

## Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC

# Relatório de Implementações dos Métodos da Disciplina Análise Numérica

Relatório de implementações realizadas por Igor Alex Farias Dos Santos De Almeida

Disciplina Analise Numérica.
Curso Ciência da Computação
Semestre 2023.1
Professor Gesil Sampaio
Amarante II

Ilhéus - BA2022

# ÍNDICE

- 1- Método de Euler
- 2- Método de Heun
- 3- Método Runge-Kutta de 4ª Ordem
- 4- Método de Ralston
- 5- Método de "Shooting"
- 6- Considerações Finais

# Linguagem(ns) Escolhida(s) e

# justificativas

Optei pela Linguagem Python como nossa escolha de programação devido à sua facilidade de aprendizado. Além disso, ela gera um código altamente legível e possui uma vasta quantidade de bibliotecas disponíveis para diversas soluções.

# Método de Euler

## Estratégia de Implementação:

Durante a leitura do arquivo, o intervalo é armazenado em uma lista, enquanto as demais entradas são atribuídas a variáveis separadas. O cálculo é realizado para cada ponto no intervalo, com espaçamento determinado pelo valor de "h" informado.

Os cálculos dos valores nos pontos são realizados em três métodos no algoritmo. Primeiramente, o método "passos()" determina quantos pontos serão calculados com base no intervalo e no valor de "h". Em seguida, o método "calc2()" recebe a função e duas variáveis como entrada, retornando o valor da função nesses pontos. Para isso, a função "eval()" é utilizada, portanto, todas as funções devem ser escritas de acordo com a sintaxe do Python, de modo a serem interpretadas corretamente.

Por fim, o método "euler()" contém o cálculo do método em si e retorna os pontos arredondados em três casas decimais, utilizando a função "round()".

## Estrutura dos Arquivos de Entrada/Saída:

No arquivo de entrada, são fornecidas as seguintes informações, separadas por quebras de linha ('\n'): o intervalo, o ponto inicial 'y0', a função e o valor de 'h'. Cada informação é inserida em uma linha separada, e cada conjunto de informações é separado por uma quebra de linha ('\n').

No arquivo de saída, os intervalos de pontos são apresentados indicando sua ordem em forma de lista. Cada caso é separado por uma quebra de linha ('\n').

### **Problemas teste:**

O primeiro problema a ser testado está na página 423 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.3.

A entrada para este problema foi :

0

50

0

(200-2y)/(200-x)1

E o resultado encontrado foi:

```
['0: 0.9', '1: 1.8', '2: 2.7', '3: 3.6', '4: 4.5', '5: 5.4', '6: 6.3', '7: 7.2', '8: 8.1', '9: 9.0', '10: 9.9', '11: 10.8', '12: 10.743', '13: 10.685', '14: 10.628', '15: 10.57', '16: 10.513', '17: 10.455', '18: 10.398', '19: 10.34', '20: 10.283', '21: 10.226', '22: 10.168', '23: 10.111', '24: 10.053', '25: 9.996', '26: 10.973', '27: 10.909', '28: 10.846', '29: 10.783', '30: 10.719', '31: 10.656', '32: 10.592', '33: 10.529', '34: 10.465', '35: 10.402', '36: 10.339', '37: 10.275', '38: 10.212', '39: 10.148', '40: 10.085', '41: 10.021', '42: 9.958', '43: 11.041', '44: 10.97', '45: 10.899', '46: 10.829', '47: 10.758', '48: 10.687', '49: 10.616']
```

O segundo problema a ser testado está na página 425 do livro "Cálculo Numérico" de

Neide Franco, na questão de número 12.10.

```
Este problema teve como entrada:
20
1
0.075*y
```

E o resultado foi:

0.5

```
['0: 1.038', '1: 1.076', '2: 1.117', '3: 1.159', '4: 1.202', '5: 1.247', '6: 1.294', '7:
1.342', '8: 1.393', '9: 1.445', '10: 1.499', '11: 1.555', '12: 1.614', '13: 1.674', '14:
1.737', '15: 1.802', '16: 1.87', '17: 1.94', '18: 2.013', '19: 2.088', '20: 2.166', '21:
2.248', '22: 2.332', '23: 2.419', '24: 2.51', '25: 2.604', '26: 2.702', '27: 2.803', '28:
2.908', '29: 3.017', '30: 3.131', '31: 3.248', '32: 3.37', '33: 3.496', '34: 3.627', '35:
3.763', '36: 3.904', '37: 4.051', '38: 4.203', '39: 4.36']
```

O terceiro problema a ser testado está na página 426 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.16.

Este problema traz duas funções como entrada, sendo elas :

```
0
2
0.5*y
0.01
0
2
0.38*y
0.01
E os resultados respectivamente foram:
```

['0: 1.005', '1: 1.01', '2: 1.015', '3: 1.02', '4: 1.025', '5: 1.03', '6: 1.036', '7: 1.041', '8: 1.046', '9: 1.051', '10: 1.056', '11: 1.062', '12: 1.067', '13: 1.072', '14: 1.078', '15: 1.083', '16: 1.088', '17: 1.094', '18: 1.099', '19: 1.105', '20: 1.11', '21: 1.116', '22: 1.122', '23: 1.127', '24: 1.133', '25: 1.138', '26: 1.144', '27: 1.15', '28: 1.156', '29: 1.161', '30: 1.167', '31: 1.173', '32: 1.179', '33: 1.185', '34: 1.191', '35: 1.197', '36: 1.203', '37: 1.209', '38: 1.215', '39: 1.221', '40: 1.227', '41: 1.233', '42: 1.239', '43: 1.245', '44: 1.252', '45: 1.258', '46: 1.264', '47: 1.27', '48: 1.277', '49: 1.283', '50: 1.29', '51: 1.296', '52: 1.303', '53: 1.309', '54: 1.316', '55: 1.322', '56: 1.329', '57: 1.335', '58: 1.342', '59: 1.349', '60: 1.356', '61: 1.362', '62: 1.369', '63: 1.376', '64: 1.383', '65: 1.39', '66: 1.397', '67: 1.404', '68: 1.411', '69: 1.418', '70: 1.425', '71: 1.432', '72: 1.439', '73: 1.446', '74: 1.454', '75: 1.461', '76: 1.468', '77: 1.476', '78: 1.483', '79: 1.49', '80: 1.498', '81: 1.505', '82: 1.513', '83: 1.52', '84: 1.528', '85: 1.536', '86: 1.543', '87: 1.551', '88: 1.559', '89: 1.567', '90: 1.574', '91: 1.582', '92: 1.59', '93: 1.598', '94: 1.606', '95: 1.614', '96: 1.622', '97: 1.63', '98: 1.638', '99: 1.647', '100: 1.655', '101: 1.663', '102: 1.671', '103: 1.68', '104: 1.688', '105: 1.697', '106: 1.705', '107: 1.714', '108: 1.722', '109: 1.731', '110: 1.74', '111: 1.748', '112: 1.757', '113: 1.766', '114: 1.775', '115: 1.783', '116: 1.792', '117: 1.801', '118: 1.81', '119: 1.819', '120: 1.828', '121: 1.838', '122: 1.847', '123: 1.856', '124: 1.865', '125: 1.875', '126: 1.884', '127: 1.893', '128: 1.903', '129: 1.912', '130: 1.922', '131: 1.932', '132: 1.941', '133: 1.951', '134: 1.961', '135: 1.971', '136: 1.98', '137: 1.99', '138: 2.0', '139: 2.01', '140: 2.02', '141: 2.03', '142: 2.041', '143: 2.051', '144: 2.061', '145: 2.071', '146: 2.082', '147: 2.092', '148: 2.103', '149: 2.113', '150: 2.124', '151: 2.134', '152: 2.145', '153: 2.156', '154: 2.166', '155: 2.177', '156: 2.188', '157: 2.199', '158: 2.21', '159: 2.221', '160: 2.232', '161: 2.243', '162: 2.255', '163: 2.266', '164: 2.277', '165: 2.289', '166: 2.3', '167: 2.312', '168: 2.323', '169: 2.335', '170: 2.346', '171: 2.358', '172: 2.37', '173: 2.382', '174: 2.394', '175: 2.406', '176: 2.418', '177: 2.43', '178: 2.442', '179: 2.454', '180: 2.466', '181: 2.479', '182: 2.491', '183: 2.504', '184: 2.516', '185: 2.529', '186: 2.541', '187: 2.554', '188: 2.567', '189: 2.58', '190: 2.592', '191: 2.605', '192: 2.618', '193: 2.632', '194: 2.645', '195: 2.658', '196: 2.671', '197: 2.685', '198: 2.698', '199: 2.712']

['0: 1.004', '1: 1.008', '2: 1.011', '3: 1.015', '4: 1.019', '5: 1.023', '6: 1.027', '7: 1.031', '8: 1.035', '9: 1.039', '10: 1.043', '11: 1.047', '12: 1.051', '13: 1.055', '14: 1.059', '15: 1.063', '16: 1.067', '17: 1.071', '18: 1.075', '19: 1.079', '20: 1.083', '21: 1.087', '22: 1.091', '23: 1.095', '24: 1.099', '25: 1.104', '26: 1.108', '27: 1.112', '28: 1.116', '29: 1.121', '30: 1.125', '31: 1.129', '32: 1.133', '33: 1.138', '34: 1.142', '35: 1.146', '36: 1.151', '37: 1.155', '38: 1.159', '39: 1.164', '40: 1.168', '41: 1.173', '42: 1.177', '43: 1.182', '44: 1.186', '45: 1.191', '46: 1.195', '47: 1.2', '48: 1.204', '49: 1.209', '50: 1.213', '51: 1.218', '52: 1.223', '53: 1.227', '54: 1.232', '55: 1.237', '56: 1.241', '57: 1.246', '58: 1.251', '59: 1.256', '60: 1.26', '61: 1.265', '62: 1.27', '63: 1.275', '64: 1.28', '65: 1.284', '66: 1.289', '67: 1.294', '68: 1.299', '69: 1.304', '70: 1.309', '71: 1.314', '72: 1.319', '73: 1.324', '74: 1.329', '75: 1.334', '76: 1.339', '77: 1.344', '78: 1.349', '79: 1.354', '80: 1.36', '81: 1.365', '82: 1.37', '83: 1.375', '84: 1.38', '85: 1.386', '86: 1.391', '87: 1.396', '88: 1.402', '89: 1.407', '90: 1.412', '91: 1.418', '92: 1.423', '93: 1.428', '94: 1.434', '95: 1.439', '96: 1.445', '97: 1.45', '98: 1.456', '99: 1.461', '100: 1.467', '101: 1.472', '102: 1.478', '103: 1.484', '104: 1.489', '105: 1.495', '106: 1.501', '107: 1.506', '108: 1.512', '109: 1.518', '110: 1.523', '111: 1.529', '112: 1.535', '113: 1.541', '114: 1.547', '115: 1.553', '116: 1.559', '117: 1.564', '118: 1.57', '119: 1.576', '120: 1.582', '121: 1.588', '122: 1.594', '123: 1.6', '124: 1.607', '125: 1.613', '126: 1.619', '127: 1.625', '128: 1.631', '129: 1.637', '130: 1.644', '131: 1.65', '132: 1.656', '133: 1.662', '134: 1.669', '135: 1.675', '136: 1.681', '137: 1.688', '138: 1.694', '139: 1.701', '140: 1.707', '141: 1.714', '142: 1.72', '143: 1.727', '144: 1.733', '145: 1.74', '146: 1.746', '147: 1.753', '148: 1.76', '149: 1.766', '150: 1.773', '151: 1.78', '152: 1.787', '153: 1.793', '154: 1.8', '155: 1.807', '156: 1.814', '157: 1.821', '158: 1.828', '159: 1.835', '160: 1.842', '161: 1.849', '162: 1.856',

```
'163: 1.863', '164: 1.87', '165: 1.877', '166: 1.884', '167: 1.891', '168: 1.898', '169: 1.906', '170: 1.913', '171: 1.92', '172: 1.927', '173: 1.935', '174: 1.942', '175: 1.949', '176: 1.957', '177: 1.964', '178: 1.972', '179: 1.979', '180: 1.987', '181: 1.994', '182: 2.002', '183: 2.009', '184: 2.017', '185: 2.025', '186: 2.032', '187: 2.04', '188: 2.048', '189: 2.056', '190: 2.064', '191: 2.071', '192: 2.079', '193: 2.087', '194: 2.095', '195: 2.103', '196: 2.111', '197: 2.119', '198: 2.127', '199: 2.135']
```

### **Dificuldades enfrentadas:**

Devido à simplicidade do método, a implementação não foi desafiadora.

# Método de Heun

## Estratégia de Implementação:

Durante a leitura do arquivo, o intervalo é armazenado em uma lista, enquanto as demais entradas são atribuídas a variáveis individuais. Em seguida, o cálculo é realizado para cada ponto no intervalo, com espaçamento determinado pelo valor de "h" informado.

Os cálculos dos valores nos pontos são feitos separadamente em três métodos no algoritmo. Primeiro, o método "passos()" determina a quantidade de pontos que serão calculados com base no intervalo e no valor de "h". Em seguida, o método "calc2()" é utilizado para retornar o valor da função nos pontos desejados, dado a função e duas variáveis. Para isso, a função "eval()" é utilizada, portanto, todas as funções devem ser escritas de acordo com a sintaxe do Python, para que sejam interpretadas corretamente.

Por fim, a função "heun()" contém o cálculo do método em si e retorna os pontos com o arredondamento em três casas decimais, utilizando a função "round()".

# Estrutura dos Arquivos de Entrada/Saída:

No arquivo de entrada, são fornecidas as seguintes informações, separadas por quebras de linha ('\n'): o intervalo, o ponto inicial 'y0', a função e o valor de 'h'. Cada informação é inserida em uma linha separada, e cada conjunto de informações é separado por uma quebra de linha ('\n').

No arquivo de saída, os intervalos de pontos são apresentados indicando sua ordem em forma de lista. Cada caso é separado por uma quebra de linha ('\n').

#### **Problemas teste:**

O primeiro problema a ser testado encontra-se na página 423 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.3.

```
A entrada para este problema foi:
```

50

0

(200-2y)/(200-x)1

E o resultado encontrado foi:

```
['0: 0.9', '1: 1.8', '2: 2.7', '3: 3.6', '4: 4.5', '5: 5.4', '6: 6.3', '7: 7.2', '8: 8.1', '9: 9.0', '10: 9.9', '11: 10.321', '12: 10.266', '13: 10.211', '14: 10.157', '15: 10.102', '16: 10.047', '17: 10.486', '18: 10.429', '19: 10.371', '20: 10.314', '21: 10.256', '22: 10.198', '23: 10.141', '24: 10.083', '25: 10.025', '26: 10.488', '27: 10.427', '28: 10.367', '29: 10.306', '30: 10.246', '31: 10.185', '32: 10.124', '33: 10.064', '34: 10.003', '35: 10.491', '36: 10.427', '37: 10.363', '38: 10.299', '39: 10.235', '40: 10.171', '41: 10.107', '42: 10.043', '43: 10.556', '44: 10.489', '45: 10.421', '46: 10.353', '47: 10.286', '48: 10.218', '49: 10.15']
```

O segundo problema a ser testado está na página 425 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.10.

Este problema teve como entrada:

U

20

1

0.075\*y

0.5

E o resultado foi:

```
['0: 1.038', '1: 1.078', '2: 1.119', '3: 1.162', '4: 1.206', '5: 1.252', '6: 1.3', '7: 1.35',
```

'8: 1.401', '9: 1.455', '10: 1.51', '11: 1.568', '12: 1.628', '13: 1.69', '14: 1.755', '15: 1.822', '16: 1.891', '17: 1.964', '18: 2.039', '19: 2.117', '20: 2.198', '21: 2.281', '22: 2.369', '23: 2.459', '24: 2.553', '25: 2.651', '26: 2.752', '27: 2.857', '28: 2.966', '29: 3.079', '30: 3.197', '31: 3.319', '32: 3.446', '33: 3.578', '34: 3.714', '35: 3.856', '36: 4.004', '37: 4.157', '38: 4.315', '39: 4.48']

O terceiro problema a ser testado está na página 426 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.16.

Este problema traz duas funções como entrada :

```
0
2
1
0.5*y
0.01
0
2
1
0.38*y
0.01
```

### E os resultados respectivamente foram:

['0: 1.005', '1: 1.01', '2: 1.015', '3: 1.02', '4: 1.025', '5: 1.03', '6: 1.036', '7: 1.041', '8: 1.046', '9: 1.051', '10: 1.057', '11: 1.062', '12: 1.067', '13: 1.073', '14: 1.078', '15: 1.083', '16: 1.089', '17: 1.094', '18: 1.1', '19: 1.105', '20: 1.111', '21: 1.116', '22: 1.122', '23: 1.127', '24: 1.133', '25: 1.139', '26: 1.145', '27: 1.15', '28: 1.156', '29: 1.162', '30: 1.168', '31: 1.174', '32: 1.179', '33: 1.185', '34: 1.191', '35: 1.197', '36: 1.203', '37: 1.209', '38: 1.215', '39: 1.221', '40: 1.228', '41: 1.234', '42: 1.24', '43: 1.246', '44: 1.252', '45: 1.259', '46: 1.265', '47: 1.271', '48: 1.278', '49: 1.284', '50: 1.29', '51: 1.297', '52: 1.303', '53: 1.31', '54: 1.317', '55: 1.323', '56: 1.33', '57: 1.336', '58: 1.343', '59: 1.35', '60: 1.357', '61: 1.363', '62: 1.37', '63: 1.377', '64: 1.384', '65: 1.391', '66: 1.398', '67: 1.405', '68: 1.412', '69: 1.419', '70: 1.426', '71: 1.433', '72: 1.441', '73: 1.448', '74: 1.455', '75: 1.462',

'76: 1.47', '77: 1.477', '78: 1.484', '79: 1.492', '80: 1.499', '81: 1.507', '82: 1.514', '83: 1.522', '84: 1.53', '85: 1.537', '86: 1.545', '87: 1.553', '88: 1.56', '89: 1.568', '90: 1.576', '91: 1.584', '92: 1.592', '93: 1.6', '94: 1.608', '95: 1.616', '96: 1.624', '97: 1.632', '98: 1.64', '99: 1.649', '100: 1.657', '101: 1.665', '102: 1.674', '103: 1.682', '104: 1.69', '105: 1.699', '106: 1.707', '107: 1.716', '108: 1.725', '109: 1.733', '110: 1.742', '111: 1.751', '112: 1.759', '113: 1.768', '114: 1.777', '115: 1.786', '116: 1.795', '117: 1.804', '118: 1.813', '119: 1.822', '120: 1.831', '121: 1.84', '122: 1.85', '123: 1.859', '124: 1.868', '125: 1.878', '126: 1.887', '127: 1.896', '128: 1.906', '129: 1.916', '130: 1.925', '131: 1.935', '132: 1.944', '133: 1.954', '134: 1.964', '135: 1.974', '136: 1.984', '137: 1.994', '138: 2.004', '139: 2.014', '140: 2.024', '141: 2.034', '142: 2.044', '143: 2.054', '144: 2.065', '145: 2.075', '146: 2.085', '147: 2.096', '148: 2.106', '149: 2.117', '150: 2.128', '151: 2.138', '152: 2.149', '153: 2.16', '154: 2.171', '155: 2.181', '156: 2.192', '157: 2.203', '158: 2.214', '159: 2.226', '160: 2.237', '161: 2.248', '162: 2.259', '163: 2.27', '164: 2.282', '165: 2.293', '166: 2.305', '167: 2.316', '168: 2.328', '169: 2.34', '170: 2.351', '171: 2.363', '172: 2.375', '173: 2.387', '174: 2.399', '175: 2.411', '176: 2.423', '177: 2.435', '178: 2.447', '179: 2.46', '180: 2.472', '181: 2.484', '182: 2.497', '183: 2.509', '184: 2.522', '185: 2.534', '186: 2.547', '187: 2.56', '188: 2.573', '189: 2.586', '190: 2.599', '191: 2.612', '192: 2.625', '193: 2.638', '194: 2.651', '195: 2.664', '196: 2.678', '197: 2.691', '198: 2.705', '199: 2.718']

['0: 1.004', '1: 1.008', '2: 1.011', '3: 1.015', '4: 1.019', '5: 1.023', '6: 1.027', '7: 1.031', '8: 1.035', '9: 1.039', '10: 1.043', '11: 1.047', '12: 1.051', '13: 1.055', '14: 1.059', '15: 1.063', '16: 1.067', '17: 1.071', '18: 1.075', '19: 1.079', '20: 1.083', '21: 1.087', '22: 1.091', '23: 1.095', '24: 1.1', '25: 1.104', '26: 1.108', '27: 1.112', '28: 1.117', '29: 1.121', '30: 1.125', '31: 1.129', '32: 1.134', '33: 1.138', '34: 1.142', '35: 1.147', '36: 1.151', '37: 1.155', '38: 1.16', '39: 1.164', '40: 1.169', '41: 1.173',

'42: 1.178', '43: 1.182', '44: 1.186', '45: 1.191', '46: 1.196', '47: 1.2', '48: 1.205', '49: 1.209', '50: 1.214', '51: 1.218', '52: 1.223', '53: 1.228', '54: 1.232', '55: 1.237', '56: 1.242', '57: 1.247', '58: 1.251', '59: 1.256', '60: 1.261', '61: 1.266', '62: 1.27', '63: 1.275', '64: 1.28', '65: 1.285', '66: 1.29', '67: 1.295', '68: 1.3', '69: 1.305', '70: 1.31', '71: 1.315', '72: 1.32', '73: 1.325', '74: 1.33', '75: 1.335', '76: 1.34', '77: 1.345', '78: 1.35', '79: 1.355', '80: 1.36', '81: 1.366', '82: 1.371', '83: 1.376', '84: 1.381', '85: 1.387', '86: 1.392', '87: 1.397', '88: 1.402', '89: 1.408', '90: 1.413', '91: 1.418', '92: 1.424', '93: 1.429', '94: 1.435', '95: 1.44', '96: 1.446', '97: 1.451', '98: 1.457', '99: 1.462', '100: 1.468', '101: 1.473', '102: 1.479', '103: 1.485', '104: 1.49', '105: 1.496', '106: 1.502', '107: 1.507', '108: 1.513', '109: 1.519', '110: 1.525', '111: 1.531', '112: 1.536', '113: 1.542', '114: 1.548', '115: 1.554', '116: 1.56', '117: 1.566', '118: 1.572', '119: 1.578', '120: 1.584', '121: 1.59', '122: 1.596', '123: 1.602', '124: 1.608', '125: 1.614', '126: 1.62', '127: 1.626', '128: 1.633', '129: 1.639', '130: 1.645', '131: 1.651', '132: 1.658', '133: 1.664', '134: 1.67', '135: 1.677', '136: 1.683', '137: 1.689', '138: 1.696', '139: 1.702', '140: 1.709', '141: 1.715', '142: 1.722', '143: 1.728', '144: 1.735','145: 1.742', '146: 1.748', '147: 1.755', '148: 1.762', '149: 1.768', '150: 1.775', '151: 1.782', '152: 1.789', '153: 1.795', '154: 1.802', '155: 1.809', '156: 1.816', '157: 1.823', '158: 1.83', '159: 1.837', '160: 1.844', '161: 1.851', '162: 1.858','163: 1.865', '164: 1.872', '165: 1.879', '166: 1.886', '167: 1.893', '168: 1.901', '169: 1.908', '170: 1.915', '171: 1.922', '172: 1.93', '173: 1.937', '174: 1.944','175: 1.952', '176: 1.959', '177: 1.967', '178: 1.974', '179: 1.982', '180: 1.989', '181: 1.997', '182: 2.005', '183: 2.012', '184: 2.02', '185: 2.027', '186: 2.035', '187: 2.043', '188: 2.051', '189: 2.059', '190: 2.066', '191: 2.074', '192: 2.082', '193: 2.09', '194: 2.098', '195: 2.106', '196: 2.114', '197: 2.122', '198: 2.13', '199: 2.138']

## Dificuldades enfrentadas:

Devido à simplicidade do método, a implementação não foi difícil. Além disso, foi utilizada a implementação do método de Euler como base para facilitar o processo.

# Método Runge-Kutta de 4ª Ordem

## Estratégia de Implementação:

Durante a leitura do arquivo, o intervalo é armazenado em uma lista, enquanto as demais entradas são atribuídas a variáveis individuais. Em seguida, o cálculo é realizado para cada ponto no intervalo, com espaçamento determinado pelo valor de "h" informado.

Os cálculos dos valores nos pontos são feitos separadamente em três métodos no algoritmo. O método "passos()" determina a quantidade de pontos que serão calculados com base no intervalo e no valor de "h". O método "calc2()" é utilizado para retornar o valor da função nos pontos desejados, dado a função e duas variáveis. Para isso, a função "eval()" é utilizada, portanto, todas as funções devem ser escritas de acordo com a sintaxe do Python, para que sejam interpretadas corretamente.

Por fim, a função "rungekutta()" contém o cálculo do método em si e retorna os pontos com o arredondamento em três casas decimais, utilizando a função "round()".

# Estrutura dos Arquivos de Entrada/Saída:

No arquivo de entrada, as informações são fornecidas da seguinte forma: o intervalo é separado por quebras de linha ('\n') das outras informações. Em seguida, é fornecido o ponto inicial 'y0', a função e o valor de 'h'. Cada informação é inserida em uma linha separada, e cada conjunto de informações é separado por uma quebra de linha ('\n').

No arquivo de saída, cada intervalo de pontos é apresentado indicando sua ordem em forma de lista. Cada caso é separado por uma quebra de linha ('\n').

### **Problemas teste:**

O primeiro problema a ser testado encontra-se na página 423 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.3.

A entrada para este problema foi:

```
0
```

50

0

(200-2y)/(200-x)1

#### E o resultado encontrado foi:

```
['0: 0.9', '1: 1.8', '2: 2.7', '3: 3.6', '4: 4.5', '5: 5.4', '6: 6.3', '7: 7.2', '8: 8.1', '9: 9.0', '10: 9.9', '11: 10.323', '12: 10.268', '13: 10.213', '14: 10.158', '15: 10.103', '16: 10.048', '17: 10.158', '18: 10.103', '19: 10.047', '20: 10.158', '21: 10.102', '22: 10.045', '23: 10.159', '24: 10.101', '25: 10.043', '26: 10.159', '27: 10.1', '28: 10.042', '29: 10.159', '30: 10.099', '31: 10.04', '32: 10.16', '33: 10.099', '34: 10.038', '35: 10.16', '36: 10.098', '37: 10.036', '38: 10.161', '39: 10.097', '40: 10.034', '41: 10.161', '42: 10.097', '43: 10.032', '44: 10.162', '45: 10.096', '46: 10.031', '47: 10.555', '48: 10.485', '49: 10.416']
```

O segundo problema a ser testado está na página 425 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.10.

Este problema teve como entrada:

0

20

1

0.075\*y

0.5

E o resultado foi:

['0: 1.038', '1: 1.078', '2: 1.119', '3: 1.162', '4: 1.206', '5: 1.252', '6: 1.3', '7: 1.35',

```
'8: 1.401', '9: 1.455', '10: 1.511', '11: 1.568', '12: 1.628', '13: 1.69', '14: 1.755', '15: 1.822', '16: 1.892', '17: 1.964', '18: 2.039', '19: 2.117', '20: 2.198', '21: 2.282', '22: 2.369', '23: 2.46', '24: 2.554', '25: 2.651', '26: 2.752', '27: 2.858', '28: 2.967', '29: 3.08', '30: 3.198', '31: 3.32', '32: 3.447', '33: 3.579', '34: 3.715', '35: 3.857', '36: 4.005', '37: 4.158', '38: 4.317', '39: 4.482']
```

O terceiro problema a ser testado está na página 426 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão de número 12.16.

Este problema envolve o uso de duas funções como entrada :

```
0
2
1
0.5*y
0.01
0
2
1
0.38*y
0.01
```

## E os resultados respectivamente foram:

```
['0: 1.005', '1: 1.01', '2: 1.015', '3: 1.02', '4: 1.025', '5: 1.03', '6: 1.036', '7: 1.041', '8: 1.046', '9: 1.051', '10: 1.057', '11: 1.062', '12: 1.067', '13: 1.073', '14: 1.078', '15: 1.083', '16: 1.089', '17: 1.094', '18: 1.1', '19: 1.105', '20: 1.111', '21: 1.116', '22: 1.122', '23: 1.127', '24: 1.133', '25: 1.139', '26: 1.145', '27: 1.15', '28: 1.156', '29: 1.162', '30: 1.168', '31: 1.174', '32: 1.179', '33: 1.185', '34: 1.191', '35: 1.197', '36: 1.203', '37: 1.209', '38: 1.215', '39: 1.221', '40: 1.228', '41: 1.234', '42: 1.24', '43: 1.246', '44: 1.252', '45: 1.259', '46: 1.265', '47: 1.271', '48: 1.278', '49: 1.284', '50: 1.29', '51: 1.297', '52: 1.303', '53: 1.31', '54: 1.317', '55: 1.323', '56: 1.33', '57: 1.336', '58: 1.343', '59: 1.35', '60: 1.357', '61: 1.363', '62: 1.37', '63: 1.377', '64: 1.384', '65: 1.391', '66: 1.398', '67: 1.405', '68: 1.412', '69: 1.419', '70: 1.426', '71: 1.433', '72: 1.441', '73: 1.448', '74: 1.455', '75: 1.462',
```

'76: 1.47', '77: 1.477', '78: 1.484', '79: 1.492', '80: 1.499', '81: 1.507', '82: 1.514', '83: 1.522', '84: 1.53', '85: 1.537', '86: 1.545', '87: 1.553', '88: 1.56', '89: 1.568', '90: 1.576', '91: 1.584', '92: 1.592', '93: 1.6', '94: 1.608', '95: 1.616', '96: 1.624', '97: 1.632', '98: 1.64', '99: 1.649', '100: 1.657', '101: 1.665', '102: 1.674', '103: 1.682', '104: 1.69', '105: 1.699', '106: 1.707', '107: 1.716', '108: 1.725', '109: 1.733', '110: 1.742', '111: 1.751', '112: 1.759', '113: 1.768', '114: 1.777', '115: 1.786', '116: 1.795', '117: 1.804', '118: 1.813', '119: 1.822', '120: 1.831', '121: 1.84', '122: 1.85', '123: 1.859', '124: 1.868', '125: 1.878', '126: 1.887', '127: 1.896', '128: 1.906', '129: 1.916', '130: 1.925', '131: 1.935', '132: 1.944', '133: 1.954', '134: 1.964', '135: 1.974', '136: 1.984', '137: 1.994', '138: 2.004', '139: 2.014', '140: 2.024', '141: 2.034', '142: 2.044', '143: 2.054', '144: 2.065', '145: 2.075', '146: 2.085', '147: 2.096', '148: 2.106', '149: 2.117', '150: 2.128', '151: 2.138', '152: 2.149', '153: 2.16', '154: 2.171', '155: 2.181', '156: 2.192', '157: 2.203', '158: 2.214', '159: 2.226', '160: 2.237', '161: 2.248', '162: 2.259', '163: 2.27', '164: 2.282', '165: 2.293', '166: 2.305', '167: 2.316', '168: 2.328', '169: 2.34', '170: 2.351', '171: 2.363', '172: 2.375', '173: 2.387', '174: 2.399', '175: 2.411', '176: 2.423', '177: 2.435', '178: 2.447', '179: 2.46', '180: 2.472', '181: 2.484', '182: 2.497', '183: 2.509', '184: 2.522', '185: 2.535', '186: 2.547', '187: 2.56', '188: 2.573', '189: 2.586', '190: 2.599', '191: 2.612', '192: 2.625', '193: 2.638', '194: 2.651', '195: 2.664', '196: 2.678', '197: 2.691', '198: 2.705', '199: 2.718']

['0: 1.004', '1: 1.008', '2: 1.011', '3: 1.015', '4: 1.019', '5: 1.023', '6: 1.027', '7: 1.031', '8: 1.035', '9: 1.039', '10: 1.043', '11: 1.047', '12: 1.051', '13: 1.055', '14: 1.059', '15: 1.063', '16: 1.067', '17: 1.071', '18: 1.075', '19: 1.079', '20: 1.083', '21: 1.087', '22: 1.091', '23: 1.095', '24: 1.1', '25: 1.104', '26: 1.108', '27: 1.112', '28: 1.117', '29: 1.121', '30: 1.125', '31: 1.129', '32: 1.134', '33: 1.138', '34: 1.142', '35: 1.147', '36: 1.151', '37: 1.155', '38: 1.16', '39: 1.164', '40: 1.169', '41: 1.173',

```
'42: 1.178', '43: 1.182', '44: 1.186', '45: 1.191', '46: 1.196', '47: 1.2', '48: 1.205',
'49: 1.209', '50: 1.214', '51: 1.218', '52: 1.223', '53: 1.228', '54: 1.232', '55:
1.237', '56: 1.242', '57: 1.247', '58: 1.251', '59: 1.256', '60: 1.261', '61: 1.266',
'62: 1.27', '63: 1.275', '64: 1.28', '65: 1.285', '66: 1.29', '67: 1.295', '68: 1.3', '69:
1.305', '70: 1.31', '71: 1.315', '72: 1.32', '73: 1.325', '74: 1.33', '75: 1.335', '76:
1.34', '77: 1.345', '78: 1.35', '79: 1.355', '80: 1.36', '81: 1.366', '82: 1.371', '83:
1.376', '84: 1.381', '85: 1.387', '86: 1.392', '87: 1.397', '88: 1.402', '89: 1.408',
'90: 1.413', '91: 1.419', '92: 1.424', '93: 1.429', '94: 1.435', '95: 1.44', '96: 1.446',
'97: 1.451', '98: 1.457', '99: 1.462', '100: 1.468', '101: 1.473', '102: 1.479', '103:
1.485', '104: 1.49', '105: 1.496', '106: 1.502', '107: 1.507', '108: 1.513', '109:
1.519', '110: 1.525', '111: 1.531', '112: 1.536', '113: 1.542', '114: 1.548', '115:
1.554', '116: 1.56', '117: 1.566', '118: 1.572', '119: 1.578', '120: 1.584', '121:
1.59', '122: 1.596', '123: 1.602', '124: 1.608', '125: 1.614', '126: 1.62', '127:
1.626', '128: 1.633', '129: 1.639', '130: 1.645', '131: 1.651', '132: 1.658', '133:
1.664', '134: 1.67', '135: 1.677', '136: 1.683', '137: 1.689', '138: 1.696', '139:
1.702', '140: 1.709', '141: 1.715', '142: 1.722', '143: 1.728', '144: 1.735','145:
1.742', '146: 1.748', '147: 1.755', '148: 1.762', '149: 1.768', '150: 1.775',151
1.782', '152: 1.789', '153: 1.795', '154: 1.802', '155: 1.809', '156: 1.816', '157:
1.823', '158: 1.83', '159: 1.837', '160: 1.844', '161: 1.851', '162: 1.858','163:
1.865', '164: 1.872', '165: 1.879', '166: 1.886', '167: 1.893', '168: 1.901', '169:
1.908', '170: 1.915', '171: 1.922', '172: 1.93', '173: 1.937', '174: 1.944','175:
1.952', '176: 1.959', '177: 1.967', '178: 1.974', '179: 1.982', '180: 1.989', '181:
1.997', '182: 2.005', '183: 2.012', '184: 2.02', '185: 2.027', '186: 2.035', '187:
2.043', '188: 2.051', '189: 2.059', '190: 2.066', '191: 2.074', '192: 2.082', '193:
2.09', '194: 2.098', '195: 2.106', '196: 2.114', '197: 2.122', '198: 2.13', '199:2.138']
```

### Dificuldades enfrentadas:

Por se tratar de um método simples, a implementação não foi complexa e também foi utilizada a implementação do método de Euler como base.

# Método de Ralston

## Estratégia de Implementação:

Durante a leitura do arquivo, o intervalo é armazenado em uma lista e as outras informações são atribuídas a variáveis específicas. Em seguida, é realizado o cálculo do resultado para cada ponto no intervalo, espaçado de acordo com o valor de "h" fornecido.

Os cálculos dos valores nos pontos são realizados em três métodos distintos no algoritmo. O primeiro método, chamado de "passos()", determina a quantidade de pontos que serão calculados com base no intervalo e no valor de "h". O segundo método, chamado "calc2()", recebe como entrada a função e duas variáveis e retorna o valor da função nos pontos especificados. Para realizar essa avaliação, utiliza-se a função "eval()", sendo necessário que todas as funções sejam escritas seguindo a sintaxe do Python para serem interpretadas corretamente.

Por fim, o método "rungekutta()" é responsável por efetuar o cálculo do método de Runge-Kutta em si, retornando os pontos resultantes. Os valores são arredondados com três casas decimais utilizando a função "round()".

## Estrutura dos Arquivos de Entrada/Saída:

No arquivo de entrada, as informações são fornecidas separadamente por '\n'. Estas informações incluem o intervalo, o ponto inicial 'y0', a função e o valor de 'h'. Cada informação é inserida em uma linha e cada conjunto de informações é separado por '\n'.

No arquivo de saída, os intervalos de pontos são listados indicando sua ordem em forma de lista. Cada caso é separado por '\n'.

#### **Problemas teste:**

O problema inicial a ser testado está localizado na página 423 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão número 12.3.

A entrada fornecida para este problema foi:

0

50

0

(200-2y)/(200-x)1

#### E o resultado encontrado foi:

```
['0: 1.2', '1: 2.398', '2: 3.594', '3: 4.788', '4: 5.98', '5: 7.17', '6: 8.358', '7: 9.543', '8: 10.099', '9: 10.028', '10: 10.593', '11: 10.518', '12: 10.444', '13: 10.369', '14: 10.295', '15: 10.221', '16: 10.146', '17: 10.073', '18: 9.999', '19: 10.584', '20: 10.506', '21: 10.428', '22: 10.35', '23: 10.272', '24: 10.194', '25: 10.116', '26: 10.039', '27: 10.659', '28: 10.576', '29: 10.494', '30: 10.412', '31: 10.329', '32: 10.247', '33: 10.166', '34: 10.084', '35: 10.002', '36: 10.657', '37: 10.57', '38: 10.483', '39: 10.396', '40: 10.31', '41: 10.223', '42: 10.137', '43: 10.051', '44: 10.739', '45: 10.647', '46: 10.555', '47: 10.463', '48: 10.371', '49: 10.279']
```

O segundo problema a ser testado está localizado na página 425 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão número 12.10.

Este problema teve a seguinte entrada:

20

1

0.075\*v

0.5

#### E o resultado foi:

```
['0: 1.051', '1: 1.104', '2: 1.161', '3: 1.22', '4: 1.282', '5: 1.347', '6: 1.416', '7: 1.488', '8: 1.564', '9: 1.643', '10: 1.727', '11: 1.815', '12: 1.908', '13: 2.005', '14: 2.107', '15: 2.214', '16: 2.327', '17: 2.446', '18: 2.57', '19: 2.701', '20: 2.839', '21: 2.983', '22: 3.135', '23: 3.295', '24: 3.463', '25: 3.639', '26: 3.825', '27: 4.019', '28: 4.224', '29: 4.439', '30: 4.665', '31: 4.903', '32: 5.153', '33: 5.415', '34: 5.691', '35: 5.981', '36: 6.286', '37: 6.606', '38: 6.942', '39: 7.296']
```

O terceiro problema a ser testado está localizado na página 426 do livro "Cálculo Numérico" de Neide Franco, na questão número 12.16.

Este problema envolve duas funções e as seguintes entradas:

```
0
2
1
0.5*y
0.01
0
2
1
0.38*y
0.01
```

## E os resultados respectivamente foram:

```
['0: 1.007', '1: 1.013', '2: 1.02', '3: 1.027', '4: 1.034', '5: 1.041', '6: 1.048', '7: 1.055', '8: 1.062', '9: 1.069', '10: 1.076', '11: 1.083', '12: 1.09', '13: 1.098', '14: 1.105', '15: 1.112', '16: 1.12', '17: 1.127', '18: 1.135', '19: 1.143', '20: 1.15', '21: 1.158', '22: 1.166', '23: 1.173', '24: 1.181', '25: 1.189', '26: 1.197', '27: 1.205', '28: 1.213', '29: 1.221', '30: 1.229', '31: 1.238', '32: 1.246', '33: 1.254', '34: 1.263', '35: 1.271', '36: 1.279', '37: 1.288', '38: 1.297', '39: 1.305', '40: 1.314', '41: 1.323', '42: 1.332', '43: 1.341', '44: 1.35', '45: 1.359', '46: 1.368', '47: 1.377', '48: 1.386', '49: 1.395', '50: 1.405', '51: 1.414', '52: 1.423', '53: 1.433', '54: 1.442', '55: 1.452', '56: 1.462', '57: 1.472', '58: 1.481', '59: 1.491', '60: 1.501', '61: 1.511', '62: 1.521', '63: 1.532', '64: 1.542', '65: 1.552', '66: 1.563', '67: 1.573', '68: 1.583', '69: 1.594', '70: 1.605', '71: 1.615', '72: 1.626', '73: 1.637', '74: 1.648', '75: 1.659', '76: 1.67', '77: 1.681', '78: 1.693', '79: 1.704', '80: 1.715', '81: 1.727', '82: 1.738', '83: 1.75', '84: 1.762', '85: 1.773', '86: 1.785', '87: 1.797', '88: 1.809', '89: 1.821', '90: 1.833', '91: 1.846', '92: 1.858', '93: 1.87', '94: 1.883', '95: 1.895', '96: 1.908', '97: 1.921', '98: 1.934', '99: 1.947', '100: 1.96', '101: 1.973',
```

'102: 1.986', '103: 1.999', '104: 2.013', '105: 2.026', '106: 2.04', '107: 2.053', '108: 2.067', '109: 2.081', '110: 2.095', '111: 2.109', '112: 2.123', '113: 2.137', '114: 2.151', '115: 2.166', '116: 2.18', '117: 2.195', '118: 2.209', '119: 2.224', '120: 2.239', '121: 2.254', '122: 2.269', '123: 2.284', '124: 2.299', '125: 2.315', '126: 2.33', '127; 2.346', '128; 2.361', '129; 2.377', '130; 2.393', '131; 2.409', '132; 2.425', '133: 2.441', '134: 2.458', '135: 2.474', '136: 2.491', '137: 2.507', '138: 2.524', '139: 2.541', '140: 2.558', '141: 2.575', '142: 2.592', '143: 2.61', '144: 2.627', '145: 2.645', '146: 2.662', '147: 2.68', '148: 2.698', '149: 2.716', '150: 2.734', '151: 2.752', '152: 2.771', '153: 2.789', '154: 2.808', '155: 2.827', '156: 2.846', '157: 2.865', '158: 2.884', '159: 2.903', '160: 2.922', '161: 2.942', '162: 2.962', '163: 2.981', '164: 3.001', '165: 3.021', '166: 3.042', '167: 3.062', '168: 3.082', '169: 3.103', '170: 3.124', '171: 3.145', '172: 3.166', '173: 3.187', '174: 3.208', '175: 3.23', '176: 3.251', '177: 3.273', '178: 3.295', '179: 3.317', '180: 3.339', '181: 3.361', '182: 3.384', '183: 3.406', '184: 3.429', '185: 3.452', '186: 3.475', '187: 3.498', '188: 3.522', '189: 3.545', '190: 3.569', '191: 3.593', '192: 3.617', '193: 3.641', '194: 3.665', '195: 3.69', '196: 3.714', '197: 3.739', '198: 3.764', '199: 3.789']

['0: 1.005', '1: 1.01', '2: 1.015', '3: 1.02', '4: 1.026', '5: 1.031', '6: 1.036', '7: 1.041', '8: 1.047', '9: 1.052', '10: 1.057', '11: 1.063', '12: 1.068', '13: 1.073', '14: 1.079', '15: 1.084', '16: 1.09', '17: 1.095', '18: 1.101', '19: 1.107', '20: 1.112', '21: 1.118', '22: 1.124', '23: 1.129', '24: 1.135', '25: 1.141', '26: 1.146', '27: 1.152', '28: 1.158', '29: 1.164', '30: 1.17', '31: 1.176', '32: 1.182', '33: 1.188', '34: 1.194', '35: 1.2', '36: 1.206', '37: 1.212', '38: 1.218', '39: 1.225', '40: 1.231', '41: 1.237', '42: 1.243', '43: 1.25', '44: 1.256', '45: 1.262', '46: 1.269', '47: 1.275', '48: 1.282', '49: 1.288', '50: 1.295', '51: 1.301', '52: 1.308', '53: 1.314', '54: 1.321', '55: 1.328', '56: 1.335', '57: 1.341', '58: 1.348', '59: 1.355', '60: 1.362', '61: 1.369', '62: 1.376', '63: 1.383', '64: 1.39', '65: 1.397', '66: 1.404', '67: 1.411', '68: 1.418', '69:

```
1.425', '70: 1.433', '71: 1.44', '72: 1.447', '73: 1.455', '74: 1.462', '75: 1.469', '76:
1.477', '77: 1.484', '78: 1.492', '79: 1.499', '80: 1.507', '81: 1.515', '82: 1.522',
'83: 1.53', '84: 1.538', '85: 1.546', '86: 1.554', '87: 1.561', '88: 1.569', '89: 1.577',
'90: 1.585', '91: 1.593', '92: 1.601', '93: 1.61', '94: 1.618', '95: 1.626', '96: 1.634',
'97: 1.642', '98: 1.651', '99: 1.659', '100: 1.668', '101: 1.676', '102: 1.685', '103:
1.693', '104: 1.702', '105: 1.71', '106: 1.719', '107: 1.728', '108: 1.737', '109:
1.745', '110: 1.754', '111: 1.763', '112: 1.772', '113: 1.781', '114: 1.79', '115:
1.799', '116: 1.808', '117: 1.818', '118: 1.827', '119: 1.836', '120: 1.845', '121:
1.855', '122: 1.864', '123: 1.874', '124: 1.883', '125: 1.893', '126: 1.902', '127:
1.912', '128: 1.922', '129: 1.931', '130: 1.941', '131: 1.951', '132: 1.961', '133:
1.971', '134: 1.981', '135: 1.991', '136: 2.001', '137: 2.011', '138: 2.021', '139:
2.032', '140: 2.042', '141: 2.052', '142: 2.063', '143: 2.073', '144: 2.084', '145:
2.094', '146: 2.105', '147: 2.116', '148: 2.126', '149: 2.137', '150: 2.148', '151:
2.159', '152: 2.17', '153: 2.181', '154: 2.192', '155: 2.203', '156: 2.214', '157:
2.226', '158: 2.237', '159: 2.248', '160: 2.26', '161: 2.271', '162: 2.283', '163:
2.294', '164: 2.306', '165: 2.318', '166: 2.329', '167: 2.341', '168: 2.353', '169:
2.365', '170: 2.377', '171: 2.389', '172: 2.401', '173: 2.413', '174: 2.426', '175:
2.438', '176: 2.45', '177: 2.463', '178: 2.475', '179: 2.488', '180: 2.5', '181: 2.513',
'182: 2.526', '183: 2.539', '184: 2.552', '185: 2.565', '186: 2.578', '187: 2.591',
'188: 2.604', '189: 2.617', '190: 2.63', '191: 2.644', '192: 2.657', '193: 2.671',
'194: 2.684', '195: 2.698', '196: 2.711', '197: 2.725', '198: 2.739', '199: 2.753']
```

### **Dificuldades enfrentadas:**

Devido a ser uma implementação do método Runge-Kutta de  $2^{\circ}$  ordem, com apenas a modificação de  $a2 = \frac{2}{3}$ , a implementação do método não apresentou dificuldades.

# Método de "Shooting"

## Estratégia de Implementação:

Durante a leitura do arquivo, o intervalo é armazenado em uma lista, enquanto as outras entradas são atribuídas a variáveis separadas. Em seguida, o resultado é

calculado para cada ponto dentro do intervalo, espaçado de acordo com o valor de "h" informado.

O método implementado é destinado a resolver Equações Diferenciais Ordinárias de segunda ordem, utilizando como auxílio o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

Para calcular os valores nos pontos desejados, o algoritmo é dividido em quatro funções. A primeira função, "passos()", determina quantos pontos serão calculados com base no intervalo e no valor de "h" informados. Em seguida, temos a função "calc3()", que recebe a função desejada e três variáveis como parâmetros, e retorna o valor da função nos pontos especificados. Essa função utiliza a função "eval()" para avaliar a função desejada, portanto, todas as funções devem ser escritas em conformidade com a sintaxe do Python para que a função "eval()" possa ser utilizada corretamente.

A terceira função, "rungekutta()", é responsável por calcular os valores para cada ponto, começando de duas posições diferentes. Por fim, a função "shooting()" realiza o cálculo do método em si, utilizando os resultados obtidos na função "rungekutta()" como auxílio.

# Estrutura dos Arquivos de Entrada/Saída:

No arquivo de entrada, as informações são fornecidas separadamente por '\n'. Essas informações incluem o intervalo, que é separado por '\n' das outras informações. Além disso, são fornecidos o ponto inicial 'y0', o segundo ponto 'y1' e as duas funções derivadas para o método implementado de segunda ordem. As duas funções devem ser informadas separadamente por '\n', sem a necessidade de escrever "y'=" ou "z=". Apenas a função em si deve ser fornecida. Por fim, é necessário informar o valor de 'h'. Cada informação é inserida em uma linha e cada conjunto de informações é separado por '\n'.

No arquivo de saída, cada intervalo de pontos é listado indicando sua ordem em forma de lista. Cada caso é separado por '\n'.

#### **Problemas teste:**

O problema que será testado encontra-se no slide da aula.

A entrada fornecida é:

```
10
40
200
z
0.01*(200-z)
0.01
E o resultado:
```

```
['0: 40.0', '1: 40.006', '2: 40.013', '3: 40.019', '4: 40.026', '5: 40.034', '6: 40.042',
'7: 40.05', '8: 40.058', '9: 40.067', '10: 40.076', '11: 40.085', '12: 40.095', '13:
40.105', '14: 40.115', '15: 40.126', '16: 40.137', '17: 40.148', '18: 40.159', '19:
40.171', '20: 40.183', '21: 40.196', '22: 40.209', '23: 40.222', '24: 40.235', '25:
40.249', '26: 40.263', '27: 40.278', '28: 40.292', '29: 40.307', '30: 40.323', '31:
40.339', '32: 40.355', '33: 40.371', '34: 40.388', '35: 40.405', '36: 40.422', '37:
40.439', '38: 40.457', '39: 40.476', '40: 40.494', '41: 40.513', '42: 40.532', '43:
40.552', '44: 40.572', '45: 40.592', '46: 40.612', '47: 40.633', '48: 40.654', '49:
40.675', '50: 40.697', '51: 40.719', '52: 40.742', '53: 40.764', '54: 40.787', '55:
40.811', '56: 40.834', '57: 40.858', '58: 40.882', '59: 40.907', '60: 40.932', '61:
40.957'. '62: 40.983'. '63: 41.009'. '64: 41.035'. '65: 41.061'. '66: 41.088'. '67:
41.115', '68: 41.143', '69: 41.17', '70: 41.199', '71: 41.227', '72: 41.256', '73:
41.285', '74: 41.314', '75: 41.344', '76: 41.374', '77: 41.404', '78: 41.435', '79:
41.465', '80: 41.497', '81: 41.528', '82: 41.56', '83: 41.592', '84: 41.625', '85:
41.658', '86: 41.691', '87: 41.724', '88: 41.758', '89: 41.792', '90: 41.827', '91:
41.861', '92: 41.896', '93: 41.932', '94: 41.967', '95: 42.003', '96: 42.04', '97:
42.076', '98: 42.113', '99: 42.15', '100: 42.188', '101: 42.226', '102: 42.264', '103:
42.303', '104: 42.341', '105: 42.381', '106: 42.42', '107: 42.46', '108: 42.5', '109:
42.54', '110: 42.581', '111: 42.622', '112: 42.663', '113: 42.705', '114: 42.747',
'115: 42.789', '116: 42.832', '117: 42.875', '118: 42.918', '119: 42.962', '120:
43.006', '121: 43.05', '122: 43.094', '123: 43.139', '124: 43.184', '125: 43.23',
'126: 43.276', '127: 43.322', '128: 43.368', '129: 43.415', '130: 43.462', '131:
43.509', '132: 43.557', '133: 43.605', '134: 43.653', '135: 43.702', '136: 43.751',
'137: 43.8', '138: 43.849', '139: 43.899', '140: 43.949', '141: 44.0', '142: 44.051',
```

'143: 44.102', '144: 44.153', '145: 44.205', '146: 44.257', '147: 44.309', '148: 44.362', '149: 44.415', '150: 44.468', '151: 44.522', '152: 44.576', '153: 44.63', '154: 44.685', '155: 44.74', '156: 44.795', '157: 44.85', '158: 44.906', '159: 44.962', '160: 45.019', '161: 45.076', '162: 45.133', '163: 45.19', '164: 45.248', '165: 45.306', '166: 45.364', '167: 45.423', '168: 45.482', '169: 45.541', '170: 45.601', '171: 45.661', '172: 45.721', '173: 45.781', '174: 45.842', '175: 45.904', '176: 45.965', '177: 46.027', '178: 46.089', '179: 46.151', '180: 46.214', '181: 46.277', '182: 46.34', '183: 46.404', '184: 46.468', '185: 46.532', '186: 46.597', '187: 46.662', '188: 46.727', '189: 46.793', '190: 46.859', '191: 46.925', '192: 46.991', '193: 47.058', '194: 47.125', '195: 47.193', '196: 47.26', '197: 47.328', '198: 47.397', '199: 47.466', '200: 47.535', '201: 47.604', '202: 47.673', '203: 47.743', '204: 47.814', '205: 47.884', '206: 47.955', '207: 48.026', '208: 48.098', '209: 48.17', '210: 48.242', '211: 48.314', '212: 48.387', '213: 48.46', '214: 48.533', '215: 48.607', '216: 48.681', '217: 48.755', '218: 48.83', '219: 48.905', '220: 48.98', '221: 49.056', '222: 49.132', '223: 49.208', '224: 49.284', '225: 49.361', '226: 49.438', '227: 49.516', '228: 49.593', '229: 49.671', '230: 49.75', '231: 49.828', '232: 49.907', '233: 49.987', '234: 50.066', '235: 50.146', '236: 50.226', '237: 50.307', '238: 50.388', '239: 50.469', '240: 50.551', '241: 50.632', '242: 50.714', '243: 50.797', '244: 50.88', '245: 50.963', '246: 51.046', '247: 51.13', '248: 51.214', '249: 51.298', '250: 51.382', '251: 51.467', '252: 51.553', '253: 51.638', '254: 51.724', '255: 51.81', '256: 51.897', '257: 51.983', '258: 52.07', '259: 52.158', '260: 52.246', '261: 52.334', '262: 52.422', '263: 52.51', '264: 52.599', '265: 52.689', '266: 52.778', '267: 52.868', '268: 52.958', '269: 53.049', '270: 53.14', '271: 53.231', '272: 53.322', '273: 53.414', '274: 53.506', '275: 53.598', '276: 53.691', '277: 53.784', '278: 53.877', '279: 53.971', '280: 54.065', '281: 54.159', '282: 54.254', '283: 54.348', '284: 54.444', '285: 54.539', '286: 54.635', '287: 54.731', '288: 54.827', '289: 54.924', '290: 55.021', '291: 55.118', '292: 55.216', '293: 55.314', '294: 55.412', '295: 55.511', '296: 55.61', '297: 55.709', '298: 55.808', '299: 55.908', '300: 56.008', '301: 56.109', '302: 56.209', '303: 56.31', '304: 56.412', '305: 56.513', '306: 56.615', '307: 56.718', '308: 56.82', '309: 56.923', '310: 57.026', '311: 57.13', '312: 57.234', '313: 57.338', '314: 57.442', '315: 57.547', '316: 57.652', '317: 57.758', '318: 57.863', '319: 57.969', '320: 58.076', '321: 58.182', '322: 58.289', '323: 58.396', '324: 58.504', '325: 58.612', '326: 58.72', '327: 58.828', '328: 58.937', '329: 59.046', '330: 59.156', '331: 59.265', '332: 59.375', '333: 59.486', '334: 59.596', '335: 59.707', '336: 59.818', '337: 59.93', '338: 60.042', '339: 60.154', '340: 60.266', '341: 60.379', '342: 60.492', '343: 60.606', '344: 60.719', '345: 60.833', '346: 60.948', '347: 61.062', '348: 61.177', '349: 61.293', '350: 61.408', '351: 61.524', '352: 61.64', '353: 61.757', '354: 61.873', '355: 61.99', '356: 62.108', '357: 62.226', '358: 62.344', '359: 62.462', '360: 62.581', '361: 62.7', '362: 62.819', '363: 62.938', '364: 63.058', '365: 63.178', '366: 63.299', '367: 63.42', '368: 63.541', '369: 63.662', '370: 63.784', '371: 63.906', '372: 64.028', '373: 64.151', '374: 64.274', '375: 64.397', '376: 64.521', '377: 64.644', '378: 64.769', '379: 64.893', '380: 65.018', '381: 65.143', '382: 65.268', '383: 65.394', '384: 65.52', '385: 65.646', '386: 65.773', '387: 65.9', '388: 66.027', '389: 66.155', '390: 66.283', '391: 66.411', '392: 66.539', '393: 66.668', '394: 66.797', '395: 66.926', '396: 67.056', '397: 67.186', '398: 67.316', '399: 67.447', '400: 67.578', '401: 67.709', '402: 67.841', '403: 67.973', '404: 68.105', '405: 68.237', '406: 68.37', '407: 68.503', '408: 68.636', '409: 68.77', '410: 68.904', '411: 69.038', '412: 69.173', '413: 69.308', '414: 69.443', '415: 69.579', '416: 69.714', '417: 69.851', '418: 69.987', '419: 70.124', '420: 70.261', '421: 70.398', '422: 70.536', '423: 70.674', '424: 70.812', '425: 70.951', '426: 71.089', '427: 71.229', '428: 71.368', '429: 71.508', '430: 71.648', '431: 71.788', '432: 71.929', '433: 72.07', '434: 72.212', '435: 72.353', '436: 72.495', '437: 72.637', '438: 72.78', '439: 72.923', '440: 73.066', '441: 73.209', '442: 73.353', '443: 73.497', '444: 73.642', '445: 73.786', '446: 73.931', '447: 74.077', '448: 74.222', '449: 74.368', '450: 74.514', '451: 74.661', '452: 74.808', '453: 74.955', '454: 75.102', '455: 75.25', '456: 75.398', '457: 75.546', '458: 75.695', '459: 75.844', '460: 75.993', '461: 76.143', '462: 76.293', '463: 76.443', '464: 76.593', '465: 76.744', '466: 76.895', '467: 77.046', '468: 77.198', '469: 77.35', '470: 77.502', '471: 77.655', '472: 77.808', '473: 77.961', '474: 78.115', '475: 78.269', '476: 78.423', '477: 78.577', '478: 78.732', '479: 78.887', '480: 79.042', '481: 79.198', '482: 79.354', '483: 79.51', '484: 79.667', '485: 79.824', '486: 79.981', '487: 80.138', '488: 80.296', '489: 80.454', '490: 80.612', '491: 80.771', '492: 80.93', '493: 81.089', '494: 81.249', '495: 81.409', '496: 81.569', '497: 81.73', '498: 81.89', '499: 82.052', '500: 82.213', '501: 82.375', '502: 82.537', '503: 82.699', '504: 82.862', '505: 83.025', '506: 83.188', '507: 83.351', '508: 83.515', '509: 83.679', '510: 83.844', '511: 84.009', '512: 84.174', '513: 84.339', '514: 84.505', '515: 84.671', '516: 84.837', '517: 85.004', '518: 85.17', '519: 85.338', '520: 85.505', '521: 85.673', '522: 85.841', '523: 86.009', '524: 86.178', '525: 86.347', '526: 86.516', '527: 86.686', '528: 86.856', '529: 87.026', '530: 87.197', '531: 87.367', '532: 87.539', '533: 87.71', '534: 87.882', '535: 88.054', '536: 88.226', '537: 88.399', '538: 88.572', '539: 88.745', '540: 88.918', '541: 89.092', '542: 89.266', '543: 89.441', '544: 89.616', '545: 89.791', '546: 89.966', '547: 90.142', '548: 90.318', '549: 90.494', '550: 90.67', '551: 90.847', '552: 91.024', '553: 91.202', '554: 91.38', '555: 91.558', '556: 91.736', '557: 91.915', '558: 92.094', '559: 92.273', '560: 92.453', '561: 92.632', '562: 92.813', '563: 92.993', '564: 93.174', '565: 93.355', '566: 93.536', '567: 93.718', '568: 93.9', '569: 94.082', '570: 94.265', '571: 94.448', '572: 94.631', '573: 94.815', '574: 94.998', '575: 95.182', '576: 95.367', '577: 95.552', '578: 95.737', '579: 95.922', '580: 96.107', '581: 96.293', '582: 96.48', '583: 96.666', '584: 96.853', '585: 97.04', '586: 97.227', '587: 97.415', '588: 97.603', '589: 97.791', '590: 97.98', '591: 98.169', '592: 98.358', '593: 98.548', '594: 98.738', '595: 98.928', '596: 99.118', '597: 99.309', '598: 99.5', '599: 99.691', '600: 99.883', '601: 100.075', '602: 100.267', '603: 100.459', '604: 100.652', '605: 100.845', '606: 101.039', '607: 101.232', '608: 101.426', '609: 101.621', '610: 101.815', '611: 102.01', '612: 102.206', '613: 102.401', '614: 102.597', '615: 102.793', '616: 102.989', '617: 103.186', '618: 103.383', '619:

```
103.581', '620: 103.778', '621: 103.976', '622: 104.174', '623: 104.373', '624:
104.572', '625: 104.771', '626: 104.97', '627: 105.17', '628: 105.37', '629:
105.57', '630: 105.771', '631: 105.972', '632: 106.173', '633: 106.375', '634:
106.576', '635: 106.778', '636: 106.981', '637: 107.184', '638: 107.387', '639:
107.59', '640: 107.794', '641: 107.997', '642: 108.202', '643: 108.406', '644:
108.611', '645: 108.816', '646: 109.022', '647: 109.227', '648: 109.433', '649:
109.64', '650: 109.846', '651: 110.053', '652: 110.26', '653: 110.468', '654:
110.676', '655: 110.884', '656: 111.092', '657: 111.301', '658: 111.51', '659:
111.719', '660: 111.929', '661: 112.139', '662: 112.349', '663: 112.559', '664:
112.77', '665: 112.981', '666: 113.192', '667: 113.404', '668: 113.616', '669:
113.828', '670: 114.041', '671: 114.254', '672: 114.467', '673: 114.681', '674:
114.894', '675: 115.108', '676: 115.323', '677: 115.537', '678: 115.752', '679:
115.968', '680: 116.183', '681: 116.399', '682: 116.615', '683: 116.832', '684:
117.048', '685: 117.265', '686: 117.483', '687: 117.7', '688: 117.918', '689:
118.137', '690: 118.355', '691: 118.574', '692: 118.793', '693: 119.013', '694:
119.232', '695: 119.452', '696: 119.673', '697: 119.893', '698: 120.114', '699:
120.335', '700: 120.557', '701: 120.779', '702: 121.001', '703: 121.223', '704:
121.446', '705: 121.669', '706: 121.892', '707: 122.116', '708: 122.34', '709:
122.564', '710: 122.788', '711: 123.013', '712: 123.238', '713: 123.464', '714:
123.689', '715: 123.915', '716: 124.142', '717: 124.368', '718: 124.595', '719:
124.822', '720: 125.05', '721: 125.277', '722: 125.506', '723: 125.734', '724:
125.963', '725: 126.191', '726: 126.421', '727: 126.65', '728: 126.88', '729:
127.11', '730: 127.341', '731: 127.571', '732: 127.802', '733: 128.034', '734:
128.265', '735: 128.497', '736: 128.729', '737: 128.962', '738: 129.195', '739:
129.428', '740: 129.661', '741: 129.895', '742: 130.129', '743: 130.363', '744:
130.598', '745: 130.833', '746: 131.068', '747: 131.303', '748: 131.539', '749:
131.775', '750: 132.011', '751: 132.248', '752: 132.485', '753: 132.722', '754:
132.96', '755: 133.198', '756: 133.436', '757: 133.674', '758: 133.913', '759:
134.152', '760: 134.391', '761: 134.631', '762: 134.871', '763: 135.111', '764:
```

```
135.351', '765: 135.592', '766: 135.833', '767: 136.075', '768: 136.316', '769:
136.558', '770: 136.801', '771: 137.043', '772: 137.286', '773: 137.529', '774:
137.773', '775: 138.016', '776: 138.26', '777: 138.505', '778: 138.749', '779:
138.994', '780: 139.24', '781: 139.485', '782: 139.731', '783: 139.977', '784:
140.223', '785: 140.47', '786: 140.717', '787: 140.964', '788: 141.212', '789:
141.46', '790: 141.708', '791: 141.956', '792: 142.205', '793: 142.454', '794:
142.704', '795: 142.953', '796: 143.203', '797: 143.453', '798: 143.704', '799:
143.955', '800: 144.206', '801: 144.457', '802: 144.709', '803: 144.961', '804:
145.213', '805: 145.466', '806: 145.719', '807: 145.972', '808: 146.225', '809:
146.479', '810: 146.733', '811: 146.988', '812: 147.242', '813: 147.497', '814:
147.752', '815: 148.008', '816: 148.264', '817: 148.52', '818: 148.776', '819:
149.033', '820: 149.29', '821: 149.547', '822: 149.805', '823: 150.063', '824:
150.321', '825: 150.579', '826: 150.838', '827: 151.097', '828: 151.357', '829:
151.616', '830: 151.876', '831: 152.136', '832: 152.397', '833: 152.658', '834:
152.919', '835: 153.18', '836: 153.442', '837: 153.704', '838: 153.966', '839:
154.229', '840: 154.492', '841: 154.755', '842: 155.018', '843: 155.282', '844:
155.546', '845: 155.81', '846: 156.075', '847: 156.34', '848: 156.605', '849:
156.871', '850: 157.137', '851: 157.403', '852: 157.669', '853: 157.936', '854:
158.203', '855: 158.47', '856: 158.737', '857: 159.005', '858: 159.274', '859:
159.542', '860: 159.811', '861: 160.08', '862: 160.349', '863: 160.619', '864:
160.889', '865: 161.159', '866: 161.429', '867: 161.7', '868: 161.971', '869:
162.242', '870: 162.514', '871: 162.786', '872: 163.058', '873: 163.331', '874:
163.604', '875: 163.877', '876: 164.15', '877: 164.424', '878: 164.698', '879:
164.972', '880: 165.247', '881: 165.522', '882: 165.797', '883: 166.072', '884:
166.348', '885: 166.624', '886: 166.9', '887: 167.177', '888: 167.454', '889:
167.731', '890: 168.009', '891: 168.286', '892: 168.565', '893: 168.843', '894:
169.122', '895: 169.401', '896: 169.68', '897: 169.959', '898: 170.239', '899:
170.519', '900: 170.8', '901: 171.08', '902: 171.361', '903: 171.643', '904:
171.924', '905: 172.206', '906: 172.488', '907: 172.771', '908: 173.054', '909:
```

```
173.337', '910: 173.62', '911: 173.904', '912: 174.188', '913: 174.472', '914:
174.756', '915: 175.041', '916: 175.326', '917: 175.612', '918: 175.897', '919:
176.183', '920: 176.469', '921: 176.756', '922: 177.043', '923: 177.33', '924:
177.617', '925: 177.905', '926: 178.193', '927: 178.481', '928: 178.77', '929:
179.059', '930: 179.348', '931: 179.637', '932: 179.927', '933: 180.217', '934:
180.507', '935: 180.798', '936: 181.089', '937: 181.38', '938: 181.672', '939:
181.963', '940: 182.255', '941: 182.548', '942: 182.84', '943: 183.133', '944:
183.427', '945: 183.72', '946: 184.014', '947: 184.308', '948: 184.602', '949:
184.897', '950: 185.192', '951: 185.487', '952: 185.783', '953: 186.079', '954:
186.375', '955: 186.671', '956: 186.968', '957: 187.265', '958: 187.562', '959:
187.86', '960: 188.158', '961: 188.456', '962: 188.754', '963: 189.053', '964:
189.352', '965: 189.651', '966: 189.951', '967: 190.251', '968: 190.551', '969:
190.851', '970: 191.152', '971: 191.453', '972: 191.755', '973: 192.056', '974:
192.358', '975: 192.66', '976: 192.963', '977: 193.266', '978: 193.569', '979:
193.872', '980: 194.176', '981: 194.48', '982: 194.784', '983: 195.088', '984:
195.393', '985: 195.698', '986: 196.004', '987: 196.309', '988: 196.615', '989:
196.922', '990: 197.228', '991: 197.535', '992: 197.842', '993: 198.149', '994:
198.457', '995: 198.765', '996: 199.073', '997: 199.382', '998: 199.691', '999:
200.0']
```

### Dificuldades enfrentadas:

Nenhuma dificuldade encontrada.

# Considerações Finais

Neste relatório, os métodos utilizados possuem abordagens muito semelhantes, o que reduz a dificuldade de implementação.