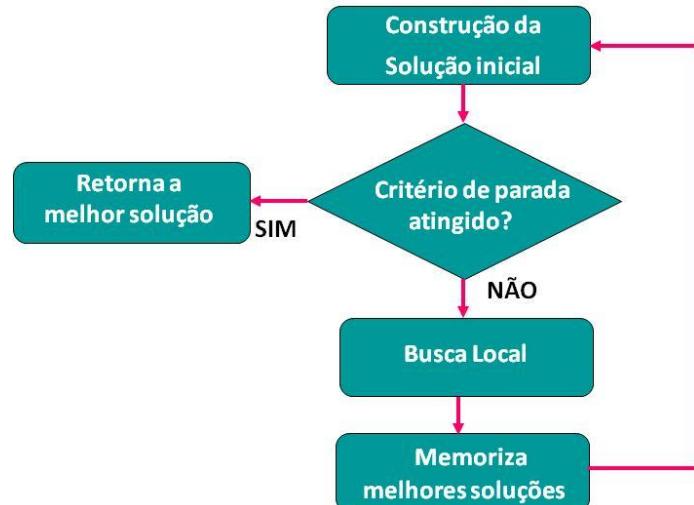


Fluxograma do algoritmo



Algoritmo

`Melhor_solução = M, função de avaliação: f.`

Repete

`X = solução_grasp (criar uma solução aleatória por inserção gulosa de elementos)`

`X = busca_local(X) (aplicar uma busca de vizinhança para melhorar a solução X: trocas de arcos)`

`Se f(X) < Melhor_solução, então`

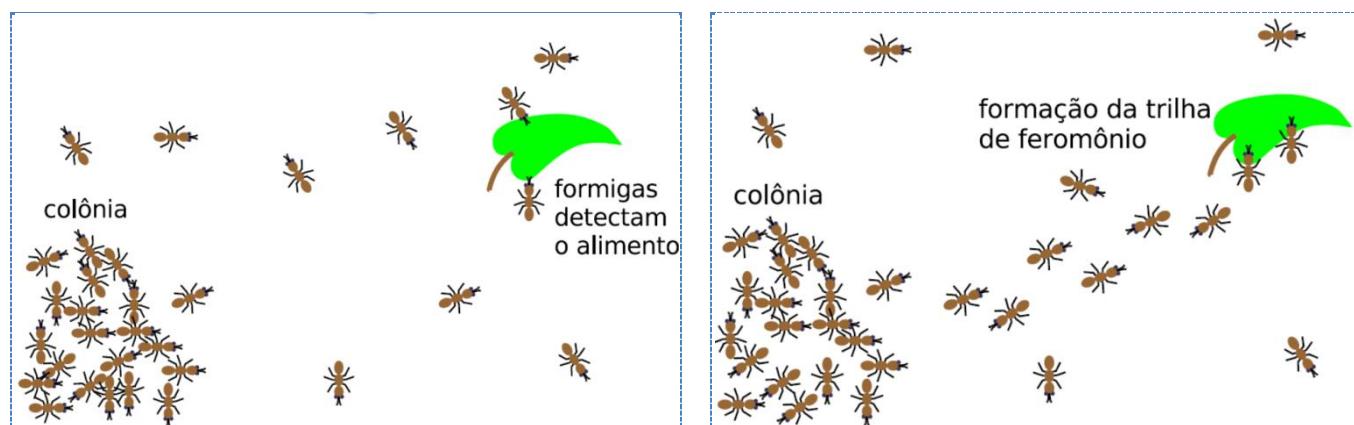
`Melhor_solução = X (aceita a melhor solução)`

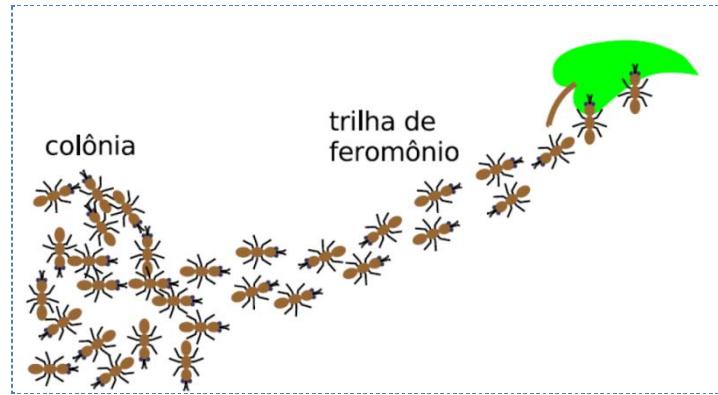
`Fim`

Enquanto o critério de parada não for satisfeito

3.6 COLÔNIA DE FORMIGAS

A técnica de Otimização por Colônia de Formigas (ACO: Ant Colony System Optimization) foi desenvolvida por Dorigo e Gambardella em 1997. Tem inspiração biológica, no comportamento das formigas em busca de alimento.





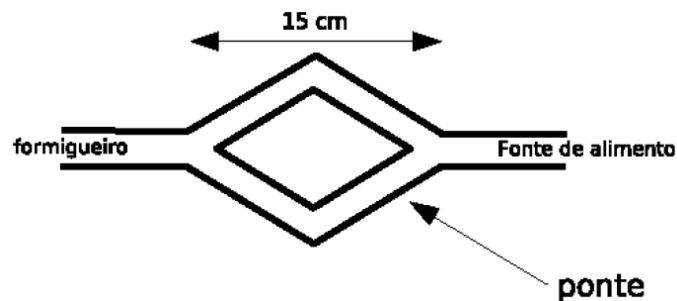
A principal aplicação desta técnica está no problema do Caixeiro Viajante e similares, como roteirização de veículos.

A relação da técnica está ligada ao comportamento forrageiro das formigas em busca de alimento ou deslocamento. Muitas espécies de formigas são quase cegas e a comunicação delas é feita através de feromônios (usados para criar caminhos – trilhas de formigas).

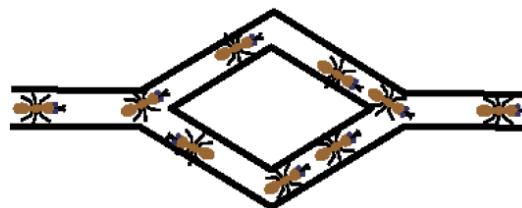
Ao caminhar, as formigas depositam no chão o feromônio, formando, uma trilha. Através do olfato, as formigas escolhem, conforme a probabilidade, o caminho com maior feromônio.

Esta trilha auxilia a formiga a encontrar o alimento e a volta ao formigueiro, além de ajudar as outras formigas a encontrar o alimento.

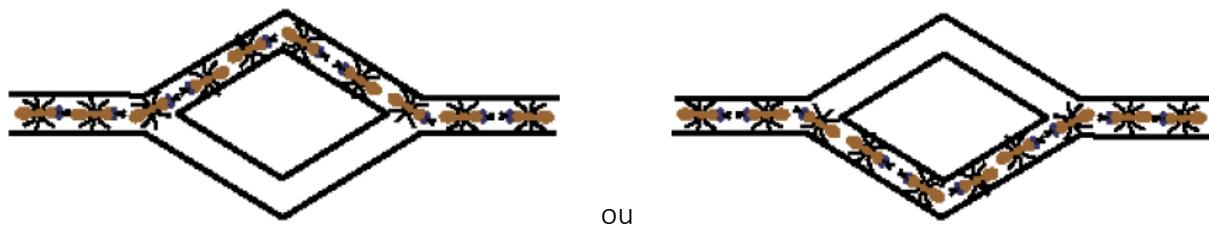
O experimento da ponte binária foi realizado por Denebourg et al., 1990, para estudar o comportamento forrageiro das formigas.



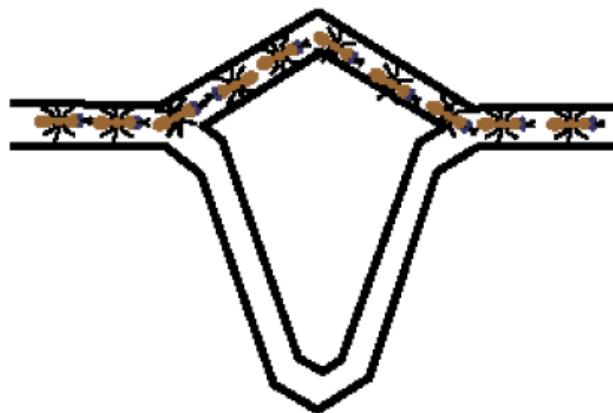
No início, as formigas são deixadas livres para escolher o caminho. Não há feromônio ainda. As formigas convergem para um dos caminhos com igual probabilidade.



Devido a flutuações, uma das pontes terá mais feromônio e atrairá as formigas com maior probabilidade.



Usando pontes de tamanhos diferentes, as formigas convergem para a ponte mais curta. A ponte curta é percorrida em menos tempo, fazendo com que mais formigas atravessem por ela. Logo, mais feromônio é depositado na ponte mais curta.

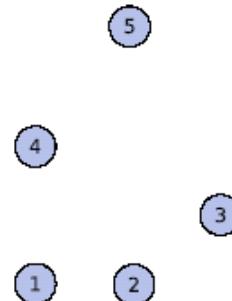


As formigas escolhem, com maior probabilidade, a ponte mais curta (com mais feromônio).

Formigas artificiais são heurísticas construtivas. As soluções são contruídas de forma probabilística utilizando duas informações: a trilha de feromônios (artificial), que muda dinamicamente durante a execução do programa; e a informação heurística específica do problema a ser resolvido.

Aplicação do ACO ao problema do Caixeiro Viajante

Considere o exemplo de 5 cidades dado abaixo:



Cada formiga construirá uma solução movendo-se de uma cidade para outra. No início, cada formiga é colocada em uma cidade diferente (ou colocada aleatoriamente).

Começando de uma cidade i , a formiga move-se escolhendo probabilisticamente a cidade vizinha j (entre os vizinhos factíveis).



A probabilidade da formiga k que está na cidade i de escolher a cidade j é dada pela regra

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} \tau_{il}^\alpha \eta_{jl}^\beta}, \text{ quando } j \in N_i^k.$$

onde:

τ_{ij} é o feromônio associado à aresta (i, j)

α e β são parâmetros para determinar a influência do feromônio e da informação heurística

N_j^k é a vizinhança factível da formiga k (isto é, o conjunto de cidades ainda não visitadas pela formiga k).

Associado a aresta (i, j) existe uma valor heurístico η_{ij} dado por

$$\eta_{ij} = 1/c_{ij}$$

que representa a atratividade da formiga visitar a cidade i depois de visitar a cidade j .

O valor η_{ij} é inversamente proporcional à distância c_{ij} entre as cidades i e j .

A partir de uma cidade i , a escolha da cidade candidata j é feita de acordo com a probabilidade de transição, com idéia similar à escolha por roleta de algoritmos genéticos.

No feromônio τ_{ij} associado à aresta (i, j) ocorrem dois eventos:

1. Evaporação

- evita que o feromônio acumulado cresça indefinidamente;
- permite esquecer pobres decisões do passado de busca; e
- permite soluções diferentes.

2. Depósito de feromônio de todas as formigas que passaram sobre (i, j)

Depois que todas as formigas contruíram suas viagens, o feromônio é atualizado:

$\Delta\tau_{ij}^k$ é a quantidade de feromônio que a formiga k deposita sobre a aresta (i, j) :

$$\begin{cases} \Delta\tau_{ij}^k = Q/L_k & \text{quando a aresta } (i, j) \text{ pertence } S_k \\ \Delta\tau_{ij}^k = 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \text{ onde } Q \text{ é uma constante}$$

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$$

↑
Evaporação
↓
Depósito

Critérios de parada:

- número máximo de iterações;
- estagnação ou convergência;
- situação na qual todas as formigas seguem sempre o mesmo percurso;

A estagnação é causada pelo excessivo crescimento de feromônio nas arestas de uma viagem subótima. Apesar da natureza estocástica do algoritmo, uma forte concentração de feromônio nas arestas força a formiga a fazer sempre o mesmo percurso.

Algoritmo do ACO

Coloque cada formiga em uma cidade aleatória

Para $t = 1$ até o número máximo de iterações

Para $k = 1$ até m (nº de formigas)

Enquanto a formiga k não construir a viagem S_k

Seleciona a próxima cidade pela regra da probabilidade:

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} \tau_{il}^\alpha \eta_{jl}^\beta}, \text{ quando } j \in N_i^k.$$

Fim

Calcule a distância L_k da viagem S_k

Se $L_k < L^*$ então

$$S^* = S_k, L^* = L_k$$

Fim

Fim

Atualize os feromônios: $\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$, onde:

$$\begin{cases} \Delta\tau_{ij}^k = Q/L_k & \text{quando a aresta } (i, j) \text{ pertence } S_k, \text{ onde } Q \text{ é uma constante} \\ \Delta\tau_{ij}^k = 0 & \text{em caso contrário.} \end{cases}$$

Fim

O resultado é a rota S^* .

Exercícios:

1. Resolva 2 iterações para resolver o problema do Caixeiro Viajante com 5 cidades dado abaixo, usando a técnica ACO com os parâmetros e tabelas de distâncias e feromônios dados abaixo.

5

c_{ij}	1	2	3	4	5
1	0,0	1,0	2,2	2,0	4,1
2	1,0	0,0	1,4	2,2	4,0
3	2,2	1,4	0,0	2,2	3,2
4	2,0	2,2	2,2	0,0	2,2
5	4,1	4,0	3,2	2,2	0,0

$\eta_{ij} = 1/c_{ij}$	1	2	3	4	5
1	∞	1,00	0,45	0,50	0,24
2	1,00	∞	0,71	0,45	0,25
3	0,45	0,71	∞	0,45	0,31
4	0,50	0,45	0,45	∞	0,45
5	0,24	0,25	0,31	0,45	∞

4

$$\alpha = 0,5$$

$$\beta = 0,5$$

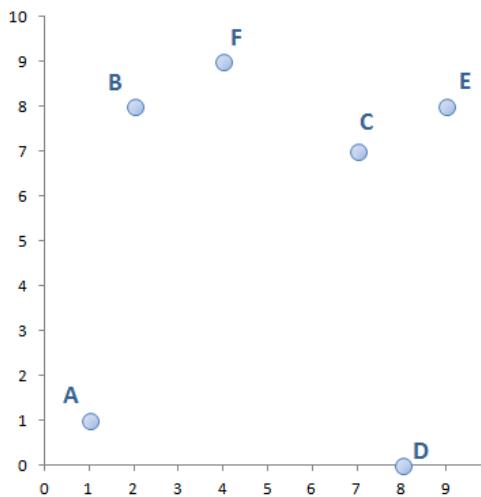
3

τ_{ij}	1	2	3	4	5
1	∞	0,30	0,25	0,20	0,30
2	0,30	∞	0,20	0,20	0,30
3	0,25	0,20	∞	0,10	0,15
4	0,20	0,20	0,10	∞	0,45
5	0,30	0,30	0,15	0,45	∞

1

2

2. Resolva 2 iterações para resolver o problema do Caixeiro Viajante de 6 cidades dado abaixo, usando a técnica ACO com tabela de feromônios aleatória.



C_{ij}	A	B	C	D	E	F
A	0,00	7,07	8,49	7,07	10,63	8,54
B	7,07	0,00	5,10	10,00	7,00	2,24
C	8,49	5,10	0,00	7,07	2,24	3,61
D	7,07	10,00	7,07	0,00	8,06	9,85
E	10,63	7,00	2,24	8,06	0,00	5,10
F	8,54	2,24	3,61	9,85	5,10	0,00

$$\alpha = 0,4$$

$$\beta = 0,6$$

3. Utilize Colônia de formigas para resolver o problema da Mochila dado abaixo, onde $n = 6$ e $P = 20$.

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^n v_i z_i$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{i=1}^n p_i z_i \leq P$$

Objeto i	1	2	3	4	5	6
Peso p_i	4	5	7	9	6	3
Valor v_i	2	2	3	4	4	2

$$z_i \in \{0,1\}$$

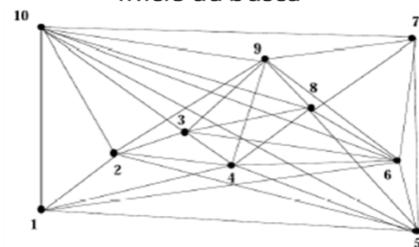
Função de avaliação de cada solução: $f = \sum_{i=1}^n v_i z_i - \gamma \max(0, \sum_{i=1}^n p_i z_i - P)$, onde $\gamma = \sum_{i=1}^n v_i$.

4. Utilize Colônia de formigas para resolver o problema da Mochila dado abaixo, onde $n = 15$ e $P = 275$.

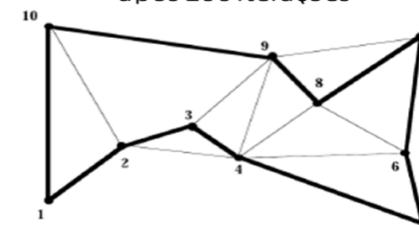
Objeto i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Peso p_i	63	21	2	32	13	80	19	37	56	41	14	8	32	42	7
Valor v_i	13	2	20	10	7	14	7	2	2	4	16	17	17	3	21

Nas formigas artificiais, existe um estado interno ou memória, para que não haja sobreposição de movimentos. O depósito de feromônio no mundo artificial ocorre com base na qualidade da solução encontrada, diferentemente do mundo real, onde formigas depositam feromônio sob demanda.

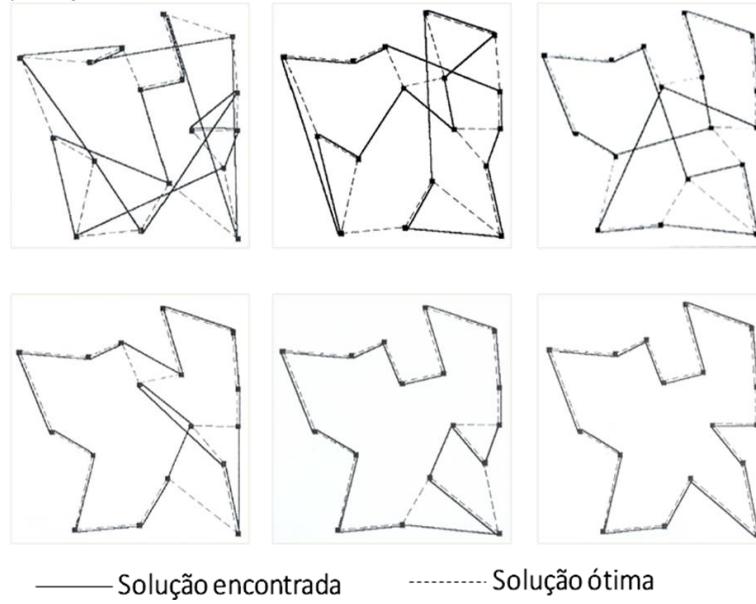
Distribuição de feromônio no início da busca



Distribuição de feromônio após 100 iterações



Resultados parciais da aplicação do ACO:



3.7 VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH

O método *VNS* – *Variable Neighborhood Search* – foi proposto por Nenad Mladenovic & Pierre Hansen em 1997. Trata-se de uma metaheurística de busca local que explora o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de soluções vizinhas.

O VNS explora vizinhanças gradativamente mais “distantes” e focaliza a busca em torno de uma nova solução somente se um movimento de melhora é realizado.

