



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

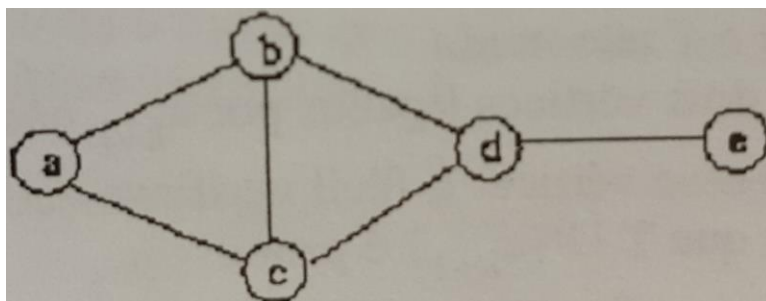
Centro de Tecnologia - CTC  
Departamento de Informática – DIN

**5178-31 – ALGORITMOS EM GRAFOS**  
**BACHARELADO EM INFORMÁTICA**  
**Prof. Rodrigo Calvo**

### **Lista de Exercícios 2**

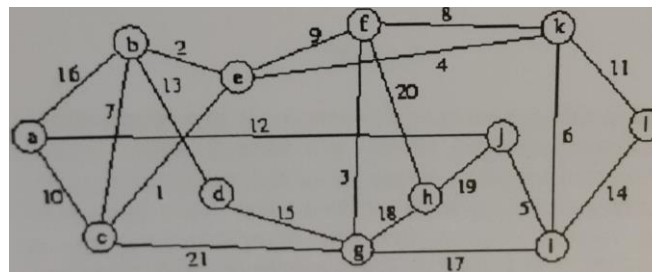
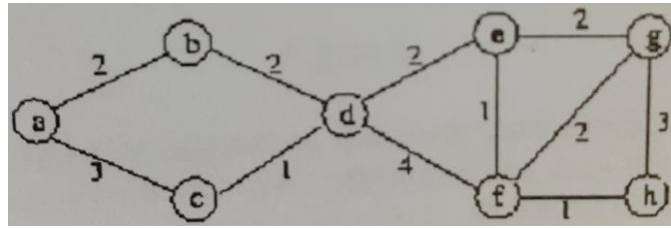
#### **Árvores Geradoras Mínimas**

- 1) Identifique todas as árvores geradoras do grafo ilustrado abaixo:



- 2) Prove que uma árvore pendente (isto é, uma aresta que liga um vértice de grau 1) em um grafo conexo  $G$  é contida em toda árvore geradora de  $G$ .
- 3) É possível construir um grafo conhecendo todas as suas árvores geradoras? Se for, como isto pode ser feito?
- 4) Considerando um grafo conexo e não ponderado, sugira um método para determinar o número de árvores geradoras de um grafo sem que seja preciso enumerá-las.

- 5) Utilize o algoritmo de Kruskal e de Prim para identificar a árvore geradora mínima em cada um dos grafos ilustrados abaixo. Qual é o melhor?



- 6) Considerando um grafo conexo e não ponderado  $G$ , prove que qualquer aresta de  $G$  é um ramo de uma árvore geradora.
- 7) O que acontece se os algoritmos de Kruskal e de Prim forem executados em um grafo desconexo?
- 8) Seja  $G$  um grafo conexo  $e_1$  ponderado onde existe uma aresta  $e_1$  cujo peso é menor que o peso de qualquer outra aresta de  $G$ . Existe alguma situação em que a aresta  $e_1$  não pertencerá a uma árvore geradora mínima?
- 9) Sabendo agora que a aresta  $e_2$  é a aresta de maior peso do grafo. Esta aresta pertencerá a alguma árvore geradora mínima? Quando que ela pertencerá e quando não pertencerá? Exemplifique.

- 10)** Explique o porquê dos algoritmos de Kruskal e de Prim sempre retornarem a mesma árvore geradora mínima com um grafo conexo onde todas as arestas têm um peso diferente.
- 11)** Podemos afirmar que o caminho entre dois vértices de um grafo que faz parte da árvore geradora mínima é o caminho mais curto entre esses dois vértices?
- 12)** Suponha que existem exatamente duas arestas com o mesmo peso. Podemos dizer que o algoritmo de Prim retorna a mesma árvore geradora mínima independente de qual aresta for selecionada?