

AULA 01 – INTRODUÇÃO À DISCIPLINA DE PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

Prof. Daniel Kikuti

Universidade Estadual de Maringá

21 de julho de 2014

Sumário

- ▶ Sobre a disciplina.
- ▶ Motivação.
- ▶ Definição do objeto de estudo.
- ▶ Como avaliar algoritmos?
- ▶ Colocando a mão na massa.

Sobre a disciplina

- ▶ Ementa e critério de avaliação.

Sobre a disciplina

- ▶ Ementa e critério de avaliação.
- ▶ Datas importantes.

Sobre a disciplina

- ▶ Ementa e critério de avaliação.
- ▶ Datas importantes.
- ▶ Materiais.
 - ▶ Moodle
 - ▶ Livro texto: Cormen T.H. et al. **Introduction to Algorithms.** 3rd ed, 2009.

Sobre a disciplina

- ▶ Ementa e critério de avaliação.
- ▶ Datas importantes.
- ▶ Materiais.
 - ▶ Moodle
 - ▶ Livro texto: Cormen T.H. et al. **Introduction to Algorithms**. 3rd ed, 2009.
- ▶ Para se dar bem na disciplina:
 - ▶ Conhecimentos em programação (traduzir algoritmos descritos em alto nível em programas).
 - ▶ Ferramental matemático (matemática discreta, indução, etc.).
 - ▶ **Dedicação** (aprende-se fazendo...).

Motivação

Por que estudar algoritmos?

Motivação

Por que estudar algoritmos?

- ▶ Importante para todos os outros ramos de Computação.
[Relacionar com outras áreas.]

Motivação

Por que estudar algoritmos?

- ▶ Importante para todos os outros ramos de Computação.
[Relacionar com outras áreas.]
- ▶ Papel fundamental em inovações tecnológicas modernas.
[Exemplo, *page ranking algorithm* – Google.]

Motivação

Por que estudar algoritmos?

- ▶ Importante para todos os outros ramos de Computação.
[Relacionar com outras áreas.]
- ▶ Papel fundamental em inovações tecnológicas modernas.
[Exemplo, *page ranking algorithm* – Google.]
- ▶ Desafiador.

Motivação

Por que estudar algoritmos?

- ▶ Importante para todos os outros ramos de Computação.
[Relacionar com outras áreas.]
- ▶ Papel fundamental em inovações tecnológicas modernas.
[Exemplo, *page ranking algorithm* – Google.]
- ▶ Desafiador.
- ▶ Divertido.

Definição do objeto de estudo

O que é um algoritmo?

Conjunto de regras bem definidas (receita) para resolver um problema computacional (tarefa a ser executada; função ou associação de entradas com saídas).

Definição do objeto de estudo

O que é um algoritmo?

Conjunto de regras bem definidas (receita) para resolver um problema computacional (tarefa a ser executada; função ou associação de entradas com saídas).

Exemplos de problemas computacionais

- ▶ Conjunto de números e queremos encontrar uma ordenação crescente destes números.
- ▶ Mapa rodoviário e queremos encontrar um caminho entre dois pontos.

Como avaliar algoritmos?

Simplicidade

Um algoritmo é **simples** se puder ser facilmente entendido, implementado e mantido.

¹Uma instância de um problema consiste da entrada (satisfazendo quaisquer restrições impostas na definição do problema) necessária à computação da solução do problema.

Como avaliar algoritmos?

Simplicidade

Um algoritmo é **simples** se puder ser facilmente entendido, implementado e mantido.

Correção (corretude)

Um algoritmo está **correto** se para toda instância de entrada¹ a saída correta é produzida.

“Testes servem apenas para provar que um algoritmo tem erros, nunca prova que está correto.” (Dijkstra)

¹Uma instância de um problema consiste da entrada (satisfazendo quaisquer restrições impostas na definição do problema) necessária à computação da solução do problema.

Como avaliar algoritmos?

Simplicidade

Um algoritmo é **simples** se puder ser facilmente entendido, implementado e mantido.

Correção (corretude)

Um algoritmo está **correto** se para toda instância de entrada¹ a saída correta é produzida.

“Testes servem apenas para provar que um algoritmo tem erros, nunca prova que está correto.” (Dijkstra)

Eficiência

A eficiência de um algoritmo é uma medida quantitativa dos recursos necessários (tempo, espaço, etc) para seu funcionamento.

¹Uma instância de um problema consiste da entrada (satisfazendo quaisquer restrições impostas na definição do problema) necessária à computação da solução do problema.

Como medir a eficiência?

Método experimental

- ▶ Implementar os algoritmos.
- ▶ Executar um grande número de vezes.
- ▶ Analisar os resultados.

Como medir a eficiência?

Método experimental

- ▶ Implementar os algoritmos.
- ▶ Executar um grande número de vezes.
- ▶ Analisar os resultados.

Método analítico

- ▶ Construir um modelo matemático do algoritmo e comparar com outros algoritmos por meio de seus modelos.

Modelo de computação

Para que a avaliação de algoritmos não dependa de uma configuração específica de máquina, é conveniente usar um modelo matemático de computador.

Modelo RAM (*Random-Access-Machine*)

- ▶ As operações são executadas sequencialmente.
- ▶ A execução de toda e qualquer operação toma uma unidade de tempo (tempo constante).
- ▶ a memória é infinita – não considera a hierarquia de memória.

Colocando a mão na massa

Multiplicação de inteiros longos

- ▶ **Entrada:** 2 números inteiros x e y com n dígitos.
- ▶ **Saída:** O produto $x * y$.
- ▶ Operações primitivas: soma ou multiplicação de dois números de 1 dígito.

Colocando a mão na massa

Multiplicação de inteiros longos

- ▶ **Entrada:** 2 números inteiros x e y com n dígitos.
- ▶ **Saída:** O produto $x * y$.
- ▶ Operações primitivas: soma ou multiplicação de dois números de 1 dígito.

Exemplo

- ▶ Entrada: $x = 5678$ e $y = 1234$. Saída: $x * y = 7006652$.
- ▶ Como resolver este problema?

Colocando a mão na massa

Multiplicação de inteiros longos

- ▶ **Entrada:** 2 números inteiros x e y com n dígitos.
- ▶ **Saída:** O produto $x * y$.
- ▶ Operações primitivas: soma ou multiplicação de dois números de 1 dígito.

Exemplo

- ▶ Entrada: $x = 5678$ e $y = 1234$. Saída: $x * y = 7006652$.
- ▶ Como resolver este problema?
- ▶ Quantas operações primitivas são executadas usando o algoritmo estudado no Ensino Fundamental?

Colocando a mão na massa

Multiplicação à Russa (*a la russe*)

1. Escreva o multiplicador e o multiplicando lado a lado;
2. Crie duas colunas (uma para cada operando) e repita os seguintes passos até que o número abaixo do multiplicador seja igual a 1:
 - ▶ Divida por 2 o número abaixo do multiplicador (ignore a parte fracionária);
 - ▶ Dobre o número abaixo do multiplicando;
3. Crie uma terceira coluna contendo uma cópia do número abaixo da coluna do multiplicando sempre que o número da coluna do multiplicador for ímpar.
4. Some a terceira coluna para obter o resultado.

Colocando a mão na massa

Multiplicação à Russa (*a la russe*)

1234	5678	—
617	11356	11356
308	22712	—
154	45424	—
77	90848	90848
38	181696	—
19	363392	363392
9	726784	726784
4	1453568	—
2	2907136	—
1	5814272	5814272

Quantas operações primitivas são executadas usando o algoritmo à Russa?

Colocando a mão na massa

Podemos fazer melhor?

“Perhaps the most important principle for the good algorithm designer is to refuse to be content.”

Aho, Hopcroft, and Ullman. *The Design and Analysis of Computer Algorithms*, 1974.

Colocando a mão na massa

Podemos fazer melhor?

“Perhaps the most important principle for the good algorithm designer is to refuse to be content.”

Aho, Hopcroft, and Ullman. *The Design and Analysis of Computer Algorithms*, 1974.

Sim podemos!

Veremos um algoritmo baseado na técnica de divisão e conquista desenvolvido por Anatolii Alexeevitch Karatsuba (1960).

Colocando a mão na massa

Algoritmo Recursivo

Seja $x = 10^{n/2}a + b$ e $y = 10^{n/2}c + d$, onde a , b , c e d são números com $n/2$ dígitos.

Por exemplo: $a = 56$, $b = 78$, $c = 12$ e $d = 34$.

$$\begin{aligned}x.y &= (10^{n/2}a + b)(10^{n/2}c + d) \\ &= 10^n ac + 10^{n/2}(ad + bc) + bd\end{aligned}\tag{1}$$

IDEIA: Recursivamente compute ac , ad , bc , bd e depois compute (1) da maneira usual.

Colocando a mão na massa

Algoritmo multiplicação de Karatsuba

$$x.y = 10^n ac + 10^{n/2}(ad + bc) + bd$$

1. Recursivamente compute ac .
2. Recursivamente compute bd .
3. Recursivamente compute $(a + b)(c + d) = ac + bd + ad + bc$.

Sacada de Gauss: $(3) - (1) - (2) = ad + bc$, portanto precisamos de apenas 3 multiplicações recursivas (e algumas adições).

Colocando a mão na massa

Algoritmo multiplicação de Karatsuba

$$x.y = 10^n ac + 10^{n/2}(ad + bc) + bd$$

1. Recursivamente compute ac .
2. Recursivamente compute bd .
3. Recursivamente compute $(a + b)(c + d) = ac + bd + ad + bc$.

Sacada de Gauss: $(3) - (1) - (2) = ad + bc$, portanto precisamos de apenas 3 multiplicações recursivas (e algumas adições).

Quantas multiplicações primitivas são necessárias?

O algoritmo reduz o número de multiplicações de dois números com n -dígitos para no máximo $3n^{\log_2 3} \approx 3n^{1,585}$ multiplicações de números de um dígito. [Vocês conseguirão chegar neste número mágico em breve. :)]

Tarefa

Leitura fácil

Leia o Capítulo 1 do Cormen (10 páginas). Observe como os autores encaram as questões:

- ▶ O que são algoritmos?
- ▶ Por que o estudo de algoritmos vale a pena?
- ▶ Qual o papel dos algoritmos em relação a outras tecnologias usadas em computadores?

Preencher tabela

Resolvam o problema 1-1 (Comparação de tempos de execução).
[Não precisa calcular para mês, ano e século].