# Leçon n°39 : Aspects ondulatoire de la matière. Notion de fonction d'onde

| Niveau    | Licence   |
|-----------|---|
| Prérequis | LP 38 Ondes Optique ondulatoire   |
| Biblio    |   |
| Plan      | <ol> <li>Dualité onde-corpuscule</li> <li>Modèle de Bohr</li> <li>Onde de de Broglie</li> <li>Diffraction des électrons</li> <li>Fonction d'onde et équation de Schrodinger</li> <li>Fonction d'onde psi</li> <li>Equation de Schrodinger</li> <li>Interprétation probabiliste de Born</li> <li>Interférences d'ondes de matière</li> <li>Nature probabiliste de psi</li> <li>Cas de la particule libre. Paquet d'onde</li> </ol> |

### Remarques:

Calculer des ordres de grandeur. De longueur d'onde par exemple. 1 neutron / 1 objet macro

Comparable à la taille de l'objet = pose pb.

### Questions:

- o Autres choses qui sembleraient de faire avant ? Diffraction par rayon X traité en physique du solide (troisième année de licence) ou en cristallographie en chimie
  - o Quelle année de licence ?

En prépa en deux ans.

A l'université : plutôt deuxième voir troisième année.

Ouelle serait la suite ?

Effet tunnel

Quelles sont les ordres de grandeur des longueurs d'ondes des particules ?
 Dioxygène à température ambiante? Canon à electron?

1/2mv\* $^2=3/2$ kbT (pas 5/2 car 1/2 mv2 correspond juste au degré de translation et pas de rotation)

p^2=3mkbT p=h/lamda impulsion

10 A° par particule

Critère pour avoir des interférences?
 Cohérence spatiale et temporelle

 Quand il y a un observateur qui provoque la disparition des interférences comment ça s'appelle ?

Décohérence.

Pour savoir par où passe l'électron, mette un aimant pour polariser le spin du neutron.

Suffit à détruire les interférences.

Historique méca q ?

1900 Planck

1905 Einstein

effet photoélectrique.

Photon

Quantification du rayonnement ou de l'interaction matière rayonnement

**1913** : Bohr

Modèle de l'atome

C'est la structure de l'atome qui dicte le comportement des quanta de lumière. En utilisant le modèle planétaire de l'atome (Rutherford), il trouve qu'il y a des paliers autour du noyau de l'atome

En sautant d'un palier à un autre inférieur, l'électron décharge un quantum d'énergie.

Prix Nobel en 1922 et son fils (Aage) en 1975

#### 1913 : Born

Associe le carré de la fonction d'onde à la densité de probabilité de présence.

#### **1924** : De Broglie

l étend la notion d'onde-particule, qui avait été émise pour le photon par Einstein, à toutes les particules. Ainsi, toute particule, comme l'électron, doit être transportée par une onde dans laquelle elle est incorporée. Formule de la <u>longueur d'onde</u>:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

, h est la <u>constante de Planck</u>, m la <u>masse</u> et v la <u>vitesse</u>.

#### 1925 : Pauli

I découvre le spin du noyau.

Formulation du <u>principe d'exclusion</u>.

Le premier à postuler l'existence du <u>neutrino</u>

#### 1926 Schrödinger Erwin

Décrit les potentialités des <u>particules</u> dans une <u>équation</u> dite " fonction d'ondes « Prix Nobel en 33

#### 1927: Heisenberg

Le comportement insaisissable des particules subatomiques doit être traité comme une donnée permanente de l'étude de l'univers atomique : principe <u>d'incertitude</u> Heisenberg.

#### 1928 Dirac Paul

Père de la mécanique quantique mise en équations. Certains le qualifient de plus grand physicien britannique de tous les temps avec ls aac Newton

#### o Expérience de Franck Hertz ? 1914

Elle a pour objet de prouver la quantification des niveaux d'énergie des électrons dans les atomes, ce qui en fait l'une des expériences fondamentales de la physique

quantique. Elle a ainsi permis de confirmer les hypothèses du modèle de l'atome de Bohr.

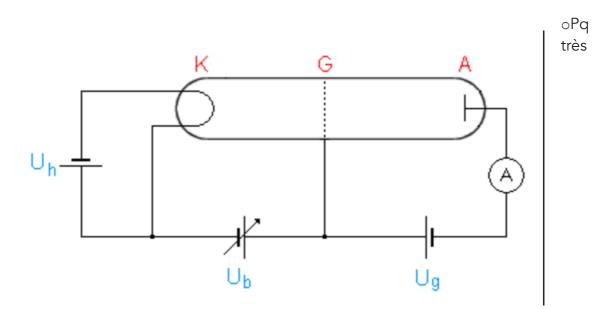
Dans l'expérience, Franck et Hertz ont fait circuler un faisceau d'électrons dans un tube à vide contenant du mercure gazeux. Pour y arriver, ils ont utilisé une triode, c'est-à-dire un dispositif composée d'une cathode, d'une grille polarisée et d'une anode.

Les électrons, émis de la cathode, peuvent alors entrer en collision avec des atomes de mercure durant leur course entre la cathode et l'anode. Il y a deux types de chocs :

- des chocs élastiques où il n'y a pas de transfert d'énergie des électrons du faisceau avec les atomes de mercure percutés, et les électrons gardent donc leur énergie,
- des chocs inélastiques, et dans ce cas, les électrons émis par la cathode vont percuter les électrons de plus basse énergie des atomes de mercure, et ceuxci vont passer sur une orbite d'énergie supérieure, suivant l'interprétation de Bohr.

La variation de courant reçu par l'anode est mesurée en fonction de l'énergie cinétique des électrons, et il est ainsi possible d'en déduire les pertes d'énergie des électrons lors des collisions.

### Equation de d'Alembert ?Equarion de diffusion



important de respecter le principe de superposition ?

Cr 39: Aspects undulations de la matrine Notion de fraction d'unde Niveau: Licence PR: LP37, Order, Ophique vodubline Intro: Est ce que la matiere posside aussi un aspect undulatoire ? XX em s. - Classique mais gla phi. phy. incopliqué. Spectre lampe à hydrogène. I . Qualité onde - corpusculo 1) Hodèle de Bohr 1913 - Bohc. e - orbite circulaire · r= m?a, (a,=rayon de Bothr) quantifre. · E=hv=lEn,-Enl En = - Ry Ry=13,60 · Modèle me finchionne que pour l'hydrogène · e-accèléré rayonne somatière instable. 2) Onde de Broggie h = 6,626. lo - 54 m ? hg. 5-1 Particule (m, v) de - h Diffraction du laser : Psi on tourne fig re de diffraction : elle tourne Oeil garde en mémoire figure de diffraction précédente : donc on observe des cercles si ça va vite. Trajectoire fermée Diffraction des électrons par du graphite : Différence de potentiel à l'anode et la cathode qui va accélerer les electrons -> on observe une figure de diffraction l'electron. Electron qui font de la lumière car si on met un aimant -> la figure de diffraction se déplace. Deux cercles de diffraction pour la graphite car deux distances caractéristiques. Anneaux de graphites : pleins d'électrons qui diffractent différemment donne des cercles. 3) O: fraction des électriques pomportement ondulatoire. Diffraction par un réseau s cercle supresponts de boute les figures Diffraction par un wishoul: is des électrons par du graphite 2 annéceus can ? distrances ls can aimant upolyvistal d'où anneaux modifie la figure. II. Fonction d'onde et équation de Schrodiger 1) Fundion d'unde 4

Définition: Function d'unde  $\psi$ : OPPH  $s(\vec{r},t)$ :  $s_0 e^{i(\omega t - \vec{h}.\vec{r})}$   $\psi(\vec{r},t) = \psi_0 e^{i(\omega t - \vec{h}.\vec{r})}$   $\lambda_{d0} = \frac{h}{r} \rightarrow h = \frac{p}{h} \text{ ai } h = \frac{h}{2\pi r}$   $E = h\omega \qquad \psi = \psi_0 e^{i(\omega t - \vec{h}.\vec{r})}$ 

### 2) Equation(s) de Schrodinger

· V(F, E) = potentiel subst par la particule

- ~ d'Alembert

- Respect le principe de superposition

On ra se placer en 10

- (as a 
$$V(x,t)$$
 ne depend plus do  $t = sV(x)$ .  
it  $\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{tr}{2m} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + V(x) U(x,t)$  (A)

$$\frac{1}{2x} = -\frac{1}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) \psi(x, t) \quad (A)$$

-> 3 solution otationnaires 
$$\psi(x, y) = \psi(n) f(y)$$

$$\frac{1}{3(1)} \frac{1}{2t} = \frac{1}{2m} \frac{1}{\varphi(x)} \frac{2^{2}\varphi(x)}{2^{2}n} + V(x) = cdr.$$

Schrodinger indépendante du to

$$\psi(x, y) = \int_{0}^{\infty} e^{-i\frac{\epsilon}{\hbar}t}$$
 Sipotenhiel me de par du des

III Interprétation probabiliste de Born

1) Interférences d'indes de matières

Particule quantique aspect particulaire et aspect ordulatione = probabiliste 1 Mesure » pertus habi in de système 2) Nature prohabiliste de 4

8(x,r) -> Im) = 88\*

dP = probabilité de presence de l'élèdrem la particule dans dr.

Conséquences: Condition de normalisation

### 3) cas de la particule libre paquet d'inde

Particule libre 10 v(x, +)=0  $\psi(x,r) = \psi(x)e^{-i\frac{E}{\hbar}}$  $-\frac{h^2}{2m}\frac{\partial \psi}{\partial x^2} = \mathcal{E}\psi(x)$ 

Solution: U(x) = Aeikx + Be-ikx Y(x,Y) = Ac i(hx-\frac{\xi}{\pi}t) + Be - i(hx+\frac{\xi}{\pi}t)

$$k^{2} = \frac{2m}{h^{2}} F$$

$$w = \frac{E}{h}$$

(2)

→ 4 = E 2 OPPH.

· Energie:  $E = \frac{\hbar^3 k^2}{2m} \vec{p} = \hbar \vec{k}$  $\Rightarrow E = \frac{P^2}{2m}$  Energie unéhique purement

Vidéo Dualité onde corpuscule en physique quantique de la chaîne vulgarisation sur youtube (tte la vidéo 1 min 30 en expliquant en même

Pq quand on ajoute un observateur on observe plus de figure d'interférences? Serge Laroche : prix Nobel français 2012 : quand on observe un électron on le perturbe et il perd son aspect quantique.

· Relation de dispersion: w= the Ve = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac}\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac}

Pas reainent physique de définir des EPPH d'inc autre chose qui est physique Le paquet d'unde:  $\psi(x,V) = \int_{-10}^{10} \psi(p) e^{-\frac{1}{10}(px - \frac{p^2}{2m}t)}$ 

-> \$(p) coefficient peurent être complexe et ils st artificaires. ) = yy \* dx = of

-> Respecte équation de Schrodinger

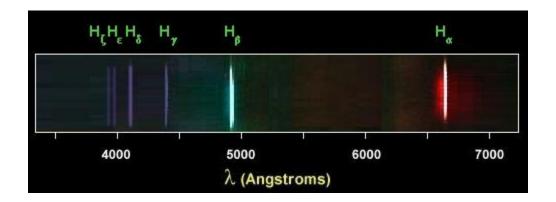
Respecte equation de Schrodingen:
$$\psi(x,y) = \frac{hk^2}{2m} \quad \forall y = \frac{dw}{dh} = \frac{hh}{km} = v_{pankoule}.$$



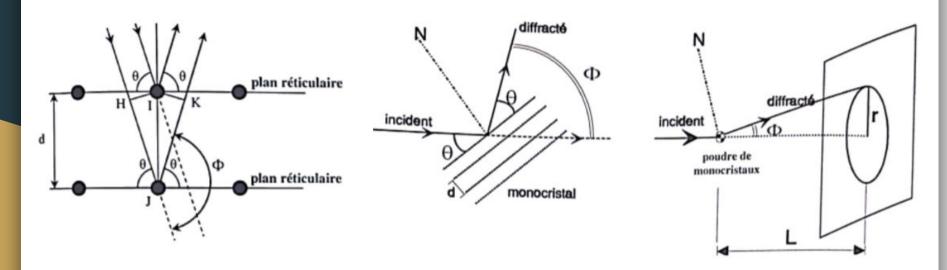
| Questions. Ajouter les orches de grandem des longueurs d'onde.   |
|--|
| - Particulo dans lair: 1 my = 3 kgT >> P = 5 mkg   |
| orche de grandeur 10 A. pr particulo<br>Imqueur d'unde thermique de De Broglie   |
|  |
| - Communt appelle-t-un ce phenomène de disparition des attichelses ??  de cohérence - perte des interférences.   |
| - Principe d'in dicornabilité  |
| 1905: Flanck 1905: Einstein 1913: Bohr  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience historique pour mettre en évidence le quantification des nivreaux  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience de PINRS en Ae  - Experience des parametres à god viteire » perde de PINRS en Ae  - Experience de PINRS en Ae |
| - Eq de 8. conservat de l'MRS?  Paux auxi respecter principe de superposition? l'inéaire et solt normal.   |
| - Eq aux valeurs propre? accéssire   |
|  |

LP 39 : Aspects ondulatoires de la matière. Notion de fonction d'onde.

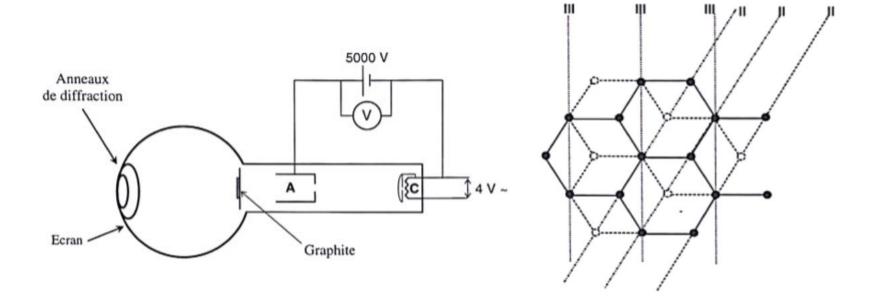
## Spectre de l'atome d'hydrogène



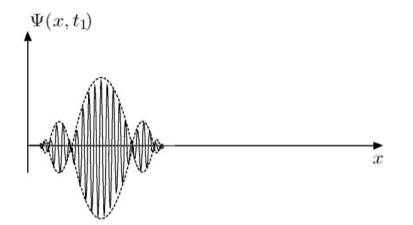
## Diffraction par un cristal

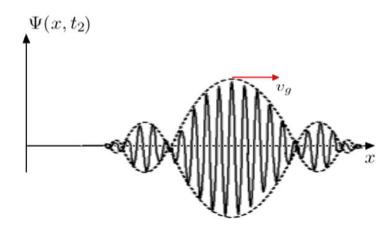


## Diffraction des électrons par du graphite



### Propagation du paquet d'onde





# LP 39 : Aspects ondulatoires de la matière. Notion de fonction d'onde.

Niveau: Licence

Préreguis : Aspect Corpusculaire de la lumière, Ondes, Optique ondulatoire

**Intro :** On a vu aspect corpusculaire de la lumière, dualité onde corpuscule. Dualité vrai aussi pour la matière ?

### I - Dualité onde - corpuscule

a) Le modèle de Bohr

Raie de l'hydrogène, explication modèle. Mais modèle qui pose certains problèmes...

b) Onde de de Broglie

Interprétation de de Broglie du modèle de Bohr. Définition longueur d'onde de de Broglie et petite application au modèle de Bohr.

c) Diffraction des électrons

Expérience de diffraction des électrons par un polycristal de graphite. Confirme l'aspect ondulatoire et la véracité de la formule de de Broglie.

Il nous faut donc des outils pour décrire ce comportement ondulatoire!

### II - Fonction d'onde et équation de Schrodinger

a) Fonction d'onde

Développer par analogie avec les ondes classiques pour définir la fonction d'onde. (Ici, on donne seulement la forme globale, on ne précise pas les propriétés qui seront détaillées partie III).

b) Equation(s) de Schrodinger

Equation de Schrodinger temporelle. Insister sur le principe de superposition que l'on retrouve dans la linéarité. "Démontrer" cas indépendant du temps

Comment concilier les deux aspects (onde/corpuscule)?

### III - Interprétation probabiliste de Born

- a) Expérience d'interférences d'ondes de matière <a href="https://www.youtube.com/watch?v=JlsPC2BW\_UI">https://www.youtube.com/watch?v=JlsPC2BW\_UI</a>
  Détailler les différentes étapes de la vidéo.
  - b) Nature probabiliste de la fonction d'onde

Notion de densité de probabilité d'après l'expérience précédente. Normalisation, et sens physique.

c) Cas de la particule libre. Paquet d'onde Résolution de Schrodinger dans le cas stationnaire pour une particule libre. Vitesse de phase, donc dispersion. OPPH seul n'a pas de sens physique car pas normalisé : on développe donc le paquet d'onde

<u>CCL</u>: Petit résumé et possiblement ouverture sur les controverses qui ont suivi la mécanique quantique, ou sur l'effet tunnel.

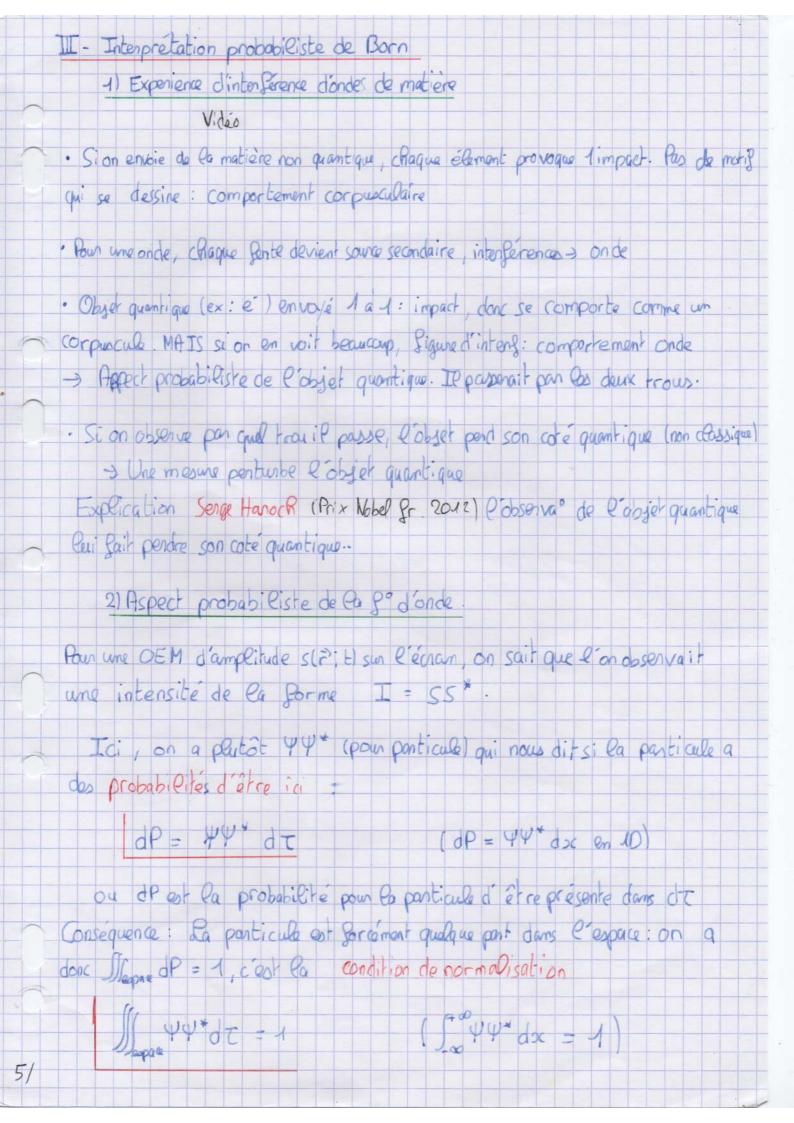
| LP 39 Aspects andulatoires de la matière Notion de Baction d'ande                        |
|--|
| · Niveau: MP · Pré-requis: LP38, Ondes, Optique ondulatoire                              |
| Introduction: On a vu que la lumière, initialement considérée comme une onde,            |
| doit parsois être décrite comme une particule. On va maintenantse demander si la matière |
| peut auxi se comporter comme une onde.   |
| XIX e siècle: Méca classique bien développé, mais contains prénomènes ne sont pas        |
| compris. Commencons pan voir l'entre oux.  |
| I - Dualité onde corpuscule 1) Modèle de Bolir   |
| Etudions le cas' simple " d'une lampe à Rydrogène. Dans colles-ci, les atomes            |
| d'Rydrogènes sont exités par un champ éléctrique. Désexcitation > photons émis.          |
| Si on observe le spectre (Diapa) -> Discret. Modèle de Bolir 1913                        |
| Mode le empirique de l'altorne d'Aydragène:  |
|  |
| · e -> Erajectoire circulaire (modèle planétaire)  |
| · Quantifié (seuls r=n²ao avac n entions, ao le nayon de Bohr)                           |
| · Emission si passage de n a n', Epas. RV = 1En - En'/                                   |
| IP obtient empiriquement: En = - Ry avec Ry = 13,6 eV                                    |
|  |
| Mais pb: - Ce modèle re fonctionne que pour Rydrogère                                    |
| - e accéléré rayonne, pente d'énengie, matière isostable                                 |
| 0) (O) 40 do 0 000 (O)   |
| 2) Onde de de Broglie  |
| En 1923, Louis de Broglie postule que toute particule de masse m                         |
| et de vitesse v a pour Congueur d'onde associée:   |
| Des: Date = P Rongueur d'onde de de Broglie  |
| où R = 6,626.10-34 miRg.s-1 et p=mv qte de mymt (ou impulsion)                           |
| Sa de la   |
| 4  |
|  |

Cette i dée de longueur d'onde " découls du modèle de Boff, qui rappelle à de Broglie les ondes stationnaires: Comment mettre en évidence ce caractère ondul. ! -> Diffrar ou interférence 3) Digraction des éléctrons Avant tout, montrons diffraco d'un reseau tournant -> pessistème nétinieme nous fait voir des anneaux: superposition du neveau dans toutes les orientations Cristal se comporte un peu comme un reseau. Cristaux pement di Brater onde EM, particulierement rayon X. On peut verifier s'ils di Bracter aus: les particules. Diapo disposito Filament qui chause libère des e. Difference de porentiel accellere les et vers l'éman (vers le nistal) Ici, polyvnistal de graphite: graphire avec plain d'orientations = réseaux vu avant! On observe: - figure de diffraction - qui vanie avec OV donc avec la viverse des e - 6 sont bien to e can aimant fait bouger figure Si on faisait des menures d'interfrange, on pourrait remonter experimentalement a MB = # 1) Les effets quantiques condulatoires de la matière ne se produisent qu'à l'échelle de 2018! 3 Ondes de matière. Il nous fant outils pour les étudier 21

| II - Fonction d'onde et équation de Schrodinger  1) Fonction d'onde   |
|---|
| Commencons par développer l'outil mathématique qui représentera notre onde.  Diffrac, rappelle once éléctroma. À Blanque On a de la forme:  OPPH: $S(\vec{r}, t) = So$ e sliut - $\vec{R}(\vec{r})$ |
| On va créen une gonction d'onde, que l'on appellera 4, que l'on va assaien à une particule de quantité de myint p  4 (P,E) = Pe e suit - R.P)   |
| $\lambda = \frac{2\pi}{R} = \frac{R}{P}$ , on pose $R = \frac{R}{2R} \rightarrow R = \frac{P}{R}$   |
| On verna le sens physique de cette fonction d'onde plus tand  (w relié à l'énergie, photon == Rw) > V= 40e 3 (Et-B.P.) 18 d'onde possible  On a 1 outil V, il nous faut une équation d'onde.        |
| 2) Équation (s) de Schrödinger<br>L'existence de 4 est un postulat de la physique quantique, l'équation de Schrö:<br>dinger en est un deuxième: 14925)  |
| if $\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{R^2}{2m} \Delta \Psi + V(\vec{r}, t) \Psi(\vec{r}, t)$ où $V(\vec{r}, t) = potentiel augusl est soumis la particula$                                  |
| Rq: - Rappelléqua de d'Alembert (Dérivé temp et D)  - Traduit la conservation de l'énergie  |
| - Respecte le principe de superposition (l'inégire)  Dans la suite de la Régon , on va se placer de la cas 10 pour simplifier les   |
| On va étudien cle cas particulier où $V$ indépendant du temps. $\Rightarrow \exists solutions stationnaires de la sorme \Psi(x;t) = \Psi(x) S(t)$   |

On vainjecter dans Schrodinger. En 10, on a:

(R 24 - 12 324 + V(x) 462, t) Ingertons:  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} \varphi(x) = -\frac{\partial^2}{\partial x} g(t) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + V(x) g(t) \varphi(x)$  $\frac{1}{R} \frac{\partial Q}{\partial L} = -\frac{R^2}{2m} \frac{1}{(9m)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} + V(\infty)$ On a séparé les variables. Vrai Vt, Yx: les deux termes do vent être égaux à une constante: CR 1 DE = CSt = E (1) Schro.  $\frac{R^2}{2m} \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x) = CSC = E$ (2) Dimensionne Clement: [cst] = [iR g(t) 38(t)] = [R] = [Rw] = E A partir de (1): P(6) = Poe LEE/R CoRécent avac précedemment (Vrai si V(x, X).) On a done  $\Psi(x,t) = \Psi(x)e$  [80 dans  $\Psi(x)$ ]. Donc  $\Psi\Psi^* = |\varphi(x)|^2$  (propriété des complexes On a des outils mathématique, mais quel sens prisique? Et comment conci-Pier l'aspect à ondulatoire et l'aspect corpuscule de la matière? Vivons cela avec une autre experierce: les lentes d'Young



On a donc trouvé un sens physique à notre ponction d'onde - Sion pouvait 'observer' la fonction d'ance de l'é de 4 par exemple, espere de nuage rout autour du noyau las que l'é va trop vite, il est partout en proba. Julien Bobroff: 4 = cante des possibles, l'é est partout en proba . Si on l'observe, il se réduit en 1 point. 3) Cas de la particule libre. Paquet d'onde Particule Piore = n'est soumis à aucum potentiel > V(xit) = 0 C'en-le cas pour particule de le vide, ou gaz e Piore (métaux) V ndep de t, on chenche les solutions get  $\Psi(x,t) = \varphi(x) e^{i\frac{\pi}{R}} = \varphi(x) e^{i\omega t}$ Schoo:  $\frac{R^2}{2m} \frac{1}{\sqrt{2m}} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = E$  $\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2mE}{R^2} \Psi(x) = 0$ Solut générale: P(x) = Ae+iRx + Be-iRx avec R2= 2m E => Fonction d'onde:  $\Psi(x,t) = A e$  + Be + Bela fonce donde est la 2 de 2 OPPH uci Énergie: On a E = PIR . De Brogeie: p= RR dork E = P2 = Energie purement cinetique (particule Ribra). Relation de dispersion w = = = = w = = conc vitesse de prace: Vy = W = Pw -> Dispersig 1 4(x,t) i ne peut être normalisé (divergence), donc 1 OPPH seule n'a pas de sens pris que -> paquer cionde 61

Paquet d'onde:

Superposition d'OPPH, possible can principe de superposition

$$\Psi(x;t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(p) e^{i(px - \frac{p^2}{2r}t)/R} dp$$

- -> Coefficients (P(P)) complexes arbitraires pour assurer 500 44 doc = 1
- -> Obcit bien à l'équation de Schödingen

On a firs 
$$w = \frac{RR^2}{2m}$$
  $\Rightarrow$   $V_g = \frac{dw}{dR} = \frac{RR}{m}$  vitesse de l'enveloppe

Que de munt P= BR = mvg > vg correspond bien à la vitesse de la particule!

Diapo Dispersion

### Conclusion

- · Pour une particule, à des échelles de l'ordre de 200, on a un comportement ondulatoire. Une mesure perturbe ce comportement
- · On peut travailler avec 4, = densité de proba, et schrodingen
- · Même s'ils pervent paraître abstrait, les phénome nes quantiques sont partout autour de nous. Dans une prochaine lecon, on étudier au not amment l'effet tunnel, au coeur par exemple des clés USB.