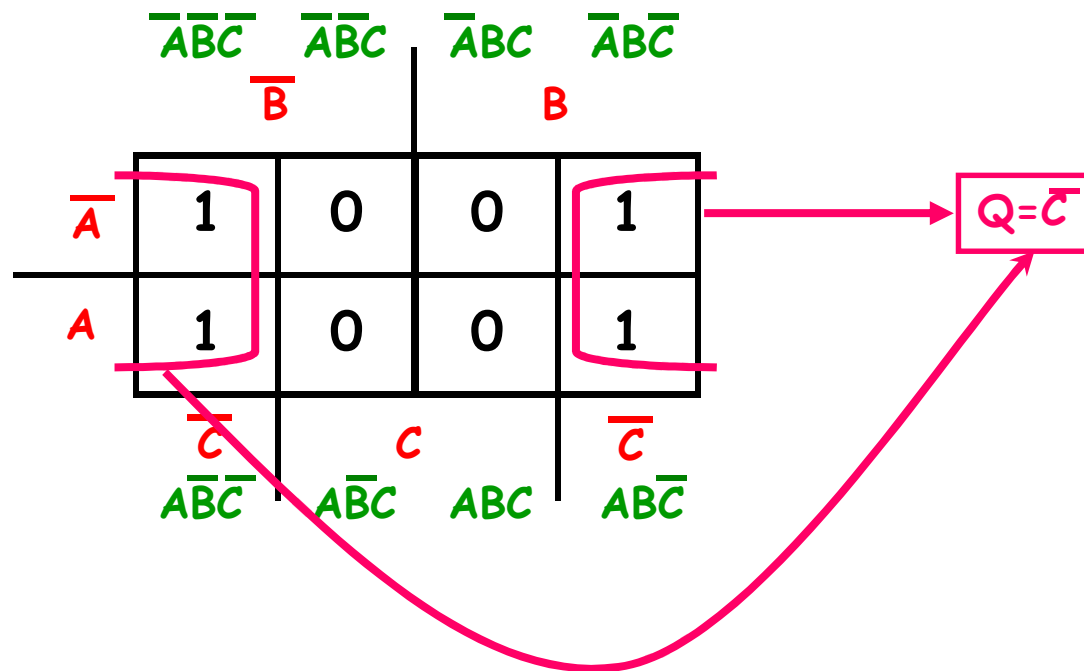


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

Quadra

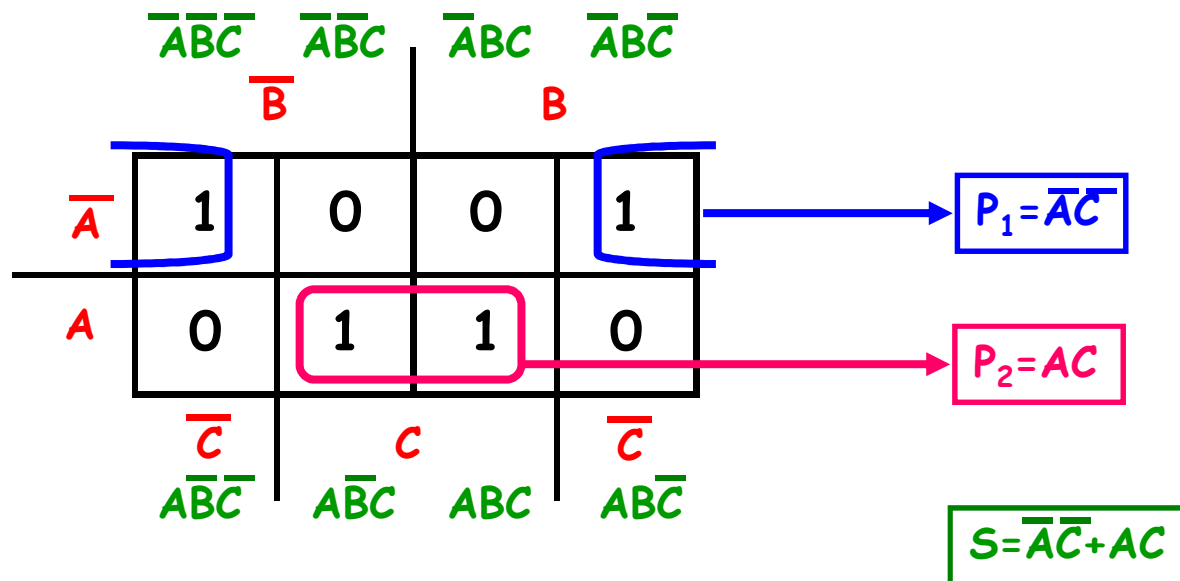


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

Pares

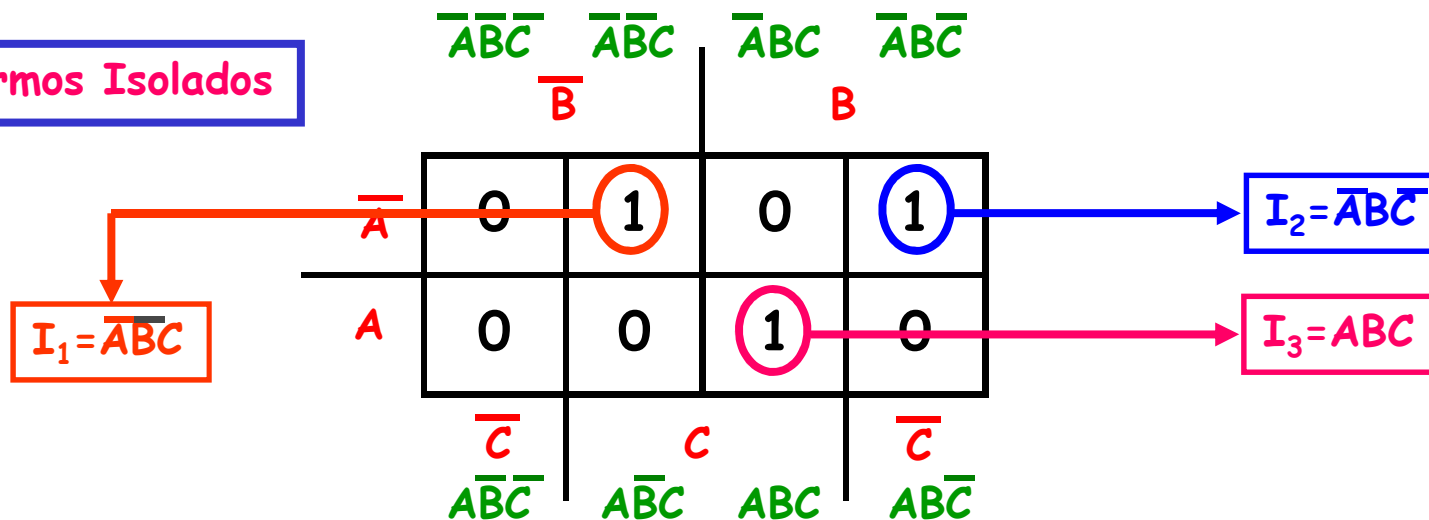


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 3 variáveis

Termos Isolados



$$S = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + ABC$$

Exercícios

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

1)

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Soluções

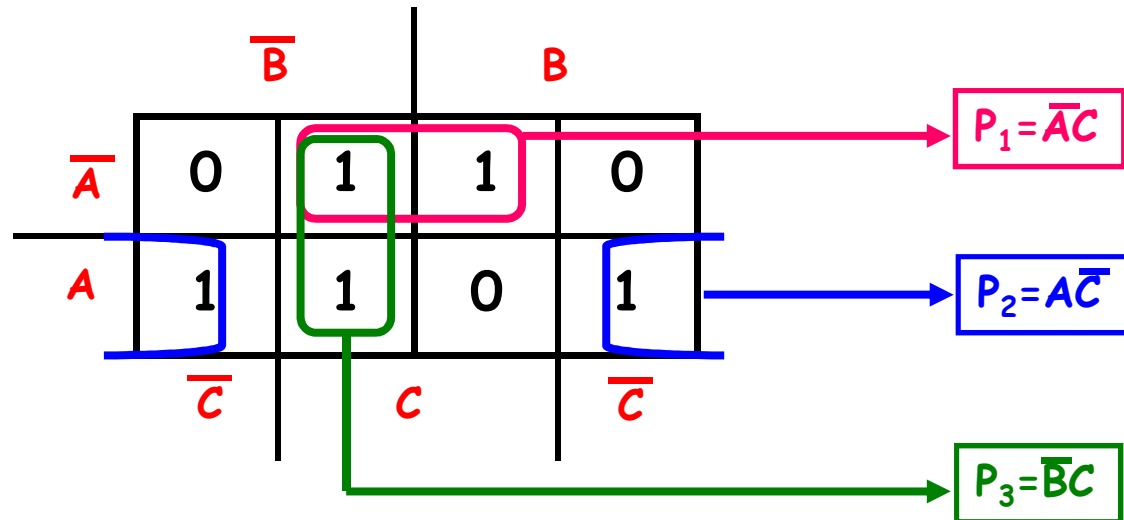
Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

1)

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

→ Expressão da TV

$$S = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$$



Expressão Simplificada a partir do MK

$$S = \overline{A}C + A\overline{C} + \overline{B}C$$

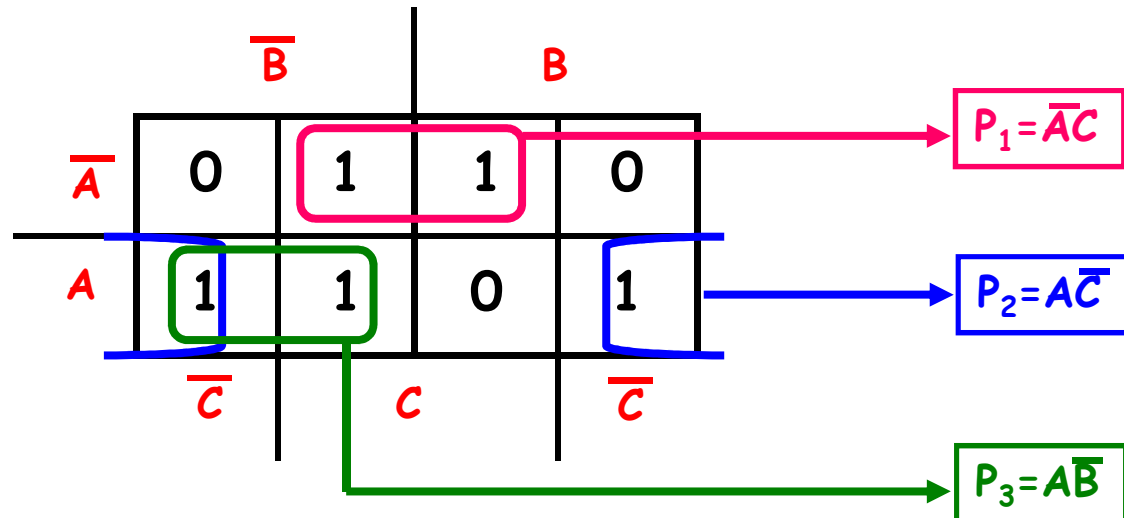
Soluções

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh **OUTRA SOLUÇÃO**

1)

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Expressão da TV $S = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C}$



Expressão Simplificada a partir do MK $S = \overline{A}C + A\overline{C} + A\overline{B}$

Soluções

Obs.: As duas simplificações resultam em expressões diferentes, mas o comportamento do circuito é o mesmo (pode-se verificar isso através da Tabela Verdade de cada uma das expressões)

$$S = \overline{A}C + A\overline{C} + \overline{B}C$$

Expressões com o mesmo comportamento

$$S = \overline{A}C + A\overline{C} + A\overline{B}$$

Exercícios

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

2)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

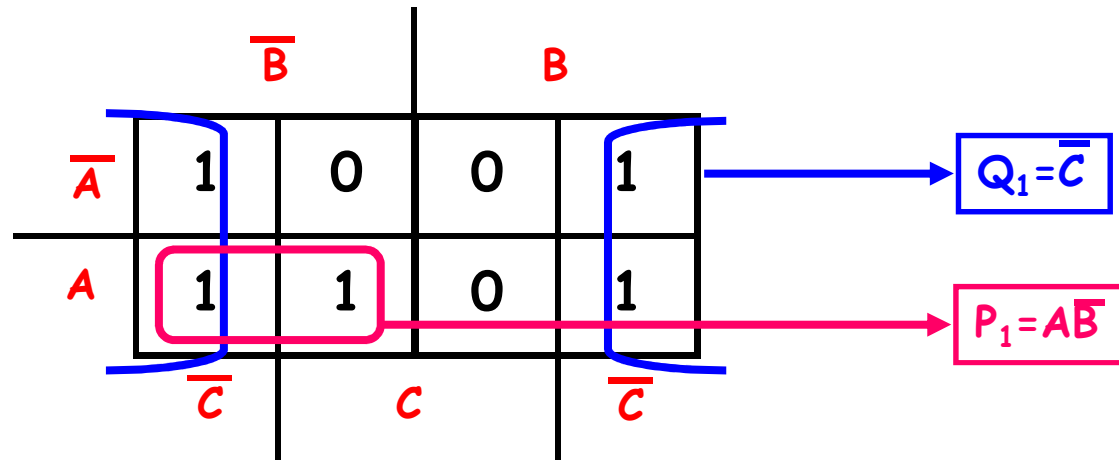
Soluções

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

2)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Expressão da TV $S = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C}$



Expressão Simplificada a partir do MK $S = \overline{C} + A\overline{B}$

Exercícios

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

3)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Soluções

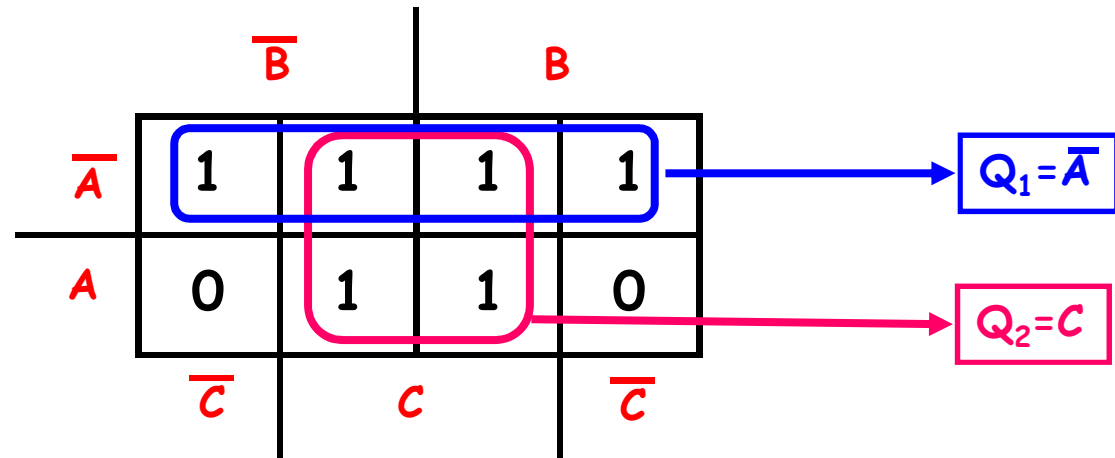
Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

3)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Expressão da TV

$$S = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$



Expressão Simplificada a partir do MK $S = \overline{A} + C$

Exercícios

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

4)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Soluções

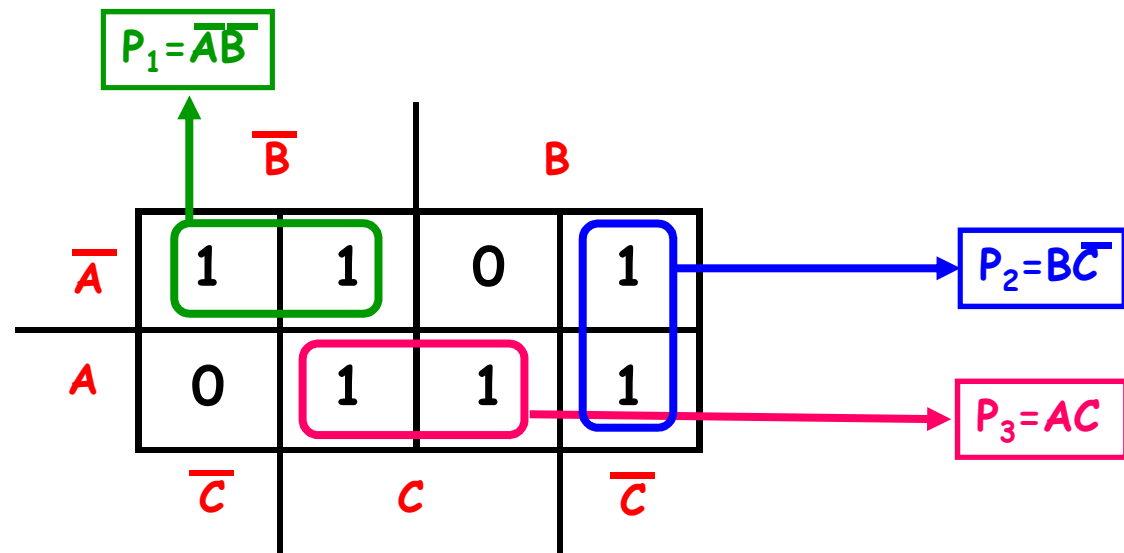
Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

4)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Expressão da TV

$$S = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$



Expressão Simplificada a partir do MK $S = \overline{A}\overline{B} + B\overline{C} + AC$

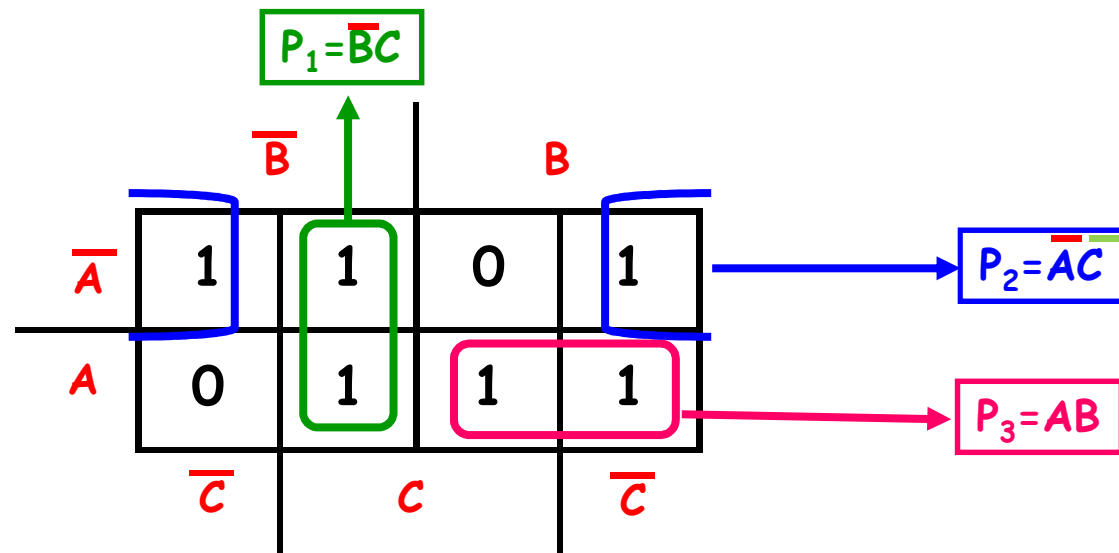
Soluções

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh **OUTRA SOLUÇÃO**

4)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Expressão da TV $S = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + ABC$



Expressão Simplificada a partir do MK $S = \overline{B}C + \overline{A}\overline{C} + AB$

Exercícios

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

5)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

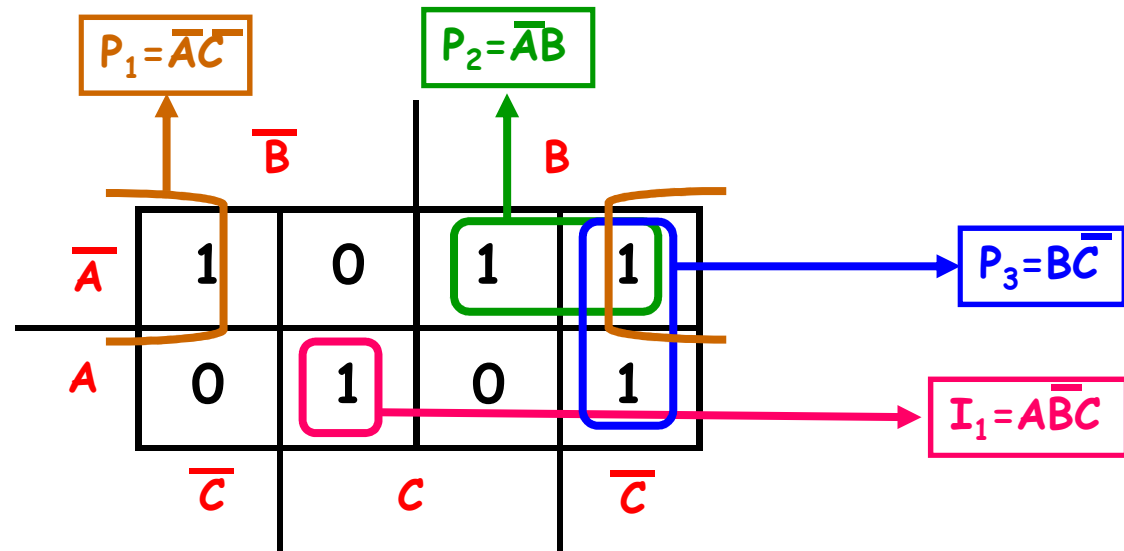
Soluções

Determine a expressão da Tabela Verdade e simplifique o circuito por meio do Mapa de Karnaugh

5)

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Expressão da TV $S = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C}$



Expressão Simplificada a partir do MK $S = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}B + B\overline{C} + A\overline{B}C$

Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Nomenclatura do Mapa de Karnaugh

$A=0, B=0, C=0, D=0 \Rightarrow \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	A	B	C	D	S
$A=0, B=0, C=0, D=1 \Rightarrow \overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	0	0	0	0	S ₁
$A=0, B=0, C=1, D=0 \Rightarrow \overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	0	0	0	1	S ₂
$A=0, B=0, C=1, D=1 \Rightarrow \overline{A} \overline{B} C D$	0	0	1	0	S ₃
$A=0, B=1, C=0, D=0 \Rightarrow \overline{A} B \overline{C} \overline{D}$	0	0	1	1	S ₄
$A=0, B=1, C=0, D=1 \Rightarrow \overline{A} B \overline{C} D$	0	1	0	0	S ₅
$A=0, B=1, C=1, D=0 \Rightarrow \overline{A} B C \overline{D}$	0	1	0	1	S ₆
$A=0, B=1, C=1, D=1 \Rightarrow \overline{A} B C D$	0	1	1	0	S ₇
$A=1, B=0, C=0, D=0 \Rightarrow A \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	0	1	1	1	S ₈
$A=1, B=0, C=0, D=1 \Rightarrow A \overline{B} \overline{C} D$	1	0	0	0	S ₉
$A=1, B=0, C=1, D=0 \Rightarrow A \overline{B} C \overline{D}$	1	0	0	1	S ₁₀
$A=1, B=0, C=1, D=1 \Rightarrow A \overline{B} C D$	1	0	1	0	S ₁₁
$A=1, B=1, C=0, D=0 \Rightarrow A B \overline{C} \overline{D}$	1	0	1	1	S ₁₂
$A=1, B=1, C=0, D=1 \Rightarrow A B \overline{C} D$	1	1	0	0	S ₁₃
$A=1, B=1, C=1, D=0 \Rightarrow A B C \overline{D}$	1	1	0	1	S ₁₄
$A=1, B=1, C=1, D=1 \Rightarrow A B C D$	1	1	1	0	S ₁₅
	1	1	1	1	S ₁₆

Fundamentos de Lógica

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

TV para 4 variáveis

A	B	C	D	S
0	0	0	0	S_1
0	0	0	1	S_2
0	0	1	0	S_3
0	0	1	1	S_4
0	1	0	0	S_5
0	1	0	1	S_6
0	1	1	0	S_7
0	1	1	1	S_8
1	0	0	0	S_9
1	0	0	1	S_{10}
1	0	1	0	S_{11}
1	0	1	1	S_{12}
1	1	0	0	S_{13}
1	1	0	1	S_{14}
1	1	1	0	S_{15}
1	1	1	1	S_{16}

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

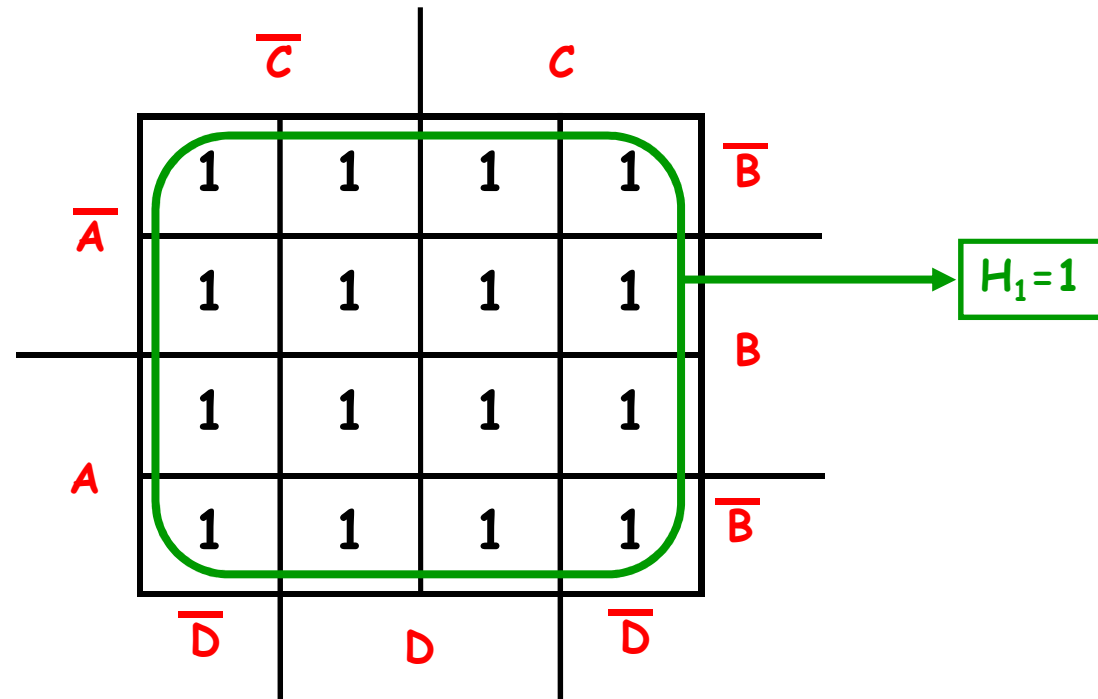
	\overline{C}	C			
\overline{A}	S_1	S_2	S_4	S_3	\overline{B}
	S_5	S_6	S_8	S_7	B
A	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{15}	
	S_9	S_{10}	S_{12}	S_{11}	\overline{B}
	\overline{D}	D	\overline{D}		

Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Hexa

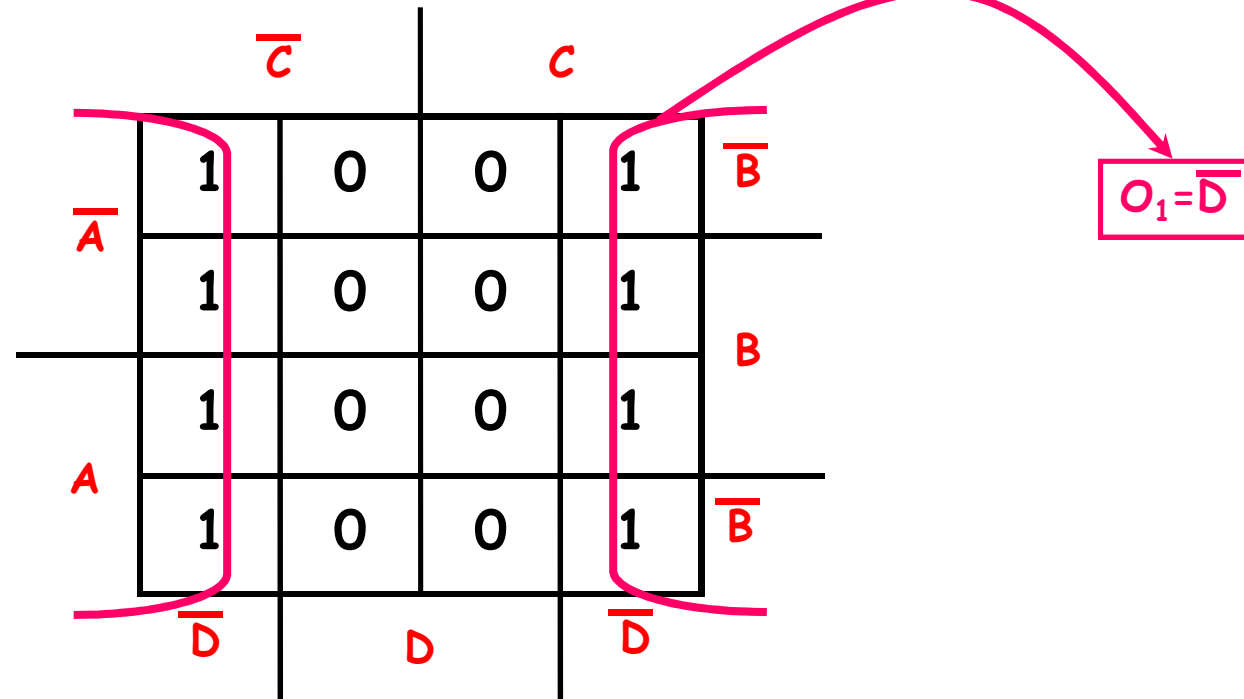


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Octeto

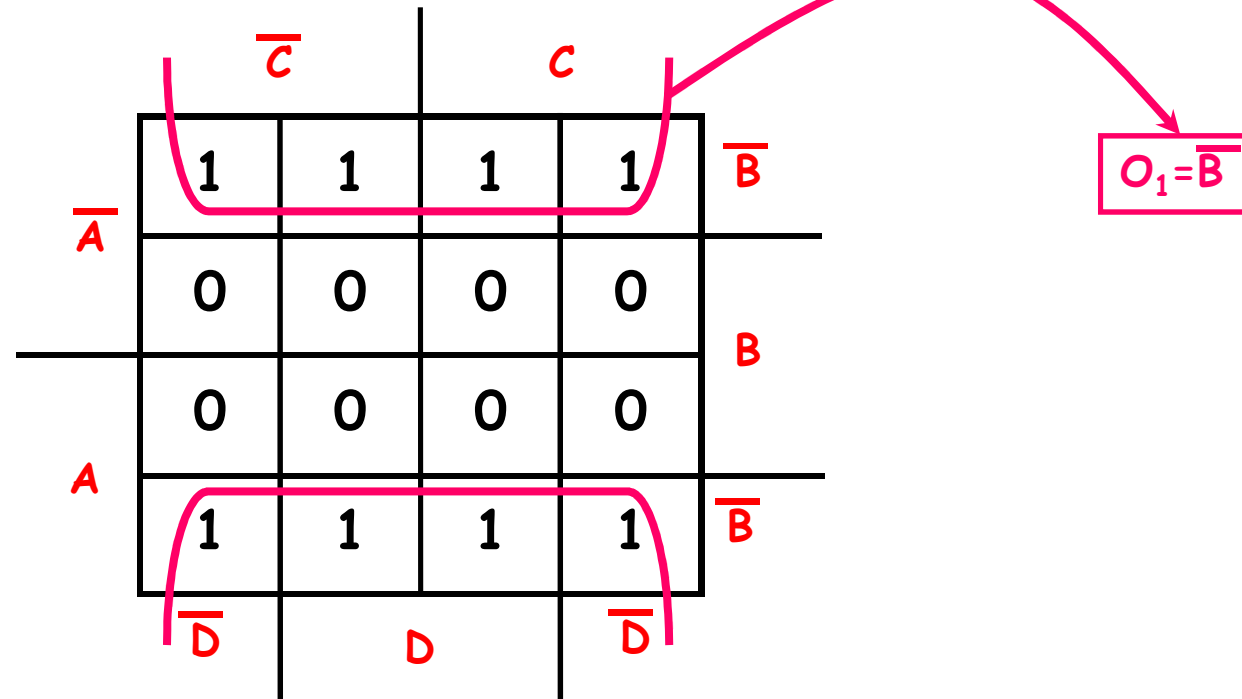


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Octeto

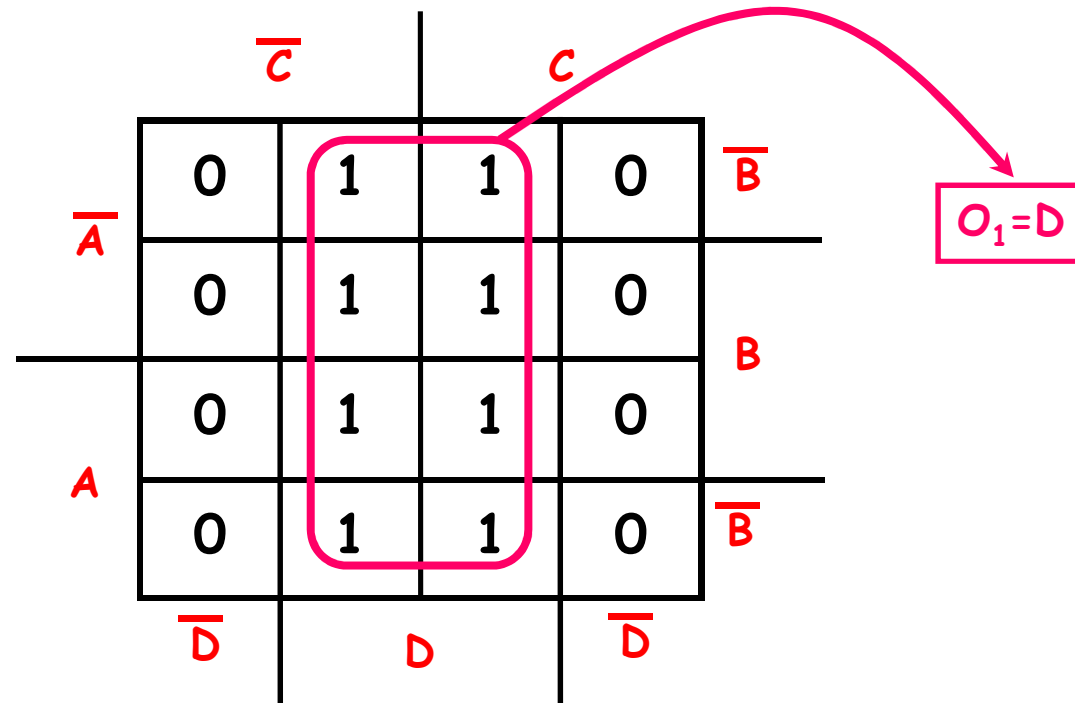


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Octeto

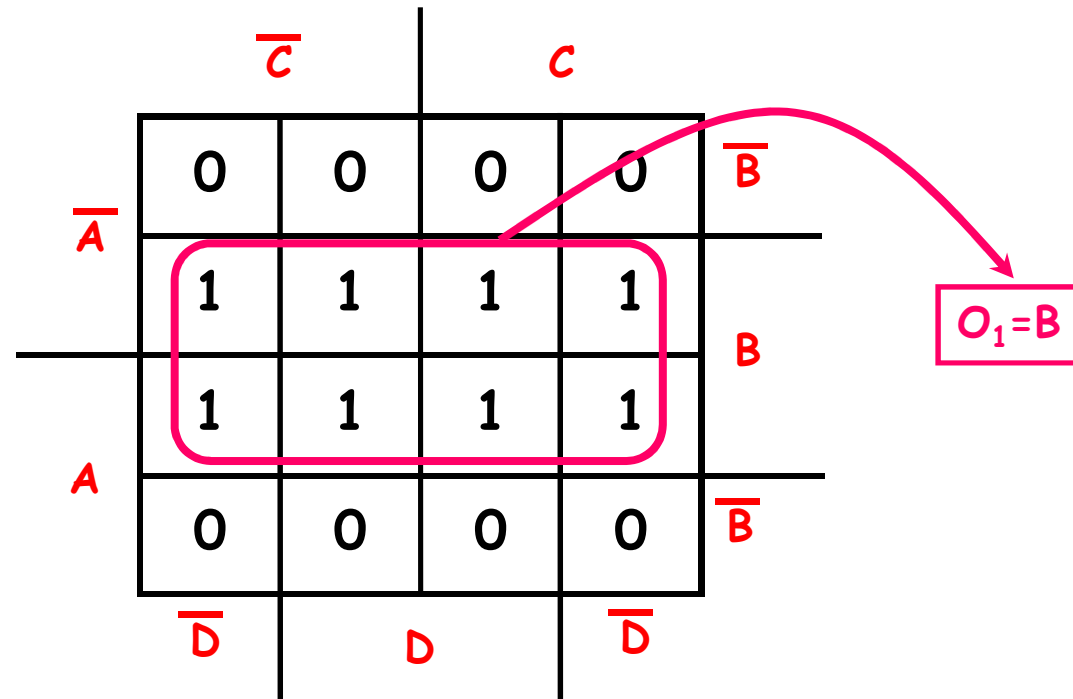


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Octeto



Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Quadra

	\overline{C}		C	
\overline{A}	1	0	0	1
	0	0	0	0
	0	0	0	0
A	1	0	0	1
	\overline{D}	D	\overline{D}	

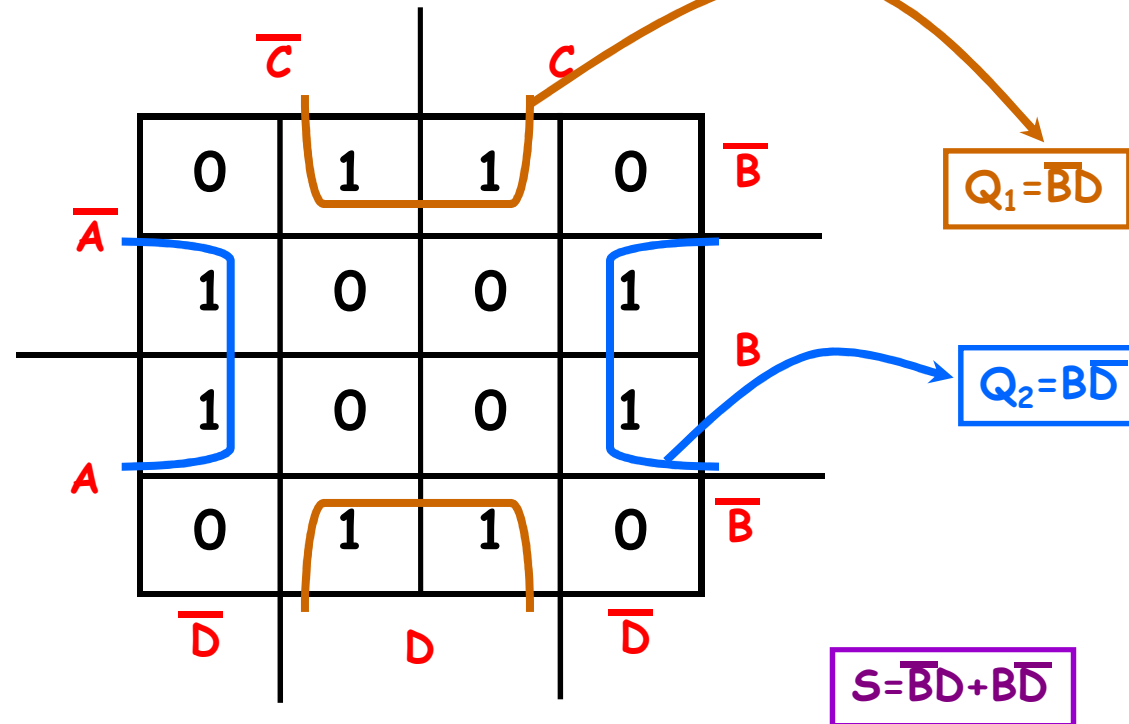
$$Q_1 = \overline{B}\overline{D}$$

Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Quadra

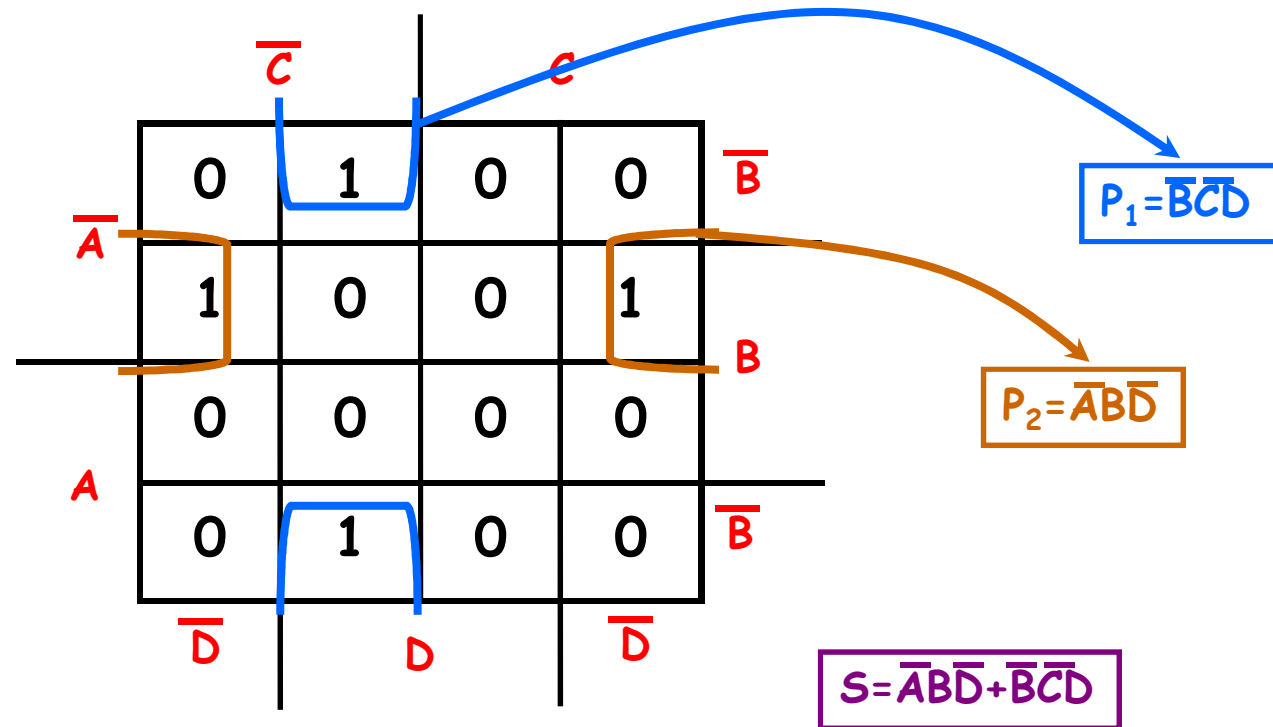


Fundamentos de Lógica

Exemplos de Agrupamentos

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

Pares



Exercícios

Determine a expressão da TV e simplifique o circuito por meio de Mapa de Karnaugh

1)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Soluções

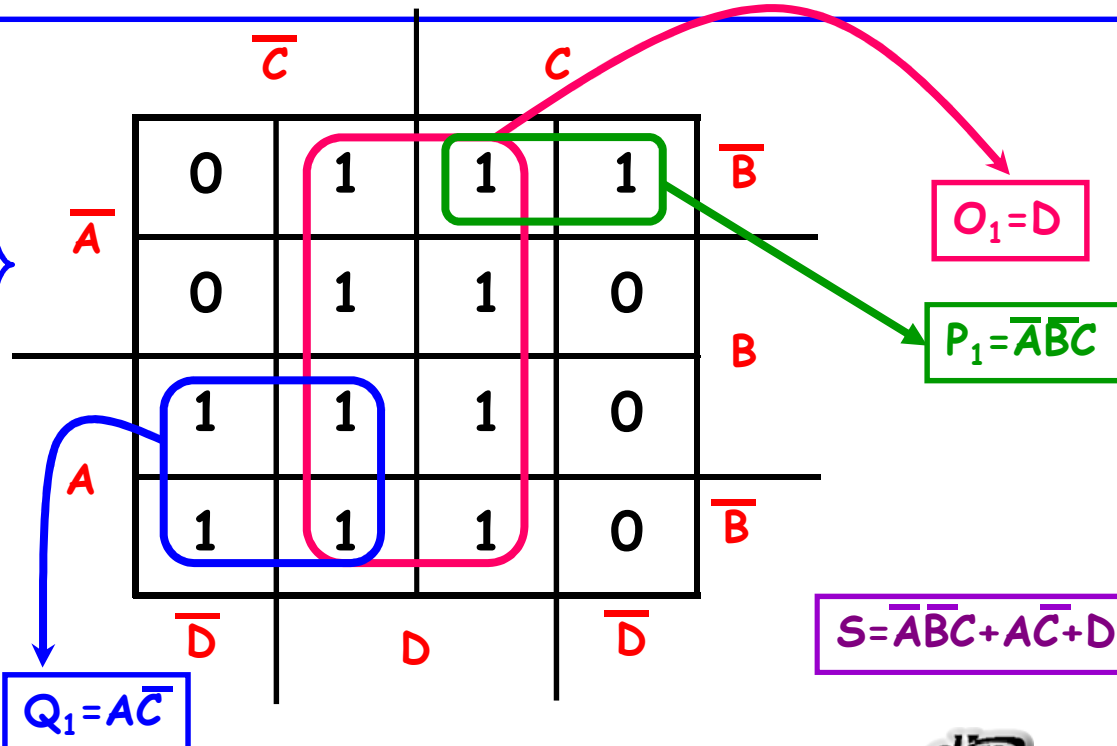
Determine a expressão da TV e simplifique o circuito por meio de Mapa de Karnaugh

1)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Expressão da TV

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + ABCD$$



Exercícios

Determine a expressão da TV e simplifique o circuito por meio de Mapa de Karnaugh

2)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Soluções

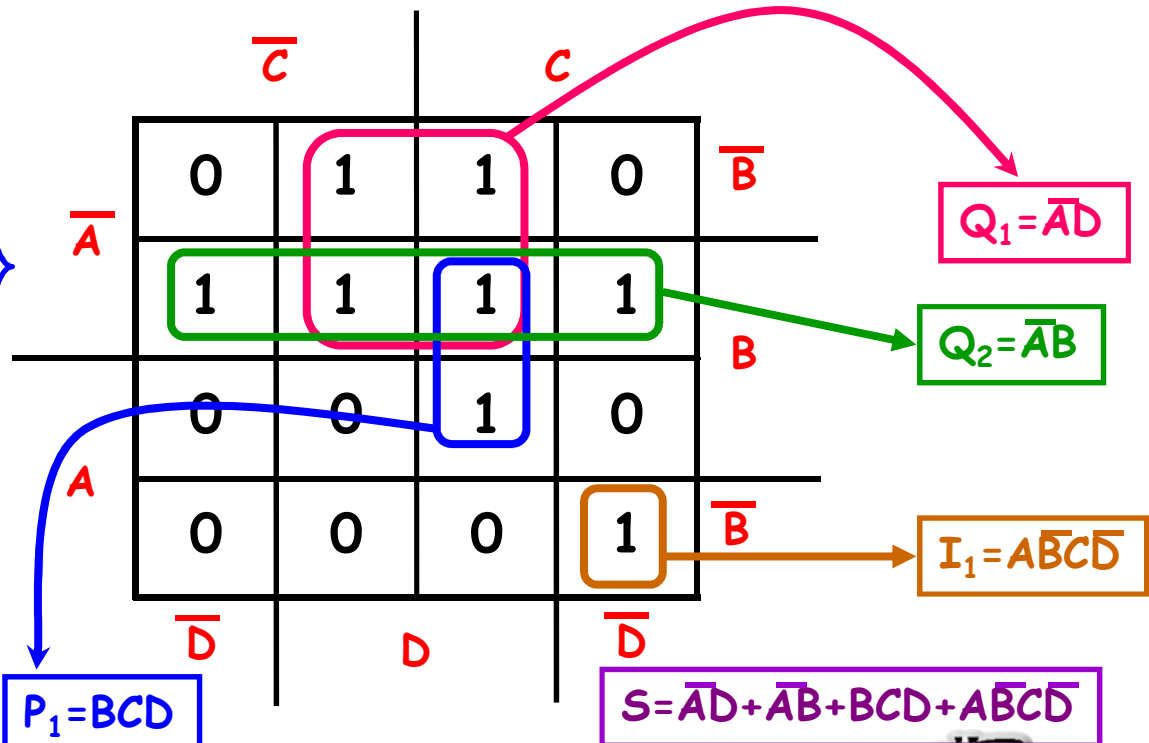
Determine a expressão da TV e simplifique o circuito por meio de Mapa de Karnaugh

2)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Expressão da TV

$$S = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}$$



Exercícios

Determine a expressão da TV e simplifique o circuito por meio de Mapa de Karnaugh

3)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Soluções

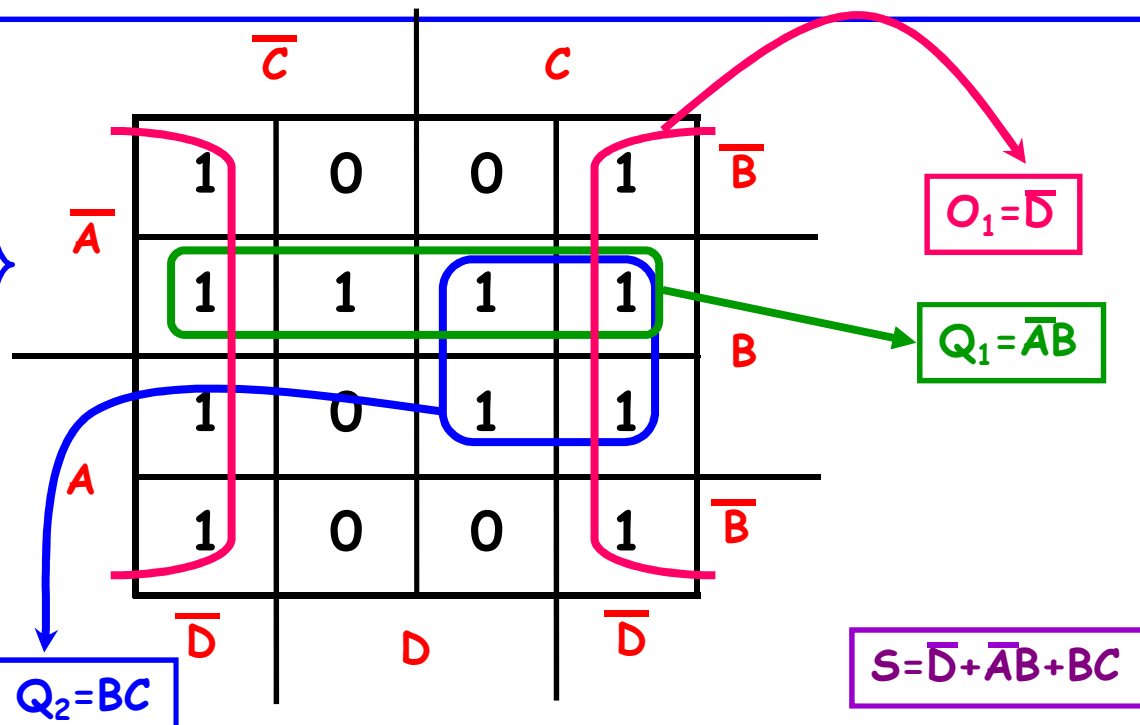
Determine a expressão da TV e simplifique o circuito por meio de Mapa de Karnaugh

3)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Expressão da TV

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + ABC\bar{D} + ABCD$$



Diversão para Casa

Minimize as expressões usando Mapa de Karnaugh

1) Expressão

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD$$

2) Expressão

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + ABCD$$

Resumo da Aula de Hoje

Tópicos mais importantes:

- Simplificação de circuitos por Mapas de Karnaugh 3 e 4 variáveis