UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

Discente: Marcos Brunelli Francisco RA: 83561
Sérgio Negri RA: 83448
Rafael Baiolim RA: 83021
Thiago Rodrigo Bucalão RA: 68962

Disciplina: Cálculo Integral e Diferencial 1
Docente: Márcio Rocha

Otimização

1) Um contêiner para estocagem retangular com uma tampa aberta deve ter o volume de $10m^3$. O comprimento de sua base é o dobro da largura. O material para a base custa $10 por metro quadrado. O material para os lados custa $6 por metro quadrado. Encontre o custo dos materiais para o mais barato desses contêiner.

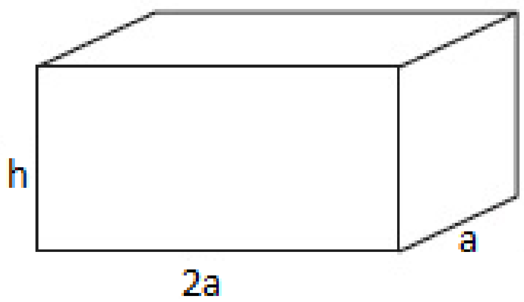
Solução:
Compreendendo o problema:

a) O que é desconhecido?
   R: Altura do contêiner.

b) Quais as quantidades dadas?
   R: Largura e comprimento.

c) Quais as condições dadas?
   R: Largura é o dobro do comprimento.

Diagrama:



Notação

h – altura do contêiner
a – uma unidade de comprimento

Já temos definido que o volume total do contêiner é de $10m^3$. Portanto, sabemos que 10 = 2a.a.h assim:

$$10 = 2a.a.h$$
$$10 = 2a2.h$$
$$a2.h = 5$$
$$h = 5/a^2$$

Portanto **$h = 5/a^2$**, é a altura do recipiente. Agora devemos calcular o custo para construir o contêiner, sabemos que a base tem um custo de 10$ e as laterais custo de 6$.
Assim:

$$C(a) = 10(base)+6[laterais]$$
$$C(a) = 10(2a^2) + 6[2(2ah)+2ah]$$
$$C(a) = 20a^2+6[6ah]$$
$$C(a) = 20a^2+36ah$$

Substituindo $h = 5/a^2$ temos,

$$C(a) = 20a^2+36a5/a^2 = 20a^2+180/a$$

Esse portanto é custo. Logo a função que desejamos otimizar, ou seja, minimizar é:

$$C(a) = 20a^2+180/a$$

Aplicamos então a primeira derivada para encontrar os números críticos:

$$C'(a) = 40a -180/a^2$$
$$C'(a) = 4(10a -45/a^2)$$

A função $C'(a) = 0$ quando, $4(10a – 45/a^2) = 0$. Assim $10a – 45/a^2 = (10a^3 – 45)/a^2$
Para que isso seja igual a zero basta $10a^3 – 45 = 0$.

Portanto,

$$10a^3 =45$$
$$a^3 = 45/10$$
$$a = \sqrt[3]{45/10}$$

Temos então que $a = \sqrt[3]{45/10}$ é um número crítico.
Aplicando os limites temos que tal que *a* tende a zero pela direita e *a* tende a mais infinito temos:

$$\lim_{a\to 0+}\left(40a^2+\frac{180}{a}\right) = \lim_{a\to 0+}(40a + \infty) = +\infty$$
$$\lim_{a\to\infty}\left(40a^2+\frac{180}{a}\right) = \lim_{a\to\infty}(40a+0) = +\infty$$

Assim, podemos observar que C'(a) < 0 para 0 < a < $\sqrt[3]{45/10}$ e C'(a) > 0 para a > $\sqrt[3]{45/10}$, portanto, C está decrescente para todo a à esquerda do número crítico e crescente para todo a a direita.

Assim, a = $\sqrt[3]{45/10}$ deve originar um mínimo absoluto. Portanto, o custo mínimo é:

$$C(\sqrt[3]{45/10}) = 20(\sqrt[3]{45/10})^2 + 180/(\sqrt[3]{45/10}) =$$

$$C(\sqrt[3]{45/10}) = 20.\ (1{,}65)^2 + 180 / 1{,}65 =$$

$$C(\sqrt[3]{45/10}) = 54{,}45 + 109{,}09 \approx 163{,}54$$