

Séries Temporais

Thiago Tavares Lopes Lucas de Bona Sartor

09 julho 2025

Sumário

1	Introdução	1
2	Análise da Série Temporal	3
2.1	Análise Descritiva	3
2.2	Resultados de Tendência Determinística	3
2.3	Resultados de Tendência Estocástica - Raiz Unitária	3
2.4	Testes de Sazonalidade	3
3	Modelo Final	4
4	Análise de Resíduos	4
5	Análise de Previsão	6
6	Conclusão	7

1 Introdução

O ouro é um ativo financeiro para exportação, investimentos de longo prazo, consumo industrial e câmbio de moedas estrangeiras. Segundo The Gold Bullion Company, o Brasil ocupa o 7º lugar no balanço mundial de oferta e demanda de ouro, com este contexto foi feito uma análise da série histórica do preço de comercialização do ouro(em quilogramas) entre os anos de 2013 a 2023. O *Dataset* utilizado pode ser acesso neste link do Kaggle Gold Price Prediction.

A Figura 1, apresenta a série temporal da precificação mensal do ouro para os anos de 2013 até 2023. Em primeiro momento, de forma visual, nota-se que a série não possui sazonalidade, por conseguinte podemos observar um aumento significativo no preço do ouro entre 2019 a 2021.

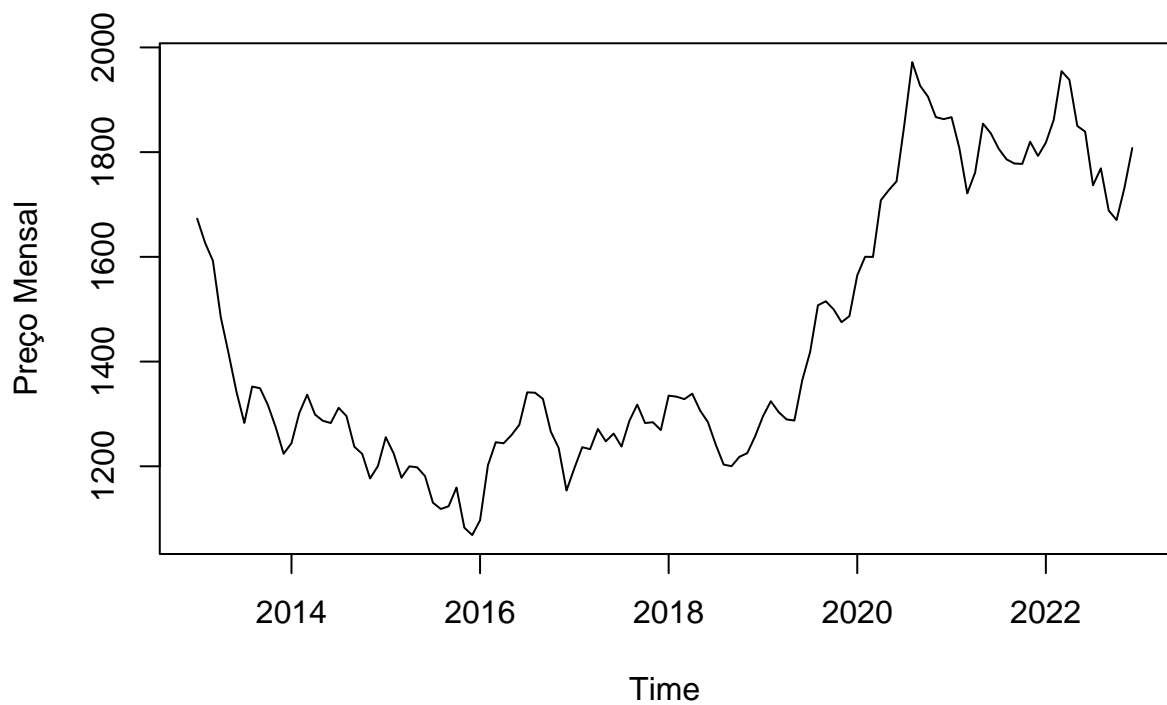


Figura 1: Precificação mensal do Ouro - 2013 à 2023

A Figura 2 apresenta a os resultados de Função de Autocorrelação e a Função de Autocorrelação Parcial.

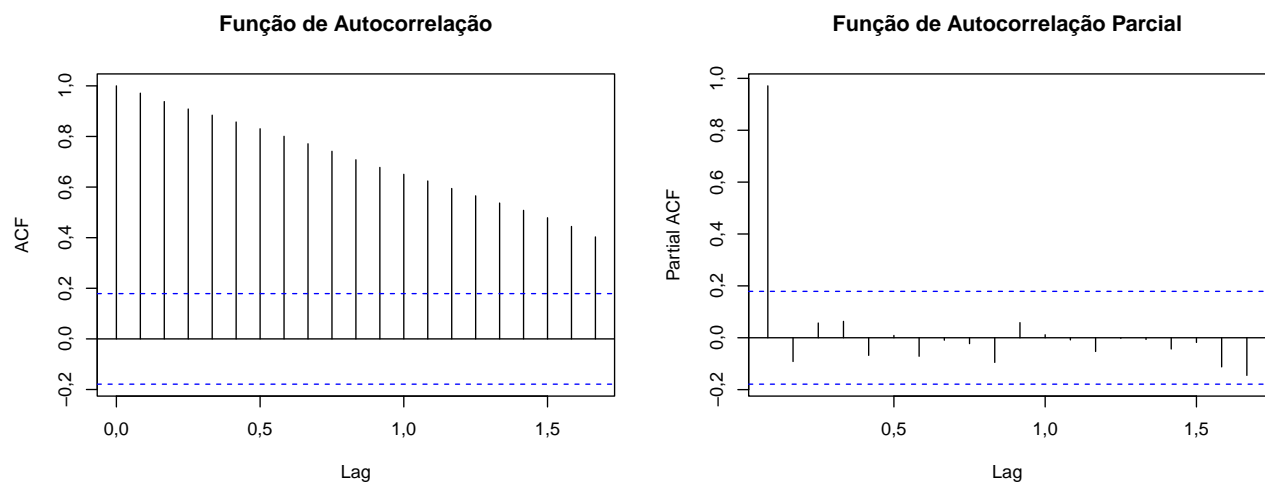


Figura 2: FAC e FACP

2 Análise da Série Temporal

Neste seção são apresentados os resultados da análise da série temporal.

2.1 Análise Descritiva

A Tabela 1 apresenta os resultados descritivos da série temporal, em que temos como o valor mínimo de comercialização do ouro 1068,6 dolares e seu valor máximo 1971,8 dolares, por último sua média foi de 1440,1 dolares.

Tabela 1: Estatísticas Descritivos

Min.	X1st.Qu.	Median	Mean	X3rd.Qu.	Max.
1068,6	1244,1	1321	1440,1	1711,3	1971,8

2.2 Resultados de Tendência Determinística

A Tabela 2 apresenta os resultados dos testes aplicados para verificar a presença de tendência determinística nos dados. Foram utilizados os testes Cox Stuart, Cox Stuart Trend, Mann-Kendall Trend, Mann-Kendall e KPSS para tendência. Em todos os casos, o p-valor obtido foi 0,0, indicando a rejeição da hipótese nula de ausência de tendência determinística. Com base nesses resultados, conclui-se que os dados analisados apresentam uma tendência clara e significativa.

Tabela 2: Teste de Tendência determinística

Teste	p-valor	Conclusão
Cox Stuart	0.0	Tendência
Cox Stuart Trend	0.0	Tendência
Mann-Kendall Trend	0.0	Tendência
Mann-Kendall	0.0	Tendência
KPSS Test for Trend	0.0	Tendência

2.3 Resultados de Tendência Estocástica - Raiz Unitária

A Tabela 3 apresenta os resultados dos testes de raiz unitária aplicados para avaliar a estacionaridade dos dados. Os testes utilizados foram: Augmented Dickey-Fuller, Phillips-Perron e KPSS. Para os testes Augmented Dickey-Fuller e Phillips-Perron, os p-valores encontrados foram 0,3553 e 0,5252, respectivamente, indicando a não rejeição da hipótese nula de presença de raiz unitária. Já no teste KPSS, o p-valor obtido foi 0,0100, levando à rejeição da hipótese nula de estacionaridade. Com base nos resultados, conclui-se que os dados apresentam uma tendência, não sendo estacionários em nível.

Tabela 3: Teste de Raiz Unitária

Teste	p-valor	Conclusão
Augmented Dickey-Fuller	0.3553	Tendência
Phillips-Perron Unit Root	0.5252	Tendência
KPSS Test for Level	0.0100	Tendência

2.4 Testes de Sazonalidade

A Tabela 4 apresenta os resultados dos testes estatísticos realizados para verificar a presença de sazonalidade nos dados. Foram aplicados dois testes: o teste de Kruskal-Wallis e o teste de Friedman. O p-valor obtido no teste de Kruskal-Wallis foi de 0,9991, enquanto no teste de Friedman foi de 0,8554. Em ambos os casos, os p-valores são significativamente superiores ao nível de significância comumente adotado ($\alpha = 0,05$). Assim, não se rejeita a hipótese nula de ausência de sazonalidade, indicando que os dados analisados não apresentam evidências de comportamento sazonal.

Tabela 4: Teste de Sazonalidade		
Teste	p-valor	Conclusão
Kruskall Wallis	0.9991	Não Sazonal
Friedman rank	0.8554	Não sazonal

3 Modelo Final

Para a série original foi aplicado um modelo de suavização exponencial. Temos que o estrutura do modelo da seguinte forma:

$$\mu_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1}$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha \epsilon_t$$

$$b_t = \phi b_{t-1} + \beta \epsilon_t$$

Por conseguinte, a estrutura do modelo apresenta componentes multiplicativo para o erro (M), tendência aditiva suavizada (Ad) e ausência de sazonalidade (N). O modelo apresenta os seguintes parâmetros de suavização: $\alpha = 0.9999$ e $\beta = 0.0933$ e $\phi = 0.8$.

Ademais, os estados iniciais estimados foram $l = 1677.808$ para o nível e $b = -26.0755$ para tendência. O desvio padrão dos erros σ é igual a 0.0326 indicando uma boa adequação do modelo da série.

A Tabela 5 apresenta os resultados de medidas de acurácia do modelo, ou seja, são informações de qualidade do ajuste. Temos os seguintes valores: AIC=1500.932, RMSE de 46,02785 e um MAE de 36,68431, O erro percentual médio (MPE) foi de 0,0639%, e o erro percentual absoluto médio (MAPE) foi de 2,55%, por último o erro padronizado absoluto médio (MASE) foi de 0,2698. Esses valores sugerem que o modelo é parcimonioso e bem ajustado à série.

Tabela 5: Medidas de Precisão

Medida	Valor
AIC	1500.932
RMSE	46.02785
MAE	36.68431
MPE	0.06388472
MAPE	2.550386
MASE	0.2698339

4 Análise de Resíduos

Nesta seção são apresentados os resultados da análise dos resíduos do modelo para série. Primeiramente, foi feito o teste de Box-Pierce com lag 10 e com $\alpha = 5\%$, para avaliar a presença de autocorrelação dos resíduos. Por conseguinte, o p-valor obtido foi de 0.08726, não rejeitamos a hipótese nula de que os resíduos são independentes, ou seja, não há correlação significativa dos resíduos.

A Figura 3 apresenta os resultados gráficos da análise de resíduos. O gráfico superior mostra a série de resíduos ao longo do tempo e evidencia que eles estão em torno de zero, sem a presença de tendências ou padrões, isto sugere que o modelo conseguiu capturar adequadamente a estrutura da série temporal. Ademais, O gráfico de autocorrelação (ACF) dos resíduos, apresentado no canto inferior esquerdo, revela que a maioria dos coeficientes de autocorrelação está dentro dos intervalos de confiança, indicando a ausência de autocorrelação significativa nos resíduos. Essa conclusão é corroborada pelo resultado do teste de Box-Pierce, cujo p-valor não rejeita a hipótese nula de independência dos resíduos. Além disso, o histograma dos resíduos, no canto

inferior direito, mostra uma distribuição aproximadamente simétrica e próxima de uma normal, com uma curva de densidade sobreposta confirmando esse comportamento. Esses resultados apontam para a adequação do modelo ETS(M,Ad,N), já que os resíduos não apresentam padrões significativos, são independentes e possuem uma distribuição compatível com as suposições do modelo.

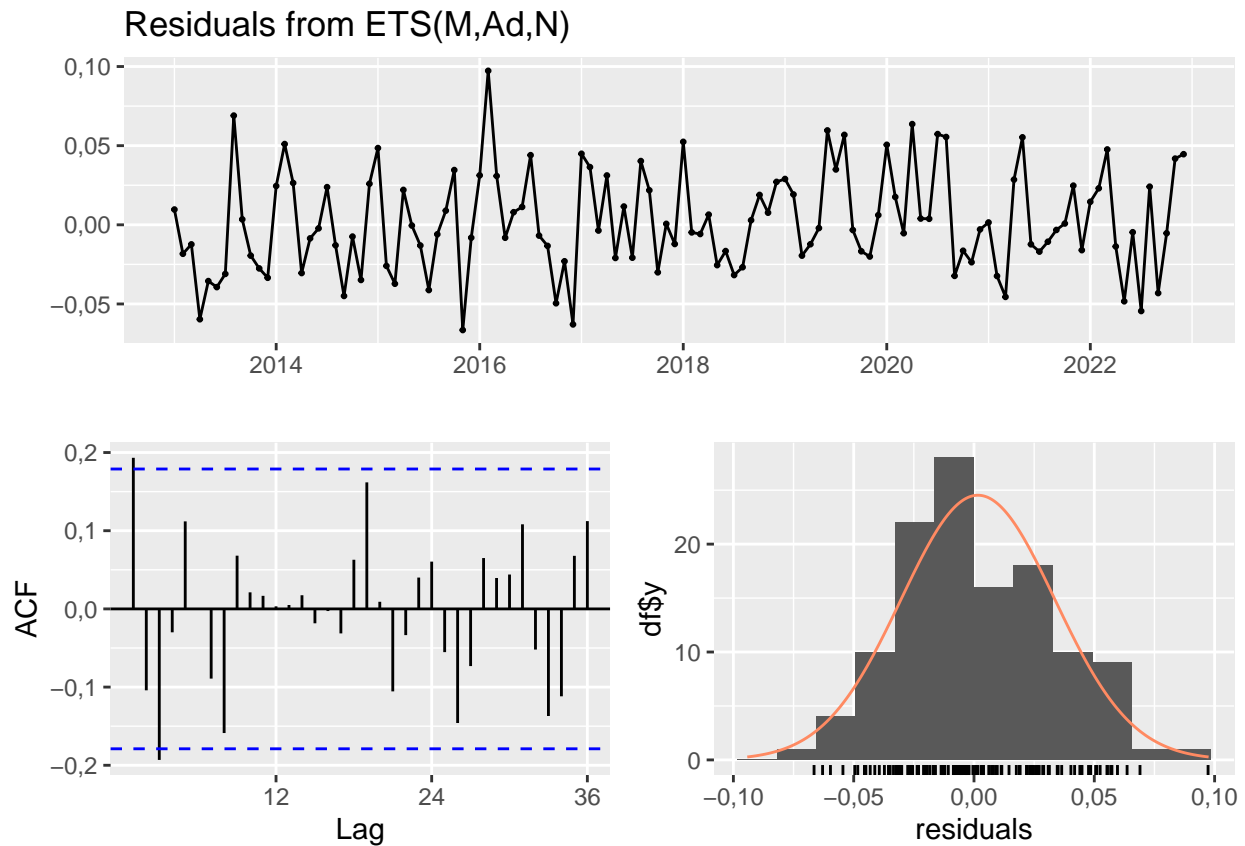


Figura 3: Gráfico dos Resíduos

Por último, a Figura 4 apresenta o gráfico QQ-Plot e avalia a normalidade dos resíduos do modelo ETS(M,Ad,N). Nota-se que os pontos estão majoritariamente alinhados com a linha de referência, indicando que os resíduos seguem, em grande parte, uma distribuição normal. Por conseguinte, algumas discrepâncias são visíveis nas extremidades, mas estão dentro da faixa de confiança. Esses resultados reforçam a adequação do modelo, pois a normalidade dos resíduos é uma suposição importante para validação de modelos de séries temporais.

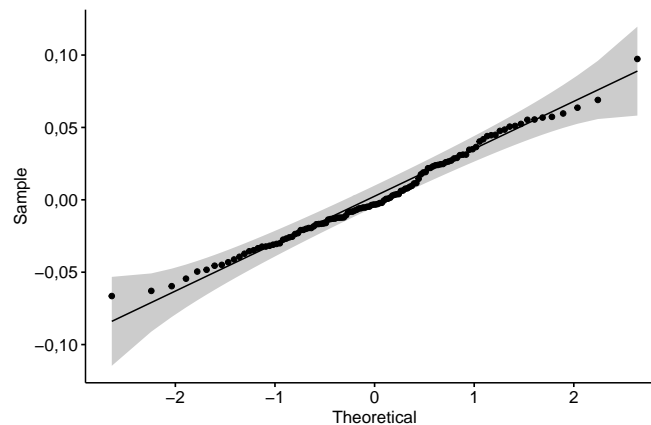


Figura 4: Resíduos Modelo M,Ad,N

5 Análise de Previsão

Nesta seção são apresentados os resultados da previsão para valores futuros da série. O gráfico 5 mostra as previsões realizadas pelo modelo $ETS(M,Ad,N)$ para a série temporal em estudo, juntamente com os intervalos de confiança. Observa-se que as previsões seguem a tendência recente da série, indicando que o modelo conseguiu captar adequadamente o comportamento da série temporal.

A faixa sombreada em azul e cinza ao redor das previsões representa os intervalos de confiança de 80% e 95%, respectivamente. Essa incerteza aumenta com o horizonte de previsão, o que é esperado devido à menor precisão em previsões de longo prazo.

De maneira geral, o modelo $ETS(M,Ad,N)$ fornece previsões coerentes com os dados históricos e apresenta intervalos de confiança que refletem a variabilidade da série, sendo uma ferramenta confiável para análise prospectiva.

Forecasts from $ETS(M,Ad,N)$

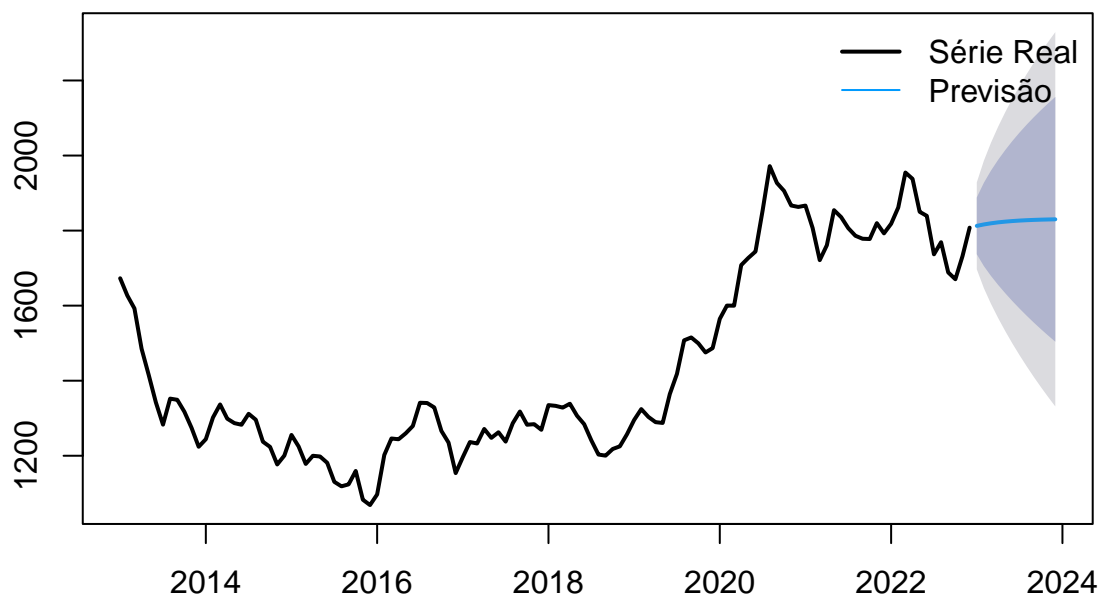


Figura 5: Previsão dos Valores para o Modelo M,Ad,N

6 Conclusão

Por fim, a aplicação do modelo ETS(M,Ad,N) à série temporal dos preços do ouro entre 2013 e 2023 apresentou resultados satisfatórios, o modelo foi capaz de capturar adequadamente os padrões e a estrutura dos dados, sem evidências significativas de autocorrelação nos resíduos, como demonstrado pelo teste de Box-Pierce e pelas análises gráficas. Além disso, os resíduos mostraram uma distribuição aproximadamente normal, reforçando a adequação do modelo.

Portanto, as previsões realizadas pelo modelo são coerentes com os dados históricos, e os intervalos de confiança refletem de forma adequada a incerteza associada. Então, o desempenho do modelo, avaliado por métricas como RMSE, MAE e MAPE, também indica uma boa qualidade de ajuste. Assim sendo, o modelo ETS(M,Ad,N) se mostrou uma ferramenta confiável para prever o comportamento futuro da série temporal analisada, fornecendo informações úteis para a compreensão e análise prospectiva dos preços do ouro.