PTC 3020 - SISTEMAS DE CONTROLE
P1 - 2022

INSTRUÇÕES

- Duração: 1h40min
- Consulta permitida apenas ao formulário em papel A4 próprio e à cópia da tabela de transformadas de Laplace, devidamente identificados. O formulário não deve conter soluções de exercícios/problemas.
- Coloque nome e número em todas as folhas.
- Ao final da prova, entregue estas folhas de questões e o formulário de consulta.
- Apresente com clareza suas soluções para os problemas. Nunca deixe subentendido seu raciocínio. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1a Questão - Valor: 1,0

Um engenheiro realizou um ensaio e obteve a seguinte função de transferência de um determinado processo

$$G(s) = \frac{197.14}{(s+6.9)(s+10)(s+20)}$$

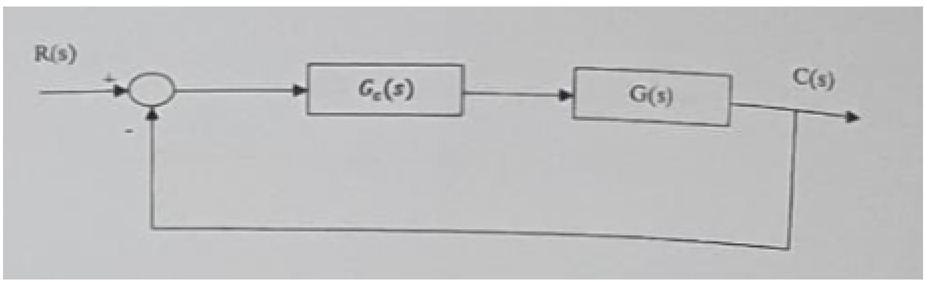
Posteriormente, colocou um controlador $G_c(s) = (s + 7)$ em série com a planta e afirmou que a resposta do sistema a uma entrada tipo degrau unitário poderia ser aproximada por uma resposta equivalente de um sistema de 2a ordem. Pede-se:

a) Calcule a resposta temporal do sistema para a entrada mencionada. (**Valor: 0,5**)

b) A afirmação é verdadeira? Justifique. (**Valor: 0,5**)

2a Questão - Valor: 5,0

Considere o sistema da seguinte figura.



Um engenheiro quer projetar um sistema de controle proporcional $G_c(s) = K,\ (K > 0)$ em malha fechada, com realimentação para planta

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+6)(s^2+2s+37)}$$

Pede-se:

a) Determine o valor do erro estacionário ao degrau unitário para este sistema. (**Valor 0,5**)

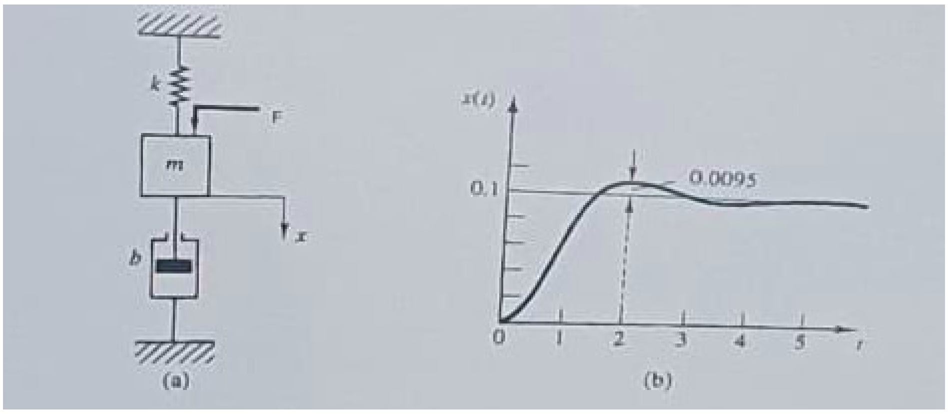
b) Determine utilizando critério de Routh-Hurwitz, para que valor de K o sistema é estável. (**Valor 0,5**)

c) Esboce o Lugar Geométrico das Raízes indicando claramente os pontos de início e término do LGR, o LGR sobre o eixo real, os ângulos das assíntotas, intersecção das assíntotas com o eixo real, os pontos de partida e chegada do eixo real (indicando o ganho associado), os ângulos de partida dos pólos complexos e, se houver, os pontos de cruzamento com o eixo imaginário (ganho e frequência). (**Valor 3,0**)

d) Determine o valor de K tal que dois pólos de malha fechada se situem em -0.8188±j5.8669. (**Valor 1,0**)

3a Questão - Valor: 4,0

A figura a seguir apresenta um sistema mecânico. Quando uma força F=2N (entrada tipo degrau) é aplicada ao sistema no instante t=0, a massa oscila, conforme indicado no gráfico. Considere que o deslocamento x(t) é medido a partir da posição de equilíbrio.



a) Mostre que a função de transferência do sistema pode ser escrita como:

$$\frac{X(s)}{F(S)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

(**Valor 1,0**)

b) Determine os parâmetros m, b e k do sistema a partir do gráfico. O deslocamento x(t) (em metros) é medido a partir da posição de equilíbrio e o tempo é medido em segundos. (**Valor 1,0**)

c) Determine o tempo necessário para a posição da massa se situar no intervalo de ±2% do valor estacionário. (**Valor 0,5**)

d) Considere agora que m = 1 kg, b = 12 Ns/m e k = 100 N/m. Obtenha a resposta no tempo do sistema quando uma força de 10 N (entrada degrau) é aplicada à massa m. (**Valor 1,0**)

e) O que precisaria ser alterado nos dados do item “d” para esse sistema oscilar continuamente com amplitude constante a partir da aplicação de um impulso unitário em sua entrada? (**Valor 0,5**)

1ª questão - SOLUÇÃO DO FUAD

a) $G_c(s)G(s) = \dfrac{197.14\,(s+7)}{(s+6.9)(s+10)(s+20)}$ $\qquad R(s) = \dfrac{1}{s}$

$C(s) = R(s)G_c(s)G(s) = \dfrac{197.14\,(s+7)}{s(s+6.9)(s+10)(s+20)}$

Fazendo a expansão em frações parciais:

$C(s) = \dfrac{A}{s} + \dfrac{B}{s+6.9} + \dfrac{C}{s+10} + \dfrac{D}{s+20}$

$A = \dfrac{197.14\,(s+7)}{s(s+6.9)(s+10)(s+20)} \cdot s \Big|_{s=0} = 1\ (0.99998)$

$B = \dfrac{197.14\,(s+7)}{s(s+6.9)(s+10)(s+20)} \cdot (s+6.9) \Big|_{s=-6.9} = -0.0704$

$C = \dfrac{197.14\,(s+7)}{s(s+6.9)(s+10)(s+20)} \cdot (s+10) \Big|_{s=-10} = -1.908$

$D = \dfrac{197.14\,(s+7)}{s(s+6.9)(s+10)(s+20)} \cdot (s+20) \Big|_{s=-20} = 0.9782$

$\boxed{c(t) = 1 - 0.0704e^{-6.9t} - 1.908e^{-10t} + 0.9782e^{-20t},\ (t \geq 0)}$

b) O resíduo (0.0704) associado ao polo (-6.9) é muito menor que os demais resíduos, logo podemos desprezar a resposta associada a tal polo e aproximarmos a resposta pela de um sistema de 2ª ordem.

$\boxed{c(t) = 1 - 1.908e^{-10t} + 0.9782e^{-20t},\ (t \geq 0)}$

Alguém sabe pq é de segunda ordem ? n entendi

3ª questão:

a) Pela 2ª Lei de Newton: $F_R = m.a = m.\frac{d x^2}{dt^2}$

$$m\frac{dx^2}{dt^2} = F(t) - Kx(t) - b.\frac{dx}{dt}$$

(força peso não interfere porque é considerado x(t) a partir da posição de equilíbrio)

Fazendo a transformada de Laplace:

$$m.s^2.X(s) = F(s) - KX(s) - b.s.X(s)$$

$$ms^2.X(s) + KX(s) + bsX(s) = F(s)$$

$$X(s)\left[ms^2 + K + bs\right] = F(s)$$

$$\boxed{\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2+bs+K}}$$

b) $M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)}$

De acordo com o gráfico
$c(t_p) = 0.1095$
$c(\infty)$ tende a 0.1

$$M_p = \frac{0.0095}{0.1} = 0.095$$

$$M_p = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0.095$$

$$\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \ln(0.095)$$

$$\xi = 0.74926\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\xi^2 = 0,56139\,(1-\xi^2)$$

$$1,56139\,\xi^2 = 0,56139$$

$$\boxed{\xi \cong 0,6}$$

$t_p = 2$

$t_p = \frac{\pi}{\omega d}$

$\omega d = \omega_n . \operatorname{sen}\beta$
$= \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

$$\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-0,36}} = 2$$

$$\boxed{\omega_n \cong 1,9635}$$

em sistema de 2ª ordem: $\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} = \frac{3,855}{s^2+2,35625+3,855} = \frac{1}{\frac{1}{3,855}s^2 + \frac{2,35625s}{3,855}+1}$

analisando de forma análoga ao dado pelo enunciado: $\frac{1}{ms^2+bs+K}$

$$\boxed{K = 1 \quad m = 0,26 \quad b = 0,61}$$

c) $t_s(2\%) = \frac{4}{\xi \omega_n} = \frac{4}{0,6 \cdot 1,9635} \cong 3,4 s$ //

d) $G(s) = \frac{1}{s^2+12s+100}$ $\quad R(s) = \frac{10}{s}$ $\quad c(t) = ?$

polos de $s^2+12s+100$:

$$s = \frac{-12 \pm \sqrt{144-400}}{2}$$

$$s = \frac{-12 \pm 16i}{2} = -6 \pm 8i$$

$$C(s) = G(s) \cdot R(s)$$

$$C(s) = \frac{10}{s(s^2+12s+100)}$$

$$C(s) = \frac{10}{s(s+6-8i)(s+6+8i)}$$

$$C(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+6-8i} + \frac{B^*}{s+6+8i}$$

$$A = C(s) \cdot s \big|_{s=0} = 0,1$$

$$B = C(s) \cdot (s+6-8i) \big|_{s=-6+8i}$$

$$= \frac{10}{(-6+8i)(\cancel{-6}+8i+\cancel{6}+8i)} = \frac{10}{-96i-128} = \frac{1\cancel{0}}{16\cancel{0} \angle 216,87^\circ} = 0,0625 \angle 143,13^\circ \cong 0,0625\, e^{-2,498j}$$

$\nearrow$ 143,13° em radianos

Considerando $f(t) = 2|K_1|e^{-\alpha t} \cdot \cos(\beta t + \theta)$ para complexos conjugados:

$$\boxed{c(t) = 0,1 + 2 \cdot 0,0625\, e^{-6t} \cdot \cos(8t - 2,498)}$$

Referência:

Exemplo de Transformada Inversa de Laplace para o caso de pólos complexos conjugados (1)

- Exemplo: $Y(s) = \frac{10(s+2)}{s(s^2+4s+5)}$

$$f(t) = 2|K_1|e^{-\alpha t}\cos(\beta t + \theta) + \ldots$$

$$s^2+4s+5 = (s+2-j1)(s+2+j1)$$

$$Y(s) = \frac{10(s+2)}{s(s+2-j1)(s+2+j1)} = \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+2-j1} + \frac{K_1^*}{s+2+j1}$$

USE radianos no expoente

$$K_0 = sY(s)\big|_{s=0} = \frac{10(2)}{(2-j1)(2+j1)} = \frac{20}{5} = 4$$

$$K_1 = (s+2-j1)Y(s)\big|_{s=-2+j1} = \frac{10(j1)}{(-2+j1)(j2)} = \frac{5}{\sqrt{5}\angle 153.43^\circ} = 2.236\angle -153.43^\circ = 2.236\, e^{-j2.678}$$

$$y(t) = (4 + 2 \times 2.236\cos(t - 2.678))u(t)$$

Universidade de Brasília

Laboratório de Processamento de Sinais em Arranjos

departamento de engenharia elétrica

6

https://slideplayer.com.br/slide/5622519/

e) Seria necessário que b fosse igual a zero, pois neste caso não haveria amortecimento.

(NÃO TENHO CERTEZA DAS LETRAS B), D) E E).)