

PTC3360 - Introdução a Redes e Comunicações

4.1 Densidade espectral de energia e de potência - Parte 3

[Lathi and Ding, 2012, Seções 3.1 a 3.4 e 3.7]

Outubro 2025

- 1 Redes de Comunicação
- 2 Introdução às camadas superiores
- 3 Camadas de enlace e física
- 4 **Comunicações digitais e sua aplicação na camada física**
 - **Introdução**
 - Densidade espectral de energia e de potência
 - Transformada de Fourier e sistemas LIT
 - Energia e Potência
 - Energia e densidade espectral de energia
 - Potência e densidade espectral de potência

- 1 Redes de Comunicação
- 2 Introdução às camadas superiores
- 3 Camadas de enlace e física
- 4 **Comunicações digitais e sua aplicação na camada física**
 - Introdução
 - **Densidade espectral de energia e de potência**
 - Transformada de Fourier e sistemas LIT
 - Energia e Potência
 - Energia e densidade espectral de energia
 - Potência e densidade espectral de potência

Densidade espectral de potência (DEP)

Propriedade 1: saída de sistema LIT

Da definição de DEP e das propriedades de sistemas LIT pode-se mostrar que:

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f).$$

Exemplo 17: Positividade

Mostre que

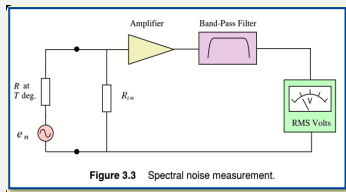
$$S_g(f) \geq 0.$$

Vemos assim que $S_g(f)$ tem características que justificam sua definição como DEP 😊.

Densidade espectral de potência (DEP)

Exemplo 18: Significado prático da DEP

Considere o circuito da figura a seguir em que um sinal $x(t)$ passa por um filtro passa-faixa (FPF) ideal. A tensão RMS da saída y_{RMS} é então medida.

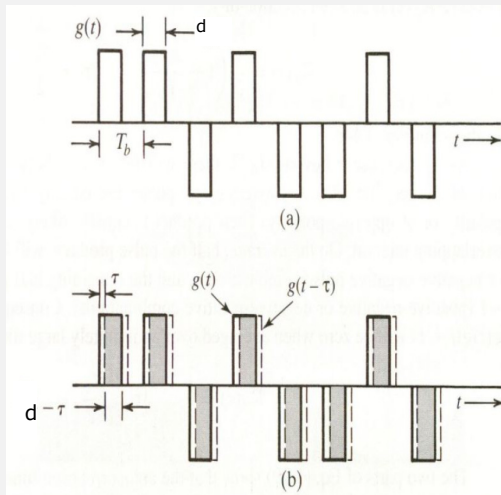


- 1) Considere $x(t)$ senoidal e determine a DEP de uma senoide a partir de y_{RMS} .
- 2) Confira seu resultado usando a TF da $R_g(\tau)$ obtida no Exemplo 13.
- 3) Para um sinal de entrada $x(t)$ qualquer e um FPF com banda B centrado em f_0 , relacione $S_x(f_0)$ com y_{RMS} .

DEP de sinal usado em comunicações

Exemplo 19: Sinal aleatório binário pulsado

Vamos calcular a DEP de um **sinal aleatório binário** como o da figura a seguir.



Exemplo 19: Sinal aleatório binário pulsado

$$R_g(\tau) = \frac{d}{T_b} \Delta\left(\frac{\tau}{2d}\right) \xleftrightarrow{TF} S_g(f) = \frac{d^2}{T_b} \text{sinc}^2(\pi f d)$$

- Note que $g(t)$ tem nível DC nulo mas DEP não nula em $f = 0$!

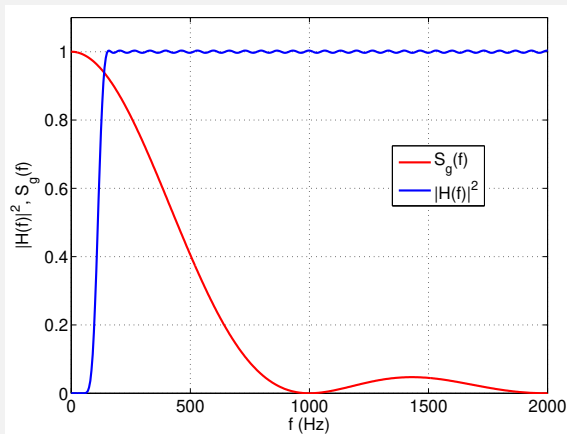
Exemplo 20: Filtragem passa-altas de sinal aleatório binário

- Motivação: **acoplamento via transformador** na transmissão
- Possíveis **erros de bit** na recepção

Exemplo 20: Filtragem PA de sinal aleatório binário

Resposta em frequência do filtro

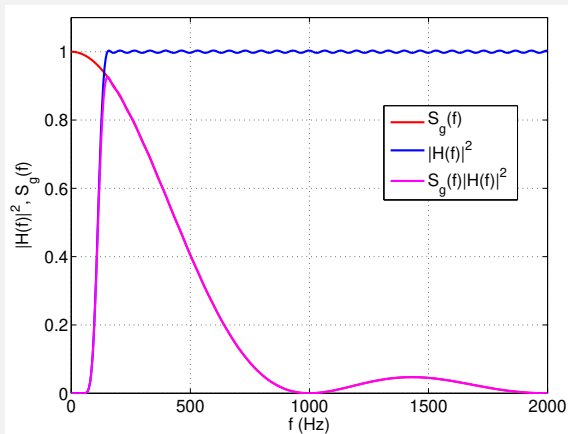
$T_b = d = 1$ ms, filtro passa-altas acima de 150 Hz



Exemplo 20: Filtragem PA de sinal aleatório binário

Resposta em frequência do filtro

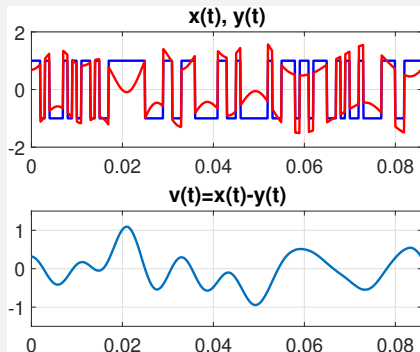
$T_b = d = 1$ ms, filtro passa-altas acima de 150 Hz



Exemplo 20: Filtragem PA de sinal aleatório binário

Sinais no tempo

$T_b = d = 1$ ms, filtro passa-altas acima de 150 Hz

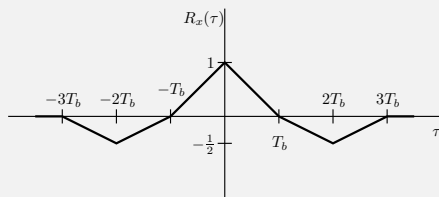


Note que deve ocorrer um erro de detecção em $t = 0.021$ s já que nesse instante $x(t) > 0$ e $y(t) < 0$!

Exemplo 21: DEP nula em $f = 0$

P1 2016

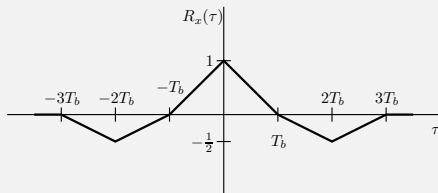
Considere um sinal de potência com a função de autocorrelação mostrada no gráfico a seguir, sendo $T_b = 1$ ms.



- a) Calcule $S_x(f)$ em $f = 0$.
- b) Compare o efeito de uma transmissão sem acoplamento DC (filtragem passa-altas) neste sinal e em um sinal aleatório binário, como o visto em aula.
- c) Separando $R_x(\tau)$ em 3 partes e usando a propriedade do deslocamento temporal da TF, determine e esboce a DEP de $x(t)$, indicando valores numéricos nos dois eixos. Verifique a conclusão obtida no item a).

Exemplo 21: DEP nula em $f = 0$

P1 2016 - Resolução

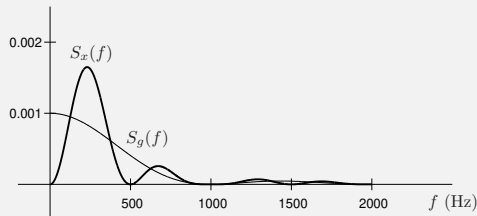
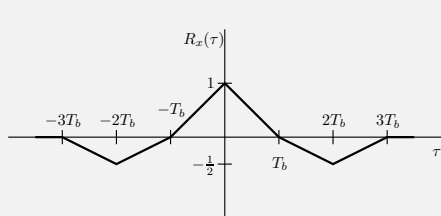


a) $S_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \Rightarrow S_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) d\tau = 0$, pois a área somada dos 2 triângulos abaixo do eixo x é igual à área do triângulo acima do eixo das abscissas.

b) O efeito é menos prejudicial neste caso pois a DEP é nula na origem, diferentemente da DEP do sinal aleatório binário, que é máxima na origem.

Exemplo 21: DEP nula em $f = 0$

P1 2016 - Resolução



$$c) R_x(\tau) = \Lambda\left(\frac{\tau}{2T_b}\right) - \frac{1}{2} \left[\Lambda\left(\frac{\tau-2T_b}{2T_b}\right) + \Lambda\left(\frac{\tau+2T_b}{2T_b}\right) \right].$$

Pela propriedade do deslocamento temporal da TF e usando a DEP $S_g(f)$ do sinal aleatório binário, resulta $S_x(f) = \left\{ 1 - \frac{1}{2} [e^{-j\omega 2T_b} + e^{j\omega 2T_b}] \right\} S_g(f) = [1 - \cos(4\pi f T_b)] T_b \text{sinc}^2(\pi f T_b)$

Lathi, B. B. P. and Ding, Z. (2012). *Sistemas de Comunicações Analógicos e Digitais Modernos*. LTC.