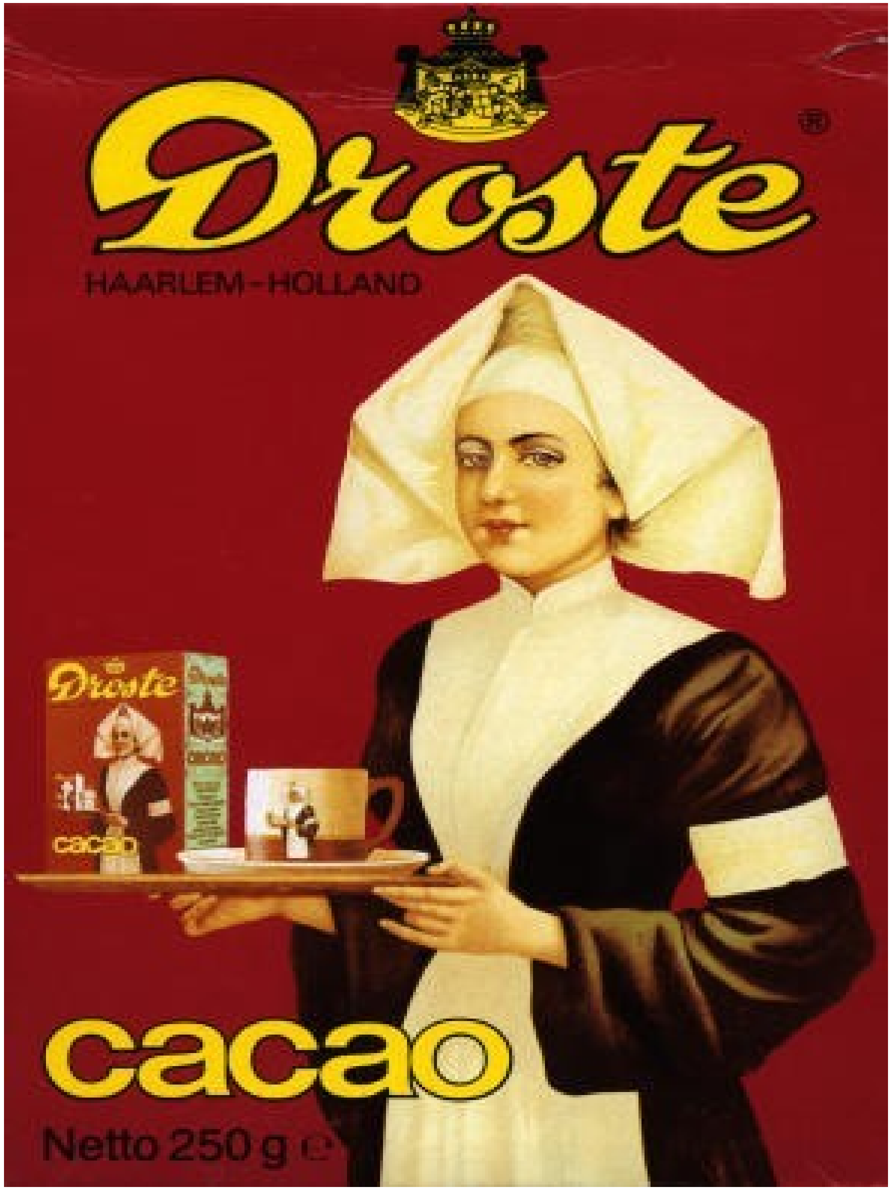
Aula 03: Laboratório - Recursão

Prof. Francisco Fraga e Prof. Mario Gazziro
francisco.fraga@ufabc.edu.br
mario.gazziro@ufabc.edu.br
3Q-2018

Slides adaptados dos originais gentilmente fornecidos pelo Prof. Jesús P. Mena-Chalco

Efeito Droste



Anuncio de cacau com uma imagem recursiva.

Recursão

- O conceito de recursão é de fundamental importância em computação!

- Muitos problemas computacionais têm a seguinte propriedade:

  Cada instância do problema contém uma instância menor do mesmo problema.

  → Dizemos que esses problemas têm ***estrutura recursiva***.

(*) Fonte: P. Feofiloff. Algoritmos em Linguagem C. 1ª Edição, Editora Campos, 2008.

Recursão

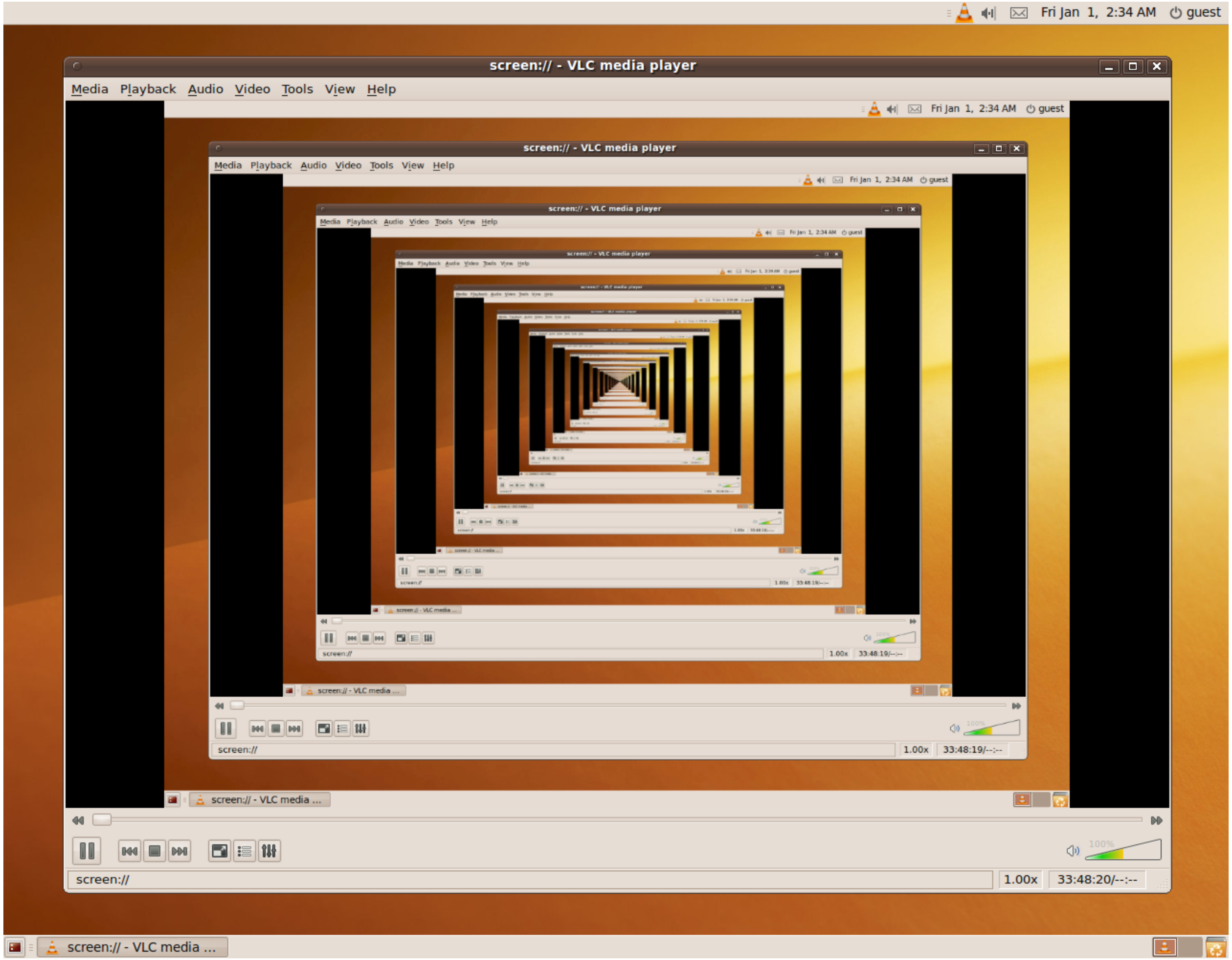
Para resolver um tal problema é natural aplicar o seguinte método:

- **Se a instância em questão é pequena:**
  - → Resolva-a diretamente
    (use força bruta se necessário)
- **Senão**
  - → Reduza-a a uma instância menor do mesmo problema
  - → Aplique o método à instância menor
    e volte à instância original.

A aplicação do método produz um algoritmo recursivo.

(*) Fonte: P. Feofiloff. Algoritmos em Linguagem C. 1ª Edição, Editora Campos, 2008.

A recursão pode ser infinita.
Não esqueça de definir **o caso base** (condição de parada)
https://www.youtube.com/watch?v=ANf0vsDHI4c



Fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/Recursion

	N	Factorial
1	1	1
2	2	2
3	3	6
4	4	24
5	5	120
6	6	720
7	7	5040
8	8	40320
9	9	362880
10	10	3628800
11	11	39916800
12	12	479001600
13	13	6227020800
14	14	87178291200
15	15	1307674368000
16	16	20922789888000
17	17	355687428096000
18	18	6402373705728000
19	19	121645100408832000
20	20	2432902008176640000

THE ON-LINE ENCYCLOPEDIA OF INTEGER SEQUENCES®

founded in 1964 by N. J. A. Sloane

1,2,6,24,120 Search Hints

(Greetings from The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences!)

Search: **seq:1,2,6,24,120**

Displaying 1-10 of 348 results found. page 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ... 35

Sort: relevance | references | number | modified | created Format: long | short | data

A000142 Factorial numbers: n! = 1*2*3*4*...*n (order of symmetric group S_n, number of permutations of n letters). +20 1721

(Formerly M1675 N0659)

1, **1**, **2**, **6**, **24**, **120**, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, 39916800, 479001600, 6227020800, 87178291200, 1307674368000, 20922789888000, 355687428096000, 6402373705728000, 121645100408832000, 2432902008176640000, 51090942171709440000, 1124000727777607680000 (list; graph; refs; listen; history; text; internal format)

OFFSET 0,3

COMMENTS

The earliest publication that discusses this sequence appears to be the Sepher Yezirah [Book of Creation], circa AD 300. (See Knuth, also the Zeilberger link) - N. J. A. Sloane, Apr 07 2014

For n >= 1, a(n) is the number of n X n (0,1) matrices with each row and column containing exactly one entry equal to 1.

This sequence is the BinomialMean transform of A000354. (See A075271 for definition.) - John W. Layman, Sep 12 2002. This is easily verified from the Paul Barry formula for A000354, by interchanging summations and using the formula: Sum_k (-1)^k C(n-i, k) = KroneckerDelta(i,n). - David Callan, Aug 31 2003

Number of distinct subsets of T(n-1) elements with 1 element A, 2 elements B,..., n - 1 elements X (e.g., at n = 5, we consider the distinct subsets of ABBCCCDDDD and there are 5! = 120). - Jon Perry, Jun 12 2003

n! is the smallest number with that prime signature. E.g., 720 = 2^4 * 3^2 * 5. - Amarnath Murthy, Jul 01 2003

a(n) is the permanent of the n X n matrix M with M(i, j) = 1. - Philippe Deléham, Dec 15 2003

Given n objects of distinct sizes (e.g., areas, volumes) such that each object is sufficiently large to simultaneously contain all previous objects, then n! is the total number of essentially different arrangements using all n objects. Arbitrary levels of nesting of objects are permitted within arrangements. (This application of the sequence was inspired by considering leftover moving boxes.) If the restriction exists that each object is able or permitted to contain at most one smaller (but possibly nested) object at a time, the resulting sequence begins 1,2,5,15,52 (Bell Numbers?). Sets of nested wooden boxes or traditional nested Russian dolls come to mind here. - Rick L. Shepherd, Jan 14 2004

From Michael Somos, Mar 04 2004; edited by M. F. Hasler, Jan 02 2015: (Start)

Stirling transform of [2, 2, 6, 24, 120, ...] is A052856 = [2, 2, 4, 14, 76,

(1) Fatorial de um número inteiro

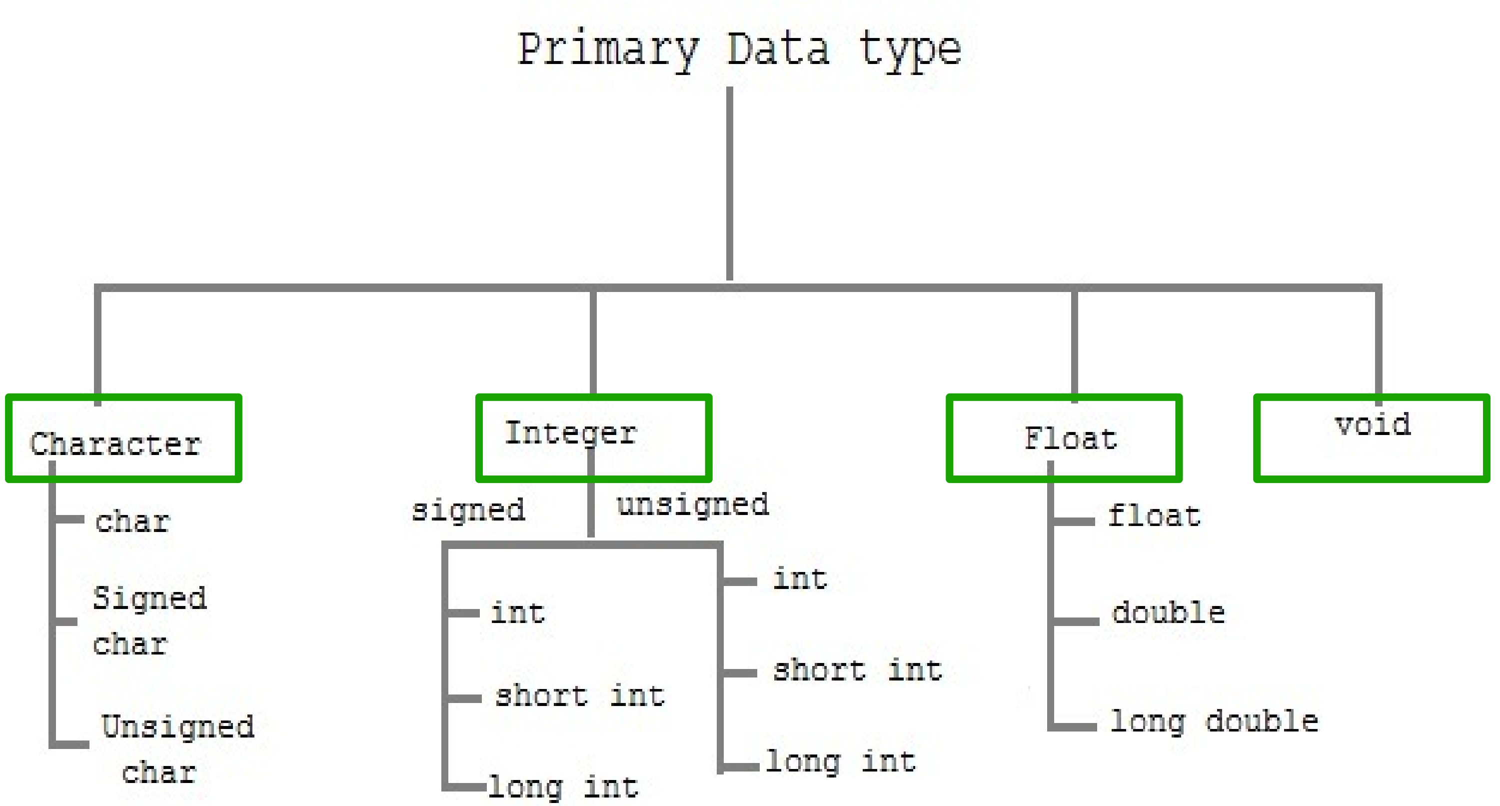
$$\text{fatorial}(n) = \begin{cases} 1 & \text{, se n=0} \\ n \times \text{fatorial}(n-1) & \text{, caso contrario} \end{cases}$$

Fatorial de um número

```c
#include <stdio.h>

int fatorial(int n) {
    if (n==0)
        return 1;
    else
        return fatorial(n-1)*n;
}

int main()
{
    int num;

    scanf("%d", &num);
    printf("%d\n", fatorial(num) );

    return 0;
}
```

	N	Factorial
1	1	1
2	2	2
3	3	6
4	4	24
5	5	120
6	6	720
7	7	5040
8	8	40320
9	9	362880
10	10	3628800
11	11	39916800
12	12	479001600
13	13	6227020800
14	14	87178291200
15	15	1307674368000
16	16	20922789888000
17	17	355687428096000
18	18	6402373705728000
19	19	121645100408832000
20	20	2432902008176640000

Teste para num=20
a resposta deve ser **2432902008176640000**



(*) Fonte: http://www.studytonight.com/c/datatype-in-c.php

Fatorial de um número

```c
#include <stdio.h>

long int fatorial(int n) {
	if (n==0)
		return 1;
	else
		return fatorial(n-1)*n;
}

int main()
{
	int num;

	scanf("%d", &num);
	printf("%ld\n", fatorial(num) );

	return 0;
}
```

Número de vezes em que a função **Fatorial** é chamada?

Fatorial de um número

```c
#include <stdio.h>

long int fatorial(int n) {
    if (n==0)
        return 1;
    else
        return fatorial(n-1)*n;
}

int main()
{
    int num;

    scanf("%d", &num);
    printf("%ld\n", fatorial(num) );

    return 0;
}
```

Número de vezes em que a função **Fatorial** é chamada? **n+1**

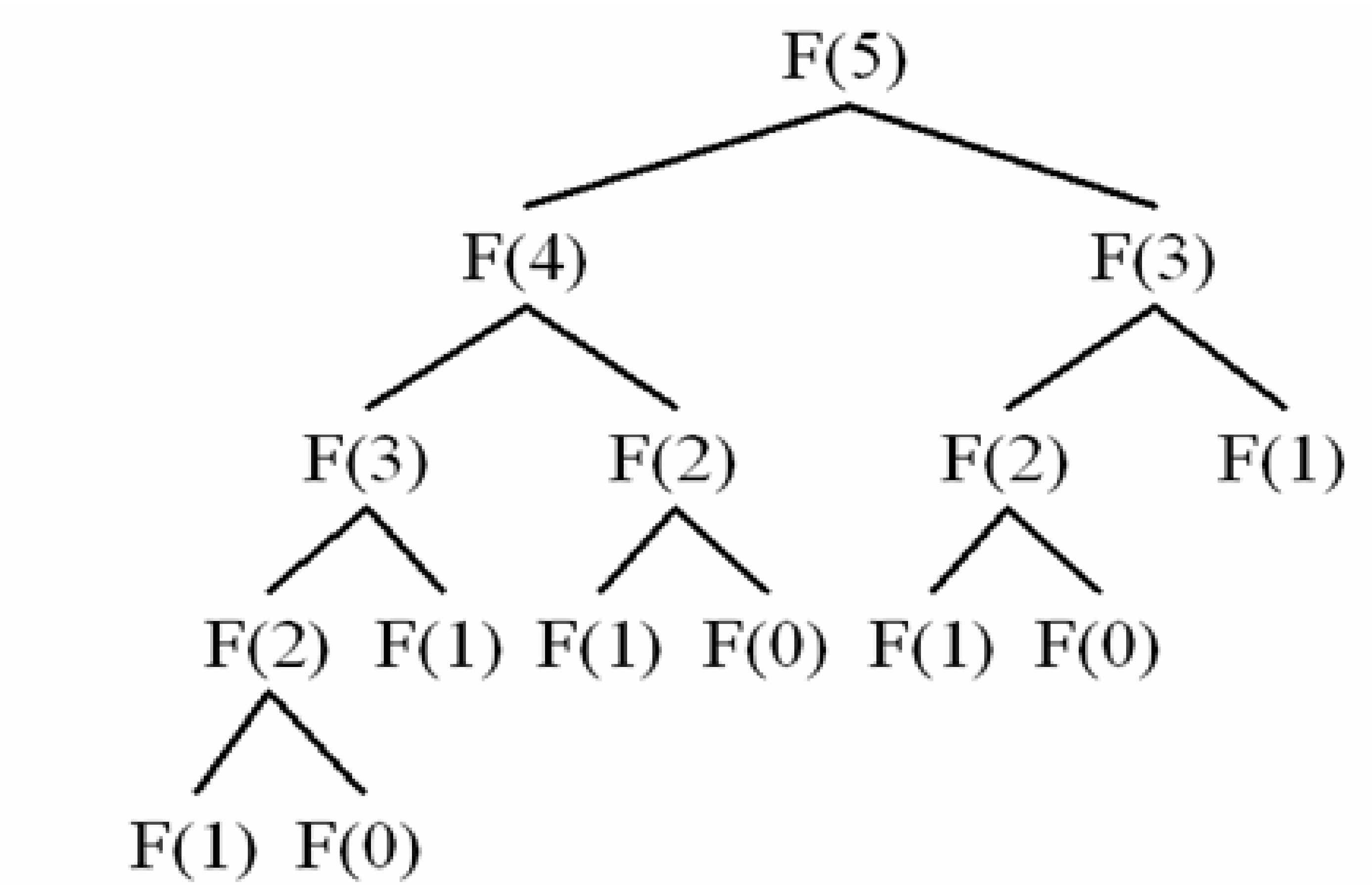
(2) Números de Fibonacci

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}	F_{17}	F_{18}	F_{19}	F_{20}
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1597	2584	4181	6765

$$Fib(n) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } n = 0 \\ 1 & , \text{ se } n = 1 \\ Fib(n-1) + Fib(n-2) & , \text{ se } n > 1 \end{cases}$$

```
#include <stdio.h>

long int Fib(int n) {
    if (n==0)
        return 0;
    if (n==1)
        return 1;
    else
        return Fib(n-1) + Fib(n-2);
}

int main() {
    int num;
    scanf("%d", &num);
    printf("%ld\n", Fib(num));
}
```

Números de Fibonacci



Usando uma variável global para contar o número de chamados à função

```
#include <stdio.h>

int count=0;

long int Fib(int n) {
    count++;
    if (n==0 || n==1)
        return n;
    else
        return Fib(n-1) + Fib(n-2);
}

int main() {
    int num;
    scanf("%d", &num);
    printf("%ld\n", Fib(num));
    printf("%d\n", count);
    return 0;
}
```

fibonacciContador.c

Versão com memória

```c
#include <stdio.h>

int count=0;
long int vetorF[100]={0};

long int Fib(int n) {
    count++;

    if (n==0 || n==1)
        return n;
    if (vetorF[n]==0)
        vetorF[n] = Fib(n-1) + Fib(n-2);

    return vetorF[n];
}

int main() {
    int num;
    scanf("%d", &num);
    printf("%ld\n", Fib(num));
    printf("%d\n", count);
    return 0;
}
```

0	0	0	0	0	0	0	...

0	0	1	2	3	5	8	...

FibonacciComMemoria.c

(3) Palindromo

Vetor palíndromo (Iterativo)

```c
#include <stdio.h>

int ehPalindromo(int V[], int N) {
    int i;
    for (i=0; i<N/2; i++) {
        printf("compara %d\n", V[i]);
        if ( V[i] != V[N-i-1] )
            return 0;
    }
    return 1;
}



int main() {
    int vetor[] = {1,2,3,4,999,4,3,2,1};
    int n = sizeof(vetor)/sizeof(vetor[0]);

    printf("Resposta: %d\n", ehPalindromo(vetor, n));
}
```

Vetor palíndromo (Recursivo)

```c
#include <stdio.h>

int ehPalindromo(int V[], int N, int i) {
    if (i==N/2)
        return 1;
    if (V[i]!=V[N-i-1])
        return 0;
    else
        return ehPalindromo(V, N, i+1);
}

int main() {
    int vetor[] = {1,2,3,4,999,4,3,2,1};
    int n = sizeof(vetor)/sizeof(vetor[0]);

    printf("Resposta: %d\n", ehPalindromo(vetor, n, 0));
}
```

(4) Primorial

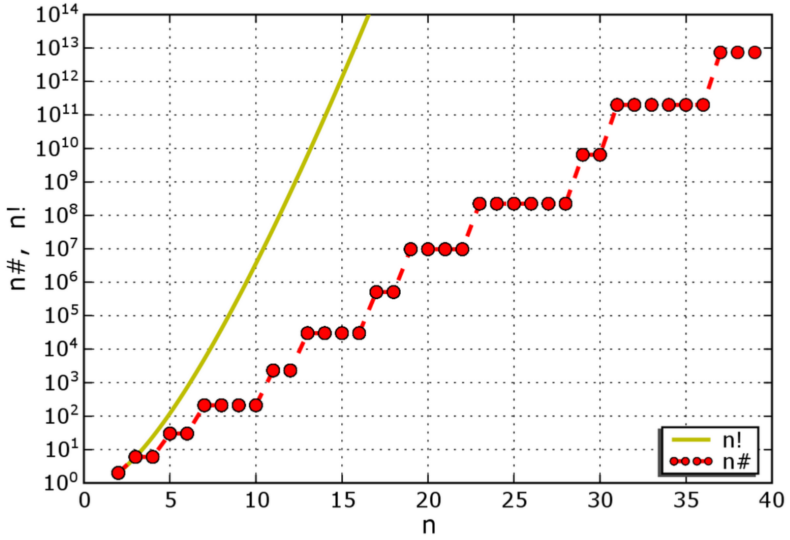
Primorial

O primorial de um número inteiro positivo **n** é o produto de todos os primos menores ou iguais a **n**.

- É denotado por **n#**

$$1\# = 1$$
$$2\# = 2$$
$$3\# = 2 \cdot 3 = 6$$
$$4\# = 2 \cdot 3 = 6$$
$$5\# = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$
$$6\# = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$
$$7\# = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$$

https://en.wikipedia.org/wiki/Primorial



- Crie uma função **recursiva** que, dado um número inteiro positivo, devolva o seu Primorial.

ehPrimo

```c
#include <stdio.h>

//Funcao valida para n inteiro e positivo
int ehPrimo(int n) {
    int i;

    for(i=2; i<n; i++)
        if (n%i==0)
            return 0;

    return 1;
}

int main() {
    int num;

    scanf("%d", &num);

    if ( ehPrimo(num) )
        printf("O numero %d eh primo\n", num);
    else
        printf("O numero %d nao eh primo\n", num);

    return 0;
}
```

Lista da Aula 3 - Deadline: 17/10/2018 (23h50)

Usaremos a Plataforma URI para a avaliação da lista:

https://www.urionlinejudge.com.br

Recursão

1. Problema 1028. Figurinhas. use o algoritmo de Euclides (versão recursiva).
2. Problema 1029. Fibonacci, Quantas Chamadas?
3. Problema 1161. Soma de Fatoriais
4. Problema 1176. Fibonacci em Vetor
5. Problema 1429. Fatorial de Novo!