Lista 1

O que deve ser entregue: Um arquivo PDF com as respostas.

Data de entrega: 10/09/2019

Submissão: Via Moodle

O arquivo PDF pode ser gerado a partir de código Latex, convertendo documento Word ou até tirando foto de um exercício feito à mão. A principal recomendação é usar Latex, se for tirar foto tente pelo menos com uma qualidade digna.

A lista está longa, para ganhar os pontos basta entregar aproximadamente 60% dela feita. Usem os exercícios para estudar para a prova.

Exercício 1. Uma refinaria processa três tipos diferentes de petróleo. Cada tipo de petróleo possui uma planilha de custos diferente, expressando condições de transporte e preços na origem. A planilha de custos e a quantidade máxima disponível é dada abaixo:

Tipo de petróleo	Quantidade máxima disponível (barril/dia)	Custo por barril/dia
1	3500	19
2	2200	24
3	4200	20

Por outro lado, cada tipo de petróleo é mais ou menos apropriado para a produção de três tipos de gasolina diferentes: amarela, azul e superazul. As especificações de cada tipo de gasolina são dadas abaixo:

Tipo de gasolina	Especificação	preço de venda R$/barril
Amarela	não mais que 70% de 1	22
Azul	não mais que 30% de 1 não menos que 10% de 2	28
Superazul	não mais que 30% de 1 não menos que 40% de 2 não mais que 50% de 3	35

Formule este problema como uma PL que calcule quanto de cada gasolina a empresa deve produzir, e quais tipos de petróleo deve utilizar em cada de forma a maximizar seus lucros. Suponha que não há perda volumétrica no processo da refinaria.

DICA: use 9 variáveis. Cada variável correspondendo a quanto de cada tipo de petróleo será usado em cada tipo de gasolina.

Exercício 2. Tente resolver o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} 2x + y &= -1 \\ x + y &= 1 \\ x + 3y &= 4 \\ -2x + 4y &= 3 \end{aligned}$$

Tentou? Vamos então tentar encontrar os valores que mais se aproximam de ser uma solução do sistema. Formule o problema de achar um vetor (x, y) que mais se aproxime de resolver este sistema como uma PL. Ou seja, você deseja achar (x, y) tal que a soma

$$|2x + y + 1| + |x + y - 1| + |x + 3y - 4| + | - 2x + 4y - 3|$$

seja mínima.

E se ao invés de minimizar a soma, você desejasse minimizar o maior dos valores absolutos. Ainda é possível modelar como uma PL?

Exercício 3. Considere a PL abaixo.

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 \\ \text{sujeito a} \quad & x_1 + x_2 \leq 5, \\ & x_1 + 5x_3 \geq 10, \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ & x_3 \leq 4, \\ & x_1 \geq 0. \end{aligned}$$

Escreva-a em FPI.

Exercício 4. Considere o sistema de equações abaixo

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 5 & 4 & 3 & 3 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

e os vetores

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Para cada um deles, decida se é uma solução básica ou não.

Exercício 5. Para cada uma das PLs abaixo, resolva-as usando o Simplex. Se a PL tiver solução ótima, ache-a, e exiba juntamente com a solução um certificado de otimalidade. Se a PL for ilimitada, encontre ao menos uma solução viável e exiba um certificado de que a PL é ilimitada.

(a)

$$\begin{array}{rl} \max & \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \\ \text{sujeito a} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} \\ & \boldsymbol{x} \geq 0. \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{rl} \max & \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \\ \text{sujeito a} & \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} \\ & \boldsymbol{x} \geq 0. \end{array}$$

Exercício 6. Use PLs auxiliares para decidir se as PLs abaixo são viáveis ou inviáveis. Se for viável, resolva-a. Se for inviável, exiba um certificado de inviabilidade.

$$\begin{array}{rl} \max & \begin{pmatrix} 6 & -5 & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \\ \text{sujeito a} & \begin{pmatrix} 1 & -3 & 7 \\ -1 & 5 & -10 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ & \boldsymbol{x} \geq 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \max & \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \\ \text{sujeito a} & \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -3 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} \\ & \boldsymbol{x} \geq 0. \end{array}$$