Etude et prévision de la Volatilité de l'or

Thibaud MEYNIER & Sarah KERVRAN

Enseignant : M. Olivier Darné

Résumé

The aim of this work is to produce forecasting of gold volatility on whole 2019 and use these forecasting to calculate some risk metrics on this asset. We used GARCH familly models to do so. We estimated models either with the Normal law, or witch Student law. According to out of sample forecasting accuracy, the GARCH model fitted with the Normal law performs the best but not significantly from other models. We also find the same results when we calculate risk metrics (VaR and ES) for this asset. With the GARCH normal model, we minimize the potential lost if an extrem event appears on the market.

Table des matières

1 Etude descriptive de l'actif sur la période 2015-2018

1.1 Description de l'actif

Historiquement l'or a été utilisé comme indice pour les différentes monnaies. C'est ce que l'on a appelé l'étalon-or, permetant un taux de change fixe entre les différentes monnaies. Suite aux accords de Bretton-Wood en 1944, nous passons dans un régime d'étalon change or où la valeur du dollar est indexée sur l'once d'or (35 dollar l'once à l'époque), et les autres monnaies sur le dollar. Ce système disparait complètement dans les années 70 après l'intervention de Nixon en 1971 déclarant la fin de la convertibilité du dollar en or.
L'or est une matière première mais également un actif financier coté à la bourse de New York (NYMEX) et son prix est défini en dollar par once d'or (31.10 grammes). Bien que l'or ne serve plus d'indice monétaire ou d'unité de réserve pour les banques centrales, elle n'en reste pas moins un actif incontournable de la sphère économique et financière. Au cours des 30 dernières années de nombreuses crises économiques se sont succédées, notamment liées aux marchés financiers. Suite à la grande crise de 2008, le cours de l'or s'est vu atteindre des sommets, plus de 1800$ l'once. Beaucoup d'analystes parlent de valeur refuge en temps de crise dans le sens où sa volatilité est moins forte que d'autres actifs. Nous avons pu voir ce shéma se répéter au cours de cette année 2020 avec la pandémie de coronavirus où le cours de l'or s'est envolé : plus de 2000$ l'once [1].

1.2 Les Outliers

Les données utilisées ont été téléchargées sur **Boursorama**. Nous estimons les modèles sur les années **2015** à **2018** puis nous prenons l'année 2019 comme échantillon test afin de mesurer la qualité réelle des modèles. La **figure 1** montre l'évolution sur **2015-2018** du **cours** de l'or, le **rendement journalier** de l'actif, ainsi que sa **volatilité**.
La **figure 2** montre les **rendements** de l'actif **corrigés** des valeurs extrèmes. On note que c'est au cours de l'année **2016** qu'il y a eu les plus grandes variations sur le prix de l'or avec trois dates retenues ici : le **7 janvier**, le **11 février** et le **4 juin** 2016. Pour les **deux premières dates**, ces fortes hausses sur le prix de l'once d'or sont expliquées par l'incertitude qui gagnait les marchés financiers au début d'année avec une conjoncture économique assez mauvaise en Europe (production industrielle en recule), le passage des taux d'intérêt de certains Etats en négatif, et une dépréciation de la monnaie en Chine en plus d'un ralentissement économique.

1. Un autre facteur explicatif de la net hausse de l'or pour ces deux périodes est le fait que le dollar s'est fortement déprécié par rapport à l'euro sur les marchés. En août 2020, la parité euro dollar etait de 1 € pour 1.2$ au maximum

En ce qui concerne la date du **24 juin** 2016, on se situe le jour après l'annonce sur le référendum britanique pour le Brexit. La réponse étant le "oui", l'incertitude des investisseurs s'empare des marchés une nouvelle fois et l'or, en tant que valeur refuge se voit une nouvelle fois plébicitée.

FIGURE 1 – **Cours de l'or, rendement journalier et volatilité sur la période 2015-2018**

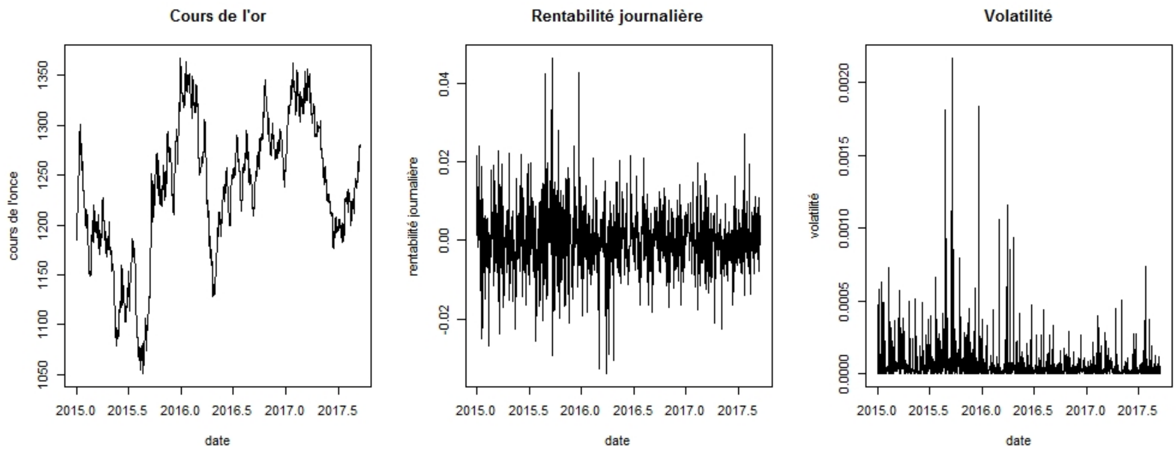
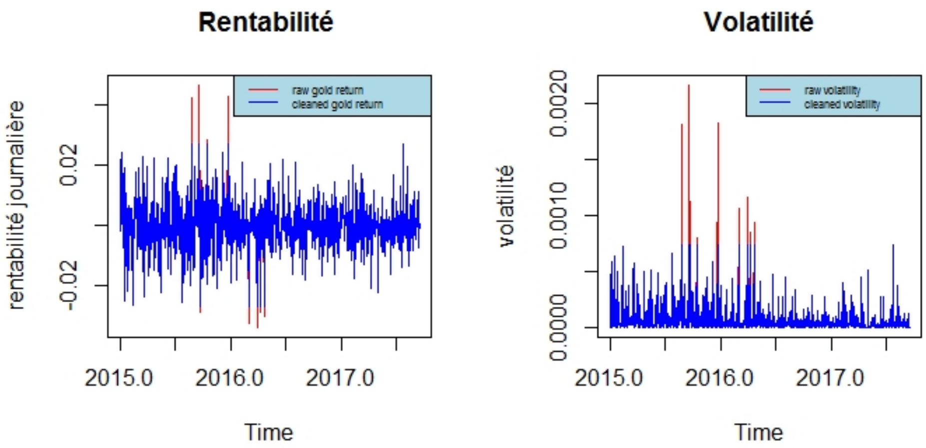


FIGURE 2 – **Rentabilité journalière et volatilité de l'or (série brute et corrigée)**



1.3 Statistiques descriptives de l'actif

FIGURE 3 – **Corrélogramme des rentabilités et de la volatilité de l'or**

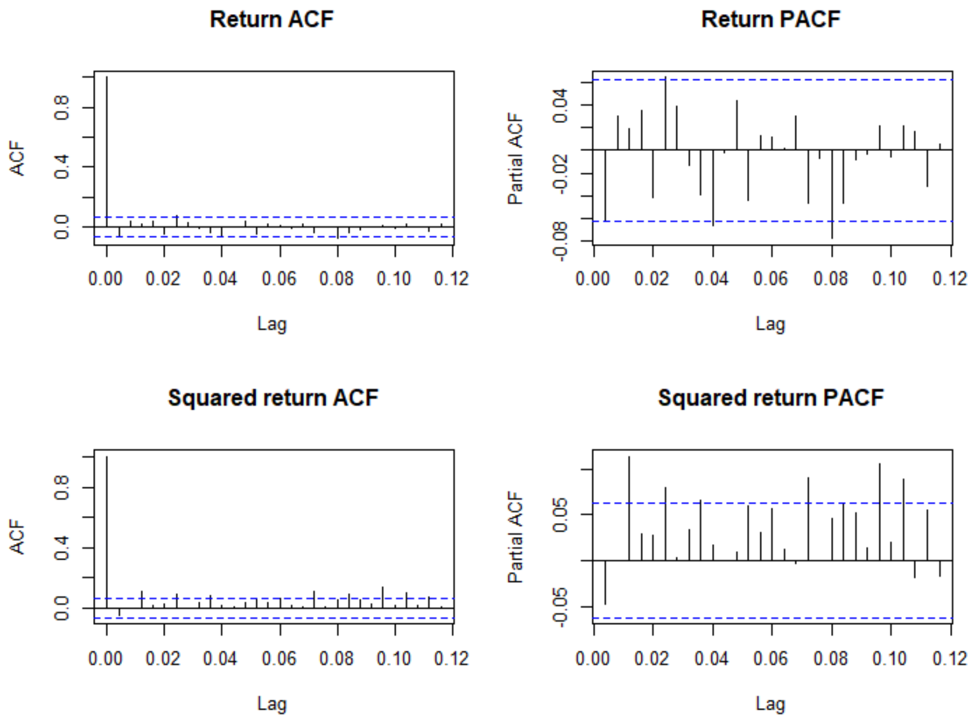


TABLE 1 – **Statistiques descriptives**

Moyenne	Médiane	Min	Max	Ecart-type	Skewness	V1	Kurtosis	V2
0.000039	0	-0.027054	0.027124	0.000261	0.016120	0.2069633	1.271874***	8.194
JB	p-value	Q(10)	p-value	LM-ARCH(10)	p-value	$Q^2(10)$	p-value	
67.614	$2.109e^{-15}$	18.428	0.04613	26.066	0.00365	32.43	0.000338	

Note : Significativé p-val<0.1*,p-val<0.05**,p-val<0.01***

Le **tableau 1** résume les différentes caractéristiques des rendements de l'or sur la période **2015-2018**. D'après les données on constate que :

— L'**excès de Kurtosis** est de **1.27** ce qui conclut à une distribution **non normale** (pour la loi normale l'excès de kurtosis est de 0).

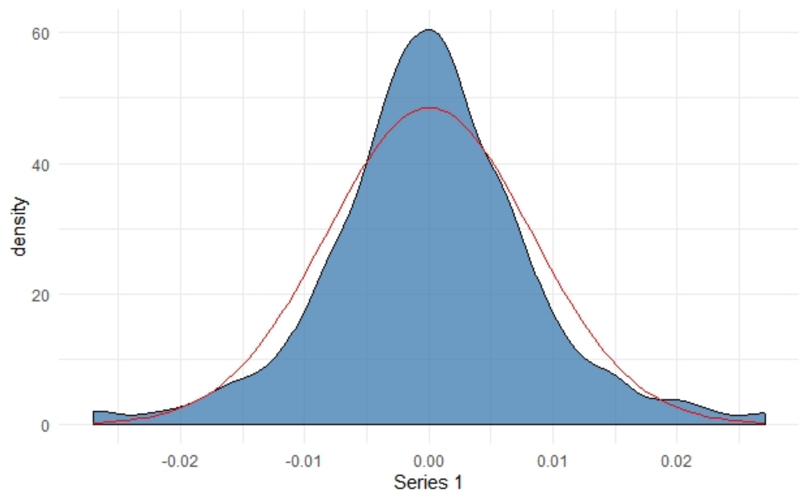
De plus la valeur de la statistique du kurtosis est positive $\boldsymbol{V2 > 0}$, ce qui signifie que la distribution des rendements est **leptokurtique** (cela indique qu'on retrouve des queues de distribution plus épaisses avec une plus grande occurrence d'évenements extrêmes que la loi normale) de manière significative au seuil de **5**% (la valeur de la statistique $\boldsymbol{V2 > 1.96}$).

— La **valeur de Skweness** est égale à **0.016120**, ce qui signifie que la série est **asymétrique positivement** (plus de perte que de gains ici). On note par ailleurs que cette asymétrie est faible et non significative au seuil de risque de 5% ($\boldsymbol{V1 = 0.206 < 1.96}$).

— Le test de normalité de **Jarque Bera** : la $p\text{—}value$ du test étant inférieure à 0.05 ($\boldsymbol{p\text{—}value}$ test $= \mathbf{2.109}\boldsymbol{e}^{\mathbf{-15}}$), on en conclut que la **distribution normale** des rendements journaliers de l'or est **rejetée** au seuil de risque de **1**%.

— **Hétéroscédasticité conditionnelle** : les test de **Ljung-Box**, et **LM-ARCH** sur les **résidus** des rendements, ainsi que le test de **Ljung-Box** sur les **résidus** élevés **au carré** mettent en exergue une **hétéroscédasticité conditionnelle** au seuil de risque de **5**%. Autrement dit, les fortes variations de rendements de l'or dans le passé sont généralement suivient de forte variations également, formant ainsi un regroupement d'évènements extrêmes au sens statistique. Enfin, on peut observer cette autocorrélations avec les **corrélogrammes** de la **figure 3**.

FIGURE 4 – **Caractéristiques de distribution de la série nettoyée**



2 Modélisation de la volatilité avec des modèles GARCH sur la période 2015-2018

2.1 Estimation GARCH

Les modèles acceptables estimés avec une loi Normale sont les modèles **GARCH**, **iGARCH** et **Riskmetrics**. Pour les deux premiers, seul la constante n'est pas significative. Les conditions de stationnarité et de significativité des coefficient sont respectées.

TABLE 2 – **Diagnostiques des résidus des modèles GARCH estimés avec une Loi Normale**

Modèle	Q(5)	p-value	$Q^2(5)$	p-value	LM-ARCH(5)	p-value	Engle-NG sign test	p-value
GARCH	5.87	0.0965	15.56	0.002608	6.439	0.04734	8.3685	0.03898
EGARCH	6.22	0.08	13.443	0.001158	7.093	0.03309	8.73	0.03311
GJR-GARCH	6.423	0.071	13.230	0.00132	6.993	0.035	8.429	0.03793
IGARCH	6.176	0.082	13.895	0.00088	7.937	0.02079	9.16	0.028
Riskmetrics	4.961	0.15620	13.957	0.001	3.7238	0.2006	13.5054	0.0037

Table 3 – **Récapitulatif des modèles GARCH estimés avec une Loi Normale**

	Coefficients		$\lvert t-value\rvert$	Persistance	Half-life	Log-Likelihood	Akaike	HQ
GARCH	$Cst(V) > 0$	0	0.77	0.995	140.05	3374.04	-6.8082	-6.8006
	$\alpha \geq 0$	0.0133	11.51					
	$\beta \geq 0$	0.9817	681.14					
	$\alpha + \beta < 1$	0.995						
EGARCH	$Cst(V) > 0$	-0.011469	$2.0282e^{-01}$	0.9987	564.33	3375.953	-6.8100	-6.8006
	α	-0.003983	-0.50397					
	$\beta < 1$	0.99877	$1.3795e+06$					
	γ	0.025460	8.0854					
GJR-GARCH	$Cst(V) > 0$	0	0.31874	0.997395	265.758	3374.939	-6.8080	-6.7986
	α	0.014	2.937					
	$\beta \geq 0$	0.9869	884.59					
	γ	-0.007137	-0.81					
	$\alpha + \gamma \geq 0$	0,006864						
	$\alpha + \beta + \gamma/2 < 1$	0,99739						
TGARCH	$Cst(V) > 0$	0.000042	2.34278	0.995	166.4702	3366.232	-6.7904	-6.7810
	α	0.022863	7.08906					
	$\beta \geq 0$	0.977603	651.20874					
	Θ	-0.151475	-0.63551					
	$constraint$	0.982						
IGARCH	$Cst(V) > 0$	0.000039	0.002			3373.25	-6.8095	-6.8039
	$\alpha \geq 0$	0.01269	5.44					
	β	0.9873						
Riskmetrics	α	0.06				3351.365	-6.7684	-6.7665
	β	0.94						

Table 4 – **Récapitulatif des modèles GARCH estimés avec une Loi de Student**

Coefficient			|t-value| 1.64	persistance	half-life	log-likehood	Akaike	HQ
GARCH	$\mu > 0$	0.000013	0.05	0.998	432.92	3396.13	-6.85	-6.841
	$\alpha \geq 0$	0.0148	16.05					
	$\beta \geq 0$	0.98	840.27					
	$\alpha + \beta < 1$	0.99840						
EGARCH	$\mu > 0$	0.00004	0.176	0.997	296.20	3397.95	-6.852	-6.841
	α	0.0093	0.7626					
	$\beta < 1$	0.997	33673.0					
	$\gamma < 1$	0.0041	15.38					
GJR-GARCH	$\mu > 0$	0.000039	0.169	0.997	281.45	3397.126	-6.8508	-6.8395
	α	0.0246	3.81					
	$\beta \geq 0$	0.982	869.12					
	γ	-0.0178	1.44					
	$\alpha + \gamma \geq 0$	0.0068						
	$\alpha + \beta + \gamma/2 < 1$							
TGARCH	ω	0.000049	0.22	0.994	131.40	3394.609	-6.845	-6.834
	α	0.03	6.15					
	β	0.97	361					
	η	-0.34	1.3					
	constraint	0.931						
IGARCH	$\mu > 0$	0.000019	0.85			3395.991	-6.8525	-6.845
	$\alpha \geq 0$	0.015	7.59					
	β	0.98						
Riskmetrics	α	0.06				3385.0	-6.834	-6.8305
	β	0.94						

Table 5 – **Diagnostiques des résidus des modèles GARCH estimés avec une Loi de Student**

Modèle	Q(5)	p-value	$Q^2(5)$	p-value	LM-ARCH(5)	p-value	Engle-NG sign test	p-value
GARCH	5.997	0.09*	13.99	0.0008***	6.967	0.035**	9.27	0.025**
EGARCH	6.943	0.053*	12.637	0.0018***	5.413	0.08*	9.7362	0.02**
GJR-GARCH	6.765	0.059*	12.717	0.0018***	5.75	0.068	9.36	0.024**
IGARCH	6.07	0.087*	14.089	0.0008**	7.372	0.028**	9.66	0.021**
TGARCH	7.239	0.04**	11.17	0.004***	5.227	0.09*	10.27	0.016**
Riskmetrics	4.994	0.15	13.85	0.0009***	3.72	0.2	13.41	0.004***

Comme pour les estimations des modèles GARCH avec la loi normale, nous allons retenir 3 modèles : le modèle **GARCH, IGARCH** et **Riskmetrics**. Les modèles GARCH et IGARCH n'ont cependant pas de constante significative dans l'estimation de la variance de l'or.

Le modèle **GARCH** estimé avec la loi de **Student** semble le **meilleur** modèle parmis les 6 retenus. Son Logarithme de vraissemblance est le plus élevé, mais ces critères **AIC** et **HQ** ne sont pas les plus petit cependant, mais sont très proches de ceux du modèle iGARCH student. Nous le choisissons comme meilleur modèle.
Le paramètre $\boldsymbol{\alpha}$ du modèle est **faible** (inférieur à 0.1). En ce sens, l'or est **peu sensible** aux évènements de marché. En revanche le paramètre $\boldsymbol{\beta}$ lui est **élevé** (supérieur à 0.9), ce qui signifie qu'il y a une **persistance longue des chocs** de marché sur la **volatilité conditionnelle** de l'or. On note que la **demi-vie** calculée avec le modèle est de **432 jours** c'est-à-dire que l'on met 432 jours à revenir à la moyenne du processus GARCH après un choc sur le marché. Ce résultat est logique dans le cadre de l'actif choisis car l'or réagit fortement aux crises. Comme nous l'avons mentionné précédement, c'est un actif considéré comme une valeur refuge.

En ce qui concerne les résidus des **6 modèles retenus** , on observe une **hétéroscédasticité conditionnelle** dans les résidus avec le test **LM-ARCH** ainsi que le test de **Ljung-Box** (confirmant ce que nous avons vu avec les statistiques descriptives). Enfin, le **test de Engle** du biais de signe nous indique que la variance conditionelle est mal spécifiée. Autrement dit, il y a des **effets asymétriques** dans les résidus. En ce sens, les modèles estimés ne captent qu'une partie de cette asymétrie.

3 Prévision de la volatilité sur 2019

3.1 Prévisions sur l'année 2019

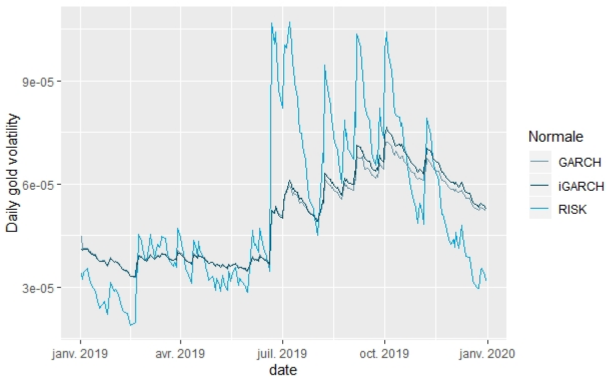
Dans cette section nous comparons la qualité de prévision des 6 modèles retenus après estimation. Pour ce faire nous avons estimé la volatilité du cours de l'or sur l'année **2019** avec une méthode de prévision roulante à 1 pas (**rolling forecast**). Le **tableau 5** résume les erreurs moyennes au carré (**MSE**) de chaque modèle. On constate que les modèles sont proches du point de vue du MSE mais que le modèle **GARCH normale** (GARCH N) a le **MSE** le **plus faible**.

Table 6 – MSE des 6 modèles GARCH

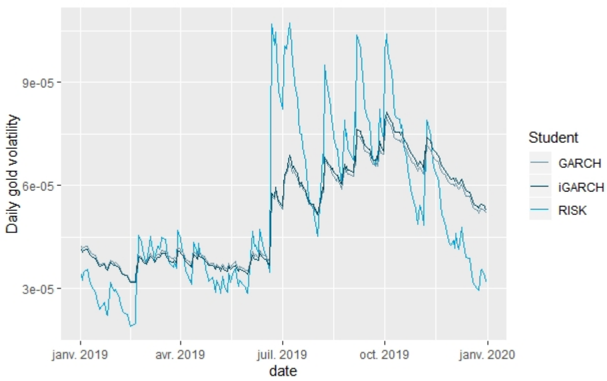
	MSE
GARCH N	1.328e-08
iGARCH N	1.330e-08
Riskmetrics N	1.349e-08
GARCH S	1.329e-08
iGARCH S	1.331e-08
Riskmetrics S	1.349e-08

Figure 5 – Prévisions de la Volatilité de l'or avec les 6 modèles

(a) Modèles GARCH Normale



(b) Modèles GARCH Student



3.2 Sélection des modèles

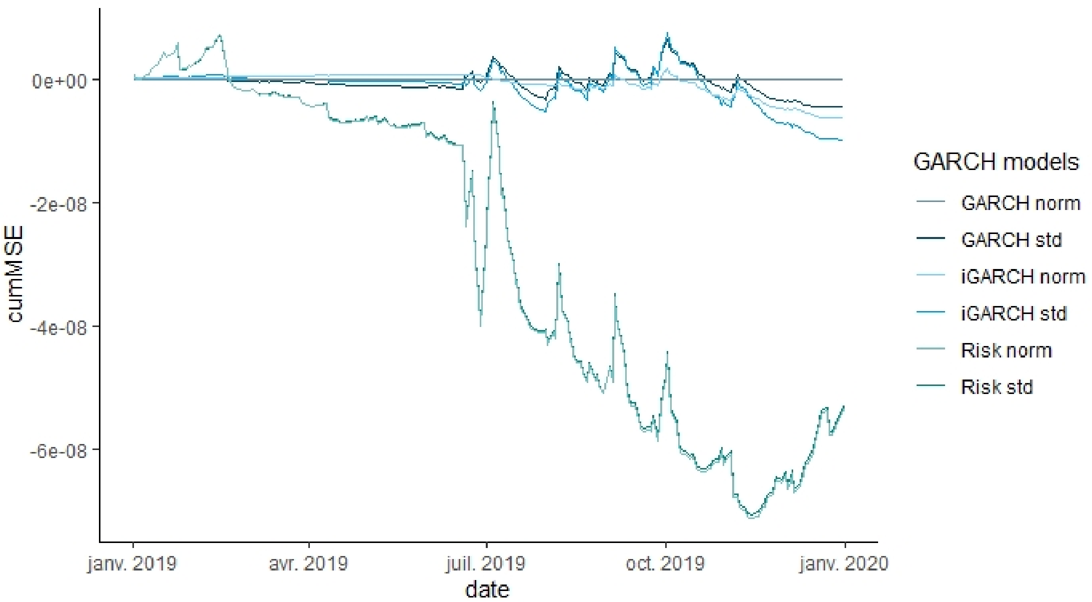
Pour savoir si il y a une différence significative de précision de prévision entre les modèles nous avons effectué le **test multiple de Diebold et Mariano** et la procedure **MCS**. Dans les 2 tests, **aucune différence** significative en terme de **précision** est notée ($p - value = 0.83$ **DM** test multiple et aucun modèle éliminé par la procédure **MCS** [2]). Le **tableau 6** résume les **test DM unilatéraux** confirmant également ces résultats précédent.

TABLE 7 – Test de Diebold & Mariano unilateral pour les 6 modèles estimés

	GARCH N	iGARCH N	Risk N	GARCH S	iGARCH S	Risk S
GARCH N	1					
iGARCH N	0.1335	1				
Risk N	0.2117	0.2586	1			
GARCH S	0.6665	0.7965	0.186	1		
iGARCH S	0.4421	0.7097	0.2243	0.152	1	
Risk S	0.219	0.2669	0.3168	0.1931	0.2325	1

Enfin avec le **MSE cumulatif** présenté dans la **figure 6**, on constate que le modèle **GARCH normale** est le **meilleur modèle** car tous les autres modèles sont en dessous de 0 à la dernière observation. Ceci signifie que la **différence de qualité de prévision** mesurée par le MSE au cours du temps est **plus grande pour ces modèles** que pour le modèle **GARCH** servant ici de point de comparaison. C'est donc le meilleur modèle des six.

FIGURE 6 – MSE cumulatif des 6 modèles GARCH



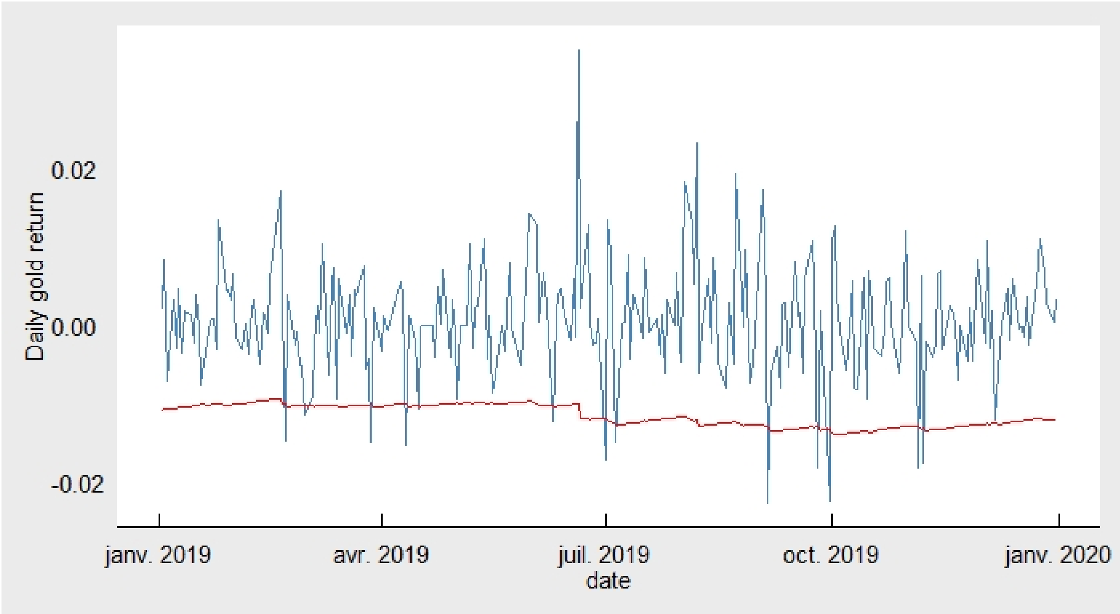
2. On note par ailleurs que le modèle GARCH normale est classé comme meilleur modèle par la procédure MCS (cf. Annexe)

4 Prévision de la VaR

Dans cette section nous étudions les **performances de nos prévisions** estimées avec les 6 modèles GARCH, en calculant la value at risk à **5**% sur le cours de l'or en **2019**.

Figure 7 – VAR avec les modèles GARCH

(a) VAR avec GARCH normal



(b) VAR avec GARCH student

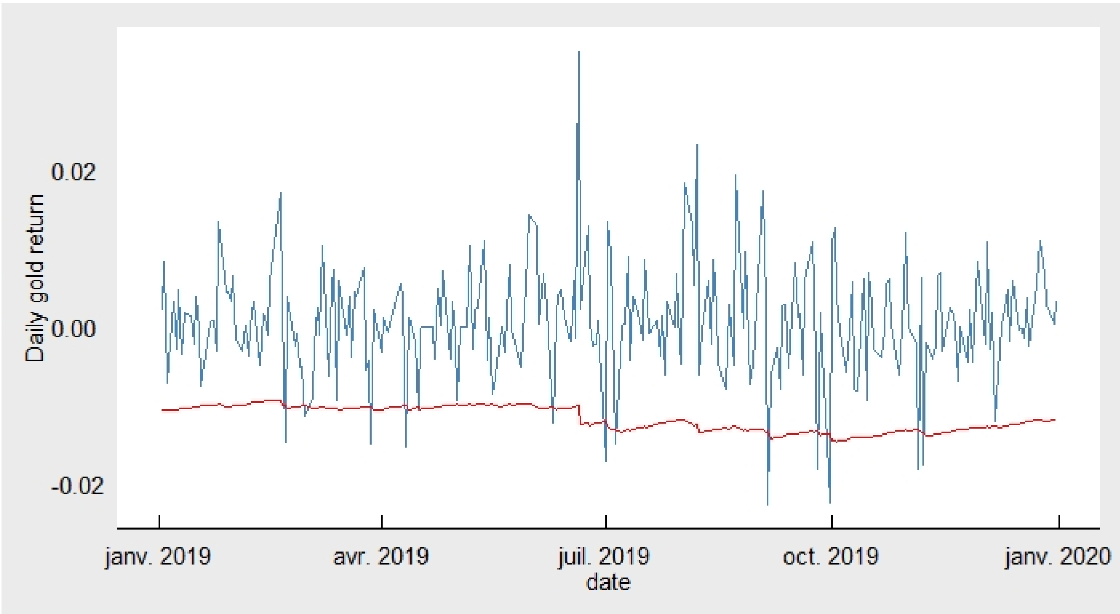
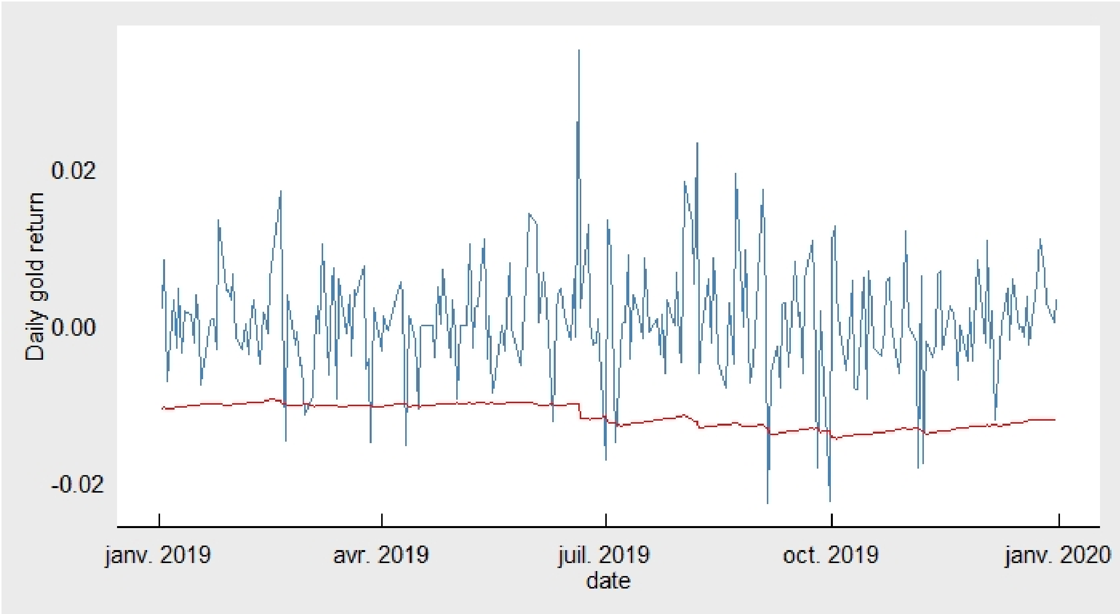


FIGURE 8 – VAR avec les modèles iGARCH

(a) VAR avec iGARCH normal



(b) VAR avec iGARCH student

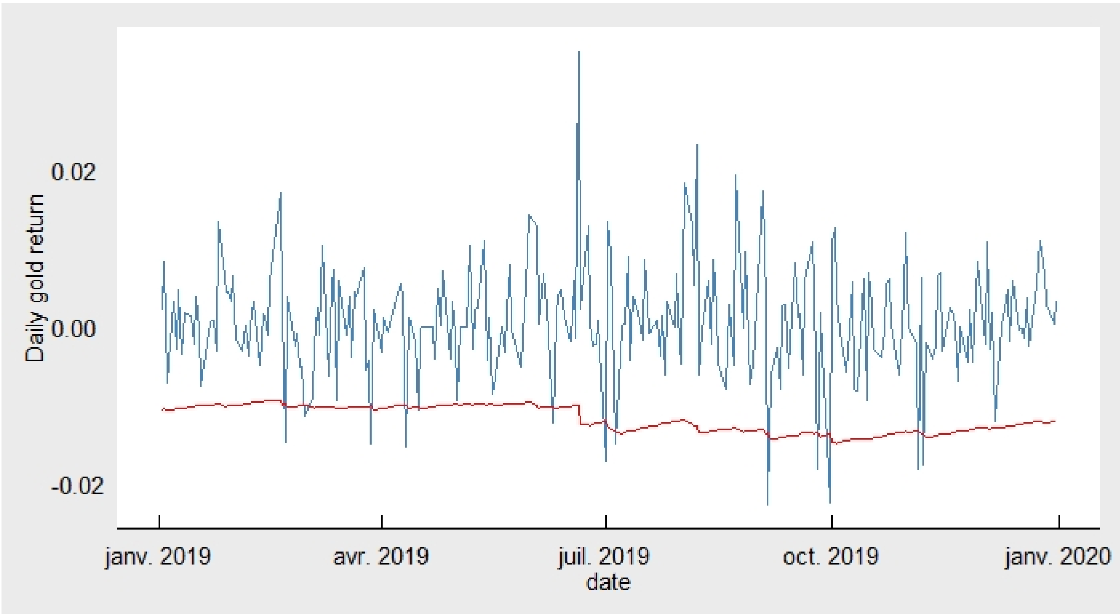
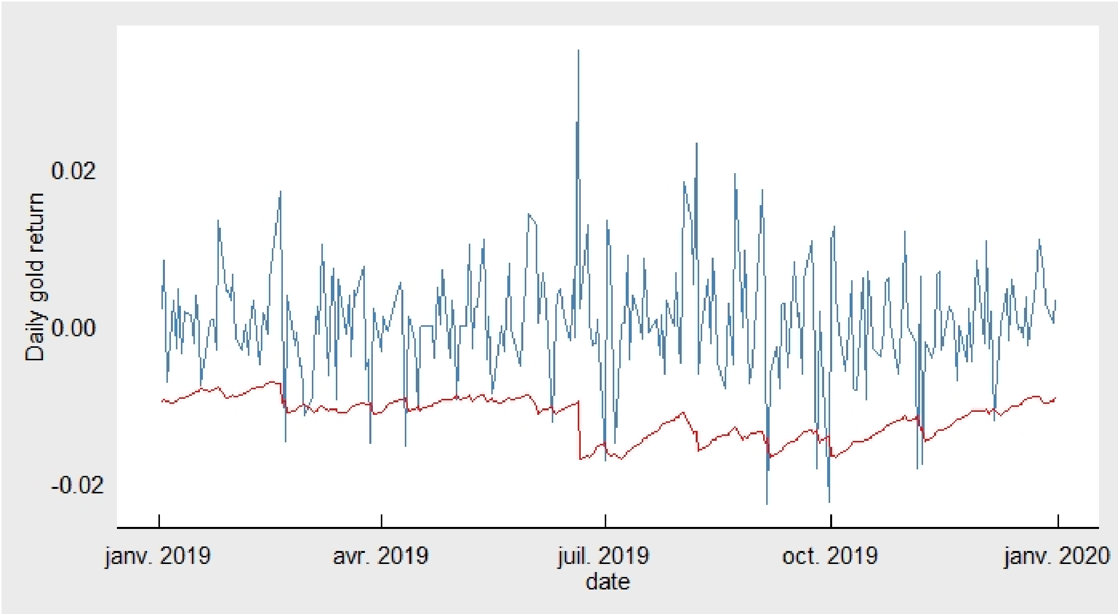


Figure 9 – VAR avec les modèles Riskmetrics

(a) VAR avec Riskmetrics normal



(b) VAR avec Riskmetrics student

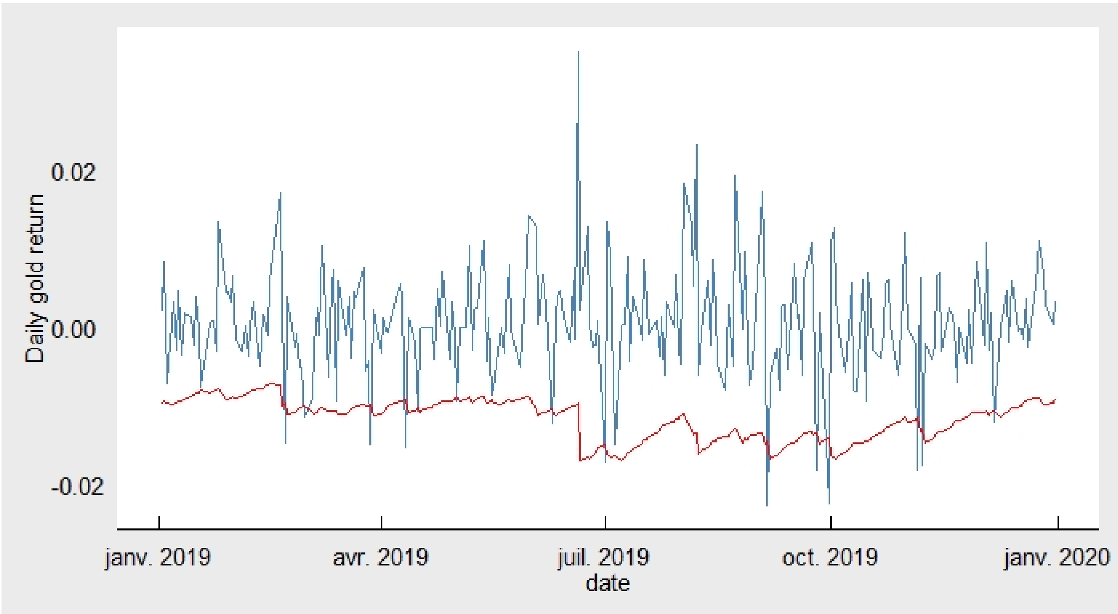


Table 8 – Récapitulatif des VAR et ES calculés à partir des différents modèles

	Modèle	Var (mean)	ES (mean)	Exceptions	Z_{Uc}	p-value	Kupiec	p-value	Engle Manganelli	p-value
	GARCH	-1.149%	-1.441%	13	1.43	0.488	0.013	0.908	10.76	0.149
Normal	iGARCH	-1.159%	-1.451%	13	1.43	0.488	0.013	0.908	10.78	0.148
	Riskmetrics	-1.164%	-1.460%	14	1.81	0.403	0.158	0.69	4.48	0.722
	GARCH	-1,173%	-1,470%	13	1,43	0.488	0,013	0.908	10,77	0.148
Student	iGARCH	-1.175%	-1.474%	13	1.43	0.488	0.013	0.908	10.77	0.148
	Riskmetrics	-1.165%	-1.461%	14	1.81	0.403	0.158	0.69	4.48	0.722

En regardant les **indicateurs de risque** calculés avec le **modèle GARCH normale** (modèle le plus performant parmis les 6 retenus) nous obtenons un niveau de **VaR quotidien moyen** sur l'année 2019 de $\mathbf{-1.149}\%$ pour un niveau de confiance à **95**%. Cela signifie que pour un portefeuille de **100 000 € placé** sur cet actif, nous avons **95**% de chance que la perte potentielle en capital n'excède pas **1149 €** sur une journée. Autrement dit, nous avons **5**% de chance d'être exposé à une perte plus importante que **1149 €**. En ce sens d'après la **VaR** calculée par le modèle **GARCH normale**, nous devons **provisionner** une somme de **1149 €** afin de nous couvrir de ce risque.
En appliquant cette méthode nous aurions dépassé sur **252 jours 13 fois** ce **seuil de risque** calculé quotidiennement. Cela indique que notre couverture n'aurait pas suffit à contrebalancer la perte occasionnée ce jour-là. De plus, d'après les différents tests statistiques de **backtesting**, la **VaR** au seuil de risque de **5**% calculée avec le modèle **GARCH normale** est performante, c'est-à-dire qu'on ne dépasse pas plus de **5**% du temps notre VaR sur l'année.

La valeur de l'**expected shortfall** (ES) nous indique que dans les situations où nous avons des pertes plus grandes que ce que la VaR prévoit, nous avons en moyenne une **perte en capital de** $\mathbf{-1.441}\%$ pour un niveau de confiance de **95**%. En ce sens, ce chiffre confirme que le modèle **GARCH normale** est le **plus performant** car il minimise la perte moyenne au delà de la VaR bien que d'autres modèles ont le même nombre d'exceptions que le modèle GARCH normale. Par ailleurs, les modèles **Riskmetrics** estimés ont un **dépassement de la VaR en plus** par rapport aux autres modèles estimés avec une loi de Student. Pour autant la valeur moyenne de l'**expected shortfall** est inférieure pour les modèles **Risk** car au vu des prévisions de la **figure 5**, le modèle **Risk** semble capter un peu plus de volatilité à certains moments du temps. En calculant la **VaR** avec les paramètres du modèle **Risk**, la VaR semble plus adaptée et réduit globalement les pertes en cas de dépassement (même si il y en a un de plus).

5 Annexes

Annexe 1 : MCS Procédure

```
####################################################################################
#######
Superior Set Model created      :
             Rank_M        v_M  MCS_M Rank_R         v_R  MCS_R         Loss
MSE_GARCH         2 -1.4882292 1.0000      2  0.5996885 0.9710 1.329683e-08
MSE_IGARCH        4 -0.9281692 1.0000      3  1.4601321 0.4960 1.331831e-08
MSE_RISK          5  1.4914239 0.1582      5  1.6652354 0.3626 1.348913e-08
MSE_GARCH_N       1 -1.8750530 1.0000      1 -0.5996885 1.0000 1.327947e-08
MSE_IGARCH_N      3 -1.3840003 1.0000      4  1.5592070 0.4300 1.330429e-08
MSE_RISK_N        6  1.5109617 0.1518      6  1.6790177 0.3528 1.349143e-08
p-value :
[1] 0.1518
```