



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
FACULDADE DE GEOFÍSICA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

THIAGO FIGUEIRÓ RIBEIRO

## **MODELAGEM MCSEM 1D UTILIZANDO O MÉTODO QWE**

BELEM-PARÁ  
2014

THIAGO FIGUEIRÓ RIBEIRO

## **MODELAGEM MCSEM 1D UTILIZANDO O MÉTODO QWE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará em cumprimento às exigências para obtenção do título de Bacharel em Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Elétricos e eletromagnéticos

Linha de pesquisa: Geofísica aplicada à exploração de hidrocarbonetos

Orientador: Cícero Roberto Teixeira Régis

BELÉM-PARÁ  
2014

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará**  
**Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

R484m    Ribeiro, Thiago Figueiró.  
          Modelagem MCSEM 1D utilizando o método QWE / Thiago  
          Figueiró Ribeiro. — 2014.  
          46 f. : il. color.

          Orientador(a): Prof. Dr. Cícero Roberto Teixeira Régis  
          Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade  
          Federal do Pará, Instituto de Geociências, Faculdade de Geofísica,  
          Belém, 2014.

          1. Geofísica Marinha. 2. Prospecção - Métodos Geofísicos.  
          3. Geofísica. I. Título.

CDD 622.1822

---

THIAGO FIGUEIRÓ RIBEIRO

**MODELAGEM MCSEM 1D UTILIZANDO O MÉTODO QWE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará em cumprimento às exigências para obtenção do título de Bacharel em Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Elétricos e eletromagnéticos

Linha de pesquisa: Geofísica aplicada à exploração de hidrocarbonetos

Data de aprovação: 27 de fevereiro de 2014.

Conceito: Regular

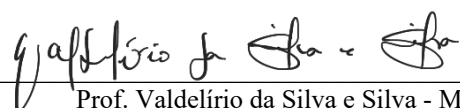
Banca Examinadora:

---

Prof. Cícero Roberto Teixeira Régis – Orientador  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Federal do Pará

---

Prof. Victor César Tocantins de Souza - Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará



---

Prof. Valdelírio da Silva e Silva - Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

## RESUMO

O método da transformada rápida de Hankel é muito utilizado para o cálculo do campo eletromagnético de fontes Geofísicas. Key (2013) propôs a possibilidade de utilizar o algoritmo de Quadratura com Extrapolação (QWE) para atacar esse problema. Foi utilizado o algoritmo de QWE para fazer uma comparação entre a precisão do cálculo do campo eletromagnético gerado pelo MCSEM 1D para diferente quantidade de pontos em modelos geoeletricos diversos. Concluiu-se que o método de QWE usando 7 pontos para o cálculo do campo do MCSEM tem um erro relativo de menos de 0.01% para *offsets* pequenos (até 5km) e de até 10-5% para médios e grande *offsets* (maiores que 5km), dependendo da complexidade do modelo geoeletrico utilizado.

**Palavras-chave:** MCSEM; geofísica marinha; quadratura com extrapolação.

## ABSTRACT

The Fast Henkel Transform (FHT) method is largely used on the calculation of the EM geophysics. Key (2013) proposed the possibility of using the algorithm of the Quadrature with Extrapolation (QWE) to attack this problem. In this work, the QWE algorithm was used to compare the precision of the EM field generated for the 1D MCSEM with different quantity of points and in different geoelectrical models. The QWE method using 7 points for the 1D MCSEM has a relative error of up to 0.01% when used for small *offsets* (up to 5km), and up to 10-5% when used for medium and big *offsets* (bigger than 5km), depending on the complexity of the geoelectrical model used.

**Key words:** MCSEM; marine geophysics; quadrature with Extrapolation.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Modelo conceitual do método MCSEM.....	9
Figura 3.1 – Ilustração do algoritmo recursivo $\epsilon$ . As flexas negras representam a diferença simples da equação 11, enquanto que as cinzas mostram a relação recorrente de quatro termos da equação 12. As caixas cinza mostram a $n$ -ésima ordem da transformada de Shank para ordens pares e ímpares.....	15
Figura 4.A - Modelo Geoelétrico .....	22
Figura 4.B - Modelo Geoelétrico com oceano estratificado.....	22
Figura 4.C - Modelo Geoelétrico com reservatório estratificado. 5 Camadas de 1 m de petróleo ( $100 \Omega.m$ ) intercaladas em uma camada sedimento de 10m de espessura ( $10 \Omega.m$ ).....	22
Figura 4.D - Modelo Geoelétrico baseado no campo de Troll, Noruega.....	22
Figura 4.E - Modelo Geoelétrico baseado na bacia da Angola.....	23
Figura 4.F - Modelo Geoelétrico baseado na bacia da Angola.....	23
Figura 4.A1 - Resposta para o modelo canônico (0.1Hz).....	26
Figura 4.A2 - Erro Relativo ao modelo canônico (0.1Hz).....	26
Figura 4.A3 - Resposta para o modelo canônico (1Hz).....	26
Figura 4.A4 - Erro Relativo ao modelo canônico (1Hz).....	26
Figura 4.B1 - Resposta para o modelo com o oceano estratificado (0.1Hz).....	29
Figura 4.B2 - Erro Relativo ao modelo com o oceano estratificado (0.1Hz).....	29
Figura 4.B3 - Resposta para o modelo com o oceano estratificado (1Hz).....	29
Figura 4.B4 - Erro Relativo ao modelo com o oceano estratificado (1 Hz).....	29

Figura 4.C1 - Resposta para o modelo canônico com o reservatório estratificado (0.1Hz).....	32
Figura 4.C2 - Erro Relativo ao modelo canônico com o reservatório estratificado (0.1Hz).....	32
Figura 4.C3 - Resposta para o modelo canônico com o reservatório estratificado (1Hz).....	32
Figura 4.C4 - Erro Relativo ao modelo canônico com o reservatório estratificado (1Hz).....	32
Figura 4.D1 - Resposta para o modelo do campo de Troll (0.1Hz).....	35
Figura 4.D2 - Erro Relativo ao modelo do campo de Troll (0.1Hz).....	35
Figura 4.D3 - Resposta para o modelo do campo de Troll (1Hz).....	35
Figura 4.D4 - Erro Relativo ao modelo do campo de Troll (1Hz).....	35
Figura 4.E1 - Resposta para o modelo da bacia da Angola (0.1Hz).....	38
Figura 4.E2 - Erro Relativo ao modelo da bacia da Angola (0.1Hz).....	38
Figura 4.E3 - Resposta para o modelo da bacia da Angola (1Hz).....	38
Figura 4.E4 - Erro Relativo ao modelo da bacia da Angola (1Hz).....	38
Figura 4.F1 - Resposta para o modelo do hidrato de metano (0.1Hz).....	41
Figura 4.F2 - Erro Relativo ao modelo do modelo do hidrato de metano (0.1Hz).....	41
Figura 4.F3 - Resposta para o modelo do hidrato de metano (1Hz).....	41
Figura 4.F4 - Erro Relativo ao modelo do modelo do hidrato de metano (1Hz).....	41



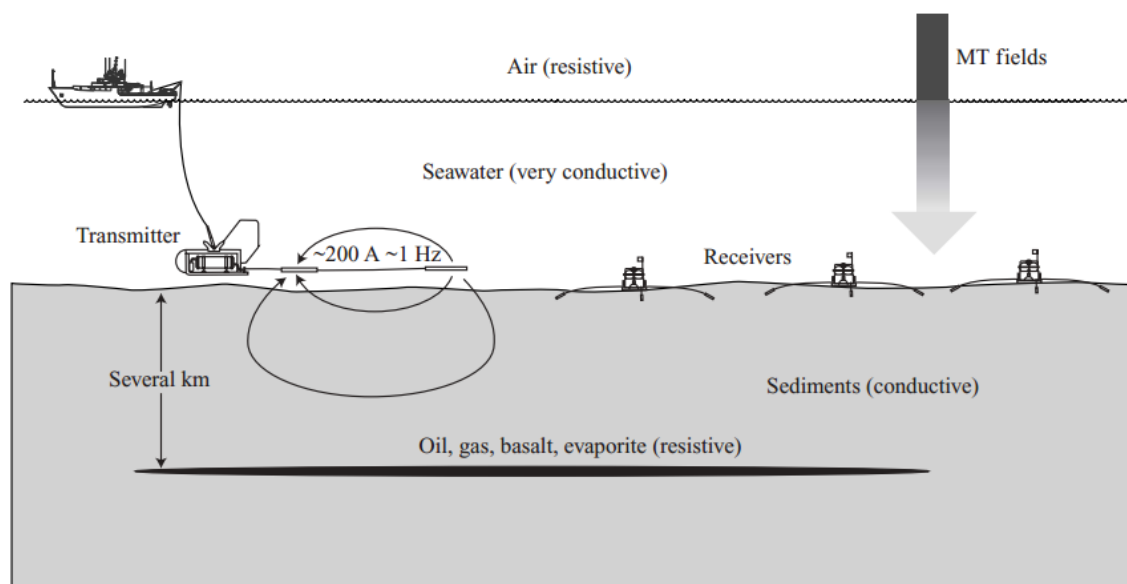
## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>1.1</b>	<b>HIDRATOS DE METANO .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA .....</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>INTERGRAÇÃO POR QUADRATURA COM EXTRAPOLAÇÃO DE SEQUÊNCIAS .....</b>	<b>14</b>
<b>3.1</b>	<b>TESTES NUMÉRICOS .....</b>	<b>18</b>
<b>3.2</b>	<b>Método eletromagnético de fonte controlada (CSEM) .....</b>	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>21</b>
<b>4.1</b>	<b>O Modelo canônico .....</b>	<b>24</b>
<b>4.2</b>	<b>Modelo com o oceano estratificado .....</b>	<b>27</b>
<b>4.3</b>	<b>Modelo canônico com reservatório estratificado .....</b>	<b>30</b>
<b>4.4</b>	<b>Campo de Troll, Noruega.....</b>	<b>33</b>
<b>4.5</b>	<b>Bacia marinha da Angola.....</b>	<b>36</b>
<b>4.6</b>	<b>Hidrato de metano .....</b>	<b>39</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>42</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>44</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O MCSEM (Marine Controlled Source Electromagnetic) é um método da geofísica que é empregado na detecção de camadas resistivas no sub-solo oceânico (CONSTABLE, 2010). O MCSEM é sensível a camadas resistivas no sub-solo oceânico. Camadas saturadas de hidrocarbonetos tem resistência de em torno de 100 vezes maior que as camadas que não tem hidrocarbonetos (EIDESMO et al, 2002). O método utiliza um dipolo elétrico que é puxado próximo ao assoalho oceânico. Este dipolo gera um campo elétrico de baixa frequência, de 0.1 a 1.25Hz, que penetra no subsolo e é refletido de forma parcial nas interfaces das camadas sedimentares que apresentam contraste de resistividade. Este campo refletido é então registrado por dipolos receptores (Figura 1.1).

Figura 1.1 - Modelo conceitual do método MCSEM.



Fonte: Adaptado de Constable et al. (2006)

Em geral toda a camada de água da superfície até o solo oceânico é considerada uniforme com um valor de resistividade em torno de  $0.3\Omega.m$  (EIDESMO et al, 2002). No entanto, há estudos que levam em consideração a variação da salinidade da água com a profundidade (KEY, 2009).

## 1.1 Hidratos de metano

Com o aumento da demanda de exploração de hidrocarbonetos offshore, houve um aumento considerável na caracterização de hidratos de metano para potencial fonte de energia (ZACH ; BRAUTI, 2007). A resistividade acentuada dos hidratos de metano (de  $\sim 3$  a  $20 \Omega.m$ ) comparada com a resistividade típica do fundo oceânico (de  $\sim 0.5$  a  $2 \Omega.m$ ), além da sua relativamente baixa profundidade sugerem a utilização de MCSEm para a sua caracterização. Já que a resposta de um corpo resistivo de pequena profundidade pode ser comparada à resposta de uma reserva de hidrocarboneto profunda, hidratos devem ser levados em consideração no processamento de dados de perfilagem de poço no assoalho oceânico. (ZACH ; BRAUTI, 2007) .

## 2 MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA

A modelagem eletromagnética normalmente calcula integrais no tipo

$$F(r) = \int_0^{\infty} f(k)g(kr)dk, \quad (1)$$

Onde  $g(kr)$  é uma função de Bessel ou uma senóide. O termo  $f(k)$  é a função kernel que depende das propriedades da subsuperfície e pode também ser oscilatória. Devido a esse comportamento oscilatório do integrando, métodos padrões aplicados nessas integrais podem convergir lentamente ou até mesmo falhar caso a integral seja divergente.

As características inconstantes dessas integrais na Modelagem Eletromagnética da geofísica motiva a procura por precisão e eficiência em diferentes técnicas de integração numérica.

Considere a integral da transformada de Hankel:

$$F(r) = \int_0^{\infty} f(\lambda)J_i(\lambda r)d\lambda, \quad (2)$$

Onde  $J_i$  é uma função de Bessel de primeira espécie (ou tipo) de  $i$ -ésima ordem que surge da simetria cilíndrica do problema. A integral pode precisar ser calculada milhões de vezes ou mais para aplicações de modelagem 3D, onde soluções 1D são usadas para gerar os termos de origem em formulações de campo disperso (NEWMAN ; ALUMBAUGH, 1995), ou são usadas nos tensores de Green necessários nos métodos de equação integral (RAICHE, 1999). Inúmeros cálculos são também necessários para inversões. Por exemplo, a inversão Bayesiana normalmente requer 10.000-100.000 ou mais cálculos (CHEN et al., 2007).

As transformadas de Seno e Cosseno usadas em algoritmos de modelagem 2.5D (LI ; KEY, 2007) e modelagem no domínio do tempo (NEWMAN; HOHMANN ; ANDERSON, 1986) são outros exemplos de integrais oscilatórias.

A maioria dos códigos de Modelagem Eletromagnética da Geofísica usada atualmente calcula essas integrais usando a técnica de filtro digital proposta por Ghosh (1971). Esse método pode ser achado substituindo  $r = e^x$  e  $\lambda = e^{-y}$  na equação 2 gerando

$$e^x F(e^x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e^{-y}) J_i(e^{x-y}) e^{x-y} dy, \quad (3)$$

O qual pode ser reescrito na forma de uma integral de convolução

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) h(x-y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-y) h(y) dy. \quad (4)$$

A aproximação discreta da convolução é

$$I(j) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f(j-i) h(i), \quad (5)$$

onde  $i$  e  $j$  são índices. Ghosh (1971) reconheceu que  $h$  é essencialmente um vetor de coeficientes de filtro linear que pode ser predeterminado e aplicado a funções de kernel arbitrário  $f$ . Coeficientes ótimos do filtro para intervalos finitos podem ser encontrados ao resolver a equação 5 para um filtro de tamanho  $n$  usando pares de transformadas de integrais conhecidas para  $I$  e  $f$ , onde os pares de transformadas são escolhidas para terem decaimento rápido que são similares ao do kernel de interesse. Um exemplo é o trabalho de Anderson (1979). A aproximação do filtro digital de  $n$ -pontos é

$$rF(r) \approx \sum_{i=1}^n f(b_i/r) h_i, \quad (6)$$

onde as abscissas logaritmicamente espaçadas são

$$b_i = \lambda_i r = e^{ai}, \quad i = -l, -l + 1, \dots, l, \quad (7)$$

$l = (n-1)/2$ ,  $a$  é o coeficiente de espaçamento. A função de kernel  $f$  tende a ser numericamente custosa mas só precisa ser calculada na abscissa do filtro  $n$ . Já que o tamanho de filtros comuns é de dezenas a centenas de pontos, o método do filtro digital é normalmente muito mais rápido que uma simples quadratura direta e assim tem sido chamada de Transformada Rápida de Hankel (FHT) (ANDERSON, 1979) e Johansen e Sorensen (1979). A simplicidade e velocidade do FHT, assim como a sua disponibilidade em diversos algoritmos publicados (ANDERSON, 1979, 1989) disseminaram o seu uso na Modelagem Eletromagnética da Geofísica.

### 3 INTERGRAÇÃO POR QUADRATURA COM EXTRAPOLAÇÃO DE SEQUÊNCIAS

Esse método transforma a integral 1 em uma soma infinita de integrais parciais

$$F(r) = \int_0^\infty f(k)g(kr)dk = \sum_{i=0}^{\infty} F_i, \quad (8)$$

onde

$$F_i = \int_{k_{i-1}}^{k_i} f(k)g(kr)dk. \quad (9)$$

Os intervalos de integração  $k_{i-1}$  e  $k_i$  são normalmente os zeros ou os extremos da função oscilatória  $g$ , ou alguma quantidade numericamente conveniente, com um espaçamento similar. Já que a soma direta na equação 8 normalmente converge lentamente, técnicas de extrapolação são usadas para acelerar essa convergência. No programa o qual foi usado no desenvolvimento deste trabalho, Key considerou a transformada de Shanks, implementada via o algoritmo  $\epsilon$  (SHANKS, 1955); (WYNN, 1956).

O algoritmo  $\epsilon$  é um método recursivo definido por três relações:

$$\epsilon_0^{(n)} = S_n, \quad n \geq 0, \quad (10)$$

$$\epsilon_1^{(n-1)} = \frac{1}{\epsilon_0^{(n)} - \epsilon_0^{(n-1)}}, \quad n \geq 1, \quad (11)$$

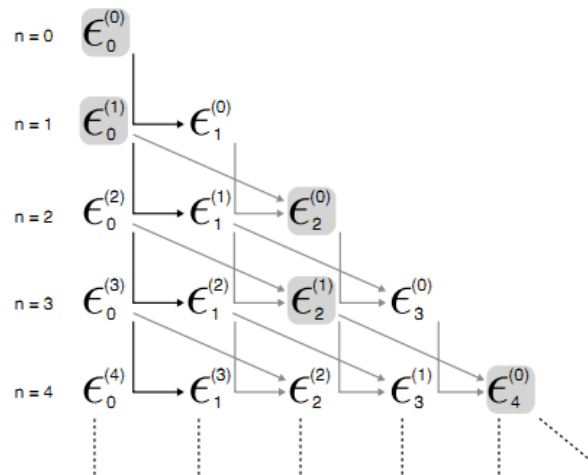
$$\epsilon_j^{(n-j)} = \epsilon_{j-2}^{(n-j+1)} + \frac{1}{\epsilon_{j-1}^{(n-j+1)} - \epsilon_{j-1}^{(n-j)}}, \quad n \geq 2, \quad 2 \leq j \leq n, \quad (12)$$

Onde  $S_n$  é a soma parcial direta

$$S_n = \sum_{i=0}^n F_i. \quad (13)$$

Esse algoritmo está representado graficamente na figura 3.1.

Figura 3.1 – Ilustração do algoritmo recursivo  $\epsilon$ . As flexas negras representam a diferença simples da equação 11, enquanto que as cinzas mostram a relação recorrente de quatro termos da equação 12. As caixas cinzas mostram a  $n$ -ésima ordem da transformada de Shank para ordens pares e ímpares.



Fonte: Key (2012).

Os elementos da primeira coluna correspondem à soma direta de somas parciais, enquanto que os elementos para a direita são os resultados da sequência de transformações. A  $n$ -ésima ordem da transformada de Shank é  $\epsilon_n^{(0)}$  para um  $n$  par e  $\epsilon_{n-1}^{(1)}$  para um  $n$  ímpar, como mostrado na figura 3.1. Se as somas parciais  $S_n$  são consideradas parte de uma série de potência, a  $n$ -ésima ordem da transformada de Shanks correspondem à diagonal dos aproximantes de Padé (WENIGER, 1989); assim, a sequência de transformadas usando o algoritmo  $\epsilon$  é equivalente à fração de aproximação continuada de Hanggi et al (1978), ainda assim, Michalski (1998) comentou que o algoritmo  $\epsilon$  é mais econômico. Nós podemos, então, esperar que o algoritmo  $\epsilon$  tenha uma convergência rápida semelhante à demonstrada pelo método de frações continuadas de Chave (1983), com a vantagem de ter um tempo de cálculo menor.



Lucas e Stone (1995) e Michalski (1998) estudaram a escolha dos limites  $k_i$ , achando que os extremos ou zeros da função de Bessel ou suas aproximações geram boas convergências, com a melhor escolha dependendo da natureza específica do problema.

As integrais parciais na equação (9) são calculadas usando a regra da quadratura da forma

$$F_i \approx \sum_{j=1}^m w_j f(x_j/r) g(x_j), \quad (14)$$

onde  $m$  é a ordem da quadratura e  $w$  são os pesos associados com a abscissa da quadratura  $x$ . Chave (1983) usou o método de quadratura de Gauss-Kronrod de Patterson (1968), no qual a ordem da quadratura aumenta ( $m=3,5,7,9,\dots$ ) até um critério de erro pré-definido seja satisfeito. Apesar disso permitir o uso de um código que pode se adaptar automaticamente à característica arbitrária das funções de Kernel, há o acréscimo de tempo para as iterações de adaptação. Uma regra de quadratura de ordem baixa é suficiente para muitas das integrais encontradas nos métodos QWE na Geofísica. Consequentemente, este trabalho usará um método de quadratura de Gauss com ordem fixa, onde as abscissas  $x$  são as raízes do polinômio de Legendre correspondente (a exemplo de TREFETHEN, 2000).

Um rearranjo simples da equação 14 revela que a soma da quadratura pode ser reescrita em uma forma muito similar à fórmula do método FHT na equação 6.

$$F_i \approx \sum_{j=1}^m f(x_j/r) w_j g(x_j) = \sum_{j=1}^m f(x_j/r) \hat{g}(x_j), \quad (15)$$

Onde  $g(x_j)$  é independente de um argumento específico  $r$ . Assim, o produto  $w_j g(x_j)$  pode ser precomputado e armazenado para uso com um kernel arbitrário  $f$ , assim como os pesos dos filtros  $h$  usados no método de filtro digital. Essa analogia pode ser estendida para a soma parcial na equação 13. Definindo o vetor  $X$  como o vetor que contem todas as abscissas da quadratura que são necessárias para a soma de  $n$ -ésima ordem:

$$X_n = [x_1, x_2, \dots, x_{mn}]^T, \quad (16)$$

a aproximação da quadratura da soma na equação 13 pode ser escrita como o produto de dois vetores:

$$S_n = f(X/r)^T \hat{g}(X_n). \quad (17)$$

O termo  $g(X_n)$  é relativamente trabalhoso para calcular já que depende de  $m$  vezes  $n$  cálculos das funções de Bessel, mas novamente isso pode ser precomputado para um valor grande de  $n$  e armazenado em uma subrotina, ou pode ser gerado no momento em que o programa é ligado e reusado pra kernels arbitrários e argumentos  $r$ . Essa analogia ao FHT em que a função de kernel é calculada em certos pontos e então multiplicada por um fator peso. A diferença chave aqui é que a função kernel é calculada em pontos não igualmente espaçados da quadratura de Gauss ao invés de um espaçamento logaritmicamente espaçado das abscissas do filtro digital.

Esse método de quadratura de pontos fixos com extrapolação via a transformação de Shanks doravante será referido como QWE. No restante deste trabalho, a implementação do método QWE usando Matlab será usada para avaliar a rapidez e confiabilidade para um conjunto de problemas de MCSEM. O método QWE começa no cálculo do vetor peso  $g(X_n)$  para um  $n$  grande (normalmente  $n=100$  é mais que suficiente). Isso significa gerar os pesos da quadratura e abscissas usando o método descrito em Trefethen (2000) e o cálculo rápido dos zeros da função de Bessel usando uma implementação vetorizada do método de Newton (HAMMING, 1986). No programa aqui usado, Key implementou a primeira aproximação de zeros considerando zeros assintóticos da forma  $\pi+n\pi/2- \pi/4$ , onde  $n$  é um número inteiro. Assim, os dois zeros iniciais usando essa consideração é -0.0379 e 0.3817.

A integral do primeiro intervalo é então calculada com a quadratura, determinando  $S_0$ . A quadratura e extrapolação então continuam a interagir como a seguir: Para cada iteração  $i$ , a soma da quadratura  $F_i$  é calculada com a equação 15 e a soma direta é atualizada usando  $S_i = S_{i-1} + F_i$ . A soma extrapolada é então achada usando o algoritmo para a ordem  $n = i$  usando as

equações 10 à 12. Definindo  $S_n^*$  como o resultado extrapolado do algoritmo  $\epsilon$ , o erro absoluto  $\delta S_n^*$  é estimado usando a diferença de iterações subseqüentes da transformada usando

$$\delta S_n^* = |S_n^* - S_{n-1}^*|. \quad (18)$$

As interações QWE continuam até a solução satisfazer à tolerância relativa  $\alpha$  determinada pelo usuário e a tolerância absoluta  $\beta$  de acordo com a desigualdade

$$\delta S_n^* \leq \alpha |S_n^*| + \beta. \quad (19)$$

### 3.1 Testes numéricos

O método QWE será calculado em 6 modelos eletromagnéticos diferentes. Todos os códigos de Matlab e coeficientes dos filtros usados nos seguintes testes foram calculados com o Matlab R2012a, rodando em um laptop MSI com um processador Intel Core i7 - 2670QM de 2.20GHz.

### 3.2 Método eletromagnético de fonte controlada (CSEM)

Os métodos eletromagnéticos de fonte controlada (CSEM) foram adotados para exploração de hidrocarbonetos (CONSTABLE, 2010), tornando o problema de CSEM marinho um teste relevante para os algoritmos da transformada de Hankel. Para um transmissor dipolo elétrico inline posicionado na camada  $i$  de um conjunto de  $n$  camadas com profundidade máxima  $z_i$  e condutividade  $\sigma_i$ , o campo elétrico no domínio da frequência na aproximação quasi-estática pode ser achada com a transformada:

$$E_h(r) = \int_0^\infty \left( \hat{E}_{J_0} J_0(\lambda r) + \hat{E}_{J_1} \frac{J_1(\lambda r)}{r} \right) d\lambda, \quad (20)$$

Onde os kernels são

$$\hat{E}_{J_0}(\lambda) = -\frac{1}{2\pi\mu\sigma_i} \left( \gamma_i^2 \hat{A}_h + \lambda^2 \frac{\partial \hat{\Lambda}_z}{\partial z} \right) \lambda, \quad (21)$$

$$\hat{E}_{J_1}(\lambda) = \frac{1}{2\pi\mu\sigma_i} \left( \hat{A}_h + \frac{\partial \hat{\Lambda}_z}{\partial z} \right) \lambda^2, \quad (22)$$

$\gamma_i^2 = \lambda^2 - i\omega\mu\sigma_i$ , onde  $\omega$  é a frequência angular e  $r$  é o *offset* horizontal entre a fonte do transmissor e a localização do receptor. Quando a fonte e o receptor estão na mesma camada  $i$ , os potenciais horizontais e verticais tem as seguintes formas (KEY, 2009):

$$\hat{A}_h = a_i e^{\gamma_i(z-z_{i+1})} + b_i e^{-\gamma_i(z-z_i)} + \frac{\mu}{2\gamma_i} e^{-\gamma_i|z-z_s|}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}_z &= c_i e^{\gamma_i(z-z_{i+1})} + d_i e^{-\gamma_i(z-z_i)} \\ &\quad - \frac{\gamma_i}{\lambda^2} (a_i e^{\gamma_i(z-z_{i+1})} - b_i e^{-\gamma_i(z-z_i)}), \end{aligned} \quad (24)$$

onde  $z$  é a profundidade de medição e  $z_s$  é a profundidade da fonte. Os coeficientes  $a_i$  e  $b_i$  representam os efeitos do modos TE dos contrastes de resistividade abaixo e acima da camada fonte, respectivamente. De forma similar, os coeficientes  $c_i$  e  $d_i$  representam os efeitos do modo TM. A multiplicação por termos exponenciais complexos serve como medida de decaimento dos limites das camadas para a profundidade de medição  $z$ . Em um espaço completo, esses termos desaparecem, deixando apenas os termos da fonte direta da parte direita da equação 23. Fórmulas recursivas para o cálculo  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  e  $d_i$  em um conjunto de camadas arbitrárias está disponível no apêndice de Key (2009)

De forma semelhante a Anderson (1982),  $\hat{E}_{j0}$  e  $\hat{E}_{j1}$  são chamados de kernels "relacionados" já que eles precisam ser calculados ao mesmo tempo e são calculados usando os mesmos potenciais dados nas equações 23 e 24. De forma similar, os kernels de outros campos são gerados desses potenciais. Assim, é conveniente calcular todas essas transformadas em paralelo.

Os Kernels  $E_{j0}$  e  $E_{j1}$  podem ser transformados cada um de forma independente pelo algoritmo  $\epsilon$ . No entanto, testes revelaram que é significativamente mais eficiente aplicar a transformada da soma desses termos (KEY, 2012). Isso é vantajoso já que o algoritmo  $\epsilon$  só precisa ser feito uma vez ao invés de duas, resultando em uma certa economia de tempo. Além do mais, em alguns casos a integral de um kernel é muito maior que o outro. Ao somar os termos, o termo de magnitude menor é numericamente descartado durante a sequência de extrapolação de tal forma que a convergência é governada apenas pela quantidade maior. Os limites das integrais parciais foram determinados usando os zeros da função de Bessel  $J_1$ , o qual é mais eficiente que zeros de  $J_0$ .

## 4 METODOLOGIA

O cálculo do campo eletromagnético foi calculado utilizando o método de Quadratura com Extrapolação.

O programa de Quadratura com Extrapolação implementado por Key (2012) foi modificado de tal forma a ele calcular apenas o campo com o método QWE para 3, 5, 7 e 51 pontos. A escolha dos pontos se deve ao motivo deles mostrarem a mudança da ordem do erro relativo à curva de 51 pontos. A partir de 9 pontos, o erro relativo passa a ser tão pequeno que ultrapassa o mínimo exigido pelo mercado (até 1% de erro), sendo assim desnecessário o cálculo para os modelos abaixo.

Foi considerado que a curva "Verdadeira" é a que teve o cálculo com 51 pontos, tolerância relativa de  $10^{-12}$  e tolerância absoluta de  $10^{-30}$ , assim como no trabalho de Key (2012).

O filtro não é estável para maiores frequências (a partir de 5 Hz) de tal forma que é preciso calcular uma quantidade de pontos maior para que a sua precisão se mantenha. No entanto, isso não é um problema já que pela definição do problema do MCSEm, as frequências são necessariamente baixas. (EIDESMO et al., 2002). Já que as frequências operantes do MCSEm são menores que 1Hz foram considerados dois valores de frequência: 0.1Hz e 1Hz

Os casos estudados são tanto teóricos (Modelo canônico, modelo com oceano estratificado, modelo com reservatório estratificado e em um modelo sintético de hidratos de metano) quanto de casos reais (Campo de Troll, na Noruega; na costa da Angola) (EDWARDS, 2005)

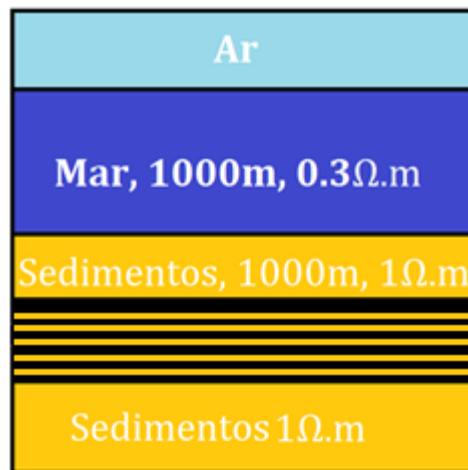
Para cada caso, foram feitos 4 gráficos: 2 gráficos que mostram a resposta do campo eletromagnético do MCSEM gerado pelo algoritmo de QWE para 3, 5, 7 e 51 pontos (este último considerado como "verdadeiro") usando 0.1Hz e 1Hz e 2 que mostram o erro relativo entre o resultado do QWE para 3, 5 e 7 pontos e o resultado do QWE para 51 pontos. Em todos os casos, o campo foi medido 21 vezes na superfície do solo oceânico representando 21 receptores espaçados de 0.5 a 20km.

A análise dos dados foi feita comparando o erro relativo entre as curvas de 3, 5 e 7 com a curva "verdadeira" de 51 pontos, de forma a observar o comportamento de cada curva em relação ao aumento do *offset*.

Figura 4.A - Modelo Geoelétrico.



Fonte: Adaptado de Luz (2007).

Figura 4.C - Modelo Geoelétrico com reservatório estratificado. 5 Camadas de 1 m de petróleo ( $100\Omega.m$ ) intercaladas em uma camada sedimento de 10m de espessura ( $10\Omega.m$ )

Fonte: Do autor.

Figura 4.B - Modelo Geoelétrico com oceano estratificado.



Fonte: Adaptado de Luz (2007).

Figura 4.D - Modelo Geoelétrico baseado no campo de Troll, Noruega.



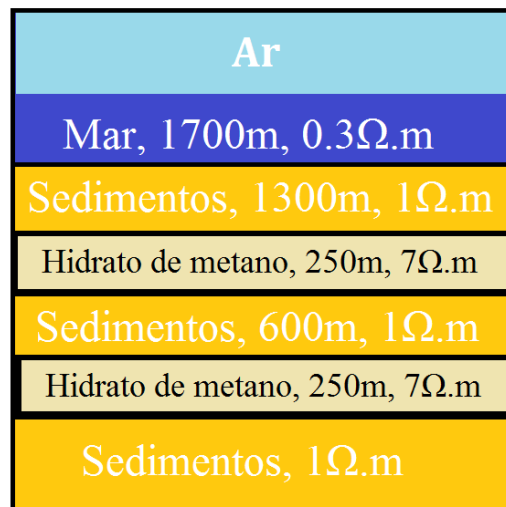
Fonte: Adaptado de Edwards (2005).

Figura 4.E - Modelo Geométrico baseado na bacia da Angola



Fonte: Adaptado de Ellingsrud (2002)

Figura 4.F - Modelo Geométrico baseado no modelo de hidratos de Metano



Fonte: Adaptado de Zach & Brauti (2007)



## 4.1 O modelo canônico

A figura 4.A ilustra o modelo canônico. Ele representa uma camada 100m de reservatório de hidrocarboneto 1000 metros abaixo do nível do solo marinho (CONSTABLE et al., 2006).

Observa-se na figura 4.A1 (0.1 Hz) que as curvas dos valores dos campos para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independentemente do *offset*, enquanto que para *offsets* maiores o campo calculado para 3 pontos diverge em torno do *offset* de 10km. Isso pode ser constatado na figura 4.A2, que mostra que o erro relativo para 3 é da ordem de  $10^{-1}$  e aumenta até 1. Na mesma figura, percebe-se que o erro relativo para 5 pontos é de menos de  $10^{-2}$ , diminui para  $10^{-4}$  a 13km e aumenta para até  $10^{-3}$  para *offsets* maiores. O erro relativo para 7 pontos é menor que  $10^{-3}$  inicialmente, diminuindo bruscamente para menos que  $10^{-4}$  para o *offset* 1km e voltando para  $10^{-4}$  para *offset* 2km, diminuindo para aproximadamente  $10^{-7}$  no *offset* 12.5km, aumentando bruscamente para  $10^{-6}$  no *offset* 13km e voltando para  $10^{-7}$  em *offset* 14km, onde ele se estabiliza.

Na figura 4.A3 (1Hz) novamente ambas as curvas do campo para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*. No entanto, a curva de 3 pontos diverge no *offset* de 3km. Na figura 4.A4, o erro relativo para o filtro de 3 pontos é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta com o aumento do *offset*. Para filtro de 5 pontos, inicialmente o erro é da ordem de  $10^{-3}$ , diminuindo para  $10^{-4}$  para o *offset* de 2km, aumentando para  $10^{-2}$  até o *offset* 18km, onde se mantém estável para *offsets* maiores. Para o filtro de 7 pontos, o erro inicial é da ordem de  $10^{-4}$ , diminuindo para  $10^{-7}$  até o *offset* 5km, onde se estabiliza até o *offset* 10km, onde aumenta para  $10^{-6}$  até *offset* 16km e se estabiliza.

As tabelas abaixo exibem o número de cálculos de kernel para cada filtro, assim como a quantidade de tempo que cada um exigiu.

Para frequência igual a 0.1 Hz

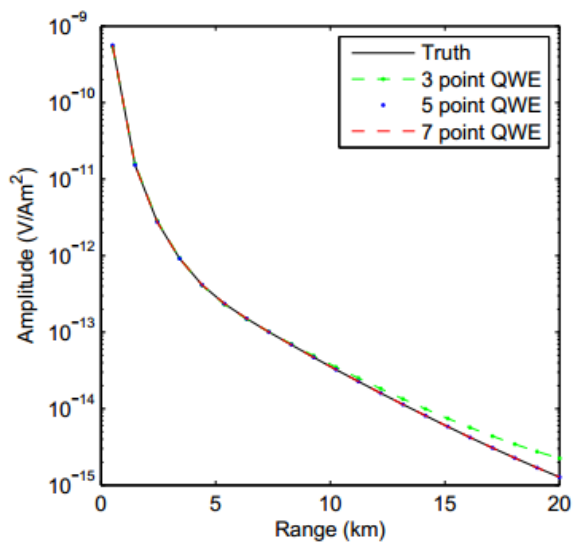
F = 0.1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	22899	3.8688
QWE 3 pontos	807	0.1560
QWE 5 pontos	1360	0.2496
QWE 7 pontos	1904	0.3432
FHT 51 pontos	1071	0.2028
FHT 101 pontos	2121	0.3432
FHT 201 pontos	4221	0.6864

Para frequência igual a 1 Hz

F = 1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	35190	6.1620
QWE 3 pontos	861	0.1716
QWE 5 pontos	1690	0.3120
QWE 7 pontos	2366	0.4368
FHT 51 pontos	1071	0.1716
FHT 101 pontos	2121	0.3588
FHT 201 pontos	4221	0.6708

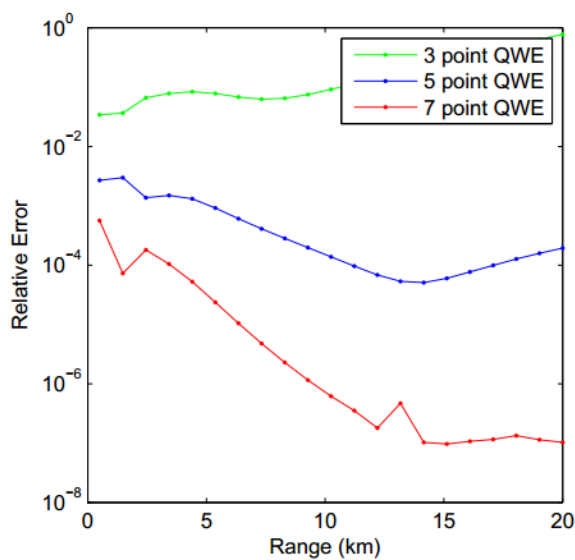
### Modelo Canônico 0.1Hz

Figura 4.A1 - Resposta para o modelo canônico (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

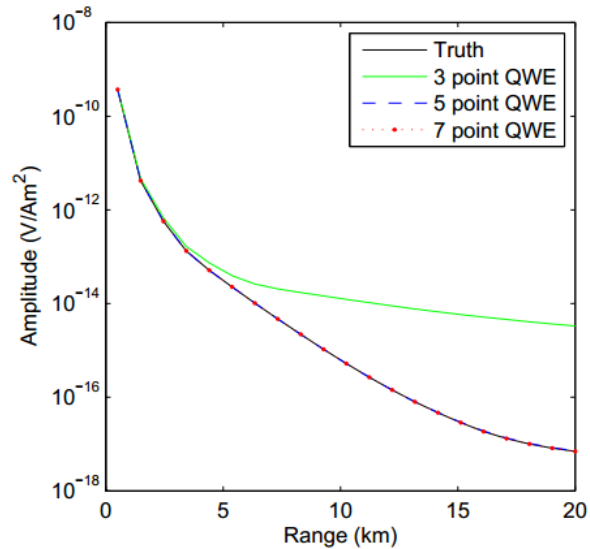
Figura 4.A2 - Erro Relativo ao modelo canônico (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

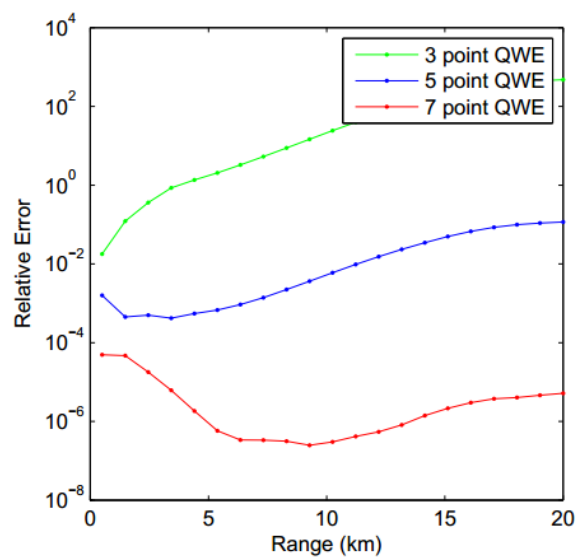
### Modelo Canônico 1Hz

Figura 4.A3 - Resposta para o modelo canônico (1Hz)



Fonte: Do autor.

Figura 4.A4 - Erro Relativo ao modelo canônico (1Hz)



Fonte: Do autor.

## 4.2 Modelo com o oceano estratificado (LUZ, 2007)

Luz (2007) estudou as respostas do MCSEm utilizando um modelo próprio, em que leva em consideração a variação da resistividade da água em função da profundidade, salinidade e temperatura. Um exemplo do modelo pode ser visto na figura 4.B.

Observa-se na figura 4.B1 (0.1 Hz) que a curva do valor dos campos para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*, enquanto que para *offsets* maiores o campo calculado para 3 pontos diverge em torno do *offset* de 10km. Isso pode ser constatado na figura 4.B2, que mostra que o erro relativo para 3 é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta até 1. Na mesma figura, percebe-se que o erro relativo para 5 pontos é de menos de  $10^{-2}$ , diminui para  $10^{-4}$  a 14km e aumenta para até  $10^{-3}$  para *offsets* maiores. O erro relativo para 7 pontos é menor que  $10^{-3}$  inicialmente, diminuindo suavemente para menos que  $10^{-7}$  até o *offset* 12km.

Na figura 4.B3 (1Hz) a curva para 7 ponto se aproxima da curva verdadeira independente do *offset*. No entanto, a curva de 3 pontos diverge no *offset* de 3km e a curva de 5 pontos diverge para o *offset* de 16km. Na figura 4.B4, o erro relativo para o filtro de 3 pontos é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta com o aumento do *offset*. Para filtro de 5 pontos, inicialmente o erro é da ordem de  $10^{-3}$ , diminuindo para  $10^{-4}$  para o *offset* de 2km, aumentando suavemente para 1 até o *offset* 20km. Para o filtro de 7 pontos, o erro inicial é da ordem de  $10^{-4}$ , diminuindo para  $10^{-7}$  até o *offset* 6km, onde se estabiliza até o *offset* 10km, onde aumenta suavemente para  $10^{-4}$  até *offset* 20km.

As tabelas abaixo exibem o número de cálculos de kernel para cada filtro, assim como a quantidade de tempo que cada um exigiu.

Para frequência igual a 0.1 Hz

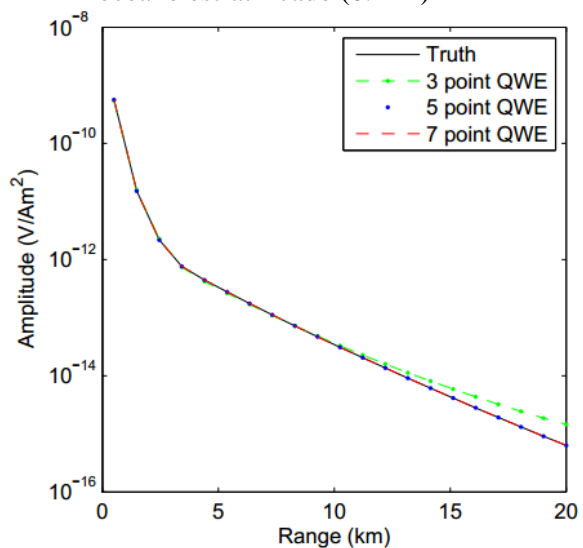
F = 0.1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	23001	3.9624
QWE 3 pontos	828	0.1872
QWE 5 pontos	1400	0.3432
QWE 7 pontos	1960	0.3588
FHT 51 pontos	1071	0.1872
FHT 101 pontos	2121	0.3588
FHT 201 pontos	4221	0.7332

Para a frequência igual a 1 Hz

F = 1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	35802	6.5832
QWE 3 pontos	861	0.1872
QWE 5 pontos	1705	0.3432
QWE 7 pontos	2408	0.4524
FHT 51 pontos	1071	0.1872
FHT 101 pontos	2121	0.3744
FHT 201 pontos	4221	0.7332

### Modelo com oceano estratificado 0.1Hz

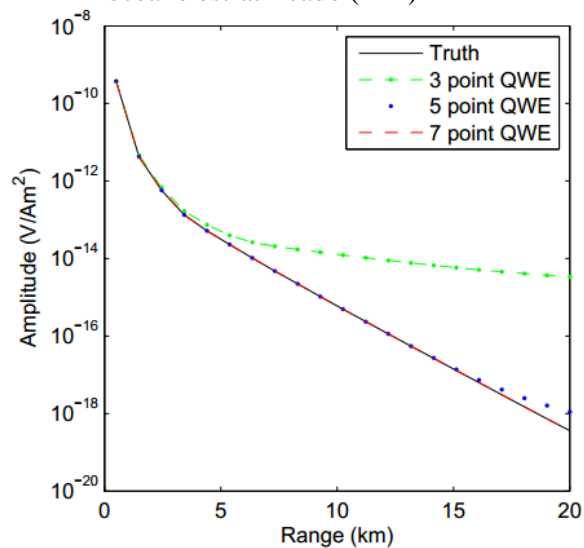
Figura 4.B1 - Resposta para o modelo com o oceano estratificado (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

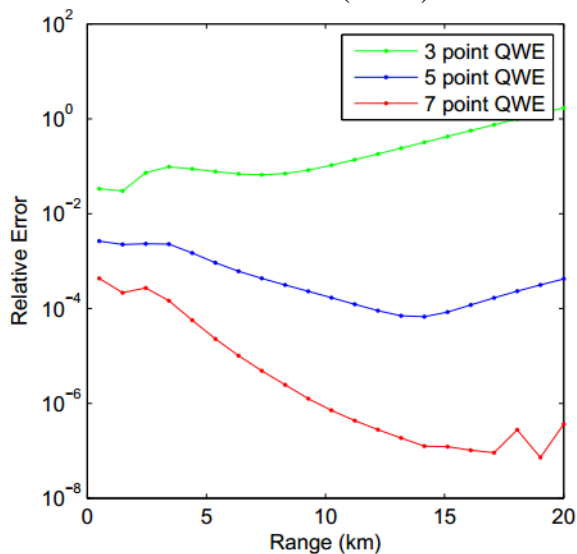
### Modelo com o oceano estratificado 1Hz

Figura 4.B3 - Resposta para o modelo com o oceano estratificado (1Hz)



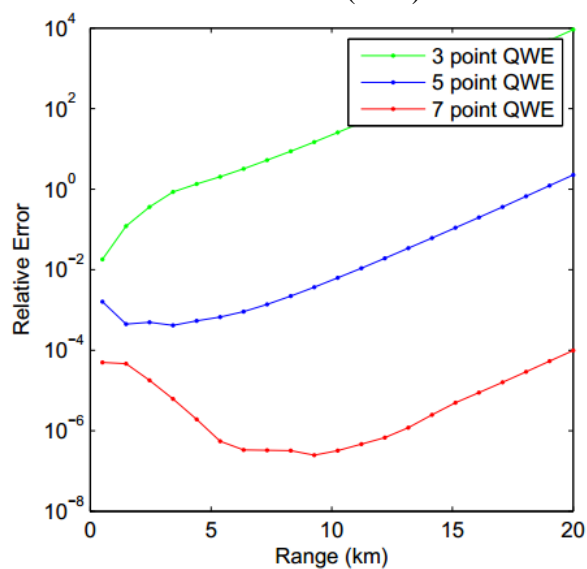
Fonte: Do autor.

Figura 4.B2 - Erro Relativo ao modelo com o oceano estratificado (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

Figura 4.B4 - Erro Relativo ao modelo com o oceano estratificado (1 Hz)



Fonte: Do autor.

### 4.3 Modelo Canônico com reservatório estratificado

O seguinte modelo leva em consideração que um reservatório real, que na realidade é um conjunto de camadas encharcadas de óleo sobre camadas relativamente secas dele (Figura 4.C). Assim, as camadas secas possuem resistividade semelhante ao substrato ( $1 \Omega.m$ ) enquanto que as camadas encharcadas possuem resistividade superior ( $100 \Omega.m$ ).

Observa-se na figura 4.C1 (0.1 Hz) que a curva do valor dos campos para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*, enquanto que para *offsets* maiores o campo calculado para 3 pontos diverge em torno do *offset* de 10km. Isso pode ser constatado na figura 4.C2, que mostra que o erro relativo para 3 é da ordem de  $10^{-1}$  e aumenta até 1. Na mesma figura, percebe-se que o erro relativo para 5 pontos é de menos de  $10^{-2}$ , diminui para  $10^{-4}$  a 10km e aumenta para até  $10^{-3}$  para *offsets* maiores. O erro relativo para 7 pontos é menor que  $10^{-3}$  inicialmente, diminuindo para aproximadamente  $10^{-9}$  no *offset* 10km, aumentando até  $10^{-7}$  até 15km e voltando a diminuir para até  $10^{-9}$  para *offsets* maiores.

Na figura 4.C3 (1Hz) novamente ambas as curvas do campo para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*. No entanto, a curva de 3 pontos diverge no *offset* de 3km. Na figura 4.C4, o erro relativo para o filtro de 3 pontos é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta com o aumento do *offset*. Para filtro de 5 pontos, inicialmente o erro é da ordem de  $10^{-3}$ , diminuindo para  $10^{-4}$  para o *offset* de 2.5km, aumentando para  $10^{-2}$  até o *offset* 12.5km e se mantendo estável para *offsets* maiores. Para o filtro de 7 pontos, o erro inicial é da ordem de  $10^{-4}$ , diminuindo para  $10^{-8}$  até o *offset* 5km, aumentando para  $10^{-7}$  no *offset* 6km, diminuindo um pouco até o *offset* 7km, aumentando para  $10^{-6}$  até o *offset* 12km e se mantendo estável para *offsets* maiores.

As tabelas abaixo exibem o número de cálculos de kernel para cada filtro, assim como a quantidade de tempo que cada um exigiu.

Para frequência igual a 0.1 Hz

F = 0.1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	23103	4.0716
QWE 3 pontos	837	0.1716
QWE 5 pontos	1405	0.2808
QWE 7 pontos	1967	0.3744
FHT 51 pontos	1071	0.2028
FHT 101 pontos	2121	0.3744
FHT 201 pontos	4221	0.7488

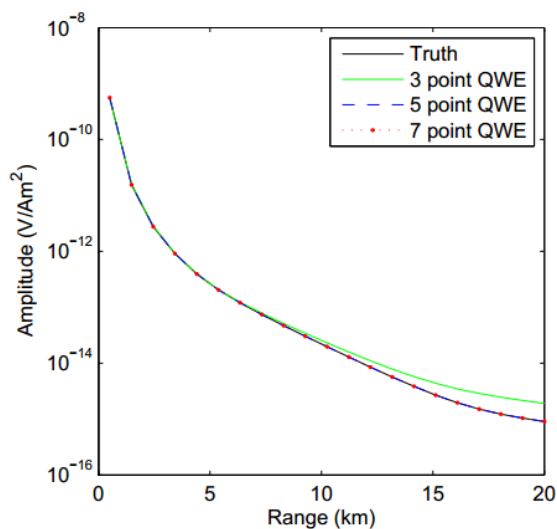
Para frequência igual a 1 Hz

F = 1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	36516	6.4428
QWE 3 pontos	861	0.1716
QWE 5 pontos	1715	0.3588
QWE 7 pontos	2401	0.4680
FHT 51 pontos	1071	0.2028
FHT 101 pontos	2121	0.3744
FHT 201 pontos	4221	0.7332



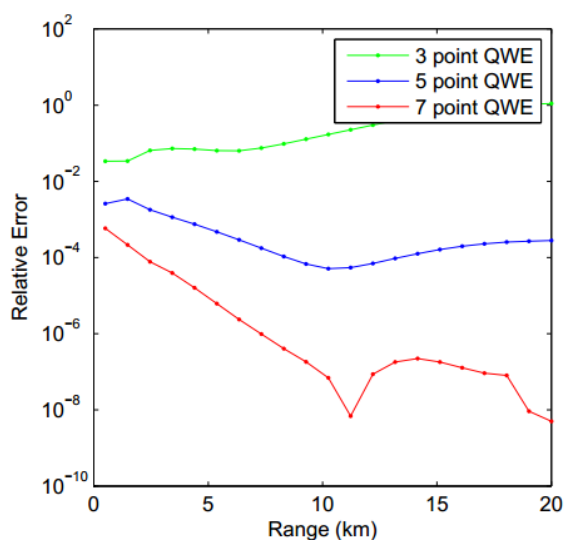
### Modelo Canônico com reservatório estratificado 0.1Hz

Figura 4.C1 - Resposta para o modelo canônico  
com o reservatório estratificado (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

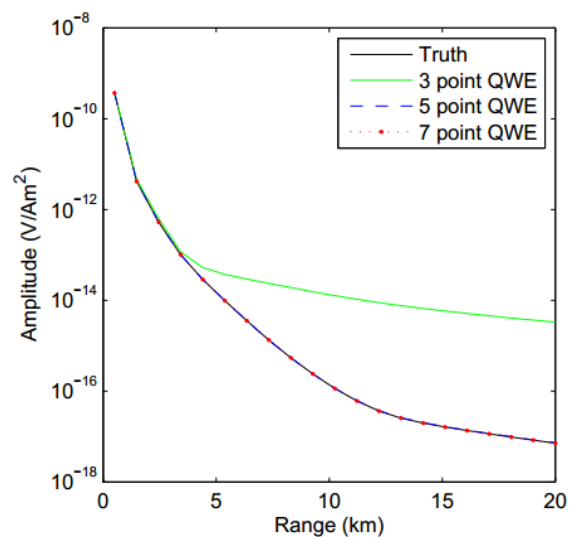
Figura 4.C2 - Erro Relativo ao modelo  
canônico com o reservatório estratificado (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

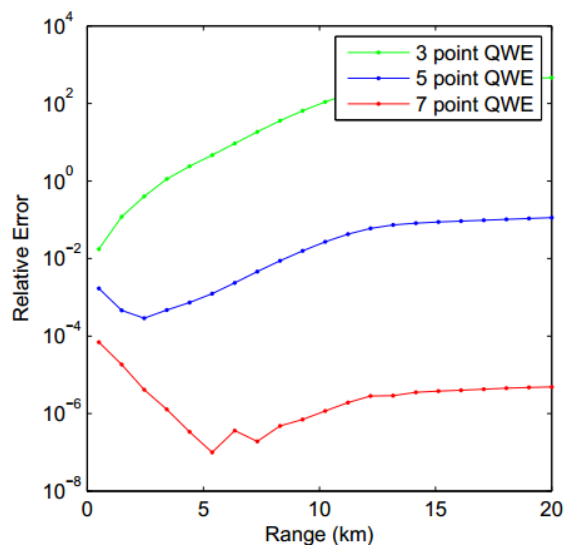
### Modelo Canônico com reservatório estratificado 1Hz

Figura 4.C3 - Resposta para o modelo canônico  
com o reservatório estratificado (1Hz)



Fonte: Do autor.

Figura 4.C4 - Erro Relativo ao modelo  
canônico com o reservatório estratificado (1Hz)



Fonte: Do autor.

#### 4.4 Campo de Troll, Noruega

O campo de Troll é uma dos maiores campos descobertos na plataforma continental da Noruega (EDWARDS, 2005). A lamina de água varia de 300 a 360 metros e o substrato varia de 1100 a 1200 metros. Nesse modelo, as camadas secas possuem resistividade do substrato (variam de  $0.5 \Omega.m$  a  $2 \Omega.m$ , sendo usado a média  $1.25 \Omega.m$  nesse cálculo) enquanto que as camadas encharcadas possuem resistividade superior ( $70 \Omega.m$ ). A lâmina de água foi considerada 330 metros, com substrato de 1100 metros e um reservatório de 100 metros.

Figura 4.D1 (0.1 Hz) mostra que a curva do valor dos campos para 3, 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*. Na figura 4.D2, todos os erros relativos ficaram abaixo de  $10^{-1}$ . Para o filtro de 5 pontos, o erro é da ordem de  $10^{-3}$  e se estabiliza em  $10^{-4}$  para *offsets* maiores que 12km. Para o filtro de 7 pontos, o erro é menor que  $10^{-3}$ , diminuindo para  $10^{-7}$  até o *offset* de 11km onde ele se estabiliza.

Na figura 4.D3 (1Hz) novamente ambas as curvas do campo para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*. No entanto, a curva de 3 pontos diverge no *offset* de 2.5km. Na figura 4.D4, o erro relativo para o filtro de 3 pontos é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta com o aumento do *offset* para 1 até *offset* de 3km, onde se estabiliza. Para filtro de 5 pontos, inicialmente o erro é da ordem de  $10^{-3}$ , diminuindo para  $10^{-4}$  para o *offset* de 2.5km e se estabilizando. Para o filtro de 7 pontos, o erro inicial é da ordem de  $10^{-4}$ , diminuindo para  $10^{-8}$  até o *offset* 5km e se mantendo relativamente estável para *offsets* maiores.

As tabelas abaixo exibem o número de cálculos de kernel para cada filtro, assim como a quantidade de tempo que cada um exigiu.

Para frequência igual a 0.1 Hz.

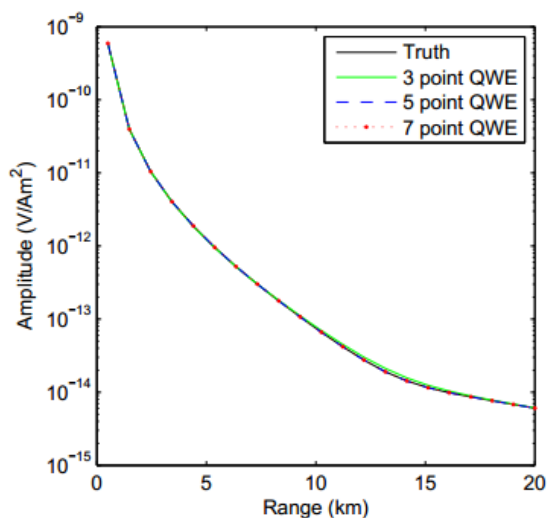
F = 0.1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	22287	3.8532
QWE 3 pontos	780	0.156
QWE 5 pontos	1300	0.234
QWE 7 pontos	1820	0.3276
FHT 51 pontos	1071	0.1716
FHT 101 pontos	2121	0.3432
FHT 201 pontos	4221	0.6864

Para frequência igual a 1 Hz

F = 1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	25041	4.1028
QWE 3 pontos	843	0.1872
QWE 5 pontos	1450	0.2652
QWE 7 pontos	2030	0.3588
FHT 51 pontos	1071	0.1716
FHT 101 pontos	2121	0.3432
FHT 201 pontos	4221	0.6864

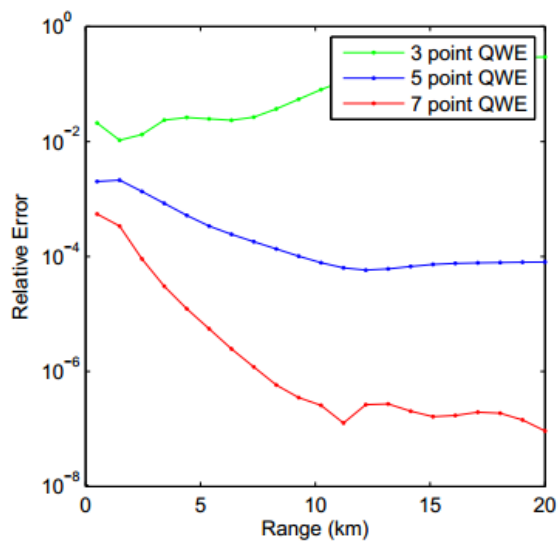
### Modelo do campo de Troll 0.1Hz

Figura 4.D1 - Resposta para o modelo do campo de Troll (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

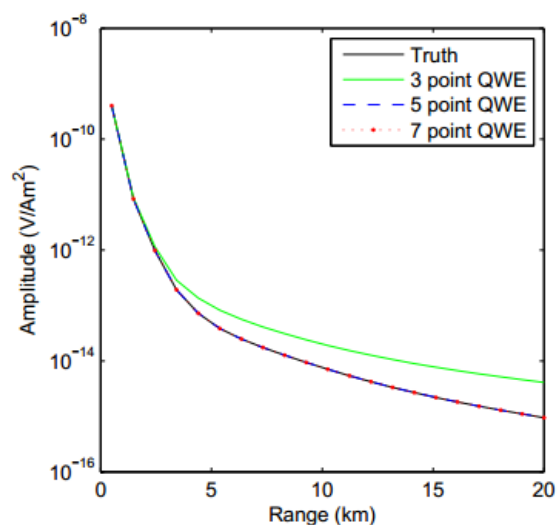
Figura 4.D2 - Erro Relativo ao modelo do campo de Troll (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

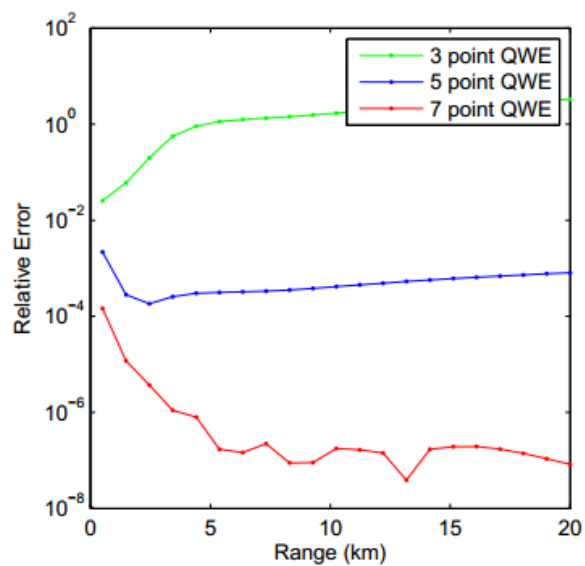
### Modelo do campo de Troll 1Hz

Figura 4.D3 - Resposta para o modelo do campo de Troll (1Hz)



Fonte: Do autor.

Figura 4.D4 - Erro Relativo ao modelo do campo de Troll (1Hz)



Fonte: Do autor.

#### 4.5 Bacia Marinha da Angola

É conhecido um reservatório de petróleo na costa da Angola a 1100 metros de profundidade. A lamina d'água é em torno de 1200 metros. Dados de poço mostram que o sedimento seco tem resistividade de por volta de  $0.7 \Omega.m$ , enquanto que o reservatório tem resistividade de por volta de  $100 \Omega.m$  (ELLINGSRUD, 2002). O modelo usado a seguir foi criado por Ellingrund (2002), em que consiste em uma camada de 30 metros de reservatório de  $50 \Omega.m$ , seguido de uma camada de 20 metros de uma camada de argila de  $1 \Omega.m$ , seguida por uma camada de 30 metros de um segundo reservatório, de  $100 \Omega.m$ .

Observa-se na figura 4.E1 (0.1 Hz) que a curva do valor dos campos para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*, enquanto que para *offsets* maiores o campo calculado para 3 pontos diverge em torno do *offset* de 7km. Isso pode ser constatado na figura 4.E2, que mostra que o erro relativo para 3 é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta até 1 para *offsets* maiores. Na mesma figura, percebe-se que o erro relativo para 5 pontos é de menos de  $10^{-2}$ , diminui para  $10^{-4}$  a 10km onde se estabiliza para *offsets* maiores. O erro relativo para 7 pontos é de  $10^{-3}$  inicialmente, diminuindo para  $10^{-8}$  no *offset* 15, onde ele se estabiliza.

Observa-se na figura 4.E3 (1Hz) que a curva para o filtro de 7 pontos se aproxima da curva verdadeira independente do *offset*. No entanto, a curva de 3 pontos diverge no *offset* de 3km e a curva de 5 pontos diverge para *offset* de 12km. Na figura 4.E4, o erro relativo para o filtro de 3 pontos é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta até  $10^{+3}$  com o aumento do *offset*. Para filtro de 5 pontos, inicialmente o erro é da ordem de  $10^{-3}$ , aumentando para  $10^{-1}$  até o *offset* 13km, onde se mantém estável para *offsets* maiores. Para o filtro de 7 pontos, o erro inicial é da ordem de  $10^{-4}$ , diminuindo para  $10^{-7}$  até o *offset* 5km, e volta a aumentar para  $10^{-3}$  no *offset* de 13km, onde se estabiliza.

As tabelas abaixo exibem o número de cálculos de kernel para cada filtro, assim como a quantidade de tempo que cada um exigiu.

Para frequência igual a 0.1 Hz

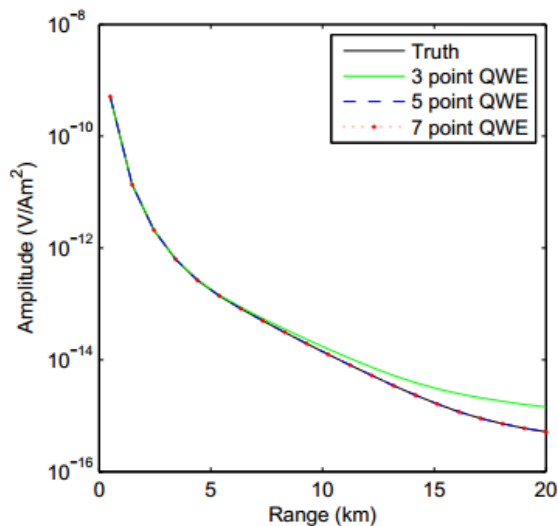
F = 0.1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	23562	3.9312
QWE 3 pontos	828	0.1716
QWE 5 pontos	1410	0.2808
QWE 7 pontos	1974	0.3588
FHT 51 pontos	1071	0.156
FHT 101 pontos	2121	0.3744
FHT 201 pontos	4221	0.7176

Para frequência igual a 1 Hz

F = 1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	38046	6.708
QWE 3 pontos	825	0.2028
QWE 5 pontos	1785	0.3588
QWE 7 pontos	2513	0.4524
FHT 51 pontos	1071	0.1872
FHT 101 pontos	2121	0.3588
FHT 201 pontos	4221	0.702

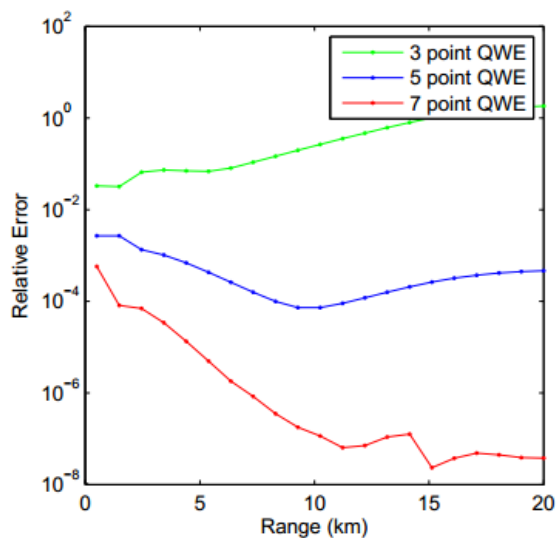
### Modelo da bacia da Angola 0.1Hz

Figura 4.E1 - Resposta para o modelo da bacia da Angola (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

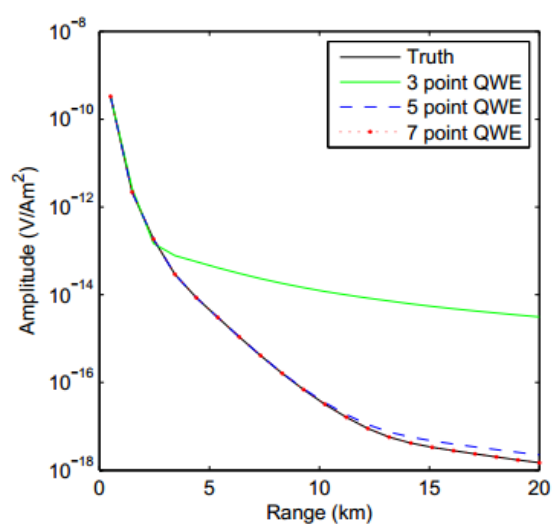
Figura 4.E2 - Erro Relativo ao modelo da bacia da Angola (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

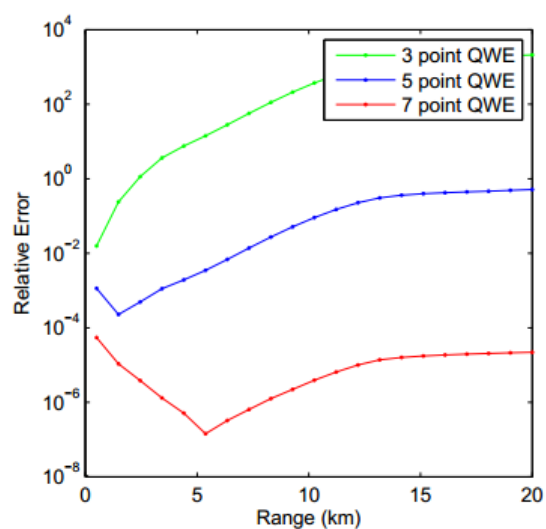
### Modelo do campo de Troll 1Hz

Figura 4.E3 - Resposta para o modelo da bacia da Angola (1Hz)



Fonte: Do autor.

Figura 4.E4 - Erro Relativo ao modelo da bacia da Angola (1Hz)



Fonte: Do autor.

#### 4.6 Hidrato de Metano

Foi usado o modelo de (ZACH; BRAUTI, 2007). No trabalho de Zach (2007), foi considerado um modelo de lamina de água de 1700 metros, seguida de uma camada de sedimentos de 1300 metros e 1  $\Omega$ .m, seguida de duas camadas de 250 metros de reservatório de metano de 7  $\Omega$ .m (camadas separadas por 600 metros de sedimento de 1  $\Omega$ .m).

Observa-se na figura 4.F1 (0.1 Hz) que a curva do valor dos campos para 5 e 7 pontos se aproximam da curva verdadeira independente do *offset*, enquanto que para *offsets* maiores o campo calculado para 3 pontos diverge em torno do *offset* de 6km. Diferentemente dos casos anteriores, a divergencia não é tão grave até o *offset* de 12.5km.. Na figura 4.F2, que mostra que o erro relativo para 3 é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta suavemente até 1. Na mesma figura, percebe-se que o erro relativo para 5 pontos é  $10^{-3}$ , diminui para  $10^{-4}$  até o *offset* 7.5km e volta suavemente para até  $10^{-3}$  para *offsets* maiores. O erro relativo para 7 pontos é menor que  $10^{-3}$  inicialmente, diminuindo para aproximadamente  $10^{-7}$  no *offset* 8km onde fica relativamente estabilizado.

Na figura 4.F3 (1Hz) a curva para o filtro de 7 pontos se aproxima da curva verdadeira independente do *offset*. No entanto, a curva de 3 pontos diverge bruscamente no *offset* de 3km e a curva de 5 pontos diverge bruscamente no *offset* de 8km. Na figura 4.F4, o erro relativo para o filtro de 3 pontos é da ordem de  $10^{-2}$  e aumenta com o aumento do *offset* para  $10^{+4}$  até o *offset* 11, onde se estabiliza. Para filtro de 5 pontos, inicialmente o erro é da ordem de  $10^{-3}$ , diminuindo para  $10^{-4}$  para o *offset* de 2.5km, aumentando para  $10^{+1}$  até o *offset* 11km e se mantendo estável para *offsets* maiores. Para o filtro de 7 pontos, o erro inicial é da ordem de  $10^{-4}$ , diminuindo para  $10^{-8}$  até o *offset* 5km, voltando a aumentar para  $10^{-4}$  no *offset* 11km e se mantendo estável para *offsets* maiores.



As tabelas abaixo exibem o número de cálculos de kernel para cada filtro, assim como a quantidade de tempo que cada um exigiu.

Para frequência igual a 0.1 Hz

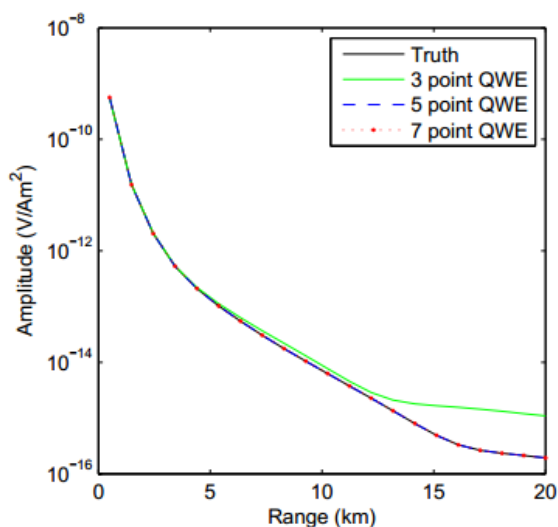
F = 0.1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	26112	4.5552
QWE 3 pontos	855	0.1716
QWE 5 pontos	1465	0.2028
QWE 7 pontos	2051	0.3744
FHT 51 pontos	1071	0.2028
FHT 101 pontos	2121	0.3744
FHT 201 pontos	4221	0.7332

Para frequência igual a 1 Hz

F = 1Hz	Cálculos de kernel	Tempo (s)
QWE 51 pontos	38046	6.6144
QWE 3 pontos	846	0.1872
QWE 5 pontos	1905	0.3744
QWE 7 pontos	2716	0.4992
FHT 51 pontos	1071	0.2028
FHT 101 pontos	2121	0.3432
FHT 201 pontos	4221	0.7176

### Modelo do hidrato de metano 0.1Hz

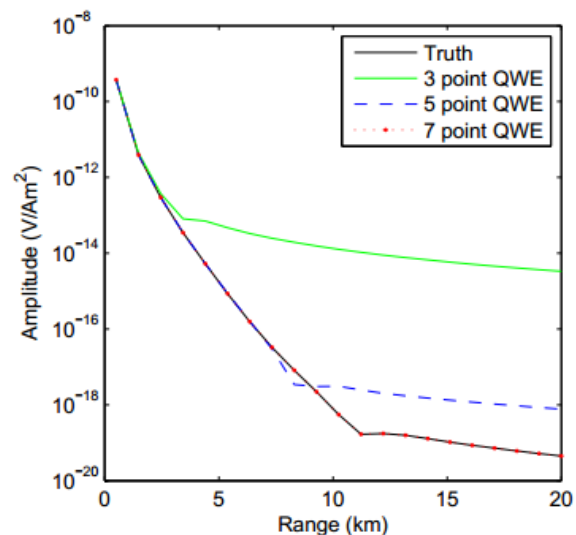
Figura 4.F1 - Resposta para o modelo do hidrato de metano (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

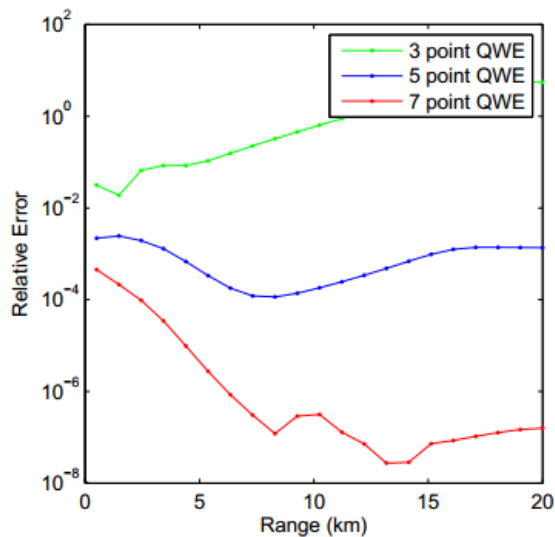
### Modelo do hidrato de metano 1Hz

Figura 4.F3 - Resposta para o modelo do hidrato de metano (1Hz)



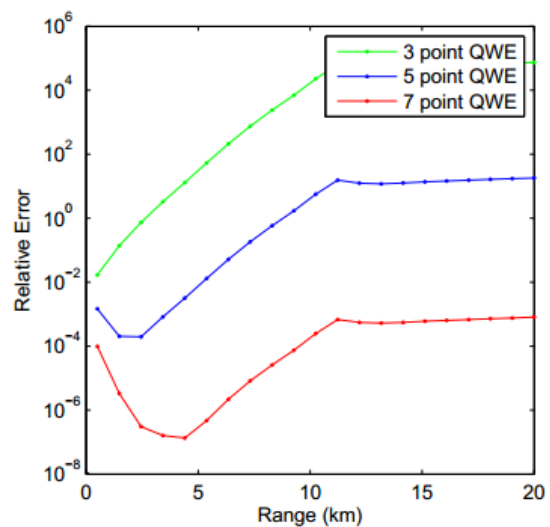
Fonte: Do autor.

Figura 4.F2 - Erro Relativo ao modelo do hidrato de metano (0.1Hz)



Fonte: Do autor.

Figura 4.F4 - Erro Relativo ao modelo do hidrato de metano (1Hz)



Fonte: Do autor.

## 5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

Apesar do método FHT ter sido usado nas décadas passadas devido à sua velocidade e precisão, o método QWE se mostrou como uma alternativa útil. Um benefício significativo do método QWE é o controle de erro disponível através da ordem da quadratura e tolerância de extrapolação. Isso pode ser facilmente usado para modificar o método QWE com o objetivo de melhorar a precisão para modelos particulares.

Quando soluções de alta precisão são necessárias e a velocidade de cálculo não é importante, o método QWE é uma ótima escolha já que a ordem da quadratura e tolerância da extrapolação podem ser aumentadas até que a precisão seja alcançada. A escolha é menos clara quando a velocidade computacional é colocada em questão. Em um *offset* único, o método QWE é normalmente mais rápido que o FHT (KEY, 2012) nos casos estudados.

O filtro de QWE é estável no sentido de apresentar resultados que não tem uma grande variação de erro relativo por variação de *offset*.

Para os casos onde foi usada a frequência de 0.1Hz, o filtro de 3 pontos se mostra com erros relativos de  $10^{-2}$  para *offsets* pequenos e tende a aumentar para 1 com o aumento do *offset*, sendo não recomendado para o uso em grandes *offsets* (a partir de 10km). O filtro de 5 pontos inicia com erros relativos na ordem de  $10^{-3}$ , diminui ligeiramente (podendo ou não chegar à  $10^{-4}$  dependendo do caso) para *offsets* médios (de 5 a 10 km) e costuma aumentar e se estabilizar para *offsets* superiores a 10km. O filtro de 7 possui erros relativos na ordem de  $10^{-4}$ , que diminuíram para  $10^{-7}$  *offsets* de 5 a 15 km e se estabilizam com esse erro relativo para *offsets* maiores.

É importante notar que quando aumentamos o *offset* para 3 pontos, o erro relativo pode aumentar na ordem de até 100; Para 5 pontos, o erro relativo é relativamente estável em  $10^{-3}$ ; Para 7 pontos, o erro relativo pode diminuir na ordem de 1000.

Para os casos onde foi usada a frequência de 1Hz, o filtro de 3 pontos diverge notavelmente para *offsets* a partir de 3km. O filtro possui erro relativo de  $10^{-2}$  para *offsets* pequenos, podendo aumentar para  $10^{+0}$  a até  $10^{+4}$  com o aumento do *offset*, sendo não recomendado para o uso a partir de médios *offsets*. O filtro de 5 pontos possui erro relativo na ordem de  $10^{-3}$ . Ele tende a ter uma pequena diminuição para *offsets* pequenos (até 5km) e depois tende a aumentar suavemente.

Dependendo do caso, o erro pode se estabilizar definitivamente. Também dependendo do modelo usado, o filtro pode divergir consideravelmente em relação ao correto. Assim como acontece no caso de 0.1Hz, para o filtro de 7 pontos o erro relativo é de  $10^{-4}$  inicialmente e tende a se estabilizar em  $10^{-7}$ . Dependendo do caso, com o aumento de *offset*, o erro relativo pode ter uma ligeira diminuição que pode atingir a ordem de  $10^{-5}$  e voltar a se estabilizar na ordem de  $10^{-4}$ .

A indústria de geofísica marinha considera como um bom resultado um erro relativo de 1%. Assim, o filtro de QWE de 7 pontos é satisfatório para as frequências de 0.1Hz e 1Hz, já que ele gera resultados que tem erro relativo de menos de 0.01% para *offsets* pequenos e até  $10^{-5}\%$  para grandes *offsets*.

Maior precisão é obtida com uma quantidade de pontos maiores no filtro, com a penalidade de tempo gasto para o cálculo.

## REFERÊNCIAS

- ANDERSON, W. L. Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering. *Geophysics*, v. 44, p. 1287-1305, 1979.
- ANDERSON, W. L. A hybrid fast Hankel transform algorithm for electromagnetic modeling. *Geophysics*, v. 54, p. 263-266, 1989.
- CHAVE, A. D. Numerical integration of related Hankel transforms by quadrature and continued fraction expansion. *Geophysics*, v. 48, p. 1671-1686, 1983.
- CHEN et al. A Bayesian model for gas saturation estimation using marine seismic AVA and CSEM data. *Geophysics*, v.72, n. 2, p. WA85–WA95, 2007.
- CONSTABLE, S.; WEISS, C. J. Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine EM methods: Insights from 1D modeling. *Geophysics*, v. 71, n. 2, p. G43–G51, Mar.-Apr. 2006
- CONSTABLE, S. Ten years of marine CSEM for hydrocarbon exploration. *Geophysics*, v. 75, n. 5, p. 75A67–75A81, 2010.
- EDWARDS, N. Marine controlled source electromagnetic: principles, methodologies, future commercial applications. *Surveys in Geophysics*, v. 26, n. 6, p. 675–700, 2005.
- EIDESMO, T.; ELLINGSRUND, S.; MACGREGOR, L. M. et al. Sea bed logging (SBL), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas. *First Break*, v. 23, n. 3, p. 144-152, Mar. 2002.
- ELLINGSRUD, S.; EIDESMO, T.; JOHANSEN, S. et al. Remote sensing of hydrocarbon layers by seabed logging (SBL): results from a cruise offshore Angola. *The Leading Edge*, v. 21, n. 10, p. 972-982, Mar. 2002.
- GHOSH, D. The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements. *Geophysical Prospecting*, v. 19, n. 2, p. 192-217, 1971.
- HAMMING, R. W. Numerical methods for scientists and engineers. Mineola, Nova Iorque, Estados Unidos: Dover Publications, 1986.
- HÄNGGI, P.; ROSEL, F.; TRAUTMANN, D. Continued fraction expansions in scattering theory and statistical nonequilibrium mechanics. *Zeitschrift Fur Naturforschung*, v. 33, n. 4, p. 402-417. 1978.
- JOHANSEN, H. K.; SORENSEN, K. Fast Hankel transforms. *Geophysical Prospecting*, v. 27, p. 876-901, 1979.
- KEY, K. 1D inversion of multicomponent, multifrequency marine CSEM data: Methodology and synthetic studies for resolving thin resistive layers. *Geophysics*, v. 74, n. 2, p. F9-F20, 2009.
- KEY, K. Is the fast Hankel transform faster than quadrature? *Geophysics*, v. 77, n. 3, p. F21–F30, May-Jun. 2012.
- LI, Y.; KEY, K. 2D marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 1 — An adaptive finite element algorithm. *Geophysics*, v. 72, n. 2, p. WA51–WA62, 2007.
- LUCAS, S. K.; STONE, H. A. Evaluating infinite integrals involving Bessel functions of arbitrary order. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 64, n. 3, p. 217-231, 1995.

LUZ, E. D. Modelagem unidimensional de dados do método MCSEm com variação na resistividade da água do mar e na orientação dos sensores. 2007. 54f. Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Pós-Graduação em Geofísica, Belém, Pará, Brazil, 2007.

MICHALSKI, K. A. Extrapolation methods for Sommerfeld integral tails. *Antennas and Propagation*, v. 140, n. 10, p. 5-1418, 1998.

NEWMAN, G. A.; ALUMBAUGH, D. L. Frequency-domain modelling of airborne electromagnetic responses using staggered finite differences. *Geophysical Prospecting*, v. 43, n. 8, p. 1021–1042, 1995.

NEWMAN, G.; HOHMANN, G.; ANDERSON, W. Transient electromagnetic response of a three-dimensional body in a layered earth. *Geophysics*, v. 51, n. 8, p. 1608–1627, 1986.

PATTERSON, T. N. The optimum addition of points to quadrature formulae. *Mathematics of Computation*, v. 22, n. 104, p. 847-856, 1968.

RAICHE, A. A flow-through Hankel transform technique for rapid, accurate Green's function computation. *Radio Science*, v. 34, n. 2, p. 549–555, 1999.

SHANKS, D. Nonlinear transformations of divergent and slowly convergent sequences. *Journal of Mathematical Physics*, v. 34, n. 1, p. 1-42, 1955.

TREFETHEN, L. N. Spectral methods in MATLAB. *SIAM*, 10 de Software, Environments, and Tools. 2000. Livro.

WENIGER, E. J. Nonlinear sequence transformations for the acceleration of convergence and the summation of divergent series. *Computer Physics Reports*, v. 10, p. 189-371, 1989.

WYNN, P. On a device for computing the  $em(S_n)$  transformation. *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, v. 10, n. 54, p. 91-96, 1956.

ZACH, J.; BRAUTI, K. Methane hydrates in CSEM Surveys - analysis of a recent data example. In: INTERNATIONAL WORKSHOP, 2007, Capri, Italy. [*Innovation in EM, grav and mag methods: a new perspective for exploration*]. Capri, Italy: EGM, 2007, 2007. Disponível em: <[www.emgs.com/content/417/Methane-hydrates-in-CSEM...](http://www.emgs.com/content/417/Methane-hydrates-in-CSEM...)>. Acesso em 9 de dezembro de 2013.