Análise e Modelagem de Sistemas Dinâmicos - 2023/2

Nome: Thiago Felippe Neitzke Lahass

Data limite para entrega: 06/09/2023

A entrega deverá ser feita pelo Google ClassRoom

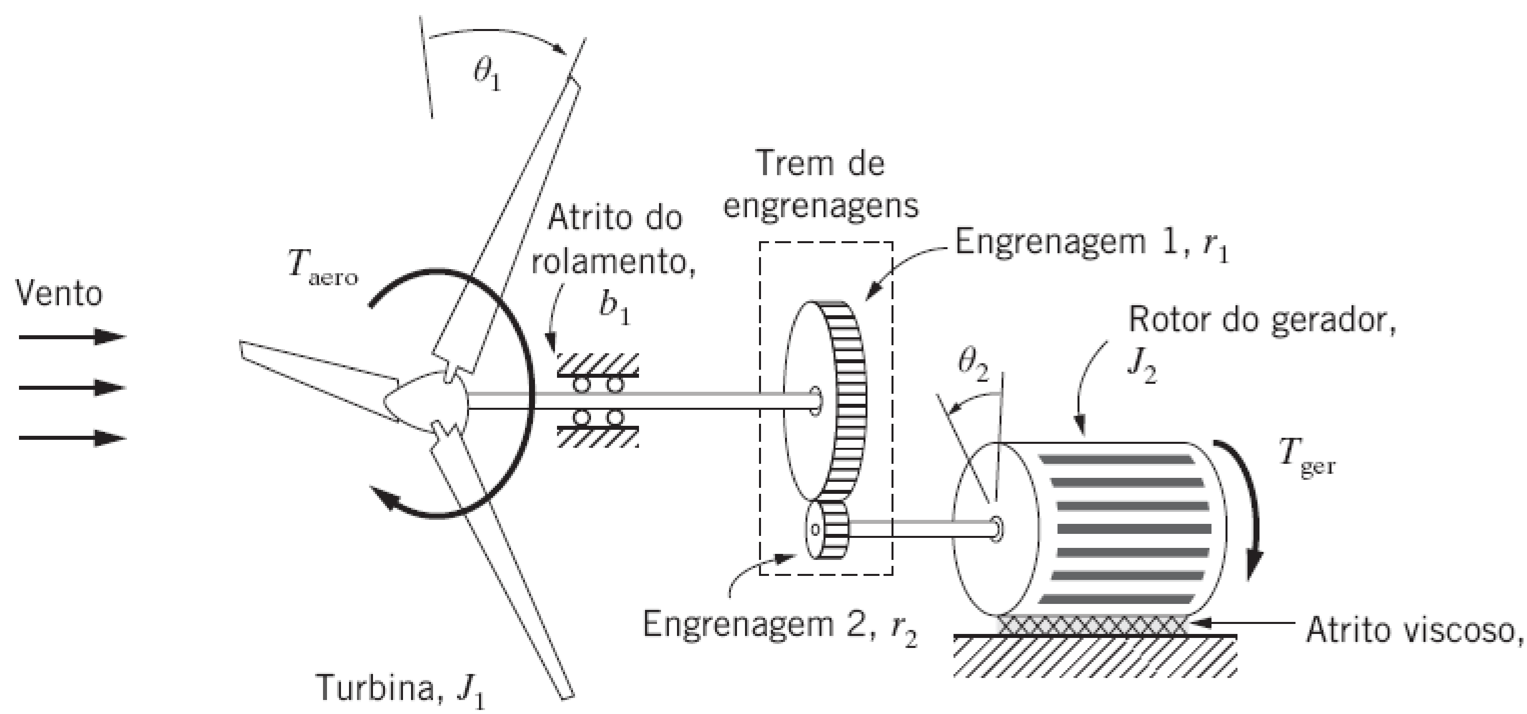
Trabalho 1 - Modelagem de Sistemas

```
I = 10;            % Seu número I
init_t1(I);      % Define as variaveis do modelo
datetime('now')
```

```
ans = datetime
   05-Sep-2023 22:12:46
```

Modelagem de Turbina-Gerador Eólico

A figura a seguir mostra um sistema turbina-gerador eólico usado para transformar energia mecânica em energia elétrica. Para esse problema, assume-se que a inércia da turbina J_1 e a do gerador J_2 são conectadas rigidamente às suas engrenagens no trem de engrenagens. O vento gera um torques aerodinâmico T_{aero} na turbina, fazendo o gerador rotacionar. O giro do rotor do gerador sobre o campo magnético produz uma força contra-eletromotriz no rotor, e consequentemente um torque T_{ger}.



Os parâmetros do sistema turbina eólica-gerador são:

Momento de inércia da turbina J_1 $[\text{kg}.m^2]$

Momento de inércia do gerador J_2 $[\mathrm{kg}.\, m^2]$

Raio da turbina (da extremidade das pás ao cubo) R $[m]$

Coeficiente de atrito da turbina b_1 $[N \cdot m \cdot s/\mathrm{rad}]$

Coeficiente de atrito do gerador b_2 $[N \cdot m \cdot s/\mathrm{rad}]$

Relação de transmissão $N = r_2/r_1$

Funções úteis do Matlab: tf, step, stepDataOptions, lsim, figure, plot, grid, yyaxis, title, xlabel, ylabel, sprintf, linspace.

1.1 Assumindo como entrada do sistema um torque $T_1(t) = T_{\mathrm{aero}}(t) - \frac{1}{N} T_{\mathrm{ger}}(t)$, apresente o modelo matemático dinâmico desse sistema em termos da velocidade angular da turbina (ω_1).

O torque $T_{\mathrm{E1}}(t)$ resultante no eixo 1 é:

$$T_{\mathrm{E1}}(t) = T_{\mathrm{aero}}(t) - J_1\ddot{\theta}_1(t) - b_1\dot{\theta}_1(t) \qquad (1).$$

Já para o eixo 2 temos:

$$T_{\mathrm{E2}}(t) = J_2\ddot{\theta}_2(t) + b_2\dot{\theta}_2(t) + T_{\mathrm{ger}}(t) \qquad (2).$$

Pela relação de engrenagens, temos:

$$\frac{T_{\mathrm{E2}}(t)}{T_{\mathrm{E1}}(t)} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = N \qquad (3).$$

Substituindo (1) e (2) em (3), obtemos:

$$\left(T_{\mathrm{aero}}(t) - J_1\ddot{\theta}_1(t) - b_1\dot{\theta}_1(t)\right)N = J_2\ddot{\theta}_2(t) + b_2\dot{\theta}_2(t) + T_{\mathrm{ger}}(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\mathrm{aero}}(t) - J_1\ddot{\theta}_1(t) - b_1\dot{\theta}_1(t) = \frac{J_2\ddot{\theta}_2(t) + b_2\dot{\theta}_2(t) + T_{\mathrm{ger}}(t)}{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\mathrm{aero}}(t) - J_1\ddot{\theta}_1(t) - b_1\dot{\theta}_1(t) = \frac{J_2\ddot{\theta}_2(t) + b_2\dot{\theta}_2(t)}{N} + \frac{T_{\mathrm{ger}}(t)}{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\mathrm{aero}}(t) - \frac{T_{\mathrm{ger}}(t)}{N} = \frac{J_2\ddot{\theta}_2(t) + b_2\dot{\theta}_2(t)}{N} + J_1\ddot{\theta}_1(t) + b_1\dot{\theta}_1(t)$$

Como $T_1(t) = T_{\text{aero}}(t) - \dfrac{1}{N} T_{\text{ger}}(t)$, então:

$$T_1(t) = \frac{J_2\ddot{\theta}_2(t) + b_2\dot{\theta}_2(t)}{N} + J_1\ddot{\theta}_1(t) + b_1\dot{\theta}_1(t). \qquad (4)$$

Como por (3) temos $\theta_2(t) = \dfrac{\theta_1(t)}{N}$, e $\dot{\theta}_1(t) = \omega_1(t)$, substituindo em (4) ficamos com:

$$T_1(t) = \frac{J_2\dfrac{\ddot{\theta}_1(t)}{N} + b_2\dfrac{\dot{\theta}_1(t)}{N}}{N} + J_1\ddot{\theta}_1(t) + b_1\dot{\theta}_1(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; T_1(t) = \frac{J_2\dot{\omega}_1(t) + b_2\omega_1(t)}{N^2} + J_1\dot{\omega}_1(t) + b_1\omega_1(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; \boldsymbol{T_1(t) = \left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega}_1(t) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\omega_1(t)} \qquad (5).$$

1.2 Apresente a Função de Transferência $G_1(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{T_1(s)}$.

Aplicando Laplace com condições iniciais nulas na equação (5), de forma direta obtemos:

$$T_1(s) = s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\Omega_1(s) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\Omega_1(s) \Rightarrow$$

$$T_1(s) = \Omega_1(s)\left\{ s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\right\} \qquad (6).$$

Portanto:

$$\boldsymbol{G_1(s) = \frac{\Omega_1(s)}{T_1(s)} = \frac{1}{s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)} = \frac{\dfrac{1}{J_1 + \frac{J_2}{N^2}}}{s + \dfrac{b_1 + \frac{b_2}{N^2}}{J_1 + \frac{J_2}{N^2}}}} \qquad (7).$$

1.3 Considere que o torque aerodinâmico é dado por:

$$T_{\text{aero}}(t) = \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(t) \;\; [N \cdot m] \;,$$

que é função da massa específica do ar ρ (em kg/m^3), do raio da turbina R (em m), da velocidade do vento V_v (em m/s), e do coeficiente de torque C_t.

E que o torque gerado pela força contra-eletromotriz é dado por:

$T_{\mathrm{ger}}(t) = 158,7\omega_2(t) \quad [N \cdot m]$ **.**

Apresente a Função de Transferência $G_v(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{V_v(s)}$.

Partindo da equação (5) e tendo que $T_1(t) = T_{\mathrm{aero}}(t) - \frac{1}{N} T_{\mathrm{ger}}(t)$, então:

$$T_1(t) = T_{\mathrm{aero}}(t) - \frac{1}{N} T_{\mathrm{ger}}(t) = \left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega_1}(t) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\omega_1(t),$$

substituindo as expressões dadas para $T_{\mathrm{aero}}(t)$ e $T_{\mathrm{ger}}(t)$, obtemos:

$$\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(t) - \frac{1}{N} 158,7\omega_2(t) = \left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega_1}(t) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\omega_1(t),$$

mas por (3) $\omega_2 = \frac{\omega_1}{N}$, logo:

$$\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(t) - \frac{1}{N} 158,7\frac{\omega_1}{N} = \left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega_1}(t) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\omega_1(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(t) - \frac{158,7\omega_1}{N^2} = \left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega_1}(t) + \left(b_1 + \frac{b_2}{N^2}\right)\omega_1(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t V_v(t) = \left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega_1}(t) + \left(b_1 + \frac{b_2 + 158,7}{N^2}\right)\omega_1(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_v(t) = \frac{\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\dot{\omega_1}(t) + \left(b_1 + \frac{b_2 + 158,7}{N^2}\right)\omega_1(t)}{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t} \qquad (8).$$

Aplicando Laplace com condições iniciais nulas na equação (8), temos:

$$V_v(s) = \frac{s\left(J_1 + \frac{J_2}{N^2}\right)\Omega_1(s) + \left(b_1 + \frac{b_2 + 158,7}{N^2}\right)\Omega_1(s)}{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ V_v(s) = \Omega_1(s)\frac{s\left(J_1 + \dfrac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \dfrac{b_2 + 158,7}{N^2}\right)}{\dfrac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t} \qquad (9).$$

Portanto:

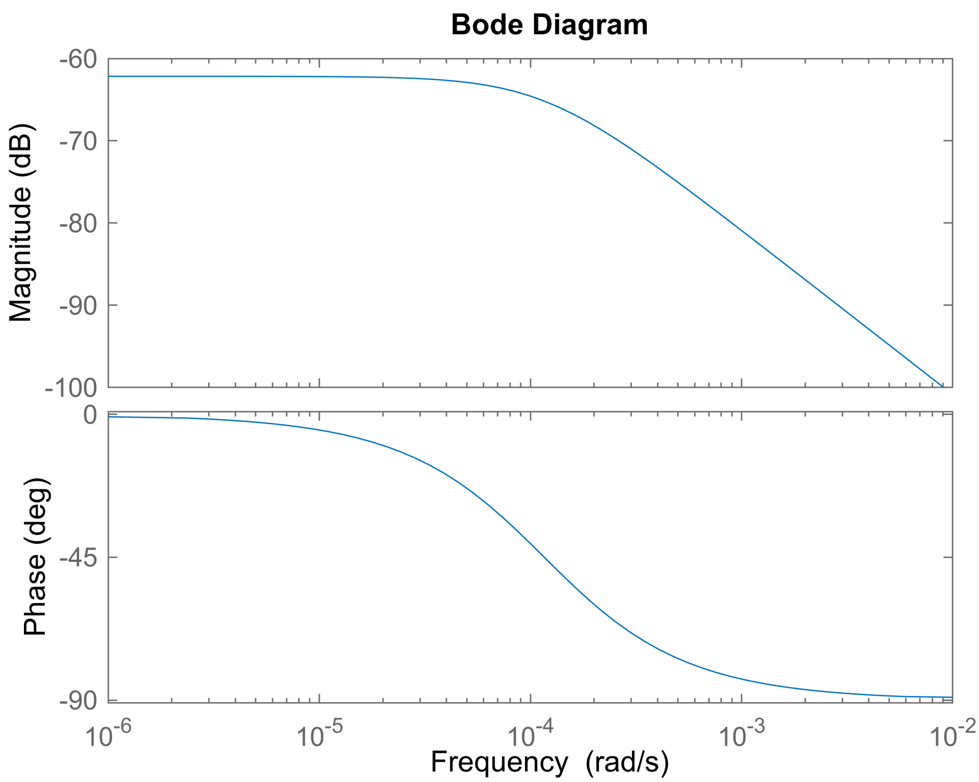
$$\boldsymbol{G_v(s) = \frac{\Omega_1(s)}{V_v(s)} = \frac{\dfrac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t}{s\left(J_1 + \dfrac{J_2}{N^2}\right) + \left(b_1 + \dfrac{b_2 + 158,7}{N^2}\right)} = \frac{\dfrac{\frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_t}{J_1 + \dfrac{J_2}{N^2}}}{s + \dfrac{b_1 + \dfrac{b_2 + 158,7}{N^2}}{J_1 + \dfrac{J_2}{N^2}}}} \qquad (10).$$

1.4 Mostre as Funções de Transferência ($G_1(s)$ e $G_v(s)$) com os valores referentes ao seu número I.

```
% comandos do matlab
close all;
N = r2/r1;
s = tf('s'); %variável de Laplace
G1 = (1/(J1+J2/(N^2)))/(s + (b1+b2/(N^2))/(J1+J2/(N^2)))
```

```
G1 =

    9.067e-08
  -------------
  s + 0.0001163

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

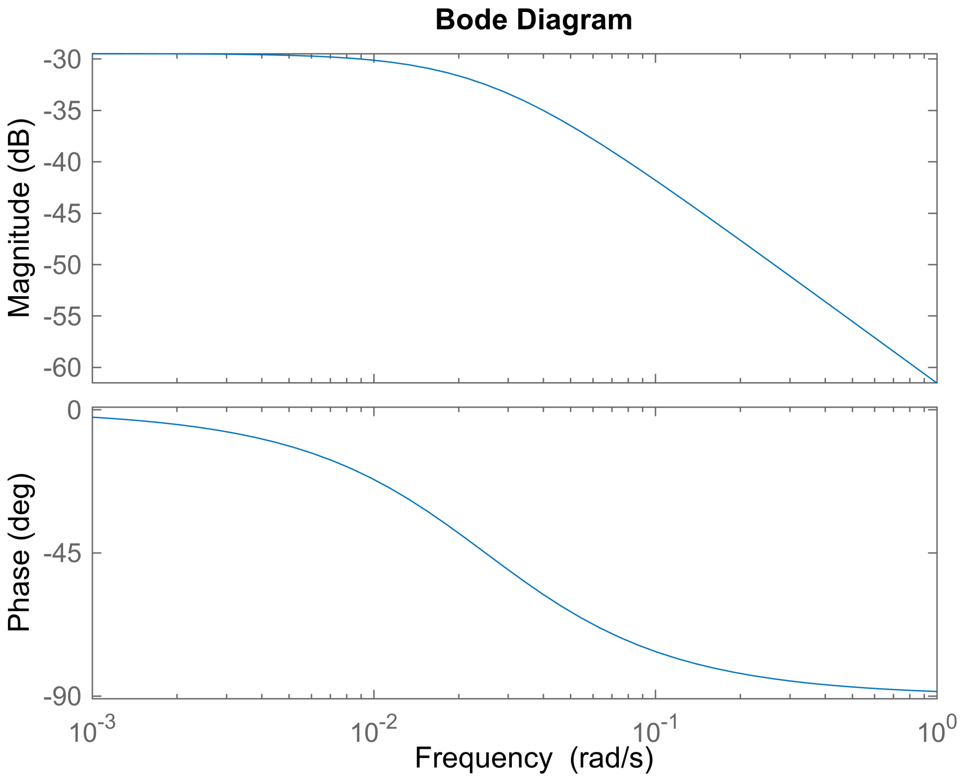
```
bode(G1);
```




```
Gv = (((1/2)*ro*pi*(R^3)*Ct)/(J1+J2/(N^2)))/(s + (b1+(b2+158.7)/(N^2))/(J1+J2/
(N^2)))
```

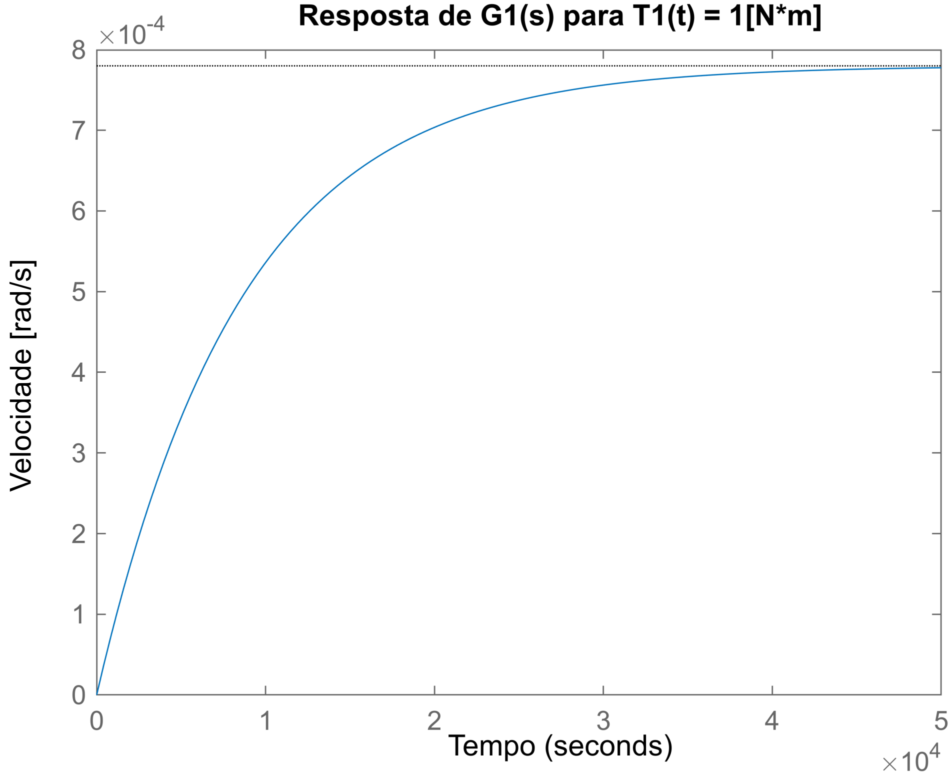
```
Gv =

  0.0008375
  ----------
  s + 0.0249

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
bode(Gv);
```



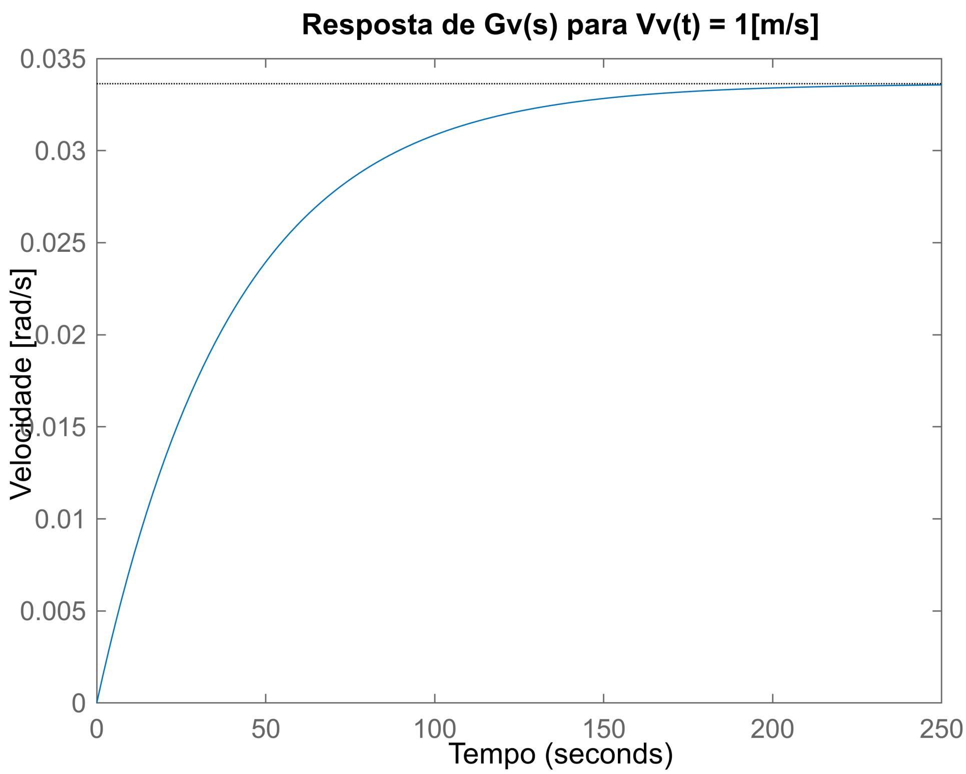
1.5 Plote a resposta de $G_1(s)$ para $T_1(t) = 1[N \cdot m]$.

```
% comandos do matlab
figure,  step(G1); % Resposta ao degrau de 1 N.m (1(t))
xlabel('Tempo'),ylabel('Velocidade [rad/s]'),
title('Resposta de G1(s) para T1(t) = 1[N*m]');
```



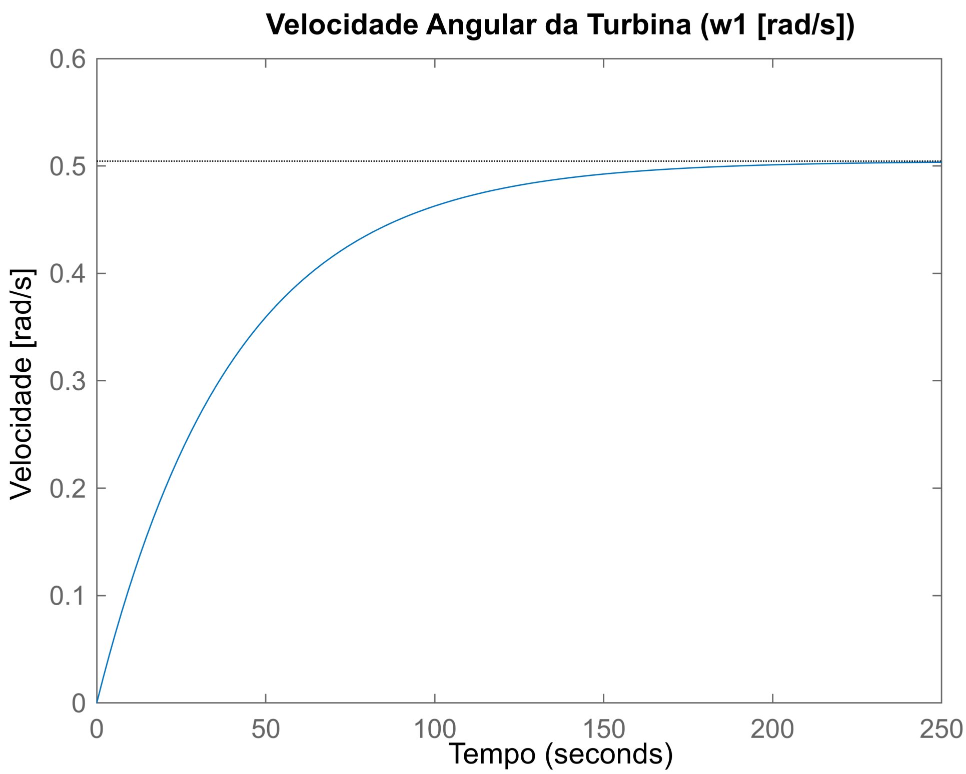
1.6 Plote a resposta de $G_v(s)$ para $V_v(t) = 1[m/s]$.

```
% comandos do matlab
figure,  step(Gv); % Resposta ao degrau de 1 m/s (1(t))
xlabel('Tempo'),ylabel('Velocidade [rad/s]'),
title('Resposta de Gv(s) para Vv(t) = 1[m/s]');
```

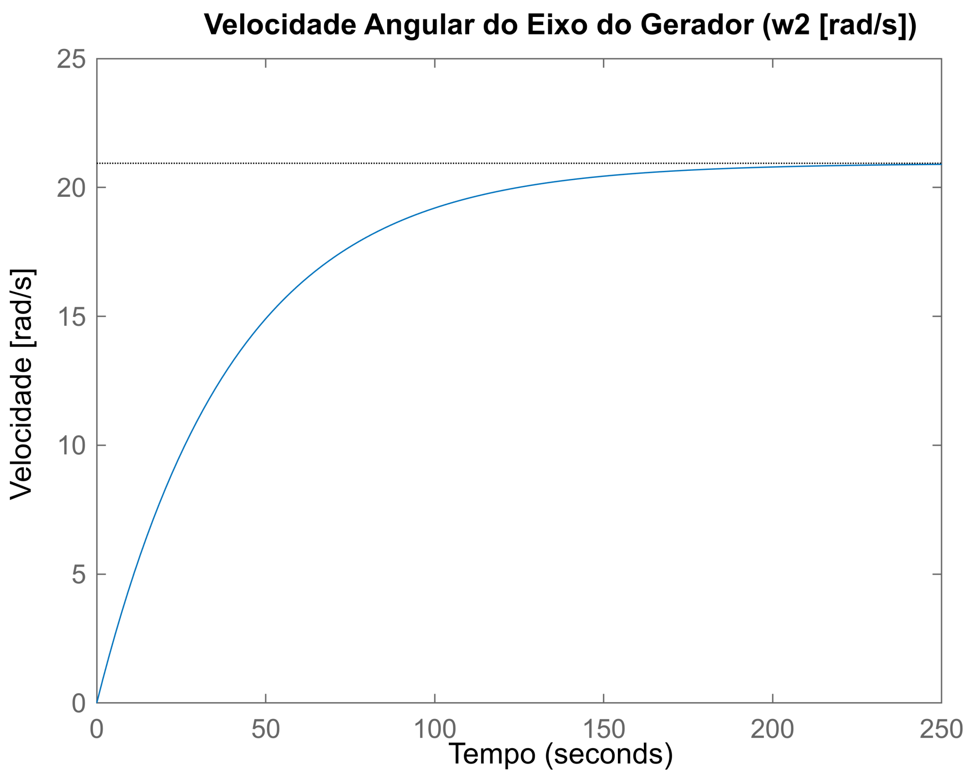


1.7 Faça os gráficos da velocidade angular da turbina ($\omega_1(t)$) e do gerador ($\omega_2(t)$) com o valor de $V_v(t)$ referente ao seu número I.

```
% comandos do matlab
figure, hold off,
step(Vv*Gv); % Resposta ao degrau de Vv m/s (15(t))
xlabel('Tempo'),ylabel('Velocidade [rad/s]');
title('Velocidade Angular da Turbina (w1 [rad/s])');
```




```
Gv2 = Gv/N;
step(Vv*Gv2); % Resposta ao degrau de Vv m/s (15(t))
xlabel('Tempo'),ylabel('Velocidade [rad/s]'),
title('Velocidade Angular do Eixo do Gerador (w2 [rad/s])');
```



1.8 Obtenha os gráficos de $T_{\text{ger}}(t)$ e $T_1(t)$ para $V_v(t)$ referente ao seu número I.

Temos que $T_{\text{ger}}(t) = 158,7\omega_2(t)$, logo, aplicando Laplace, obtemos:

$T_{\text{ger}}(s) = 158,7\Omega_2(s)$

Mas pela equação (3) temos $\omega_2 = \dfrac{\omega_1}{N}$, e portanto:

$T_{\text{ger}}(s) = 158,7\dfrac{\Omega_1}{N}(s)$.

Ainda vimos que $G_v(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{V_v(s)}$, logo $T_{\text{ger}}(s) = \dfrac{158,7}{N}V_v(s)G_v(s)$.

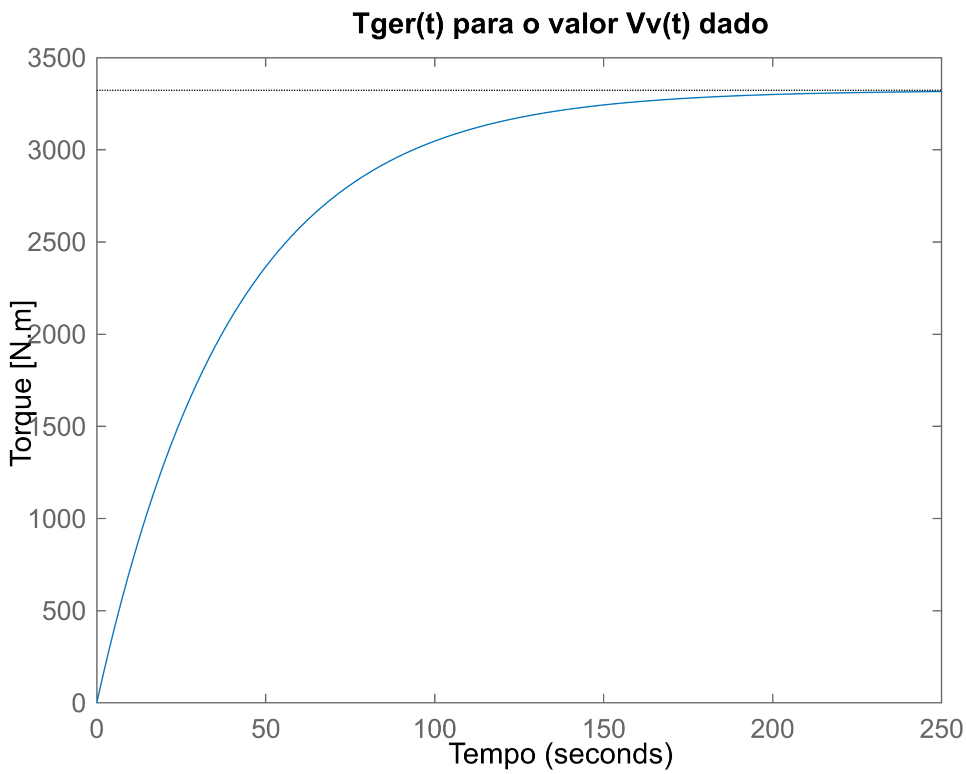
Finalmente:

$G_{T_{\text{ger}}}(s) = \dfrac{T_{\text{ger}}(s)}{V_v(s)} = \dfrac{158,7}{N}G_v(s)$ (11).

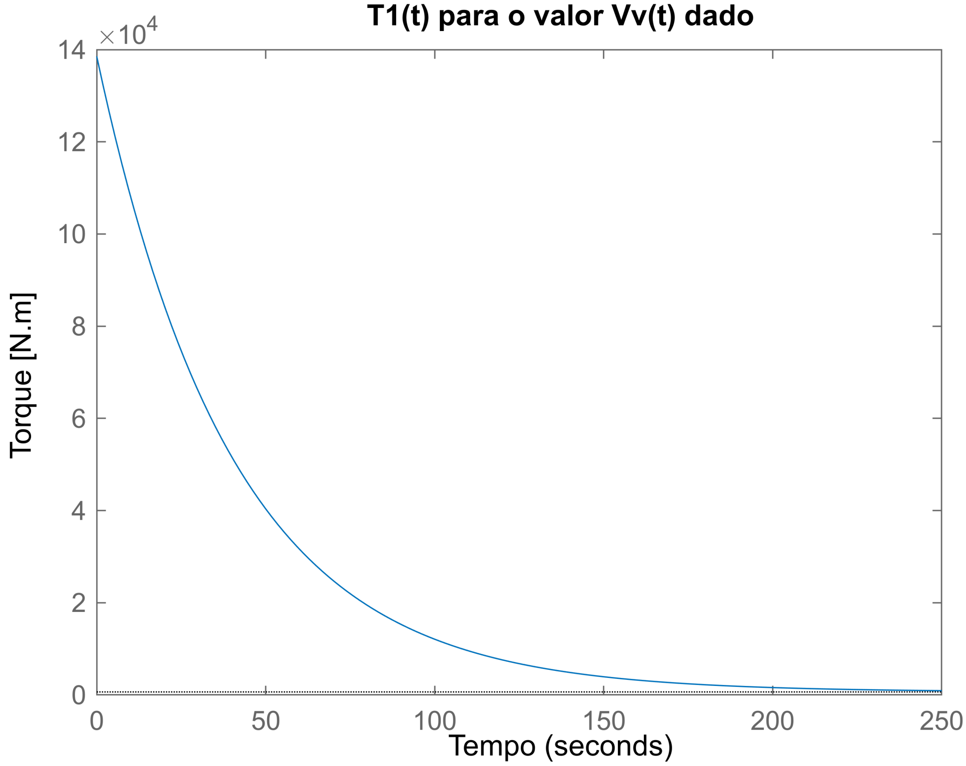
Tendo $G_v(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{V_v(s)}$ e $G_1(s) = \dfrac{\Omega_1(s)}{T_1(s)}$, então:

$$G_{T_1}(s) = \frac{T_1(s)}{V_v(s)} = \frac{\frac{\Omega_1(s)}{G_1(s)}}{\frac{\Omega_1(s)}{G_v(s)}} = \frac{G_v(s)}{G_1(s)} \qquad (12).$$

```
% comandos do matlab
GTger = (158.7/N)*Gv;
GT1 = Gv/G1;

figure;

step(Vv*GTger);
xlabel('Tempo'),ylabel('Torque [N.m]');

title('Tger(t) para o valor Vv(t) dado');
```



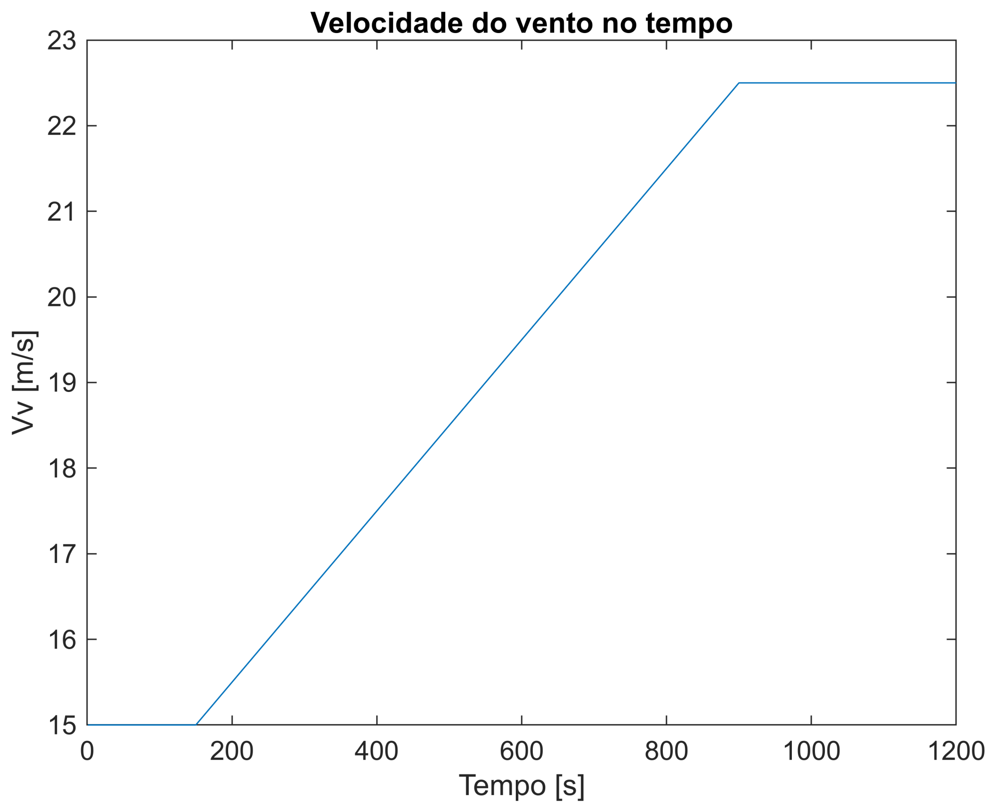

```


step(Vv*GT1);
xlabel('Tempo'),ylabel('Torque [N.m]');
title('T1(t) para o valor Vv(t) dado');
```



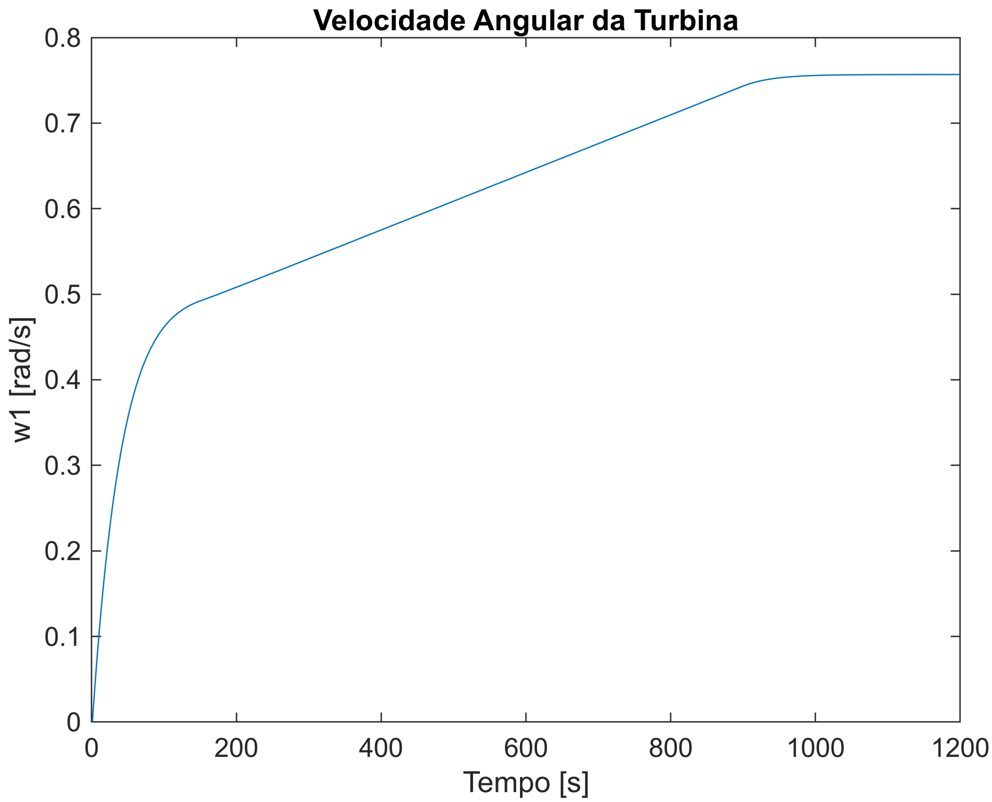
1.9 No instante t_n, a velocidade do vento aumenta de $V_v\ [m/s]$ para $V_{\mathrm{vf}}\ [m/s]$ com aceleração constante de $a\ [m/s^2]$ (na forma de uma rampa), sendo t_n, V_v, V_{vf} e a fornecidos pelo seu número I. Trace os gráficos das velocidades angulares da turbina, $\omega_1(t)$, e do eixo do gerador, $\omega_2(t)$, versus o tempo.

```
% comandos do matlab
t2_acl= (Vvf - Vv)/a;           % Tempo de aceleração

% Tempo de simulação
t1 = 1:1:tn;                    % Vetor de tempo de 0 a tn segundos com incrementos
de 1 segundo
t2 = tn+1:1:3*tn+t2_acl;        % Vetor de tempo de tn a 3*tn + t2_max segundos com
incrementos de 1 segundo
t = [t1, t2];                   % Concatenação dos vetores de tempo

% Funcao que representa a velocidade do vento no tempo
u1 = Vv * ones(size(t1));       % Velocidade do vento constante até tn
u2 = Vv + a*(t2-tn);            % Velocidade do vento acelerando após tn
u2(u2 > Vvf) = Vvf;             % Limita a velocidade do vento a Vvf após atingir
Vvf
u = [u1, u2];                   % Concatenação dos vetores de vel. do vento
plot(t, u);
```

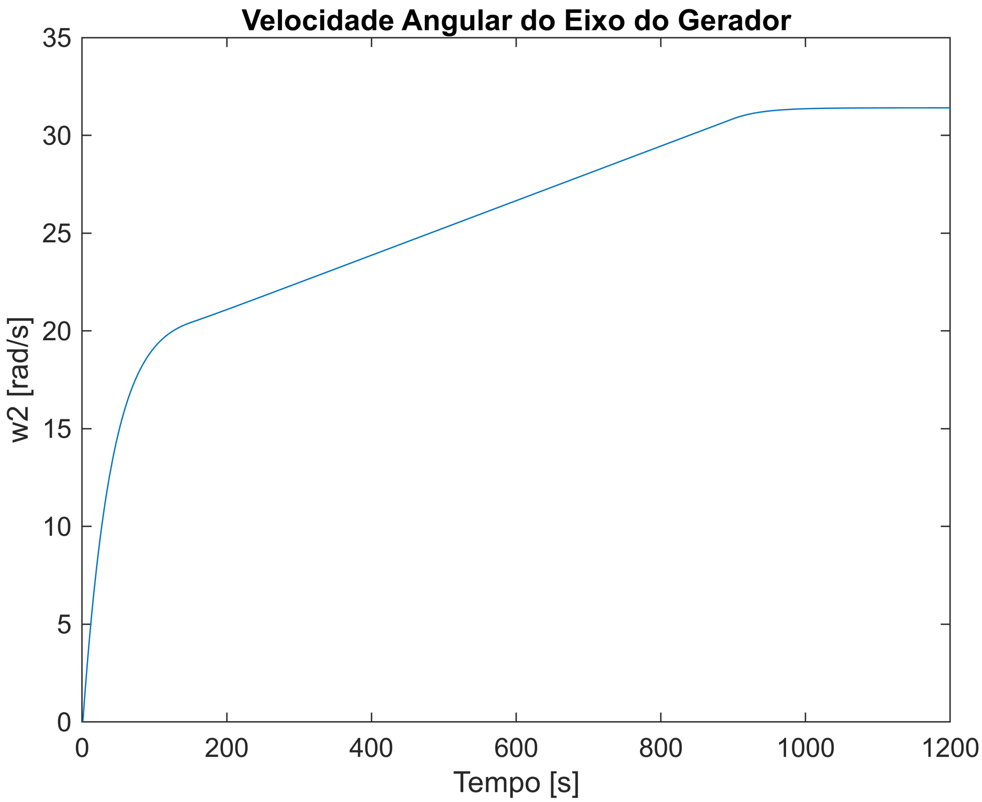
```
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('Vv [m/s]');
title('Velocidade do vento no tempo');
```




```
% Simulação dos modelos no domínio do tempo
w1 = lsim(Gv, u, t);    % Resposta de w1
w2 = lsim(Gv2, u, t);   % Resposta de w2

% Gráficos
figure;
plot(t, w1);
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('w1 [rad/s]');
title('Velocidade Angular da Turbina');
```




```
plot(t, w2);
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('w2 [rad/s]');
title('Velocidade Angular do Eixo do Gerador');
```


Velocidade Angular do Eixo do Gerador
w2 [rad/s]
Tempo [s]
0
5
10
15
20
25
30
35
0
200
400
600
800
1000
1200