

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Trabajo Práctico 1

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

JuegoDePalabras

Integrante	LU	Correo electrónico
Tiracchia, Thiago	1502/21	thiago.tiracchia.com
Vega, Angela	585/21	luciavsm@gmail.com
Bousoño, Ignacio	503/21	bousonoignacio@gmail.com
Oscar Manuel Lopez Coronel	519/21	lopezcoroneloscarmanuel@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1. Módulo Juego	3
1.1. Interfaz	3
1.2. Representación	5
1.3. Algoritmos	7
2. Módulo Notificacion	14
2.1. Representación	14
3. Módulo Servidor	15
3.1. Interfaz	15
3.2. Representación	16
3.3. Algoritmos	17
4. Módulo Tablero	19
4.1. Interfaz	19
4.2. Representación	20
4.3. Algoritmos	21
5. Módulo Variante	23
5.1. Interfaz	23
5.2. Representación	24
5.3. Algoritmos	25
6. Módulo Diccionario Tries(κ, σ)	26
6.1. Representación	26
6.2. Interfaz	27
6.3. Algoritmos	28

Comentario para el corrector: Nos dimos cuenta que los algoritmos de Juego y Servidor estan poco modularizados o "prolijos", pudimos haberlo hecho mas elegante con los algoritmos usando los que ya declaramos ya que es la idea de usar interfaces, pero el tp fue cambiando mucho y nos quedamos cortos de tiempo

1. Módulo Juego

1.1. Interfaz

usa: TABLERO, JUGADOR, COLA, VARIANTE

se explica con: JUEGO

géneros: juego.

Operaciones básicas de Juego

INICIARJUEGO(**in** *jugadores* : nat, **in** *r* : cola(letra), **in** *v* : variante) \rightarrow *res* : juego

Pre $\equiv \{ \text{tamaño}(r) \geq \text{tamañoTablero}(v)^2 + \text{jugadores} \cdot \# \text{fichas}(v) \}$

Post $\equiv \{ \text{res} = \text{nuevoJuego}(\text{jugadores}, v, r) \}$

Complejidad: $\mathcal{O}(N^2 + \Sigma \cdot K + F \cdot K)$

Descripción: Inicia un juego

Aliasing: Produce aliasing ya que pasa la variante del juego y el repositorio por referencia

JUGADAVÁLIDA(**in** *j* : juego, **in** *jugada* : ocurrencia) \rightarrow *res* : bool

Pre $\equiv \{ \text{longitud}(\text{jugada}) \leq \text{LongitudPalabraMax}(\text{PalabrasLegitimas}(\text{variante}(j))) \}$

Post $\equiv \{ \text{res} = \text{jugadaValida?}(j, \text{jugada}) \}$

Complejidad: $\mathcal{O}(L_{max}^2)$

Descripción: Indica si una jugada es válida.

Aliasing: Sin aliasing

LongitudPalabraMax : Palabras Conjunto(Secuencia(Letra)) \rightarrow nat

LongitudPalabraMax(*c*) = if vacio?(*c*) then 0 else if long(dameUno(*c*)) > longitudPalabraMax(sinUno(*c*)) then long(dameUno(*c*)) else longitudPalabraMax(sinUno(*c*))

UBICARCONJJUEGO(**in/out** *j* : juego, **in** *c* : ocurrencia)

Pre $\equiv \{ j = j_0 \wedge \text{JugadaValida?}(j, c) \wedge \text{OcurrenciaValida}(c) \}$

Post $\equiv \{ j = \text{ubicar}(j_0, c) \}$

Complejidad: $\mathcal{O}(m)$

Descripción: Ubica fichas en el tablero

Aliasing: Genera aliasing con la instancia de juego pasado como parámetro

INFOVARIANTE(**in** *j* : juego) \rightarrow *res* : variante

Pre $\equiv \{ \text{true} \}$

Post $\equiv \{ \text{res} =_{obs} \text{variante}(j) \}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Muestra información sobre la variante actual del juego

Aliasing: Produce aliasing ya que devuelve la variante del juego por referencia

TURNODELJUGADOR(**in** *j* : juego) \rightarrow *res* : nat

Pre $\equiv \{ \text{true} \}$

Post $\equiv \{ \text{res} =_{obs} \text{turno}(j) \}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Muestra el jugador al que le toca jugar

Aliasing: Produce aliasing ya que pasa la variante del juego por referencia

PUNTAJEDELJUGADOR(**in** *j* : juego, **in** *jug* : nat) \rightarrow *res* : nat

Pre $\equiv \{ \text{true} \}$

Post $\equiv \{ \text{res} =_{obs} \text{puntaje}(j, \text{jug}) \}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1 + m \cdot L_{max})$

Descripción: Devuelve el puntaje de un jugador

Aliasing: Sin aliasing

OBTCONTCOORD(in j : juego, in x : nat, in y : nat) $\rightarrow res$: letra

Pre $\equiv \{0 \leq x < \text{tamaño}(\text{tablero}(j)) \wedge 0 \leq y < \text{tamaño}(\text{tablero}(j)) \wedge_L \text{hayLetra?}((\text{tablero}(j), x, y))\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{letra}(\text{tablero}(j), x, y)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Dada una posición en el tablero devuelve su contenido

Aliasing: Sin aliasing

#LETRAXENJUGADOR(in j : juego, in x : letra, in jug : nat) $\rightarrow res$: nat

Pre $\equiv \{x \in \text{Repositorio}(j) \text{ (o expandir variante para que de el dicc) } \wedge jug < \#\text{jugadores}(j)\}$

Post $\equiv \{res = \text{CantiApariciones}(\text{fichas}(j, jug), X)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Devuelve la cantidad de letras X que tiene jugador

Aliasing: Sin aliasing

REPONER(in/out j : juego, in cid : Nat, in o : ocurrencia) $\rightarrow res$: MultiConj(Letra)

Pre $\equiv \{j = j0 \wedge \text{OcurrenciaValida}(o) \wedge cid < \#\text{jugadores}(j)\}$

Post $\equiv \{\text{Se le sacan las fichas de la ocurrencia a las fichas en mano del jugador y se reemplazan por las de res, y al repositorio se le desencolan las proximas } |o| \text{ fichas} \wedge res = \text{FichasQueRepuso}\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(|o|)$ donde esta acotada por L_{\max}

Descripción: Repone $|o|$ cantidad de fichas y devuelve que fichas fueron repuestas

Aliasing: aliasing ya que modifica el repositorio y las fichas en mano de los jugadores

Fin Interfaz

TAD Variante

extiende Variante

otras operaciones

PalabrasLegitimas : $v \rightarrow \text{variante}$

{nat}

PalabrasLegitimas(NuevaVariante(n, f, d, c) $\equiv c$

Fin TAD

1.2. Representación

Representación de Juego

juego se representa con **estr**

donde **estr** es $\text{tupla}(\text{varianteDelJuego: variante}, \text{turnoGeneral: nat}, \text{repositorio: cola(letra)}$
 $, t: \text{tablero}, \text{fichasEnMano: vector(vector(nat))} \text{ (fichas en mano)}$
 $, \text{jug: vector(tupla(puntaje : nat, fichasUbicadas : cola(tupla(fichasJugadas$
 $: \text{ocurrencia}, \text{turno : Nat}, \text{EsHorizontal? : bool))))}$
 $, \# \text{jugadores: nat})$

Ficha es $\text{tupla} \langle x : \text{nat}, y : \text{nat}, l : \text{letra} \rangle$

Ocurrencia es $\text{ListaEnlazada}(\text{Ficha})$

Post Correccion: Nos dimos cuenta que usando iteradores de un conjuntoLineal se cumple la misma funcion y las ocurrencias estan limitadas por Lmax y no hace falta usar Lmax en los algoritmos ya que todas las ocurrencias jugadas van a ser \leq que Lmax, y los algoritmos no se ven apenas modificados mas alla de que en vez de recorrer con un while y un iterador i, se usa un iterador it, y la funcion $\text{haysiguiente?}(it)$

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(j) \equiv \text{true} \iff \text{TamañoTablero}((j.\text{varianteDelJuego})) = (e.t).\text{tamaño} \wedge$
 $0 \leq j.\text{turnoGeneral} < j.\# \text{jugadores} \wedge$
 $\text{RepositorioValido}(e.\text{repositorio}, \text{DiccPuntajexLetra}(j.\text{varianteDelJuego})) \wedge$
 $\text{longitud}(j.\text{fichasEnMano}) = j.\# \text{jugadores} \wedge$
 $(\forall i : \text{nat}) (0 \leq i < \text{longitud}(j.\text{fichasEnMano}) \Rightarrow$
 $\text{longitud}(j.\text{fichasEnMano}[i]) = \text{tamaño}(\text{claves}(\text{DiccPuntajexLetra}(j.\text{varianteDelJuego})))) \wedge$
 $\text{longitud}(j.\text{fichasEnMano}) = j.\# \text{jugadores}$
 $\wedge \text{sumatoria}(j.\text{fichasEnMano}[i]) = \# \text{Fichas}(j.\text{varianteDelJuego}) \wedge (\forall j : \text{nat}) (\forall l : \text{letra}) 0 \leq j < \text{longi-}$
 $\text{tud}(j.\text{jug}) \wedge l \in \text{claves}(\text{DiccPuntajexLetra}(j.\text{varianteDelJuego})) \wedge$
 $(\forall i : \text{nat}) 0 \leq i < \text{longitud}(j.\text{jug}) \Rightarrow (\forall o : \text{ocurrencia}) (o \in j.\text{jug}[i].\text{fichasUbicadas}.\text{fichasJugadas} \Rightarrow$
 $\text{eshorizontal}(o) = j.\text{jug}[i].\text{fichasUbicadas}.\text{EsHorizontal?}) \wedge (\forall f : \text{tupla} \langle x : \text{Nat}, y : \text{Nat}, l : \text{Letra} \rangle) f \in$
 $j.\text{jug}[i].\text{fichasUbicadas}.\text{fichasJugadas} \Rightarrow (x < \text{TamañoTablero}(j.\text{varianteDelJuego}) \wedge y < \text{TamañoTable-}$
 $\text{ro}(j.\text{varianteDelJuego}) \wedge l \in \text{claves}(\text{DiccPuntajeXLetra}(j.\text{varianteDelJuego})))$

para todo indice de $j.\text{jug}$ su puntaje va a corresponder con las jugadas en el tablero pero como los elementos de tablero son una tupla $\langle \text{letra}, \text{turno en que se jugo la ficha}, \text{si esta vacia la casilla} \rangle$ y no tiene un elemento que haga referencia a que persona jugo esa ficha es complicado escribir la relacion puntaje tablero en la representacion. lo mismo con $j.\text{jug}.\text{fichasUbicadas}.\text{turno}$, ya que va a haber relacion entre el turno que se jugo la ocurrencia, las ocurrencias en el tablero.

$\text{RepositorioValido} : \text{cola}(\text{letra}) \times \text{diccLineal}(\text{letra} \times \text{nat}) \rightarrow \text{bool}$

$\text{RepositorioValido}(r, d) \equiv \text{if } \neg \text{EsVacía?}(r) \text{ then}$
 $\quad \text{pertenece?}(\text{claves}(d), \text{proximo}(r)) \wedge$
 $\quad \text{RepositorioValido}(\text{desencolar}(r), d)$
 else
 $\quad \text{true}$
 fi

$\text{Sumatoria} : \text{vector}[\text{nat}] \rightarrow \text{Nat}$

$\text{Sumatoria}(v) \equiv \sum_{i=0}^{(\text{long}(v))} v[i]$

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{juego}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} j : \text{juego} \mid e.\text{varianteDelJuego} = \text{variante}(j) \wedge e.\text{tablero} = \text{tablero}(j) \wedge$
 $e.\text{turnoGeneral} = \text{turno}(j) \wedge e.\text{repositorio} = \text{repositorio}(j) \wedge$

$$\begin{aligned} & e.\#jugadores = \#jugadores(j) \wedge \\ & (\forall i : \text{nat})(0 \leq i < e.\#jugadores \Rightarrow \\ & (\exists l : \text{letra})(l = \text{DameUno}(fichas(j,i) \wedge_L \#fichas(j,i) = e.fichasEnMano[i][\text{ord}(l)])) \wedge (\forall i : \\ & \text{nat})(0 \leq i < e.\#jugadores \Rightarrow (\text{puntaje}(j,i) = e.jug[i].\text{puntaje})) \end{aligned}$$

1.3. Algoritmos

INICIARJUEGO(**in** v : variante, **in** k : nat , , **in** r : cola(letras)) \longrightarrow j : juego

```

1:  $j.varianteDelJuego \leftarrow v$   $\triangleright$  esto es porque se pasa por referencia  $\Theta(1)$ 
2:  $j.t \leftarrow iNuevoTablero(iTamaoTablero(v))$   $\triangleright$  Esto es  $O(N^2)$ , donde n es el tamaño de jugadores
3:  $j.r \leftarrow r$ 
4:  $j.turno \leftarrow 0$ 
5:  $j.\#jugadores \leftarrow k$ 
6:  $i \leftarrow 0$ 
7:  $l \leftarrow 0$ 
8: mientras  $i < k$  hacer  $\triangleright$  Esto es  $O(k)$ , donde k numero de jugadores
9:   mientras  $l < \#Claves(v.puntajeXletra)$  hacer  $\triangleright$  Esto es  $O(\Sigma)$  donde  $\Sigma$  es la cantidad de letras
10:      $j.fichasEnMano[i][j] \leftarrow 0$ 
11:    $z \leftarrow 0$ 
12:   mientras  $z < k$  hacer  $\triangleright$  Esto es  $O(k)$ , donde k numero de jugadores
13:      $j.jug[z] \leftarrow < 0, vacia(), vacia() >$ 
14:      $p \leftarrow 0$ 
15:     mientras  $p < v.\#fichas$  hacer  $\triangleright$  Esto es  $O(F)$ , donde F es la cantidad de fichas para cada jugador
16:        $j.fichasEnMano[i][ord(proximo(j.r))] \leftarrow j.fichasEnMano[i][ord(proximo(*j.repositorio))] ++$ 
17:        $j, jug[i].fichasEnMano \leftarrow (agregarAdelante(proximo(j.repositorio) desencolar ( j.repositorio)$ 
18:
19:        $l \leftarrow l + 1$ 
20:        $i \leftarrow i + 1$ 
21:   devolver  $j$ 
  Complejidad:  $O(N^2 + |\Sigma| K + FK)$ 
  Explicacion: Asigna el repositorio y variante mediante referencia y crea el fichasEnMano para saber que
22: cantidad de letra x tiene cada jugador, despues reparte las fichas a cada jugador y le suma al fichasEnMano
23: las letras que le tocan.
```

INFOVARIANTE(**in** j : juego) \longrightarrow variante

devolver J.VARIANTEDELJUEGO
 Complejidad: $O(1)$

ITURNODELJUGADOR(**in** j : juego) \longrightarrow jugador

devolver J.TURNOGENERAL mód J.#JUGADORES
 Complejidad: $O(1)$

IOBTCONTCOORD(**in** x : nat, **in** y : nat) \longrightarrow ficha

devolver ILETRA(J.T, X, Y)
 Complejidad: $O(1)$

I#LETRAXENJUGADOR(**in** j : juego, **in** x : letra, **in** jug : jugador) \longrightarrow nat

$N \leftarrow J.FICHASENMANO[JUG][ORD(X)]$
devolver N
 Complejidad: $O(1)$

JUGADAVALIDA(in jugada : ocurrencia, in j : juego) \longrightarrow bool

$res \leftarrow false$

si (longitud(o) \leq Lmax(j.varianteDelJuego) **entonces**

si Chequeo(j, o) **entonces**

$\triangleright O(Lmax^2)$

$res \leftarrow true$

5: **devolver** RES

Complejidad: $O(Lmax^2)$

Explicación: la función chequeo verifica si todas las fichas ubicadas en una jugada forman palabras válidas tanto vertical como horizontalmente.

Pre \equiv {Ocurrencia valida y dentro del tablero}

Post \equiv {Devuelve si la ocurrencia forma alguna palabra valida segun el diccionario de PalsLegit con las fichas del tablero, tanto vertical y horizontalmente}

CHEQUEO(in j : juego, in o : ocurrencia) \longrightarrow bool

$j.tablero \leftarrow AUXUbicarConFichas(jugada, j.tablero)$

$\triangleright O(Lmax)$

$res \leftarrow true$

$i \leftarrow 0$

mientras $\neg vacia?(o)$ **hacer**

$\triangleright O(Lmax)$

5: $res \leftarrow res \wedge (FormaPalVertical?(prim(o), j.tablero, j) \wedge$

$FormaPalHorizontal?(prim(o), j.tablero, j))$

$\triangleright O(Lmax)$

$o \leftarrow fin(o)$

$j.tablero \leftarrow DesUbicarConFichas(jugada, j.tablero)$

$\triangleright O(Lmax)$

devolver RES

Complejidad: $O(Lmax^2)$

PUNTAJE(in j : juego, in id : nat) \longrightarrow nat

$puntos \leftarrow j.puntos[id].puntos$

$\triangleright O(1)$

$PuntajePalabras \leftarrow 0$

mientras $\neg esVacia?(j.puntos[id].fichaspuestas)$ **hacer**

$\triangleright O(K)$ donde K es la #Jugadas sin llamar a la funcion puntaje

si (proximo(j.puntos[id].fichaspuestas).hor) **entonces**

5: $PuntajePalabras \leftarrow PuntajePalabras +$

$palabraQFormaHorizontal(prim(proximo(j.jug[id].fichaspuestas).jugada),$

$proximo(j.puntos[id].fichaspuestas).turno, j)$

$\triangleright O(F * Lmax)$ donde F es la #Fichas por jugada

$PuntajePalabras \leftarrow PuntajePalabras +$

$PuntajePalabraSQFormanVertical(proximo(j.jug[id].fichaspuestas), j)$

$\triangleright O(F * Lmax)$ donde F es la #Fichas por jugada

else

$PuntajePalabras \leftarrow PuntajePalabras +$

$PuntajePalabraQFormaVertical(prim(proximo(j.jug[id].fichaspuestas).jugada),$

$proximo(j.puntos[id].fichaspuestas).turno, j)$

$\triangleright O(F * Lmax)$ donde F es la #Fichas por jugada

10: $PuntajePalabras \leftarrow PuntajePalabras +$

$PuntajePalabraSQFormanHorizontal(proximo(j.jug[id].fichaspuestas), j)$

$\triangleright O(F * Lmax)$ donde F es la #Fichas por jugada

$desencolar(j.puntos[id].fichaspuestas)$

$\triangleright O(1)$

$puntos \leftarrow puntos + PuntajePalabras$

devolver PUNTOS

Complejidad: $O(1 + K * F * Lmax) = O(1 + m * Lmax)$ ya que $(K * F) = m$ donde m es la #Fichas que ubico el jugador desde el ultimo llamado a la funcion puntaje

Pre \equiv {x e y estan en rango del tablero, l esta definido en dicc puntajexLetra , tablero y juego valido}

Post \equiv {Devuelve true si forma palabra vertical }

FORMAPALVERTICAL?(in $f : \text{tupla} \langle x : \text{nat}, y : \text{nat}, l : \text{letra} \rangle$, in $t : \text{tablero}$, in $j : \text{juego}$) \rightarrow bool

```

  Palabra  $\leftarrow$  vacia()
  Palabra  $\leftarrow$  agregarAtras(Palabra, f.l)  $\triangleright \Theta(1)$ 
  sig  $\leftarrow$  1
  ant  $\leftarrow$  1
5:   $x \leftarrow (f.x)$ 
     $y \leftarrow (f.y)$ 
     $Lmax \leftarrow Lmax(j.varianteDeljuego)$ 
     $res \leftarrow false$ 
     $i \leftarrow 0$ 
10: mientras  $i < Lmax$  hacer  $\triangleright O(Lmax)$ 
    si  $(y + sig < \text{tamaño}(t) \wedge_L iHayLetra?(t[x][y + sig]))$  entonces
      agregarAtras(Palabra. iLetra(t,x,y+sig))
      sig  $\leftarrow sig + 1$ 
    si  $(y - ant < \text{tamaño}(t) \wedge_L iHayLetra?(t[x][y - ant]))$  entonces
15:   agregarAdelante(Palabra. iLetra(t,x,y-ant))
      ant  $\leftarrow ant + 1$ 
     $i \leftarrow i + 1$ 
si  $(\neg iHayLetra(t, y + sig + 1) \vee y + sig > \text{tamaño}(t)) \wedge (\neg iHayLetra(t, y - ant - 1) \vee y - ant > \text{tamaño}(t))$ 
entonces  $res \leftarrow definido(v.PalsLegit, Palabra)$   $\triangleright O(|Palabra|)$  donde palabra puede llegar a ser Lmax
devolver RES
Complejidad:  $O(Lmax)$ 

```

Explicación: Inicia una lista con la ficha dada y agrega adelante y/o atras de lista las letras ubicadas en el tablero previamente, hace la iteracion hasta Lmax y se mueve en las coordenadas verticales dependiendo si la casilla siguiente esta vacia o no y si esta fuera de rango.

Pre $\equiv \{x \text{ e } y \text{ estan en rango del tablero, } l \text{ esta definido en dicc puntajexLetra, tablero y juego valido}\}$
Post $\equiv \{\text{Devuelve true si forma palabra horizontal}\}$

FORMAPALHORIZONTAL?(in $f : \text{tupla} \langle x : \text{nat}, y : \text{nat}, l : \text{letra} \rangle$, in $t : \text{tablero}$, in $j : \text{juego}$) \rightarrow bool

```

  Palabra  $\leftarrow$  vacia()
  Palabra  $\leftarrow$  agregarAtras(Palabra, f.l)  $\triangleright O(1)$ 
  sig  $\leftarrow$  1
  ant  $\leftarrow$  1
5:   $x \leftarrow (f.x)$ 
     $y \leftarrow (f.y)$ 
     $Lmax \leftarrow Lmax(j.varianteDeljuego)$   $\triangleright O(1)$ 
     $res \leftarrow false$ 
     $i \leftarrow 0$ 
10: mientras  $i < Lmax$  hacer  $\triangleright O(Lmax)$ 
    si  $x + sig < \text{tamaño}(t) \wedge iHayLetra?(t[x + sig][y])$  entonces
      agregarAtras(Palabra. iLetra(t,x+ sig ,y))
      sig  $\leftarrow sig + 1$ 
    si  $x + (-ant) < \text{tamaño}(t) \wedge iHayLetra?(t[x - ant][y])$  entonces
15:   agregarAdelante(Palabra. iLetra(t,x - ant ,y))
      ant  $\leftarrow ant + 1$ 
     $i \leftarrow i + 1$ 
si  $(\neg iHayLetra(t, x + sig + 1, y) \vee x + sig > \text{tamaño}(t)) \wedge (iHayLetra(t, x - ant - 1, y) \vee y - ant > \text{tamaño}(t))$ 
entonces  $res \leftarrow definido(v.PalsLegit, Palabra)$   $\triangleright O(|Palabra|)$  donde palabra puede llegar a ser Lmax
devolver RES
Complejidad:  $O(Lmax)$ 

```

Explicación: Inicia una lista con la ficha dada y agrega adelante y/o atras de lista las letras ubicadas en el tablero previamente, hace la iteracion hasta Lmax y se mueve en las coordenadas horizontales dependiendo si la casilla siguiente esta vacia o no y si esta fuera de rango.

UBICARCONFICHAS(*in jugada : ocurrencia*, *in j : juego*) \rightarrow *tablero*

 $j.puntos[turnoDelJugador(j)].fichasPuestas \leftarrow encolar < o, j.turnoGeneral, esHorizontal?(o) >$
mientras \neg EsVacia(jugada) **hacer** $\triangleright O(|jugada|)$ Donde jugada es la #fichas a ubicar

iPonerLetra(prim(o).l, prim(o).x, prim(o).y)

 $j.tablero \leftarrow ModificarTurno(j.tablero, [o.x], [o.y], j.turnoGeneral)$
 $j.fichasEnMano[turnoJugador(j)][ord(prim(jugada))]-1$
 $jugada \leftarrow fin(jugada)$

 5: $j.jug[turnoJugador(j)].fichasEnMano \leftarrow agregarAdelante(proximo(j.repositorio))$
 $j.fichasEnMano[turnoJugador(j)][ord(proximo(j.repositorio))] \leftarrow$
 $j.fichasEnMano[turnoJugador(j)][ord(proximo(j.repositorio))]+1$

desencolar(j.repositorio)

 $j.turnoGeneral \leftarrow j.turnoGeneral + 1$

 Complejidad: $O(\#Fichas \text{ a ubicar})$
Explicación: Ubica el conjunto de fichas y resta la cantidad de letras que el jugador ponga en su fichasEnMano.

 Despues le reparte fichas del repositorio y le suma su aparicion en el fichasEnMano

Pre \equiv {igual que la funcion ubicarConfichas}

Post \equiv {Ubica la ocurrencia pero no modifica el turno del casillero}

AUXUBICARCONFICHAS(*in jugada : ocurrencia*, *in j : juego*) \rightarrow *tablero*

mientras \neg EsVacia(jugada) **hacer**
 $\triangleright O(\#Fichas \text{ a ubicar})$

iPonerLetra(prim(o).l, prim(o).x, prim(o).y)

 $jugada \leftarrow fin(jugada)$
devolver j.tablero

 Complejidad: $O(\#Fichas \text{ a ubicar})$
Explicación: Ubica fichas sin poner el turno en las que se ubico para despues poder desubicarlo con comodidad.

Pre \equiv {La lista de fichas no puede ser vacía y las fichas deben ser consecutivas}

Post \equiv {Devuelve si las fichas están ubicadas horizontalmente}

ESHORIZONTAL?(*in o : Ocurrencia*) \rightarrow *res : bool*

 $it \leftarrow CrearIt(o)$
 $fila \leftarrow Siguiente(it).x$
 $res \leftarrow true$
mientras HaySiguiente(it) **hacer**

 si Siguiente(it).x == fila **entonces**
 $res \leftarrow res \wedge true$
else
 $res \leftarrow false$
devolver res

 Complejidad: $O(Lmax)$ el tamaño de o esta acotado por Lmax

Pre \equiv {ocurrencia tiene que ser valida y el tablero tambien}

Post \equiv {desubica la ocurrencia dada}

DESUBICARCONFICHAS(*in jugada : ocurrencia*, *in t : tablero*) \rightarrow *tablero*

si \neg EsVacia(jugada) **entonces**
 $\triangleright O(\#Fichas \text{ a desubicar})$
 $t \leftarrow modificarVacía(t, primero(jugada).x, primero(jugada).y, true)$
 $t \leftarrow DesubicarConFichas(fin(jugada), t)$
devolver t

 Complejidad: $O(\#Fichas \text{ a desubicar})$

PUNTAJEPALABRASQFORMANVERTICAL(**in** $f : \text{tupla} \langle \text{jugada} : \text{lista}(\text{fichas}) , \text{turno} : \text{nat}, \text{hor} : \text{bool} \rangle , \text{in}$
 $j : \text{juego}) \longrightarrow \text{nat}$

$Puntaje \leftarrow 0$

mientras $\neg \text{vacía?}(f.\text{jugada})$ **hacer** $\triangleright O(L_{\max})$ la jugada puede llegar a ser L_{\max}

$Puntaje \leftarrow Puntaje + PuntajePalabraQformaVertical(\text{prim}(F.\text{jugada}, F.\text{turno}, \text{juego}))$ $\triangleright O(L_{\max})$

$f.\text{jugada} \leftarrow \text{fin}(f)$

devolver PUNTAJE

Complejidad: $O(L_{\max}^2)$

Explicación: Suma los puntajes de las palabras formadas verticalmente por la ocurrencia

Pre $\equiv \{x, y \text{ en rango dentro del tablero, } l \text{ esta definido en } \text{claves}(\text{PuntajeXPalabra}), \}$

Post $\equiv \{\text{Devuelve el puntaje que forma una palabra horizontal partiendo del una coordenada dada por una ficha}\}$

PUNTAJEPALABRASQFORMANHORIZONTAL(**in** $f : \text{tupla} \langle \text{jugada} : \text{lista}(\text{fichas}) , \text{turno} : \text{nat}, \text{hor} : \text{bool} \rangle ,$
in $j : \text{juego}) \longrightarrow \text{nat}$

$Puntaje \leftarrow 0$

mientras $\neg \text{vacía?}(f.\text{jugada})$ **hacer** $\triangleright O(L_{\max})$ la jugada puede llegar a ser L_{\max}

$Puntaje \leftarrow Puntaje + PuntajePalabraQformaHorizontal(\text{prim}(F.\text{jugada}, F.\text{turno}, \text{juego}))$ $\triangleright O(L_{\max})$

$f.\text{jugada} \leftarrow \text{fin}(f)$

devolver PUNTAJE

Complejidad: $O(L_{\max}^2)$

Explicación: Suma los puntajes de las palabras formadas horizontalmente por la ocurrencia

Pre $\equiv \{x, y \text{ en rango dentro del tablero, } l \text{ esta definido en claves(PuntajeXPalabra)}\}$

Post $\equiv \{\text{Devuelve el puntaje que forma una palabra horizontal partiendo del una coordenada dada por una ficha}\}$

```

PUNTAJEPALABRAQFORMAHORIZONTAL(in  $f : \text{tupla} \langle x : \text{nat}, y : \text{nat}, l : \text{letra} \rangle$ , in  $\text{turno} : \text{nat}$ , in  $j : \text{juego}$ )
 $\longrightarrow \text{nat}$ 
   $x \leftarrow (f.x)$ 
   $y \leftarrow (f.y)$ 
   $\text{sig} \leftarrow x + 1$ 
   $\text{ant} \leftarrow x - 1$ 
5:  $\text{Puntaje} \leftarrow j.\text{varianteDelJuego.PuntajeXLetra}[\text{ord}(f.l)]$ 
   $i \leftarrow 0$ 
  mientras  $i < j.\text{varianteDelJuego.Lmax}$  hacer  $\triangleright O(Lmax)$ 
    si ( $\text{sig} < \text{tamaño}(t) \wedge_L i\text{HayLetra?}(j.\text{tablero}, \text{sig}, y) \wedge \text{TurnoTablero}(j, \text{sig}, y) \leq \text{turno}$ ) entonces
       $\text{Puntaje} \leftarrow \text{Puntaje} + j.\text{varianteDelJuego.PuntajeXLetra}[\text{ord}(i\text{letra}(j.\text{tablero}, \text{sig}, y))]$ 
10:  $\text{sig} \leftarrow \text{sig} + +$ 
    si ( $\text{ant} < \text{tamaño}(t) \wedge_L i\text{HayLetra?}(j.\text{tablero}, \text{ant}, y) \wedge \text{TurnoTablero}(j, \text{ant}, y) \leq \text{turno}$ ) entonces
       $\text{Puntaje} \leftarrow \text{puntaje} + j.\text{varianteDelJuego.PuntajeXLetra}[\text{ord}(i\text{letra}(j.\text{tablero}, \text{ant}, y))]$   $\triangleright O(1)$ 
       $\text{ant} \leftarrow \text{ant} - -$ 
     $i \leftarrow i + 1$ 
  devolver PUNTAJE

```

Complejidad: $O(Lmax)$

Explicación: Idea similar o casi igual a palabraQformaHorizontal pero en vez de hacer una lista y crear la palabra, suma los puntajes de la palabra formada Letra por Letra sin necesidad de crear la palabra. Usa el turnoGeneral en donde se ubico la ficha como "historial" para no contar letras que fueron puestas posteriormente al turno jugado. ejemplo : El jugador 1 puso "asombras" pero posteriormente el jugador 2 formó "asombraste", querremos que el puntaje del jugador 1 cuente solamente las fichas que estaban al momento de hacer su jugada, es decir no contará la t y la e.

Pre $\equiv \{x, y \text{ en rango dentro del tablero, } l \text{ esta definido en claves(PuntajeXPalabra)}, \text{turno menor estricto que la cantidad de jugadores}\}$

Post $\equiv \{\text{Devuelve el puntaje que forma una palabra vertical partiendo del una coordenada dada por una ficha}\}$

```

PUNTAJEPALABRAQFORMAVERTICAL(in  $f : \text{tupla} \langle x : \text{nat}, y : \text{nat}, l : \text{letra} \rangle$ , in  $\text{turno} : \text{nat}$ , in  $j : \text{juego}$ )
 $\longrightarrow \text{nat}$ 
   $x \leftarrow (f.x)$ 
   $y \leftarrow (f.y)$ 
   $\text{sig} \leftarrow y + 1$ 
   $\text{ant} \leftarrow y - 1$ 
5:  $\text{Puntaje} \leftarrow j.\text{varianteDelJuego.PuntajeXLetra}[\text{ord}(f.l)]$ 
   $i \leftarrow 0$ 
  mientras  $i < j.\text{varianteDelJuego.Lmax}$  hacer  $\triangleright O(Lmax)$ 
    si ( $\text{sig} < \text{tamaño}(t) \wedge_L i\text{HayLetra?}(j.\text{tablero}, x, \text{sig}) \wedge_L \text{TurnoTablero}(j, x, \text{sig}) \leq \text{turno}$ ) entonces
       $\text{Puntaje} \leftarrow \text{Puntaje} + j.\text{varianteDelJuego.PuntajeXLetra}[\text{ord}(i\text{letra}(j.\text{tablero}, x, \text{sig}))]$ 
10:  $\text{sig} \leftarrow \text{sig} + +$ 
    si ( $\text{ant} < \text{tamaño}(t) \wedge_L i\text{HayLetra?}(j.\text{tablero}, x, \text{ant}) \wedge \text{TurnoTablero}(j, x, \text{ant}) \leq \text{turno}$ ) entonces  $\triangleright \Theta(1)$ 
       $\text{Puntaje} \leftarrow \text{Puntaje} + j.\text{varianteDelJuego.PuntajeXLetra}[\text{ord}(i\text{letra}(j.\text{tablero}, x, \text{ant}))]$   $\triangleright O(1)$ 
       $\text{ant} \leftarrow \text{ant} - -$ 
       $i \leftarrow i + +$ 
    devolver PUNTAJE
  Complejidad:  $O(Lmax)$ 

```

REPONER(**inout** j : juego , **in** cid : Nat , **in** o : Ocurrencia) \rightarrow nat

```

   $it \leftarrow CrearIt(o)$ 
   $res \leftarrow vacio()$ 
  mientras HaySiguiente( $it$ ) hacer
     $fichasEnMano[cid][ord(siguiente(it))] \leftarrow fichasEnMano[cid][ord(siguiente(it))] - 1$ 
5:    $fichasEnMano[cid][ord(proximo(j.repositorio))] \leftarrow fichasEnMano[cid][ord(proximo(j.repositorio))] + 1$ 
     $res \leftarrow agregar(res, proximo(j.repositorio))$ 
     $j.repositorio \leftarrow desencolar(j.repositorio)$ 
     $it \leftarrow avanzar(it)$ 
  devolver res

```

Complejidad: $O(Lmax)$ ya que esta acotado por el tamaño de o y este esta acotado por la palabra mas grande.

Explicacion: Repone cantidad de fichas igual al tamaño de o y las saca del repositorio

TURNOTABLERO(**in** j : juego, **in** x : nat , **in** y : nat) \rightarrow nat

```

  iTurnoTablero( $j.tablero, x, y$ )
  Complejidad:  $O(1)$ 

```

PUNTAJEOCURRENCIA(**in** j : Juego, **in** o : ocurrencia) \rightarrow nat

```

   $it \leftarrow crearIt(o)$ 
  si eshorizontal?( $o$ ) entonces
     $puntaje \leftarrow PuntajePalabraQFormaHorizontal(siguiente(it), j.TurnoGral, j) +$ 
     $PuntajePalabraSQFormanVertical(< o, j.TurnoGral, true >, j)$ 
  else
5:    $puntaje \leftarrow PuntajePalabraQFormaVertical(siguiente(it), j.TurnoGral, j) +$ 
     $PuntajePalabraSQFormanVertical(< o, j.turnoGral, false >, j)$ 
  devolver puntaje

```

Complejidad: $O(Lmax^2)$ ya que llama a puntajePalabraSQformanVertical y puntajePalabraSQformanHorizontal

Explicacion: Calcula el puntaje de una ocurrencia

2. Módulo Notificacion

2.1. Representación

Representacion de Notificacion

notificacion se representa con estr

donde **estr** es $\text{tupla}(\text{tipoNotif: string}, \text{idCliente: nat}$
 $\text{, Empezar: nat}, \text{fichasParaReponer: Lista(ficha)}, \text{fichasUbicadas: ocurrencia}$
)

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(j) \equiv \text{true} \iff \text{pertenece?}(\text{tiposNotificaciones}, \text{e.tipoNotif})$
 donde $\text{tiposNotificaciones} : \text{tupla}(\text{string}) = \text{"IdCliente"}, \text{"Empezar"}, \text{"TurnoDe"}, \text{"Ubicar"}, \text{"Reponer"}, \text{"SumaPuntos"}, \text{"Mal"}$

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{notif}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} n : \text{notif} \mid \pi_1 \text{ datos}(n) = \text{e.tipoNotif} \wedge \pi_2 \text{ datos}(n) = \text{e.idCliente} \wedge$
 $\pi_3 \text{ datos}(n) = \text{e.Empezar} \wedge \pi_4 \text{ datos}(n) = \text{e.fichasParaReponer} \wedge$
 $\pi_5 \text{ datos}(n) = \text{e.fichasUbicadas}$

3. Módulo Servidor

3.1. Interfaz

usa: JUEGO, NAT, TUPLA, SECUENCIA, LETRA, OCURRENCIA, VARIANTE, IDCLIENTE

se explica con: SERVIDOR

géneros: servidor.

Operaciones básicas de Servidor

INICIARSERVERIDOR(**in** $k : \text{nat}$, **in** $v : \text{variante}$, **in** $r : \text{cola}(\text{letras})$) $\rightarrow res : \text{servidor}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res = \text{nuevoServidor}(k, v, r)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(N^2 + \Sigma \cdot K + F \cdot K)$

Descripción: Crea un servidor

Aliasing: Produce aliasing ya que pasa el repositorio y k por referencia

CONECTARCLIENTE(**in/out** $s : \text{servidor}$)

Pre $\equiv \{s = s_0\}$

Post $\equiv \{s = \text{conectarCliente}(s_0)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Conecta un cliente

Aliasing: No produce aliasing

CONSULTARNOTIFICACIONES(**in/out** $s : \text{servidor}$, **in** $cid : \text{idCliente}$) $\rightarrow res : \text{Lista}(\text{Notificacion})$

Pre $\equiv \{cid < \# \text{conectados}(s) \wedge s = s_0\}$

Post $\equiv \{s = \text{consultar}(s_0)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(n)$

Descripción: Consulta Notificaciones

Aliasing: No produce aliasing

RECIBIRMENSAJEC(**in/out** $s : \text{servidor}$, **in** $cid : \text{idCliente}$, **in** $o : \text{ocurrencia}$)

Pre $\equiv \{s = s_0 \wedge cid < \# \text{conectados}(s)\}$

Post $\equiv \{s = \text{recibirMensaje}(s_0, cid, o)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(L_{max}^2 + m)$ donde L_{max} la longitud de la palabra mas larga, y m es la cantidad de fichas a ubicar

Descripción: Recibe un mensaje de un cliente

Aliasing: No produce aliasing

OBT#CLIENTES ESPERADOS(**in** $s : \text{servidor}$) $\rightarrow res : \text{nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res = \# \text{esperados}(s)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Devuelve la cantidad de clientes esperados

Aliasing: Sin aliasing

#CLIENTES CONECTADOS(**in** $s : \text{servidor}$) $\rightarrow res : \text{nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res = \# \text{clientesconectados}(s)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Devuelve la cantidad de clientes conectados

Aliasing: Sin aliasing

JUEGO JUGADOSV(**in** $s : \text{servidor}$) $\rightarrow res : \text{juego}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{r = \text{obs juego}(s)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Devuelve el juego jugado

Aliasing: No crea aliasing

Fin Interfaz

3.2. Representación

Representación de Servidor

servidor se representa con *estr*

donde *estr* es *tupla*(*NotificacionesPorJugador*: *vector*(*cola*(*notificacion*)), *Juego*: *juego*
, repositorio: *cola*(*letra*) , *JugadoresConect*: *nat* , *JugadoresEsperados*: *nat*
, Empezo?: *bool*
, vectorParaVerLasPrimerasNotificaciones: *vector*(*bool*))

Rep : *estr* \longrightarrow *bool*

$\text{Rep}(s) \equiv \text{true} \iff s.\text{JugadoresConect} \leq s.\text{JugadoresEsperados} \wedge \text{longitud}(s.\text{NotificacionesPorJugador}) =$
 $s.\text{JugadoresEsperados} \wedge (s.\text{JugadoresConect} = s.\text{JugadoresEsperados} \Rightarrow s.\text{Empezo?}) \wedge$
 $\text{longitud}(s.\text{vectorParaVerLasPrimerasNotificaciones}) = s.\text{JugadoresEsperados}$

Abs : *estr* *e* \longrightarrow *servidor* {*Rep*(*e*)}

$\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} s: \text{servidor} \mid e.\text{JugadoresEsperados} = \# \text{esperados}(s) \wedge e.\text{JugadoresConect} = \# \text{conectados}(s) \wedge$
 $(\text{variante}(e.\text{Juego}), e.\text{repositorio}) = \text{configuracion}(s) \wedge$
 $e.\text{Juego} = \text{juego}(j) \wedge$
 $(\forall i: \text{nat})(i \leq \# \text{conectados}(s) \Rightarrow \text{notificaciones}(s, i) = e.\text{NotificacionesPorJugador}[i])$

3.3. Algoritmos

INICIAR_SERVIDOR(in $k : \text{nat}$, in $v : \text{variante}$, in $r : \text{cola(letra)}$) \rightarrow servidor

```

1:  $s.\text{vectorParaVerLasPrimerasNotificaciones} \leftarrow \text{vacio}()$ 
2:  $j \leftarrow 0$ 
3: mientras  $j < k$  hacer  $\triangleright O(P)$  donde  $P$  es la #Jugadores esperados
4:    $\text{agregarAtras}(\text{vectorParaVerLasPrimerasNotificaciones}, \text{false})$ 
5:    $j \leftarrow j + 1$ 
6:  $s.\text{notificaciones} \leftarrow \text{vacio}()$ 
7:  $s.\text{jugadoresEsperados} \leftarrow k$ 
8:  $s.\text{jugadoresConect} \leftarrow 0$ 
9:  $s.\text{repositorio} \leftarrow r$   $\triangleright O(1)$  ya que se pasa por referencia
10:  $s.\text{Empezo?} \leftarrow \text{false}$ 
11:  $s.\text{Turno} \leftarrow 0$ 
12:  $s.\text{juego} \leftarrow \text{iIniciar\_Juego}(k, v, r)$   $\triangleright O(N^2 + |\Sigma| K + FK)$ 
13:  $i \leftarrow 0$ 
14: mientras  $i < k$  hacer  $\triangleright O(P)$  donde  $P$  es la #Jugadores esperados
15:    $\text{AgregarAtras}(s.\text{Notificaciones}, \text{vacio}())$ 
16:    $i \leftarrow i + 1$ 
devolver  $s$ 

```

Complejidad: $O(N^2 + |\Sigma| K + FK + P) = O(N^2 + |\Sigma| K + FK)$ ya que $P = K$ y este se acota

CONECTARCLIENTE(in/out $s : \text{servidor}$)

```

si  $s.\text{JUGADORESESPERADOS} > s.\text{JUGADORESCONECT}$  entonces
   $s.\text{jugadoresConect} \leftarrow s.\text{jugadoresConect} + 1$   $\triangleright O(1)$ 
   $\text{encolar}(s.\text{NotificacionesGral}, (\text{IdCliente}, s.\text{jugadoresConect}, 0, \text{vacio}(), \text{vacio}()))$ 
si  $s.\text{jugadoresEsperados} = s.\text{jugadoresConect}$  entonces
   $s.\text{Empezo?} \leftarrow \text{true}$ 

```

Complejidad: $O(1)$

CONSULTARNOTIFICACIONES(in/out $s : \text{servidor}$, in $cid : \text{idCliente}$) \rightarrow Lista(Notificacion)

```

 $res \leftarrow \text{vacio}()$ 
si  $s.\text{Empezo?} \wedge s.\text{vectorParaVerLasPrimerasNotificaciones}[cid] = \text{false}$  entonces
   $s.\text{vectorParaVerLasPrimerasNotificaciones}[cid] \leftarrow \text{true}$ 
5:  $\text{AgregarAtras}(res, (\text{Empezar}, 0, \text{tamanoTablero}(\text{Infovariante}(s.\text{juego})), \text{vacio}(), \text{vacio}()))$ 
   $\text{AgregarAtras}(res, (\text{Turno}, 0, 0, \text{vacio}(), \text{vacio}()))$ 
  mientras  $\neg \text{esVacio?}(s.\text{NotificacionesPorJugador}[cid])$  hacer
     $\text{AgregarAtras}(res, \text{proximo}(s.\text{NotificacionesPorJugador}[cid]))$ 
     $\triangleright O(n)$  donde  $n$  es la cantidad de notificaciones del cliente
10:  $s.\text{NotificacionesPorJugador}[cid] \leftarrow \text{desencolar}(s.\text{NotificacionesPorJugador}[cid])$ 
devolver  $res$ 

```

Complejidad: $O(N)$ la cantidad de notificaciones de dicho cliente

IRRECIBIRMENSAJEC(**inout** s : Servidor , **in** id : idCliente , **in** o : ocurrencia

si $s.jugadoresConect == s.jugadoresEsperados \wedge iesJugadaValida(s.juego, o) \wedge s.turno \bmod s.jugadoresEsperados == id$ **entonces** $\triangleright O(Lmax^2)$
 $s.juego \leftarrow iUbicarConjJuego(s.juego, o)$
 $Reponer(s.Juego, id, o)$
 $encolar(s.NotificacionesPorJugador[s.jugadoresConect], (Reponer, cid, 0, 0, Reponer(o), vacio))$ $\triangleright O(|o|)$

5: $s.Turno \leftarrow s.Turno + 1$
 $encolar(s.NotificacionesGral, (ubicar, id, o, vacio()))$
 $encolar(s.NotificacionesGral, SumaPuntos, id, puntaje(s.Juego, o), vacio, vacio)$
else $encolar(s.NotificacionesPorJugador[cid], "Mal", 0, 0, vacio, vacio)$
Complejidad: $O(Lmax^2 + |o| + 1)$

OBT#CLIENTES ESPERADOS(**in** s : servidor) $\longrightarrow nat$

devolver $s.JUEGO.CANTIDAD ESPERADOS$
Complejidad: $O(1)$

#CLIENTES CONECTADOS(**in** s : servidor) $\longrightarrow nat$

devolver $s.JUGADORES CONECT$
Complejidad: $O(1)$

JUEGO JUGADO SV(**in** s : servidor) $\longrightarrow juego$

devolver $s.JUEGO$
Complejidad: $O(1)$

4. Módulo Tablero

4.1. Interfaz

usa: BOOL, NAT, CONJUNTO, OCURRENCIA

se explica con: TABLERO

géneros: tablero.

Operaciones básicas de Tablero

TAMAÑO(**in** t : tablero) $\rightarrow res$: nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res = \text{tamaño}(t)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Da el largo de un tablero nxn

Aliasing: No presenta aliasing

HAYLETRA?(**in** t : tablero, **in** x, y : nat) $\rightarrow res$: bool

Pre $\equiv \{x < \text{tamaño}(t) \wedge_L y < \text{tamaño}(t) \wedge \text{enTablero?}(t, x, y)\}$

Post $\equiv \{res = \text{hayLetra?}(t, x, y)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Dada una casilla, dice si hay una letra

Aliasing: Sin aliasing

LETRA(**in** t : tablero, **in** x, y : nat) $\rightarrow res$: letra

Pre $\equiv \{(x < \text{tamaño}(t) \wedge y < \text{tamaño}(t)) \wedge_L \text{hayLetra?}(t, x, y)\}$

Post $\equiv \{res = \text{Letra}(t, x, y)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1 + \text{copy}(res))$

Descripción: Devuelva el valor guardado en una casilla del tablero

Aliasing: Sin aliasing

PONERLETRA(**in/out** t : tablero, **in** x, y : nat, **in** l : letra)

Pre $\equiv \{t = t_0 \wedge x < \text{tamaño}(t) \wedge y < \text{tamaño}(t) \wedge_L \neg(\text{HayLetra?}(x, y) \wedge \text{enTablero?}(t, x, y))\}$

Post $\equiv \{t =_{obs} \text{Ponerletra}(t_0, x, y, l)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Pone Letra sobre el tablero

Aliasing: Provoca aliasing

NUEVO TABLERO(**in** n : nat) $\rightarrow res$: tablero

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{nuevoTablero}(n)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(n^2)$

Descripción: Crea un tablero

Aliasing: Sin aliasing

ENTABLERO?(**in** t : tab, **in** x, y : nat) $\rightarrow res$: letra

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} x < \text{tamaño}(t) \wedge y < \text{tamaño}(t) \wedge_L \text{hayLetra?}(t, x, y)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Verifica que x e y esten dentro del tablero

Aliasing: Sin aliasing

PONERLETRAS(**in/out** t : tablero, **in** o : ocurrencia)

Pre $\equiv \{t = t_0 \wedge \text{celdasLibres?}(t, o) \wedge (\forall i, j : \text{nat}) (\forall l, l' : \text{letra}) ((\langle i, j, l \rangle / \text{in } o \wedge \langle i, j, l' \rangle / \text{in } o) \Rightarrow l = l')\}$

Post $\equiv \{t = \text{ponerLetras}(t_0, o)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(\text{long}(o))$

Descripción: Pone un conjunto de letras en el tablero con su correspondiente coordenada

Aliasing: Crea aliasing

VACIA?(**in/out** t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat) $\rightarrow res$: nat

Pre $\equiv \{x < \text{tamaño}(t) \wedge y < \text{tamaño}(t)\}$

Post $\equiv \{res = \neg \text{libre?}(t, x, y)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Se fija si esa celda esta vacia

Aliasing: Sin aliasing

MODIFICARTURNO(**in/out** t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat, **in** $turno$: nat)

Pre $\equiv \{x < \text{tamaño}(t) \wedge y < \text{tamaño}(t) \wedge t = t_0\}$

Post $\equiv \{t[x][y].\text{turno} = \text{turno}\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Guardar el turno (de juego) en el que fue puesta la ficha

Aliasing: Genera aliasing con el tablero

MODIFICARVACIA(**in/out** t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat, **in** $vacía$: bool)

Pre $\equiv \{x < \text{tamaño}(t) \wedge y < \text{tamaño}(t) \wedge t = t_0\}$

Post $\equiv \{\text{libre?}(t, x, y) = \text{vacía}\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Cambia la componente de vacía? en esa casilla

Aliasing: Genera aliasing con el tablero

TURNOTABLERO(**in** t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat) $\rightarrow res$: nat

Pre $\equiv \{x < \text{tamaño}(t) \wedge y < \text{tamaño}(t) \wedge \text{HayLetra?}(t, x, y)\}$

Post $\equiv \{res = \triangleright \text{buscar en el tablero el turno de esos valores de } x, y \text{ y debe coincidir con } res\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Devuelve el turno en el que fue puesta esa ficha

Aliasing: Sin aliasing

Fin Interfaz

4.2. Representación

Representación de Tablero

tablero se representa con `vector(vector(Vacío?: bool , casilla: letra , Turno: nat))`

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(t) \equiv \text{true} \iff (\forall j : \text{nat})(0 \leq j < \text{longitud}(t) \Rightarrow \text{longitud}(t) = \text{longitud}(t[j])) \wedge$

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{tablero}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} t : \text{tablero} \mid \text{longitud}(e) = \text{tamaño}(t) \wedge$

$(\forall i : \text{nat})(i \leq \text{longitud}(e) \Rightarrow$

$e[i][k].\text{Vacío?} = \neg \text{hayLetra?}(t, i, k) \wedge$

$\neg e[i][k].\text{Vacío?} \Rightarrow \text{casilla} = \text{letra}(t, i, k))$

4.3. Algoritmos

ITAMAÑO(**in** $t : \text{tablero}$) $\rightarrow \text{nat}$

1: $n \leftarrow \text{longitud}(\text{tablero})$ $\triangleright O(1)$
 2: **devolver** N
Complejidad: $O(1)$

VACIA?(**in** $t : \text{tablero}$, $x : \text{Nat}$, $y : \text{Nat}$) $\rightarrow \text{bool}$

$\neg \text{iHayletra?}(t, x, y)$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$

IHAYLETRA?(**in** $t : \text{tablero}$, $x : \text{Nat}$, $y : \text{Nat}$) $\rightarrow \text{bool}$

devolver $\neg t[x][y].\text{Vacio?}$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$

ILETRA(**in** $t : \text{tablero}$, $x : \text{Nat}$, $y : \text{Nat}$) $\rightarrow \text{string}$

devolver $t.\text{tablero}[x][y]$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$

IPONERLETRA(**in/out** $t : \text{tablero}$, $x, y : \text{Nat}$), $L : \text{letra}$)

$t[x][y].\text{letra} \leftarrow L$ $\triangleright O(1)$
 $j.\text{tablero}[x][y].\text{Vacio?} \leftarrow \text{false}$ $\triangleright O(1)$
Complejidad: $O(1)$

INUEVO TABLERO(**in** $n : \text{nat}$) $\rightarrow \text{tablero}$

$i \leftarrow 0$
 $j \leftarrow 0$
 $t \leftarrow []$ $\triangleright O(1)$
 $\text{casillaVacia} \leftarrow \text{tupla}(\text{true}, "a")$
 5: **mientras** $i < n$ **hacer** $\triangleright O(N)$
 $\text{agregarAtras}(t[i], [])$
 mientras $j < n$ **hacer** $\triangleright O(N)$
 $\text{agregarAtras}(t[i][j], \text{casillaVacia})$
 $j++$
 10: $i++$
devolver T
Complejidad: $O(N^2)$

IENTABLERO?(**in** $t : \text{tablero}$, $x : \text{Nat}$, $y : \text{Nat}$) $\rightarrow \text{bool}$

$\text{res} \leftarrow \text{true}$
 $\text{longi} \leftarrow i\text{Tamao}(t)$ $\triangleright O(1)$
si $X \geq \text{LONGI} \vee Y \geq \text{LONGI}$ **entonces** $\triangleright O(1)$
 $\text{res} \leftarrow \text{false}$
devolver RES
Complejidad: $O(1)$

IMODIFICARTURNO(**in/out** t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat, **in** $turno$: nat

 $t[x][y].turno \leftarrow turno$

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

in/out t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat, **in** $vacía$: bool

IMODIFICARVACIA(**in/out** t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat, **in** $vacía$: bool

 $t[x][y].vacía \leftarrow vacía$

 $\triangleright O(1)$

Complejidad: $O(1)$

TURNOTABLERO(**in** t : tablero, **in** x : nat, **in** y : nat) \longrightarrow nat

devolver $T[X][Y].TURNO$

Complejidad: $O(1)$

5. Módulo Variante

5.1. Interfaz

usa: BOOL, NAT, SECUENCIA, CONJUNTO, DICCIONARIO

se explica con: VARIANTE

géneros: variante.

Operaciones básicas de Variante

TAMAÑOTABLERO(**in** v : variante) $\rightarrow res$: nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res = \text{tamañoTablero}(v)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Da el tamaño del tablero de la variante

Aliasing: No presenta aliasing

#FICHAS(**in** v : Variante) $\rightarrow res$: nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res = \#fichas(v)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: Da la cantidad de fichas

Aliasing: Sin aliasing

PUNTAJELETRA (**in** v : variante, **in** l : letra) $\rightarrow res$: nat

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res = \text{puntajeLetra}(v.l)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

Descripción: el valor de la letra

Aliasing: Sin aliasing

PALABRALEGITIMA?(**in** v : variante, **in** s : secu(letra)) $\rightarrow res$: bool

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{palabraLegitima?}(v,s)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(\text{longitud}(s))$

Descripción: Ve si una palabra es legitima

Aliasing: No provoca aliasing

NUEVAVARIANTE(**in** t : nat, **in** f : nat, **in** PxL : dicc(letra,nat), **in** PL : diccTries(vector(letra),vector(letra)) $\rightarrow res$: variante

Pre $\equiv \{0 < t \wedge 0 < f\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} \text{nuevaVariante}(t,f,PxL,PL)\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(\text{Copy}(PxL) + \text{Copy}(PL))$

Descripción: Crea una nueva Variante

Aliasing: Produce aliasing ya que pasa t y f por referencia

Fin Interfaz

5.2. Representación

Representación de Variante

variante se representa con estr

donde **estr** es $\text{tupla}(\text{tamaño: nat}, \#Fichas: \text{nat}, \text{PuntajeXLetra: vector(nat)},$
 $\text{PalsLegit: diccTries(vector(letra), vector(letra))}, Lmax: \text{nat})$

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(v) \equiv \text{true} \iff$
 $(\forall \text{palabra: vector(letra)})(\text{definido?}(\text{palabra}, v.\text{PalsLegit}) \wedge$
 $(\forall i : \text{nat})(0 \leq i < \text{longitud}(v.\text{PuntajeXLetra}) \Rightarrow$
 $(\exists k : \text{nat})(0 \leq k < \text{longitud}(\text{palabra}) \wedge \text{ord}^{-1}(i) = \text{ord}^{-1}(\text{palabra}[k]))) \wedge$
 $(\forall \text{palabra : lista(letra)})(\text{definido?}(v.\text{PalsLegit}, \text{palabra}) \Rightarrow (\text{longitud}(\text{palabra}) \leq Lmax))$
 $\wedge (\exists p : \text{Lista(letra)})(\text{definido?}(v.\text{PalsLegit}, p) \Rightarrow (\text{Longitud}(\text{palabra}) = Lmax))$

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{variante}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} v : \text{variante} \mid (\forall i : \text{nat})(\exists l : \text{letra})(0 \leq i < \text{longitud}(v.\text{PuntajeXLetra}) \wedge \text{ord}^{-1}(i) = l \Rightarrow$
 $\text{puntajeLetra}(v, l) = e.\text{PuntajeXLetra}[i] \wedge$
 $(\forall \text{palabra: Lista(letra)})$
 $(\text{definido?}(\text{palabra}, e.\text{PalsLegit}) = \text{palabraLegitima?}(v, \text{palabra})) \wedge$
 $\text{tamañoTablero}(v) = e.\text{tamaño} \wedge \#Fichas(v) = e.\#Fichas$

5.3. Algoritmos

I#FICHAS (in v : variante) \rightarrow nat

devolver $v.\#FICHAS$
Complejidad: $O(1)$

IPUNTAJELETRA(in v : variante, in l : letra) \rightarrow nat

devolver $V.PUNTAJEXLETRA[ORD(L)]$
Complejidad: $O(1)$

IPALABRALEGITIMA?(in v : variante, in s : lista(letra)) \rightarrow bool

devolver DEFINIDO?($v.PALSLEGIT, s$)
Complejidad: $O(|s|)$

INUEVAVARIANTE(in t : nat, in f : nat, in PxL : dicc, in PL : diccTries()) \rightarrow variante

$res.tamano \leftarrow t$	$\triangleright O(1)$
$res.\#Fichas \leftarrow f$	$\triangleright O(1)$
$res.PuntajexLetra \leftarrow PxL$	$\triangleright O(\text{Copy}(PxL))$
$res.PalsLegit \leftarrow PL$	$\triangleright O(\text{Copy}(PL))$
5: devolver RES	
<u>Complejidad: $O(\text{Copy}(PxL) + \text{Copy}(PL))$</u>	

ITAMAÑOTABLERO(in v : variante) \rightarrow nat

devolver $v.TAMAÑO$

DICCPUNTAJEXLETRA(in v : variante) \rightarrow DiccTries

devolver $v.PUNTAJEXLETRA$

LMAX(in v : variante) \rightarrow Nat

devolver $v.LMAX$

6. Módulo Diccionario Tries(κ, σ)

El módulo Diccionario Tries provee un diccionario básico en el que se puede definir, borrar, y testear si una clave está definida en tiempo $O(|k|)$ donde k es la clave buscar. Cuando ya se sabe que la clave a definir no está definida en el diccionario, la definición se puede hacer en tiempo $O(1)$.

A su vez asumimos operaciones para acceder a diferentes partes de la clave del diccionario o sea iteradores : crearIt, siguiente, actual y haySiguiente? análogas a los vistos en el apunte de módulos básicos

6.1. Representación

Representación de DiccTries

DiccTries se representa con **estr**

donde **estr** es $\text{tupla}(\text{raiz: puntero(nodo)}, \#claves: \text{nat})$

nodo se representa con $(\text{siguientes: vector(puntero(nodo))}, \text{definicion: puntero}(\sigma))$

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(d) \equiv \text{true} \iff$ si la raíz $\neq \text{NULL}$ entonces no hay nodos inútiles, es decir, si un nodo es una hoja (todos los punteros de siguientes es NULL) entonces guarda un puntero a una definición, si no es una hoja, existe algún hijo en siguientes que sea una hoja y guarde una definición

$\text{Abs} : \text{estr } e \rightarrow \text{DiccTries}$

$\{\text{Rep}(e)\}$

$\text{Abs}(e) =_{\text{obs}} d : \text{DiccTries} \mid (\forall \text{clave} : \kappa) (\text{def?}(\text{clave}, d) =_{\text{obs}} \text{definido?}(e, \text{clave}) \wedge_L$

$\text{def?}(c, d) \Rightarrow_L \text{obtener}(c, d) = \text{significado}(c, e)$

Las claves que están definidas en e y d coinciden, y para todas las claves definidas los significados son los mismos.

6.2. Interfaz

parámetros formales

géneros κ, σ

se explica con: DICCIONARIO(κ, σ)

géneros: $\text{dicc}(\kappa, \sigma)$

Operaciones básicas de diccionario

VACÍO() $\rightarrow res : \text{dicc}(\kappa, \sigma)$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacío}\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: genera un diccionario vacío.

DEFINIDO?(**in** $d : \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $k : \kappa$) $\rightarrow res : \text{bool}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{def?}(d, k)\}$

Complejidad: $\Theta(|k|)$ donde $|k|$ es la longitud de la clave

Descripción: devuelve **true** si y sólo k está definido en el diccionario.

Aliasing: No presenta aliasing

SIGNIFICADO(**in** $d : \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $k : \kappa$) $\rightarrow res : \sigma$

Pre $\equiv \{\text{def?}(d, k)\}$

Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{Significado}(d, k))\}$

Complejidad: $\Theta(|k|)$ donde $|k|$ es la longitud de la clave

Descripción: devuelve el significado de la clave k en d .

Aliasing: res es modificable si y sólo si d es modificable.

Requiere: No presenta aliasing

#CLAVES(**in** $d : \text{dicc}(\kappa, \sigma)$) $\rightarrow res : \text{nat}$

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \#claves(d)\}$

Complejidad: $\Theta(1)$

Descripción: devuelve la cantidad de claves del diccionario.

Aliasing: No presenta aliasing

DEFINIR(**in/out** $d : \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $clave : \kappa$, **in** $significado : \sigma$)

Pre $\equiv \{d = d_0\}$

Post $\equiv \{\text{definir}(clave, significado, d_0) =_{\text{obs}} d\}$

Complejidad: $\Theta(|k|)$ donde $|k|$ es la longitud de la clave

Descripción: Define un par clave , valor en el diccionario

Aliasing: Alias(d)

BORRAR(**in/out** $d : \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $clave : \kappa$)

Pre $\equiv \{\text{def?}(clave) = d_0\}$

Post $\equiv \{\text{borrar}(clave, significado, d_0) =_{\text{obs}} d\}$

Complejidad: $\Theta(|k|)$ donde $|k|$ es la longitud de la clave

Descripción: Borra un significado

Aliasing: Presenta aliasing con d

6.3. Algoritmos

VACÍO () $\rightarrow \text{dicc}(\kappa, \sigma)$

$d.raiz \leftarrow NULL$

DEFINIDO? (**in** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $clave: \kappa$) $\rightarrow \text{bool}$

$actual \leftarrow d.raiz$

$res \leftarrow true$

$it \leftarrow CrearIt(clave)$

$\triangleright \Theta(1)$

mientras HaySiguiente?(it) **hacer**

5: **si** $*actual.siguietes[actual(it)] \neq NULL$ **entonces**

$actual \leftarrow *actual.siguietes[actual(it)]$

$it \leftarrow siguiente(it)$

else

devolver false

10: **devolver** res

SIGNIFICADO (**in** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $k: \kappa$) $\rightarrow \sigma$

$actual \leftarrow d.raiz$

$it \leftarrow CrearIt(k)$

mientras HaySiguiente(it) **hacer**

$actual \leftarrow *actual.siguietes[actual(it)]$

5: $it \leftarrow siguiente(it)$

devolver $(*actual.definicion)$

DEFINIR (**in/out** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $\text{clave}: \kappa$, **in** $\text{significado}: \sigma$)

```
  si  $\neg \text{Definido}(d, \text{clave})$  entonces
     $d.\#claves \leftarrow d.\#claves + 1$ 
     $\text{actual} \leftarrow d.\text{raiz}$ 
5:    $it \leftarrow \text{CrearIt}(k)$ 
     $\text{padre} \leftarrow \text{NULL}$ 
    mientras  $\text{actual} \neq \text{NULL} \vee \text{haySiguiente?}(it)$  hacer
       $\text{padre} \leftarrow \text{actual}$ 
       $\text{actual} \leftarrow * \text{actual}.\text{siguientes}[\text{actual}(it)]$ 
10:    $it \leftarrow \text{Siguiente}(it)$ 
    si  $\text{actual} \neq \text{NULL}$  entonces
       $\text{nuevo} \leftarrow \text{New}(\text{nodo})$ 
       $*(\text{nuevo}.\text{definicion}) \leftarrow \text{significado}$ 
       $\text{actual} \leftarrow \text{nuevo}$ 
15:  else
    si  $\text{padre} = \text{NULL}$  entonces
       $\text{nuevo} \leftarrow \text{New}(\text{nodo})$ 
       $*(\text{nuevo}.\text{definicion}) \leftarrow \text{significado}$ 
       $\text{raiz} \leftarrow \text{nuevo}$ 
20:  else
     $\text{actual} \leftarrow \text{padre}$ 
    mientras  $\text{haySiguiente?}(it)$  hacer
       $\text{nuevo} \leftarrow \text{New}(\text{nodo})$ 
       $* \text{actual}.\text{siguientes}[\text{actual}(it)] \leftarrow \text{nuevo}$ 
25:    $it \leftarrow \text{Siguiente}(it)$ 
       $*(\text{actual}.\text{definicion}) \leftarrow \text{significado}$ 
```

BORRAR (**in/out** $d: \text{dicc}(\kappa, \sigma)$, **in** $\text{clave}: \kappa$)

```

     $\text{actual} \leftarrow d.\text{raiz}$ 
     $d.\#claves \leftarrow d.\#claves - 1$ 
     $it \leftarrow \text{CrearIt}(\text{clave})$ 
     $\text{camino} \leftarrow \text{vacía}()$   $\triangleright \Theta(1)$ 
5: mientras HaySiguiente?(it) hacer
     $\text{camino} \leftarrow \text{AgregarAdelante}(\text{camino}, \text{actual})$ 
     $\text{actual} \leftarrow *actual.\text{siguientes}[\text{actual}(it)]$ 
     $it \leftarrow \text{siguiente}(it)$ 
     $\#Hijos \leftarrow 0$ 
10:  $i \leftarrow 0$ 
    mientras  $i < \text{long}(*actual.\text{siguientes})$  hacer
        si  $*actual.\text{siguientes}[i] \neq \text{NULL}$  entonces
             $\#Hijos \leftarrow \#Hijos + 1$ 
             $i \leftarrow i + 1$ 
15: si  $\#Hijos > 0$  entonces
     $*actual.\text{de finición} \leftarrow \text{NULL}$ 
    else
         $\text{caminoAux} \leftarrow \text{camino}$ 
         $\text{ultimoNodoUtil} \leftarrow \text{NULL}$ 
20: mientras  $\neg \text{Vacía}?(camino)$  hacer
    si  $\text{primero}(camino) \neq \text{NULL}$  entonces
         $\text{ultimoNodoUtil} \leftarrow \text{camino}[j]$ 
         $\text{camino} \leftarrow \text{fin}(\text{camino})$ 
    mientras  $\text{primero}(caminoAux) \neq \text{ultimoNodoUtil}$  hacer
25:  $\text{caminoAux} \leftarrow \text{fin}(\text{caminoAux})$ 
     $\text{caminoAux} \leftarrow \text{fin}(\text{caminoAux})$ 
    mientras  $\neg \text{Vacía}?(caminoAux)$  hacer
         $\text{delete}(\text{primero}(caminoAux))$ 
         $\text{caminoAux} \leftarrow \text{fin}(\text{caminoAux})$ 

```
