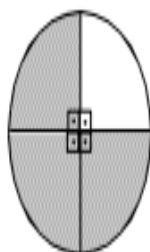


## OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Utilizamos frações para indicar partes iguais de um inteiro.

Exemplos:

- No círculo abaixo:



Indica-se a parte hachurada na figura como três partes em quatro da unidade ou  $\frac{3}{4}$  (lê-se: **três quartos**),

onde:

- o 3 é chamado de **numerador**;
- o 4 é chamado de **denominador**;
- o numerador e o denominador são os **termos** da fração.

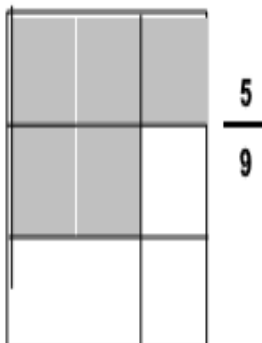
- Cada figura a seguir representa uma unidade e ao seu lado temos a fração correspondente à parte hachurada.

a)



$$\frac{1}{2}$$

b)

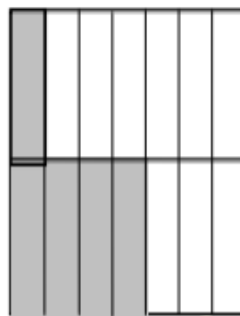


$$\frac{5}{6}$$

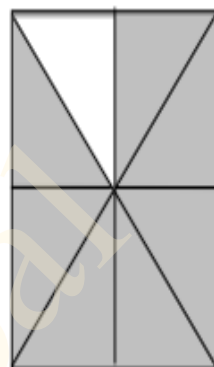
c)

d)

c)



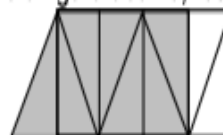
d)



EP.02) A figura a seguir é um sólido formado por cinco cubos. Cada cubo representa que fração desse sólido?



EP.03) Observando a figura abaixo, responda:



- Quantos triângulos menores formam a figura?
- Cada triângulo representa qual fração da figura?
- A parte colorida da figura representa qual fração dessa figura?
- A parte não colorida representa qual fração da figura?

### 1. Frações equivalentes

As frações  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{6}$  e  $\frac{4}{8}$  são frações que representam

Portanto, quando o numerador e denominador de uma mesma fração são multiplicados ou divididos por um mesmo número positivo, obtém-se uma fração equivalente à fração original.

### Exercícios Propostos

**EP.04)** Determine o valor da incógnita  $x$  nas equações abaixo utilizando equivalência de frações:

a)  $\frac{2}{3} = \frac{12}{x}$

b)  $\frac{3}{8} = \frac{x}{40}$

**EP.05)** Ordenando os números racionais  $p = \frac{13}{24}$ ,  $q = \frac{2}{3}$  e

$r = \frac{5}{8}$ , obtemos:

a)  $p < r < q$

b)  $q < p < r$

c)  $r < q < p$

d)  $q < r < p$

e)  $r < q < p$

### 2. Simplificação de frações

Podemos multiplicar ou dividir os termos de uma fração por um mesmo número (diferente de zero) e a nova fração resultante será equivalente à fração original.

A fração equivalente obtida após todas as simplificações possíveis é também chamada de fração irredutível.

#### Exercício Resolvido

**ER.01)** Simplifique  $\frac{30}{120}$  o máximo possível.

Resolução:

$$\frac{30}{120} = \frac{30 \div 10}{120 \div 10} = \frac{3}{12} = \frac{3 \div 3}{12 \div 3} = \frac{1}{4}$$

Logo:

$$\frac{30}{120} = \frac{1}{4} \text{ (fração irredutível)}$$

#### Exercício Proposto

**EP.06)** Encontre a forma irredutível de cada uma das frações abaixo:

a)  $\frac{10}{14}$

b)  $\frac{70}{105}$

### 3. Adição e subtração de frações

#### 3.1 Frações com denominadores iguais

Ao somar ou subtrair frações com denominadores iguais, somam-se ou subtraem-se os numeradores das frações, mantendo-se os denominadores.

#### Exercício Resolvido

**ER.02)** Encontre a fração irredutível em cada uma das operações entre as frações nos itens abaixo.

a)  $\frac{9}{8} - \frac{5}{8} = \frac{9-5}{8} = \frac{4}{8}$

Simplificando:

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

b)  $\frac{5}{8} + \frac{11}{8} = \frac{5+11}{8} = \frac{16}{8} = 2$

c)  $\frac{5}{8} + \frac{11}{8} - \frac{9}{8} = \frac{5+11-9}{8} = \frac{7}{8}$

#### Exercício Proposto

**EP.07)** Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

a)  $\frac{1}{30} + \frac{9}{30}$

b)  $\frac{8}{15} - \frac{2}{15}$

#### 3.2. Frações com denominadores diferentes

Ao somar ou subtrair frações com denominadores diferentes, devemos reduzir as frações ao mesmo denominador, através do cálculo do mínimo múltiplo comum (m.m.c.). As frações obtidas com o mesmo denominador deverão ser equivalentes às primeiras, e poderão então ser somadas ou subtraídas.

#### Exercício Resolvido

**ER.03)** Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

a)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

Resolução: sabemos que m.m.c.(2, 3) = 6. Assim:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

b)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

Resolução: sabemos que m.m.c.(3, 2, 6) = 6. Assim:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2-3+1}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

### Exercícios Propostos

**EP.08)** Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

a)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{15} + \frac{3}{25}$

b)  $2 + \frac{4}{9} - \frac{11}{6}$

**EP.09)** (Unicamp-SP) Após ter corrido  $\frac{2}{7}$  de um percurso

e, em seguida, caminhado  $\frac{5}{8}$  do mesmo percurso, um atleta verificou que ainda faltavam 600 m para o final do percurso.

- a) Qual o comprimento total do percurso?  
b) Quantos metros o atleta havia corrido?  
c) Quantos metros o atleta havia caminhado?

### 4. Multiplicação de frações

O produto de duas frações é uma nova fração onde seu numerador é o produto dos numeradores e o seu denominador é o produto dos denominadores.

Observe que, quando possível, podemos simplificar os termos das frações antes de efetuar as multiplicações.

### Exercício Resolvido

**ER.04)** Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

a)  $\frac{3}{4} \times \frac{8}{12}$

Resolução:

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{12} = \frac{3 \div 3}{4 \div 4} \times \frac{8 \div 4}{12 \div 3} = \frac{1}{1} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

b)  $\frac{3}{11} \times \frac{121}{120} \times \frac{5}{11}$

Resolução:

$$\begin{aligned} \frac{3}{11} \times \frac{121}{120} \times \frac{5}{11} &= \frac{3 \div 3}{11 \div 11} \times \frac{121 \div 11}{120 \div 3} \times \frac{5}{11} = \frac{1}{1} \times \frac{11}{40} \times \frac{5}{11} \\ &= \frac{11 \div 11}{40 \div 5} \times \frac{5 \div 5}{11 \div 11} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

### Exercício Proposto

**EP.10)** Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

a)  $\frac{3}{5} \times \frac{10}{7}$

b)  $\frac{7}{12} \times 600$

### 5. Fração de fração

Para determinarmos uma fração de outra fração, efetuamos o produto entre ambas.

### Exercício Resolvido

**ER.05)** Determine as frações de frações:

a)  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \div 3}{4 \div 4} \times \frac{8 \div 4}{12 \div 3} = \frac{1}{1} \times \frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$

b)  $\frac{2}{5}$  de  $2 = \frac{2}{5} \times 2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{2 \times 2}{5 \times 1} = \frac{4}{5}$

### Exercícios Propostos

**EP.11)** Determine  $\frac{3}{4}$  de R\$ 17 000,00.

**EP.12)** Dona Ester foi trabalhar e deixou dinheiro para seus filhos, com este bilhete:

**"Dividam igualmente o dinheiro. Beijos."**

O primeiro filho chegou e pegou  $\frac{1}{3}$  do dinheiro e saiu. O segundo chegou e não viu ninguém. Pensando que era o primeiro, pegou  $\frac{1}{3}$  do dinheiro que tinha pela frente e saiu. O terceiro encontrou 4 notas de R\$ 5,00. Achou que era o último, pegou tudo e saiu.

- a) Que fração do dinheiro deixado pela mãe o segundo filho pegou?  
b) Que fração do dinheiro deixado pela mãe sobrou, quando o segundo filho saiu?  
c) Quanto Dona Ester deixou?  
d) Devido ao engano do segundo filho, alguém saiu beneficiado? E prejudicado? Quem?

### 6. Divisão de frações

Quando temos divisões de duas frações basta multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda.

### Exercício Resolvido

**ER.06)** Efetue:

a)  $\frac{5}{8} \div 5$

b)  $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$

Resolução:

a)  $\frac{5}{8} \div 5 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{5 \div 5}{8} \times \frac{1}{5 \div 5} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{8}$

b)  $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$

### Exercícios Propostos

**EP.13)** Efetue as operações e apresente a resposta na forma simplificada.

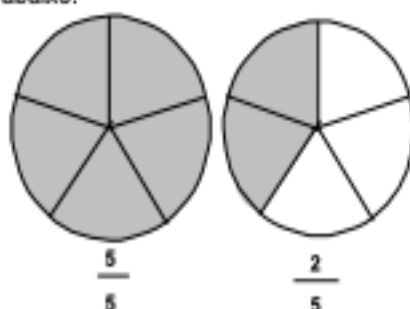
a)  $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5}$

b)  $\frac{7}{10} \div 3$

**EP.14)** Um electricista comprou  $\frac{3}{4}$  de um rolo de fio utilizado para instalação eléctrica. Normalmente, gasta  $\frac{3}{8}$  da peça que comprou para cada trabalho. Nessas condições, quantos trabalhos o electricista poderá fazer?

## 7. Número misto

Ao somarmos duas frações, podemos obter uma nova fração cujo numerador é maior que o denominador. Tais frações são denominadas **impróprias**. Veja o exemplo abaixo:



Somando as duas frações representadas pelas figuras:

$$\frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5} \text{ (fração imprópria)}$$

Toda fração imprópria pode ser escrita na forma de um **número misto**, que possui uma parte inteira e uma parte fracionária. No caso do exemplo apresentado, temos:

$$\frac{7}{5} = 1 \text{ inteiro e } \frac{2}{5} = 1 \frac{2}{5} \text{ (número misto)}$$

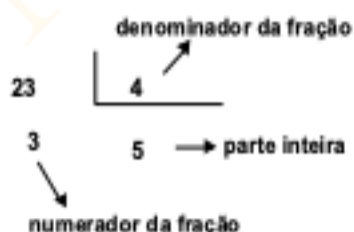
### 7.1. Transformação de fração em número misto

#### Exercício Resolvido

**ER.10)** Transformar a fração imprópria  $\frac{23}{4}$  em um número misto.

Resolução:

Efetuada a divisão do numerador pelo denominador:



Assim:

$$\frac{23}{5} = \underbrace{\frac{5}{5}}_{\text{parte inteira}} + \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{parte fracionária}} = 5 \frac{3}{4} \text{ (número misto)}$$

## Exercício Proposto

**EP.15)** Escrever as frações impróprias em cada item na forma de um número misto:

- a)  $\frac{35}{4}$   
b)  $\frac{43}{10}$

### 7.2. Transformação de número misto em fração

#### Exercício Resolvido

**ER.11)** Transformar  $7 \frac{1}{2}$  em uma fração imprópria.

Resolução:

Efetuada algumas operações no número misto, temos:

$$\begin{array}{c} (+) \\ 7 \frac{1}{2} = \frac{2 \times 7 + 1}{2} = \frac{15}{2} \\ (x) \end{array}$$

Assim:

$$7 \frac{1}{2} = \frac{15}{2} \text{ (fração imprópria)}$$

## Exercícios Propostos

**EP.16)** Escrever os números mistos em cada item na forma de uma fração imprópria.

- a)  $5 \frac{3}{4}$   
b)  $5 \frac{1}{2}$

**EP.17)** Escreva na forma mista o resultado das somas das frações em cada item:

- a)  $1 \frac{1}{3} + 5 \frac{1}{3}$   
b)  $2 + 5 \frac{1}{3}$

## 8. Expressões numéricas com frações

As regras para expressões numéricas que envolvem frações são as mesmas utilizadas para números inteiros.

A ordem em que devem ser efetuadas as operações é:

- 1º) Potenciação e Radiciação (Raízes) na ordem em que aparecem;
- 2º) Multiplicação e Divisão, na ordem em que aparecem;
- 3º) Adição e subtração, na ordem em que aparecem.

Parênteses, colchetes e chaves devem ser efetuados do interior para o exterior, assim:

$$\{ [ ( ) ] \}$$

- 1º) Parênteses      2º) Colchetes      3º) Chaves

As regras de sinais são as mesmas obedecidas para números inteiros.



Neste módulo iremos resolver expressões numéricas que não envolvam potenciação e radiciação, assuntos que serão abordados nos módulos IV e V.

### Exercícios Propostos

**EP.18)** Resolva as seguintes expressões numéricas:

a) 
$$\frac{\frac{1}{6} + \left(-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{2}\right)}{1 + \frac{1}{2}}$$

b) 
$$\left\{\left(\frac{2}{3}-1\right)-\left[\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{3}\right]\right\}+\left(-\frac{2}{3}\right)$$

**EP.19)** Numa partida de Futebol, enquanto  $\frac{1}{4}$  das pessoas presentes torciam pelo time A,  $\frac{1}{6}$  torcia pelo time B e 7.000 pessoas não torciam por nenhum dos dois times. Quantas pessoas presentes torciam pelo time A?

### Exercícios Complementares

**EC.01)** (Unicamp-SP) Como se sabe, os icebergs são enormes blocos de gelo que se desprendem das geleiras polares e flutuam nos oceanos. Suponha que a parte submersa de um iceberg corresponde a  $\frac{8}{9}$  do volume total e que o volume da parte não submersa é de  $135.000\text{m}^3$ .

a) Determine o volume total do iceberg.  
b) Determine o volume de gelo puro do iceberg, sabendo que 2% do seu volume total é constituído de impurezas como matéria orgânica, ar e minerais.

**EC.02)** (CES-Campo Grande) Dados os números  $-3$ ,  $\frac{10}{3}$  e  $3$ , se do menor desses números subtraímos o maior, obteremos:

- a)  $\frac{19}{3}$                       b) 6                      c) 0  
d) -6                      e)  $-\frac{19}{3}$

**EC.03)** Num filme de TV, o mordomo assassinou seu patrão, porque achava que o patrão iria lhe deixar  $\frac{1}{4}$  da herança. No entanto, o patrão deixou  $\frac{2}{5}$  da herança para serem igualmente divididos entre os oito empregados da casa (um dos quais é o mordomo). O resto da herança, segundo o testamento, deveria ser doado à polícia.

a) Que fração da herança foi destinada ao mordomo?

b) Quantas vezes a quantia destinada ao mordomo cabe na que ele achava que iria receber?

**EC.04)** Seiscentas garrafas de vinho serão colocadas em engradados idênticos.

a) Quando, em cada engradado, couberem 24 garrafas, quantos engradados serão necessários?

b) Quando, em cada engradado, couberem 48 garrafas, o último engradado ficará incompleto. Com um número na forma mista, indique os engradados que serão necessários.

**EC.05)** (Mackenzie-SP) Efetuando-se  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} + \frac{1}{5} \div \frac{6}{5}$ , obtém-se:

- a) -1                      b) -2                      c) 0  
d) 2                      e) 1

**EC.06)** (PUC-SP) O valor da expressão numérica  $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \times \frac{2}{5}$  é:

- a)  $\frac{3}{2}$                       b)  $\frac{6}{5}$                       c)  $\frac{17}{5}$   
d)  $\frac{1}{2}$                       e)  $\frac{2}{3}$

**EC.07)** (UFMG) Efetuando-se as operações na expressão  $\frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) + \frac{2}{5}$ , obtemos:

- a)  $\frac{5}{24}$                       b)  $\frac{3}{4}$                       c)  $\frac{23}{24}$   
d)  $\frac{1}{12}$                       e) 0,5

**EC.08)** (PUC - RJ) O valor de  $\left(\frac{1}{2} \times \frac{19}{7}\right) \div \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{6}\right) + 3$  representa um número entre:

- a) 2 e 3                      b) 4 e 5                      c) 3 e 4  
d) 5 e 6                      e) 1 e 2

**EC.09)** Determine:

- a)  $\frac{3}{7}$  de R\$ 420,00  
b)  $3\frac{1}{2} - \left[\frac{1}{4} + \left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right) - 1\frac{1}{5}\right]$

**EC.10)** Resolva as expressões em cada item abaixo:

a)  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{20}$

b)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) - \left(1 - \frac{3}{10}\right)$

c)  $\frac{3}{10} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$

d)  $\frac{1}{2} - \frac{7}{8} \times \frac{1}{14}$

e)  $\frac{5}{13} \times \left(3 - \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right)$

f)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6}$

g)  $2 \div \frac{3}{5} - 2$

h)  $\left(3 - \frac{1}{3} \div \frac{1}{8}\right) \div \frac{5}{6}$

i)  $\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{8}\right) \div \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{8} \div \frac{9}{2}\right)$

j)  $\frac{\frac{4}{25}}{\frac{141}{250} - \frac{1}{2}}$

k)  $\frac{\frac{43}{75} - \frac{1}{3}}{\frac{14}{15} - \frac{1}{3}}$

### Exercícios Adicionais

**EA.010)** Efetue:

a)  $\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4}$

b)  $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

c)  $\frac{3\pi}{7} + \frac{2\pi}{5}$

d)  $2\pi - \frac{\pi}{3}$

e)  $\frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}$

f)  $\frac{11\pi}{7} - \frac{12\pi}{5}$

g)  $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

h)  $\frac{\sqrt{3}}{5} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

i)  $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$

**EA.02)** Escreva cada um dos números abaixo na forma  $(n^{\circ} \text{ inteiro}) \cdot \pi + (\text{fração}) \cdot \pi$

a)  $\frac{69\pi}{4} =$

d)  $\frac{12\pi}{7} =$

b)  $\frac{69\pi}{11} =$

e)  $\frac{13\pi}{3} =$

c)  $\frac{21\pi}{5} =$

f)  $\frac{15\pi}{2} =$

## GABARITO

### Exercícios Propostos

EP.01) a)  $\frac{3}{6}$ ; b)  $\frac{6}{8}$ ; c)  $\frac{5}{14}$ ; d)  $\frac{7}{8}$

EP.02)  $\frac{1}{5}$

EP.03) a) 9; b)  $\frac{1}{9}$ ; c)  $\frac{7}{9}$ ; d)  $\frac{2}{9}$

EP.04) a) 18; b) 15

EP.05) A

EP.06) a)  $\frac{5}{7}$ ; b)  $\frac{2}{3}$

EP.07) a)  $\frac{1}{3}$ ; b)  $\frac{2}{5}$

EP.08) a)  $\frac{34}{75}$ ; b)  $\frac{11}{18}$

EP.09) a) 6.720m; b) 1.920m; c) 4.200m

EP.10) a)  $\frac{6}{7}$ ; b) 350

EP.11) R\$ 12.750,00

EP.12) a)  $\frac{2}{9}$ ; b)  $\frac{4}{9}$ ; c) R\$ 45,00;

d) o 2º filho foi prejudicado e o 3º filho foi beneficiado

EP.13) a)  $\frac{15}{16}$ ; b)  $\frac{7}{30}$

EP.14) 2

EP.15) a)  $8\frac{3}{4}$ ; b)  $4\frac{3}{10}$

EP.16) a)  $\frac{23}{4}$ ; b)  $\frac{11}{2}$

EP.17) a)  $6\frac{2}{3}$ ; b)  $7\frac{1}{3}$

EP.18) a) -1; b)  $-\frac{8}{3}$

EP.19) 3.000 pessoas

### Exercícios Complementares

EC.01) a) 1.215.000m<sup>3</sup>; b) 1.190.700m<sup>3</sup>

EC.02) E

EC.03) a)  $\frac{1}{20}$ ; b) 5 vezes

EC.04) a) 25; b)  $12\frac{1}{2}$

EC.05) C

EC.06) A

EC.07) A

EC.08) E

EC.09) a) R\$ 180,00; b)  $\frac{61}{20}$

EC.10) a)  $\frac{1}{10}$ ; b)  $\frac{2}{15}$ ; c)  $\frac{17}{15}$ ; d)  $\frac{7}{16}$ ; e) 1; f)  $\frac{4}{5}$ ;

g)  $\frac{4}{3}$ ; h)  $\frac{2}{5}$ ; i)  $\frac{7}{4}$ ; j)  $\frac{5}{2}$ ; k)  $\frac{2}{5}$

## Exercícios Adicionais

EA.01) a)  $\frac{7\pi}{4}$ ; b)  $\frac{\pi}{2}$ ; c)  $\frac{29\pi}{35}$ ; d)  $\frac{5\pi}{6}$ ;

e)  $\frac{7\pi}{4}$ ; f)  $\frac{-3\pi}{5}$ ; g)  $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ ; h)  $\frac{3\sqrt{3}}{15}$

i)  $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}$

EA.02) a)  $17\pi + \frac{\pi}{4}$ ; b)  $6\pi + \frac{3\pi}{11}$ ; c)  $4\pi + \frac{\pi}{5}$

d)  $\pi + \frac{5\pi}{7}$ ; e)  $4\pi + \frac{\pi}{3}$ ; f)  $7\pi + \frac{\pi}{2}$