



Modelagem e Simulação de Robôs Móveis

Thiago da Silva Cruz ¹, Antonio Marcus Nogueira Lima ²

1 INTRODUÇÃO

A robótica móvel, como um campo interdisciplinar de pesquisa e desenvolvimento, continua a ser uma área de exploração fascinante e desafiadora. A simulação desempenha um papel de destaque na pesquisa robótica, permitindo a criação de ambientes controlados para análise e experimentação.

Dentro deste contexto, a plataforma CoppeliaSim, renomada por sua versatilidade e precisão, será é uma das ferramentas principais para configurar ambientes realistas e interagir com modelos de robôs em um espaço virtual controlado.

Alicerçado em princípios sólidos de modelagem matemática por equações, este projeto visa descrever, analisar e simular o comportamento de um robô móvel modelado. O comportamento do modelo será comparado com uma simulação análoga feita no CoppeliaSim visando a comparação de resultados. A modelagem usada segue a referência ([HATAB, 2013](#)).

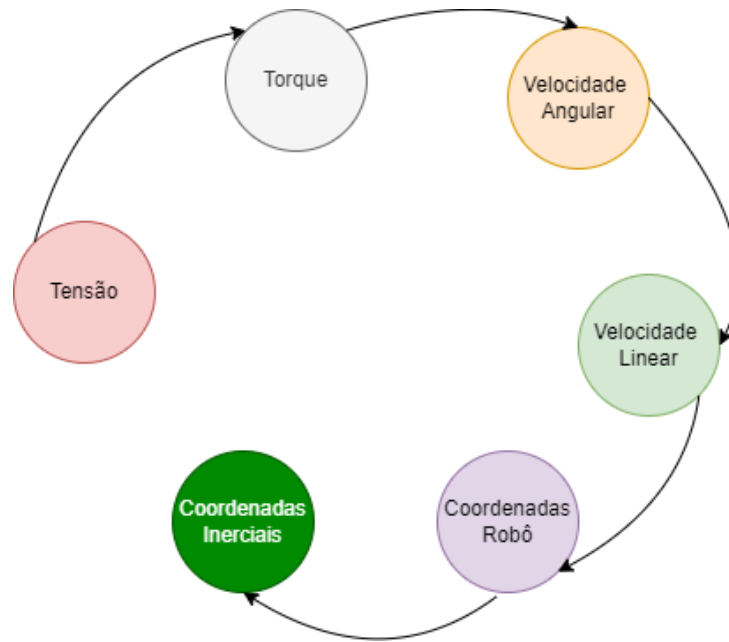
2 MODELAGEM DO ROBÔ

A modelagem de um robô móvel usando equações é uma abordagem fundamental na robótica, dividida em dois aspectos-chave: o modelo cinemático, que relaciona as velocidades das rodas às velocidades do robô, e o modelo dinâmico, que considera forças e torques para prever o movimento. O modelo cinemático simplifica a relação entre rodas e robô, enquanto o dinâmico leva em conta aspectos físicos, como massa e forças externas. É importante notar que o atuador, representado pelas equações do motor elétrico, desempenha um papel crucial na implementação desses modelos, pois traduz os comandos de controle em movimento físico. Ambos os modelos são essenciais para prever comportamentos, otimizar design e desenvolver controle preciso.

¹ Aluno de graduação do curso de Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: thiago.cruz@ee.ufcg.edu.br

² Doutor em Engenharia Elétrica, Professor, Departamento de Engenharia Elétrica, UFCG, Campina Grande, PB, e-mail: amnlima@dee.ufcg.edu.br

As etapas necessárias para o modelo ter o comportamento do robô e ter resultados mensuráveis é ilustrado na imagem.



2.1 ATUADOR E MODELO DINÂMICO

Um motor elétrico desempenha um papel crítico na robótica móvel, convertendo comandos elétricos em movimento físico das rodas do robô, funcionando como atuador. O modelo matemático do motor elétrico é fundamental para compreender e controlar seu comportamento. Esse modelo leva em consideração parâmetros físicos, como resistência da armadura, indutância da armadura, razão da caixa de redução, constante de força eletromotriz e constante de torque. Essas variáveis são cruciais para descrever como a tensão aplicada nas rodas se traduz em torque e velocidade angular. Esse modelo leva em consideração parâmetros físicos, como resistência da armadura R (ohms), indutância da armadura L (henrys), razão da caixa de redução N , constante de força eletromotriz K_e e constante de torque K_t . Essas variáveis são usadas para descrever como a tensão aplicada nas rodas se traduz em torque (τ_R e τ_L).

$$\tau = K_t * I_{armadura} \quad (1)$$

A equação 1 mostra que a relação entre torque e a entrada depende da variável intermediária (corrente de armadura). A mesma segue a equação 2:

$$I_{armadura} = \frac{V - K_e * \omega}{R + L * \omega} \quad (2)$$

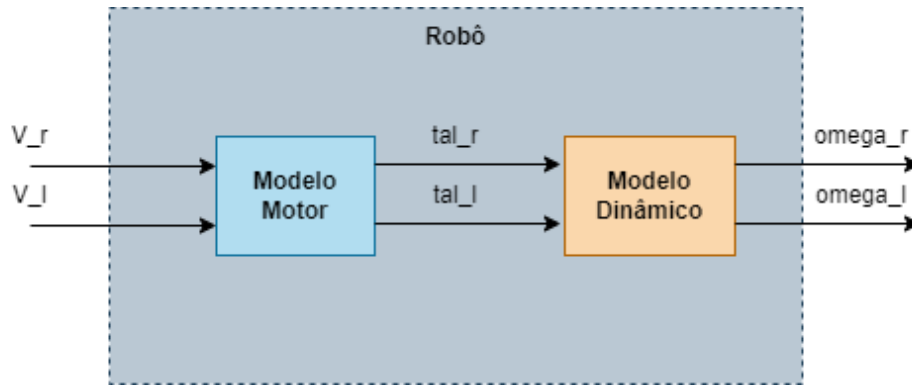
Sendo ω a velocidade angular do pneu. Para nosso modelo, cada roda será descrita pelas equações 1 e 2.

No contexto de um robô móvel com tração diferencial (acionamento diferencial), o modelo dinâmico é especialmente relevante para entender como o torque aplicado

em suas rodas afeta sua movimentação. O modelo utiliza a mecânica de Newton para descrever como o torque aplicado nas rodas de um robô de acionamento diferencial afeta suas velocidades angulares. As equações indicam que a velocidade angular de cada roda é diretamente proporcional ao torque aplicado e inversamente proporcional ao momento de inércia do chassi e ao raio das rodas. Isso é fundamental para entender como o controle do robô afeta seu movimento e permite prever como as mudanças no torque afetarão suas velocidades angulares.

$$\omega = \frac{R * \tau}{I} \quad (3)$$

Os modelos são conectados como ilustra a imagem a seguir:



2.2 MODELO CINEMÁTICO

Este modelo descreve o relacionamento entre as velocidades angulares das rodas de um robô móvel de acionamento diferencial e as mudanças em sua posição e orientação no seu sistema de coordenadas. Com base nas velocidades angulares das rodas direita e esquerda, juntamente com parâmetros físicos como o raio das rodas e a largura da base do robô, o modelo calcula as mudanças nas coordenadas do robô após um intervalo de tempo especificado. Isso permite simular o movimento do robô e é fundamental para algoritmos de controle e planejamento de trajetória em robótica móvel.

Para a mudança na orientação

$$\delta\theta = \frac{R}{2L}(\omega_R - \omega_L) \quad (4)$$

Para as mudanças nas coordenadas

$$\delta x = V * \cos(\theta) * \delta t \quad (5)$$

$$\delta y = V * \sin(\theta) * \delta t \quad (6)$$

Atualização de coordenadas

$$x_{new} = x + \delta x \quad (7)$$

$$y_{new} = x + \delta y \quad (8)$$

$$\theta_{new} = x + \delta \theta \quad (9)$$

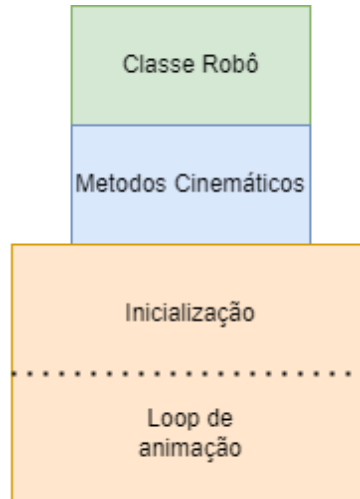
E por fim, converter as novas coordenadas para o sistema de coordenadas inercial através das equações.

$$x_{Inew} = x_I + (x_R \cos(\theta) - y_R \sin(\theta)) \quad (10)$$

$$y_{Inew} = y_I + (x_R \sin(\theta) + y_R \cos(\theta)) \quad (11)$$

3 EXPERIMENTO

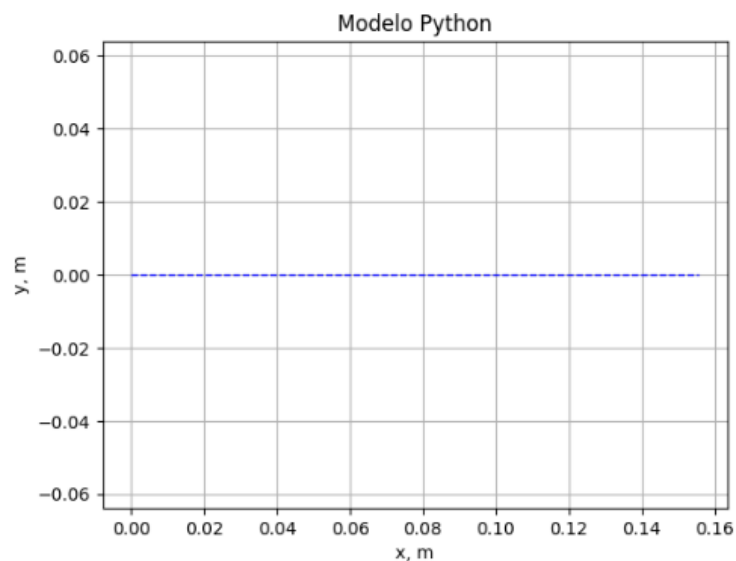
O experimento feito consistiu em descrever as equações da seção 2 em Python. Foi utilizado o paradigma do objeto para simplificar a modelagem em software. A simulação tem a estrutura da imagem mostrada. Foi salvo os valores gerados pelo

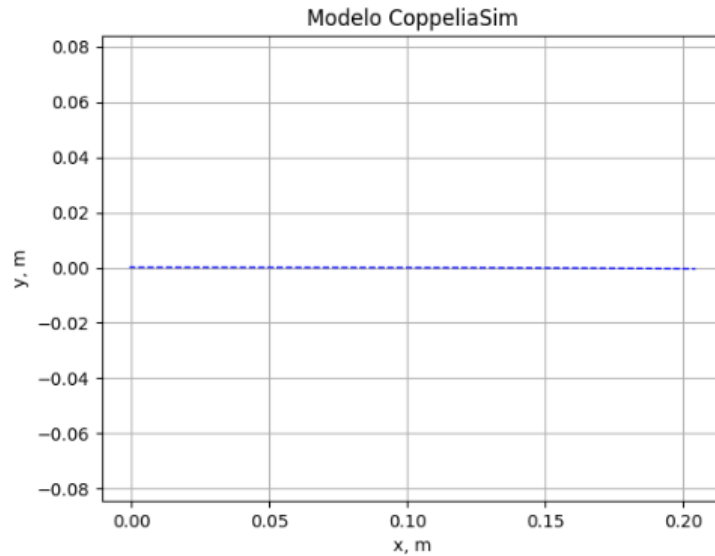


atuador para servirem como entrada para a simulação do CoppeliaSim. Os resultados dos dois modelos são comparados usando o erro quadrático médio da raiz (*Root Mean Square Error*).

4 RESULTADOS

Para uma tensão constante de 20 Volts nas duas entradas, as trajetórias obtidas foram as seguintes.





O RMSE da coordenada y foi de 0.000162 enquanto da coordenada X foi de 0.052396.

5 CONCLUSÃO

O modelo em python apresentou comportamento semelhante ao modelo do CoppeliaSim. O erro encontrado se deve a modelagem apresentada nesse artigo não levar em consideração forças dissipativas que atuam. Elas estão presentes na conversão da tensão em velocidade angular das rodas e na conversão da velocidade angular das rodas em momento linear. A utilização de uma modelagem mais profunda é o próximo passo para melhorar os resultados do experimento.

REFERÊNCIAS

HATAB, R. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies: A unified framework. **Advances in Robotics Automation**, v. 02, 01 2013. páginas 1