PTC3360 - Introdução a Redes e Comunicações

4.1 Densidade espectral de energia e de potência - Parte 2

[Lathi and Ding, 2012, Seções 3.1 a 3.4 e 3.7]

Outubro 2025

Sumário

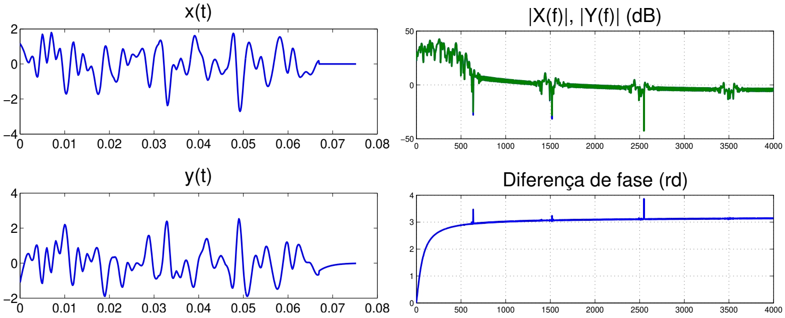
Sumário

DEE e autocorrelação

- $\Psi_g(f)$ não representa completamente $g(t)$; fase de $G(f)$ não importa no cálculo de $\Psi_g(f)$

Exemplo 8: Sinais com mesma DEE

Ver programa Python no Colab.



DEE e autocorrelação

- $\Psi_g(f)$ não representa completamente $g(t)$; fase de $G(f)$ não importa no cálculo de $\Psi_g(f)$

Exemplo 8: Sinais com mesma DEE

Ver programa Python no Colab.

- Sendo assim, que informação no tempo DEE representa?
- Resposta:

Autocorrelação para sinais de energia: $\psi_g(\tau)$

$$\psi_g(\tau) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t+\tau)dt \xleftrightarrow{TF} \Psi_g(f)$$

$$\psi_g(0) = \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t)dt = E_g$$

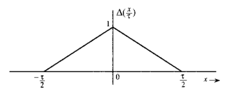
Exemplo 9: Pulso retangular

Para o pulso retangular

$$g(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

calcule a DEE e a autocorrelação a partir da TF inversa e a partir da definição.

$$\Psi_g(f) = T^2\text{sinc}^2(\pi f T);\, \psi_g(\tau) = T\Delta\left(\frac{\tau}{2T}\right)$$



Neste caso $\psi_g(\tau) < \psi_g(0) = E_g$. Sempre verdade?

Autocorrelação e DEE: propriedades

Desigualdade de Cauchy-Schwartz

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t)dt\right)^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t)dt$$

Exemplo 10: Limite superior para a DEE

Mostre que

$$|\psi_g(\tau)| \leq \psi_g(0) = E_g$$

Sinais de potência

Potência de $g(t)$: Definição

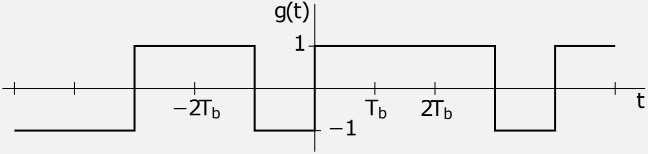
- Potência instantânea de $g(t)$: $p_g(t) = g^2(t)$
- Potência média

$$P_g \triangleq \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} p_g(t) dt$$

- Se $0 < P_g < \infty$ sinal é dito *de potência*

Sinais de potência

Exemplo 11: Sinal aleatório binário



$P_g = 1$

- Podemos definir uma densidade espectral de potência (DEP) para sinais de potência assim como fizemos com a DEE para sinais de energia?

Sinais de potência: autocorrelação

Definição: Autocorrelação para sinais de potência

$$R_g(\tau) \triangleq \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} g(t)g(t+\tau)dt$$

Exemplo 12: Limite superior

Usando o Teorema de Cauchy-Schwarz, mostre que

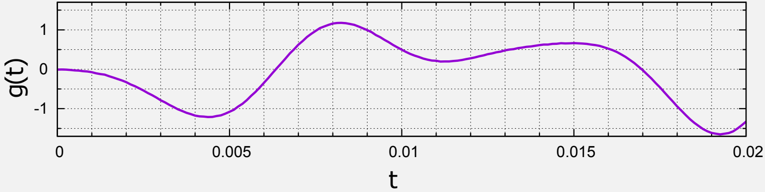
$$|R_g(\tau)| \leq R_g(0) = P_g < \infty$$

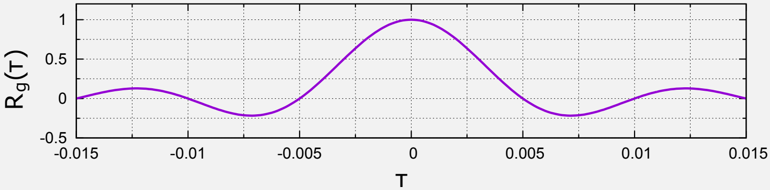
Exemplo 13: Sinal cossenoidal

$$g(t) = \cos(\omega_c t + \theta), \;\; \omega_c \neq 0 \Rightarrow R_g(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2}\cos(\omega_c \tau)$$

Sinais de potência: autocorrelação

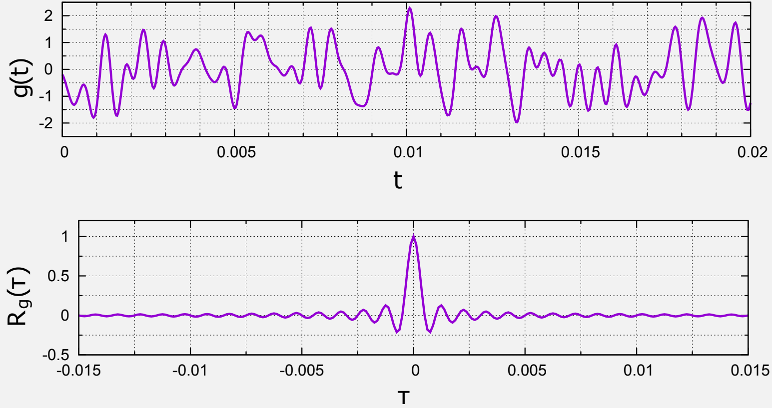
Exemplo 14: Sinal aleatório com variações lentas





Sinais de potência: autocorrelação

Exemplo 15: Sinal aleatório com variações rápidas



Densidade espectral de potência (DEP)

- Os exemplos e a discussão para sinais de energia sugerem:

Candidata a DEP: TF da autocorrelação

$$S_g(f) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} R_g(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

Exemplo 16: $S_g(f)$e P_g

Mostre que, com a definição acima, $\int_{-\infty}^{\infty} S_g(f)df = P_g$.

- Porém $S_g(f)$ satisfaz propriedades desejadas para representação espectral: $S_g(f) \geq 0$? Efeito de sistema LIT?
- Verificaremos na próxima aula!

Referências

Lathi, B. B. P. and Ding, Z. (2012). *Sistemas de Comunicações Analógicos e Digitais Modernos*. LTC.