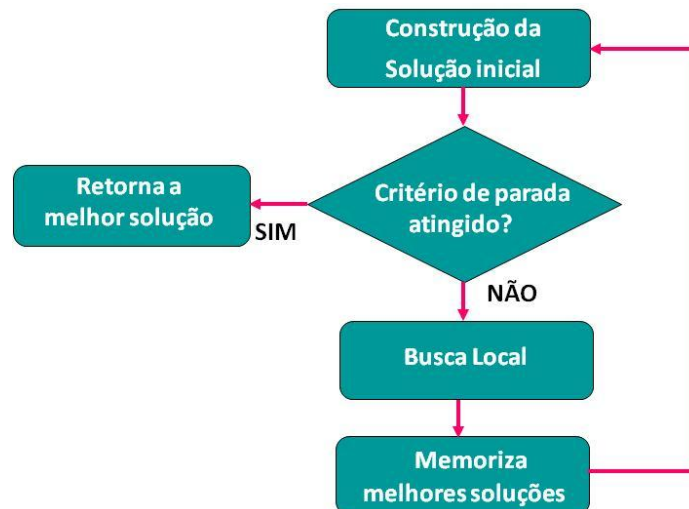


Fluxograma do algoritmo



Algoritmo

$\text{Melhor_solução} = M$, função de avaliação: f .

Repita

$X = \text{solução_grasp}$ (criar uma solução aleatória por inserção gulosa de elementos)

$X = \text{busca_local}(X)$ (aplicar uma busca de vizinhança para melhorar a solução X : trocas de arcos)

Se $f(X) < \text{Melhor_solução}$, então

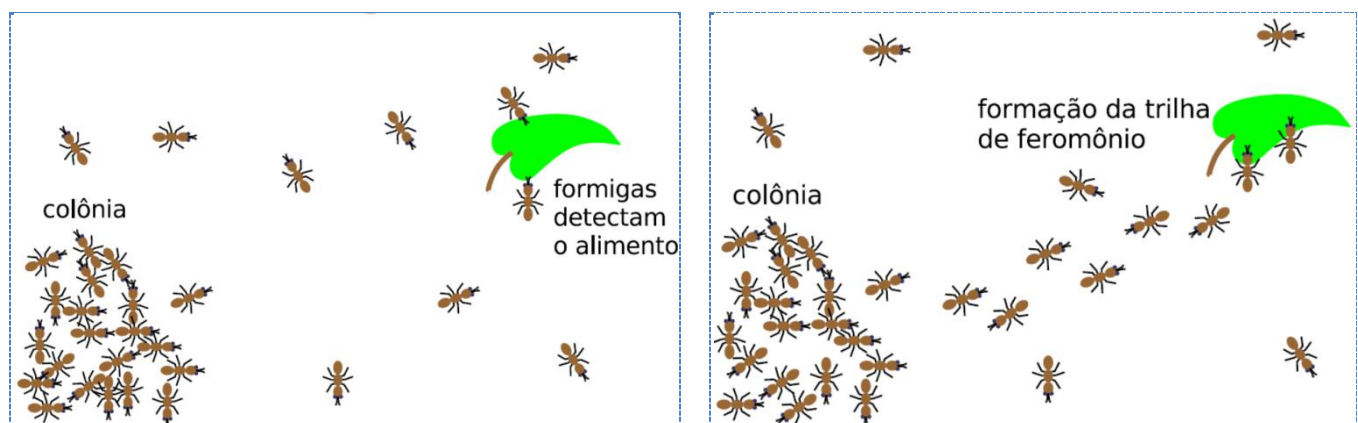
$\text{Melhor_solução} = X$ (aceita a melhor solução)

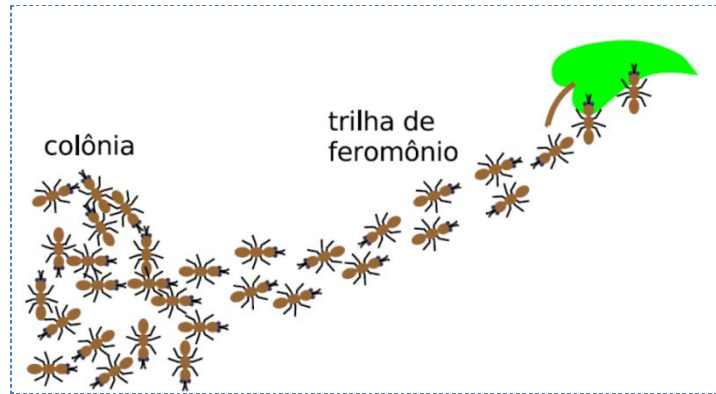
Fim

Enquanto o critério de parada não for satisfeito

3.6 COLÔNIA DE FORMIGAS

A técnica de Otimização por Colônia de Formigas (ACO: Ant Colony System Optimization) foi desenvolvida por Dorigo e Gambardella em 1997. Tem inspiração biológica, no comportamento das formigas em busca de alimento.





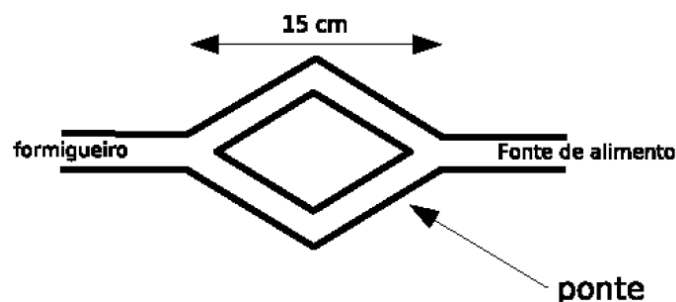
A principal aplicação desta técnica está no problema do Caixeiro Viajante e similares, como roteirização de veículos.

A relação da técnica está ligada ao comportamento forrageiro das formigas em busca de alimento ou deslocamento. Muitas espécies de formigas são quase cegas e a comunicação delas é feita através de feromônios (usados para criar caminhos – trilhas de formigas).

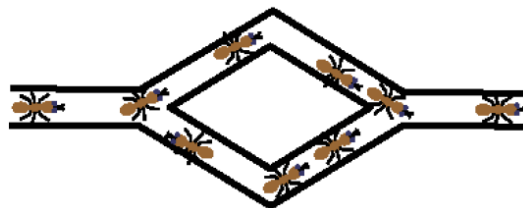
Ao caminhar, as formigas depositam no chão o feromônio, formando, uma trilha. Através do olfato, as formigas escolhem, conforme a probabilidade, o caminho com maior feromônio.

Esta trilha auxilia a formiga a encontrar o alimento e a volta ao formigueiro, além de ajudar as outras formigas a encontrar o alimento.

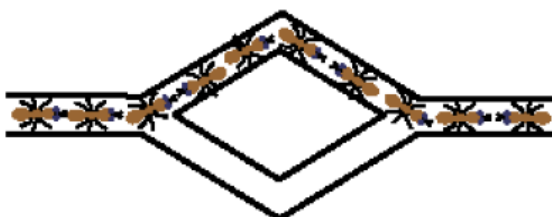
O experimento da ponte binária foi realizado por Denebourg et al., 1990, para estudar o comportamento forrageiro das formigas.



No início, as formigas são deixadas livres para escolher o caminho. Não há feromônio ainda. As formigas convergem para um dos caminhos com igual probabilidade.



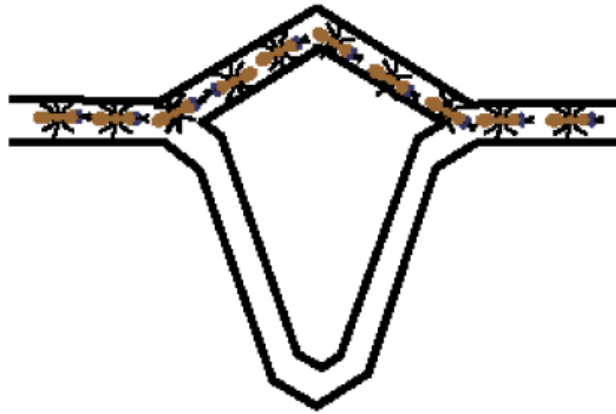
Devido a flutuações, uma das pontes terá mais feromônio e atrairá as formigas com maior probabilidade.



ou



Usando pontes de tamanhos diferentes, as formigas convergem para a ponte mais curta. A ponte curta é percorrida em menos tempo, fazendo com que mais formigas atravessem por ela. Logo, mais feromônio é depositado na ponte mais curta.

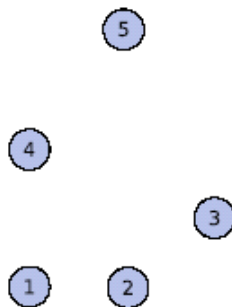


As formigas escolhem, com maior probabilidade, a ponte mais curta (com mais feromônio).

Formigas artificiais são heurísticas construtivas. As soluções são contruídas de forma probabilística utilizando duas informações: a trilha de feromônios (artificial), que muda dinamicamente durante a execução do programa; e a informação heurística específica do problema a ser resolvido.

Aplicação do ACO ao problema do Caixeiro Viajante

Considere o exemplo de 5 cidades dado abaixo:



Cada formiga constrói uma solução movendo-se de uma cidade para outra. No início, cada formiga é colocada em uma cidade diferente (ou colocada aleatoriamente).

Começando de uma cidade i , a formiga move-se escolhendo probabilisticamente a cidade vizinha j (entre os vizinhos factíveis).



A probabilidade da formiga k que está na cidade i de escolher a cidade j é dada pela regra

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} \tau_{il}^\alpha \eta_{jl}^\beta}, \text{ quando } j \in N_i^k.$$

onde:

τ_{ij} é o feromônio associado à aresta (i, j)

α e β são parâmetros para determinar a influência do feromônio e da informação heurística

N_j^k é a vizinhança factível da formiga k (isto é, o conjunto de cidades ainda não visitadas pela formiga k).

Associado a aresta (i, j) existe um valor heurístico η_{ij} dado por

$$\eta_{ij} = 1/c_{ij}$$

que representa a atratividade da formiga visitar a cidade i depois de visitar a cidade j .

O valor η_{ij} é inversamente proporcional à distância c_{ij} entre as cidades i e j .

A partir de uma cidade i , a escolha da cidade candidata j é feita de acordo com a probabilidade de transição, com idéia similar à escolha por roleta de algoritmos genéticos.

No feromônio τ_{ij} associado à aresta (i, j) ocorrem dois eventos:

1. Evaporação

- evita que o feromônio acumulado cresça indefinidamente;
- permite esquecer pobres decisões do passado de busca; e
- permite soluções diferentes.

2. Depósito de feromônio de todas as formigas que passaram sobre (i, j)

Depois que todas as formigas contruíram suas viagens, o feromônio é atualizado:

$\Delta\tau_{ij}^k$ é a quantidade de feromônio que a formiga k deposita sobre a aresta (i, j) :

$$\begin{cases} \Delta\tau_{ij}^k = Q/L_k & \text{quando a aresta } (i, j) \text{ pertence } S_k \\ \Delta\tau_{ij}^k = 0 & \text{em caso contrário onde } Q \text{ é uma constante} \end{cases}$$

$$\tau_{ij} = \underbrace{(1 - \rho)\tau_{ij}}_{\text{Evaporação}} + \underbrace{\sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k}_{\text{Depósito}}$$

Critérios de parada:

- número máximo de iterações;
- estagnação ou convergência;
- situação na qual todas as formigas seguem sempre o mesmo percurso;

A estagnação é causada pelo excessivo crescimento de feromônio nas arestas de uma viagem sub-ótima. Apesar da natureza estocástica do algoritmo, uma forte concentração de feromônio nas arestas força a formiga a fazer sempre o mesmo percurso.

Algoritmo do ACO

Coloque cada formiga em uma cidade aleatória

Para $t = 1$ até o número máximo de iterações

Para $k = 1$ até m (nº de formigas)

Enquanto a formiga k não construir a viagem S_k

Selecione a próxima cidade pela regra da probabilidade:

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} \tau_{il}^\alpha \eta_{il}^\beta}, \text{ quando } j \in N_i^k.$$

Fim

Calcule a distância L_k da viagem S_k

Se $L_k < L^*$ então

$$S^* = S_k, L^* = L_k$$

Fim

Fim

Atualize os feromônios: $\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$, onde:

$$\begin{cases} \Delta\tau_{ij}^k = Q/L_k \text{ quando a aresta } (i, j) \text{ pertence } S_k, \text{ onde } Q \text{ é uma constante} \\ \Delta\tau_{ij}^k = 0 \text{ em caso contrário.} \end{cases}$$

Fim

O resultado é a rota S^* .

Exercícios:

1. Resolva 2 iterações para resolver o problema do Caixeiro Viajante com 5 cidades dado abaixo, usando a técnica ACO com os parâmetros e tabelas de distâncias e feromônios dados abaixo.

5

c_{ij}	1	2	3	4	5
1	0,0	1,0	2,2	2,0	4,1
2	1,0	0,0	1,4	2,2	4,0
3	2,2	1,4	0,0	2,2	3,2
4	2,0	2,2	2,2	0,0	2,2
5	4,1	4,0	3,2	2,2	0,0

$\eta_{ij} = 1/c_{ij}$	1	2	3	4	5
1	∞	1,00	0,45	0,50	0,24
2	1,00	∞	0,71	0,45	0,25
3	0,45	0,71	∞	0,45	0,31
4	0,50	0,45	0,45	∞	0,45
5	0,24	0,25	0,31	0,45	∞

4

$$\alpha = 0,5$$

$$\beta = 0,5$$

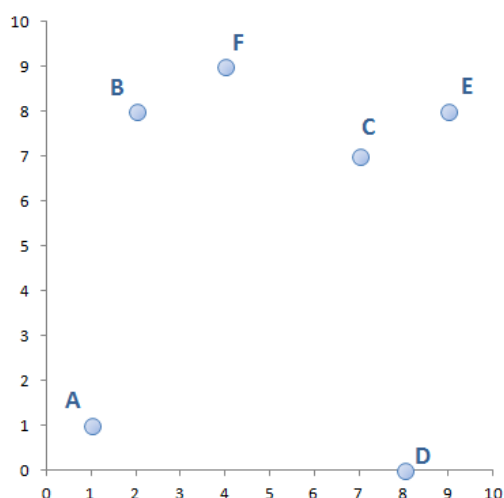
τ_{ij}	1	2	3	4	5
1	∞	0,30	0,25	0,20	0,30
2	0,30	∞	0,20	0,20	0,30
3	0,25	0,20	∞	0,10	0,15
4	0,20	0,20	0,10	∞	0,45
5	0,30	0,30	0,15	0,45	∞

3

1

2

2. Resolva 2 iterações para resolver o problema do Caixeiro Viajante de 6 cidades dado abaixo, usando a técnica ACO com tabela de feromônios aleatória.



C_{ij}	A	B	C	D	E	F
A	0,00	7,07	8,49	7,07	10,63	8,54
B	7,07	0,00	5,10	10,00	7,00	2,24
C	8,49	5,10	0,00	7,07	2,24	3,61
D	7,07	10,00	7,07	0,00	8,06	9,85
E	10,63	7,00	2,24	8,06	0,00	5,10
F	8,54	2,24	3,61	9,85	5,10	0,00

$$\alpha = 0,4$$

$$\beta = 0,6$$

3. Utilize Colônia de formigas para resolver o problema da Mochila dado abaixo, onde $n = 6$ e $P = 20$.

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^n v_i z_i$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{i=1}^n p_i z_i \leq P$$

$$z_i \in \{0,1\}$$

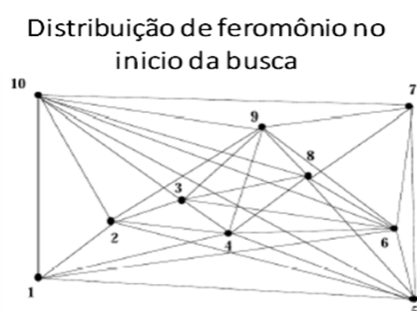
Objeto i	1	2	3	4	5	6
Peso p_i	4	5	7	9	6	3
Valor v_i	2	2	3	4	4	2

$$\text{Função de avaliação de cada solução: } f = \sum_{i=1}^n v_i z_i - \gamma \max(0, \sum_{i=1}^n p_i z_i - P), \text{ onde } \gamma = \sum_{i=1}^n v_i.$$

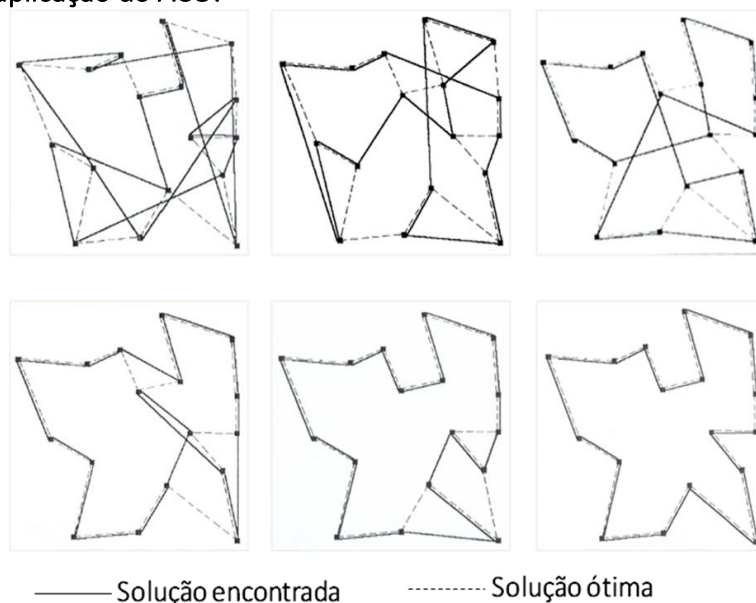
4. Utilize Colônia de formigas para resolver o problema da Mochila dado abaixo, onde $n = 15$ e $P = 275$.

Objeto i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Peso p_i	63	21	2	32	13	80	19	37	56	41	14	8	32	42	7
Valor v_i	13	2	20	10	7	14	7	2	2	4	16	17	17	3	21

Nas formigas artificiais, existe um estado interno ou memória, para que não haja sobreposição de movimentos. O depósito de feromônio no mundo artificial ocorre com base na qualidade da solução encontrada, diferentemente do mundo real, onde formigas depositam feromônio sob demanda.



Resultados parciais da aplicação do ACO:



3.7 VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH

O método *VNS – Variable Neighborhood Search* – foi proposto por Nenad Mladenovic & Pierre Hansen em 1997. Trata-se de uma metaheurística de busca local que explora o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de soluções vizinhas.

O *VNS* explora vizinhanças gradativamente mais “distantes” e focaliza a busca em torno de uma nova solução somente se um movimento de melhora é realizado.

