Sucesos Independientes

- **Dos sucesos "A" y "B" son independientes, si la ocurrencia de uno no modifica la ocurrencia del otro, por lo tanto, los resultados del primer evento no afectan los resultados del segundo evento:**

$$\boxed{\mathbf{P(B/A) = P(B)}} \ \&\ \boxed{\mathbf{P(A/B) = P(A)}}$$

<u>Se desprende de la siguiente definición</u>:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \Leftrightarrow \text{A y B son sucesos independientes.}$$

Entonces si despejamos los términos nos quedará que la probabilidad conjunta será:

$$\boxed{\mathbf{P(A \cap B) = P(A).P(B)}}$$

Sucesos Independientes

Muestreo con reemplazo o sin reemplazo.

- Con reemplazo: si cada elemento de un espacio muestral E es reemplazado después de ser elegido al azar, entonces ese elemento tiene la posibilidad de ser elegido más de una vez. *Cuando el muestreo se hace con reemplazo, los eventos se consideran independientes*, lo que significa que el resultado de la primera elección no cambiará las probabilidades de la segunda.

- Sin reemplazo: cuando el muestreo se hace sin reemplazo, cada elemento del espacio muestral solo puede ser seleccionado una vez. En este caso, las probabilidades de la segunda elección se ven afectadas por el resultado de la primera. *Los eventos se consideran dependientes*.

- ***Si no se sabe si A y B son independientes o dependientes, suponga que son dependientes hasta que pueda demostrar lo contrario.***

Sucesos Independientes

EJEMPLO 1: Consideremos ahora un experimento en el que se sacan 2 cartas, una después de la otra, de una baraja inglesa de 52 cartas, con reposición.

Los eventos o sucesos se definen como:

- A: la primera carta es un as,
- B: la segunda carta es un corazón.

Como la primera carta se reemplaza, nuestro espacio muestral para la primera y segunda carta consta de 52 naipes, que contienen 4 ases y 13 corazones.

Entonces, $P\ (B/A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{\left(\frac{4}{52}\right) * \left(\frac{13}{52}\right)}{\left(\frac{4}{52}\right)} = 13/52 = 1/4$ y $P\ (B) = 13/52 = 1/4$.

Es decir, $P(B/A) = P(B)$.

Por lo tanto, decimos que A y B son sucesos independientes.

Sucesos Independientes

EJEMPLO 2: En una fábrica de lápices los hay blandos y duros de color rojo y de color negro. La producción diaria se presenta en la siguiente tabla:

- Nos interesa saber si el conocer previamente el color del lápiz, nos anticipa información respecto de la dureza del mismo.

	Rojos	Negros	
Duros(HH)	10	20	30
Blandos(BB)	12	24	36
	22	44	66

x2

$P(HH/R) = 10/22 = 5/11$

$P(HH/N) = 20/44 = 5/11$

$P(HH) = 30/66 = 5/11$

En este caso conocer el color no nos aporta información respecto de la dureza. Decimos que color y dureza ***son sucesos independientes***.

$P(HH) = P(HH/R) = P(HH/N)$

Sucesos Independientes

Anteriormente la proporción de rojos era la misma entre los duros y los blandos. Lo mismo sucede con los de color negro. ¿Si cambiamos un poco las proporciones que pasará?

	Rojos	Negros	
Duros(HH)	**10**	**20**	**30**
Blandos(BB)	24	12	36
	34	32	66

P(HH/R) = 10/34 = 5/17

P(HH/N) = 20/32 = 5/8

P(HH) = 30/66 = 5/11

- Es decir que si queremos un lápiz duro nos conviene sacar un negro, de acuerdo con los resultados obtenidos. Por lo tanto, NO son sucesos independientes, ya que el color nos anticipa información respecto de su dureza.

Sucesos Independientes

<u>EJEMPLO 3:</u> Una pequeña ciudad dispone de un carro de bomberos y una ambulancia para emergencias. La probabilidad de que el carro de bomberos esté disponible cuando se necesite es 0.98 y la probabilidad de que la ambulancia esté disponible cuando se le requiera es 0.92.

En el evento de un herido en un incendio, calcule la probabilidad de que tanto la ambulancia como el carro de bomberos estén disponibles, suponiendo que operan de forma independiente.

$$P(A \cap B) = P(A) \,.\, P(B) = (0{,}98) \,.\, (0{,}92) = 0{,}9016$$

Sucesos Independientes

<u>EJEMPLO 4:</u> Determinar la probabilidad conjunta de dos sucesos diferentes A y B de un mismo experimento aleatorio.

Experimento: Lanzar un dado equilibrado.
Suceso A: “Sacar un número impar”
Suceso B: “Sacar un número mayor que 4”

$P(A) = 3/6 = 1/2$

$P(B) = 2/6 = 1/3$

$P(A \cap B) = P(A) \,.\, P(B) = 1/2 \,.\, 1/3 = 1/6$

Sucesos Independientes

<u>Extensión de la independencia a 3 sucesos o más.</u>

Dados 3 sucesos A, B y C asociados a un mismo espacio muestral E:

Si dichos sucesos son independientes, entonces se verifica que:

$$\boxed{P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)}$$

$\Rightarrow$ se dice que son sucesos ***mutuamente independientes***.