Leçon n°27 : Propagation guidée des ondes

Niveau	**Licence**
Prérequis	Eq de Maxwell Eq de d'Alembert Propagation OEM dans le vide Ondes planes
Biblio	Electromagnétisme, Pérez Electromagnétisme n°1 Dion BUP n°742
Plan	I. <u>Propagation entre deux plans conducteurs</u> 1. Structure de l'onde 2. Résolution 3. Relation de dispersion 4. Vitesse de phase et de groupe 5. Interprétations ondes planes II. <u>Guide d'onde rectangulaire</u> 1. Modes présents 2. Mise en évidence expérimentale du mode de propagation

Remarques :

Formalisme complexe est adapté à la linéarité !!
La partie reelle d'une somme est la somme de partie reelle.

La partie reelle d'un produit n'est pas le produit de partie reelle.
Formalisme complexe pas adapté pour des produits !!!

Nous on veut le produit de partie réelle !

Questions :

- A quoi sert un guide d'onde ?

A confiner une onde afin de transporter une information

- Qu'est ce qu'on gagne à guider les ondes ?

On va limiter les pertes d'informations et les parasites
Propager une onde à amplitude constante afin que l'information ne soit pas perdu par modification de l'amplitude du signal.

- Comment se fait la perte d'information ?

Première chose d'atténuation du signal = atténuation géométrique :
Exemple dans les étoiles (pas de bruit on est dans le vide) mais l'amplitude(=energie) décroit avec l'inverse du carré du rayon.

- Conditions aux limites sur le cube ?

La vitesse de propagation de l'onde va être tangentielle sur le bord.

- Pourquoi les signaux changent de forme ? On envoie un signal rectangulaire et on obtient

Plusieurs fréquences à l'entrée qui ne vont pas toutes à la même vitesse.
Il y a des dispersions

- Est-ce qu'on peut retrouver nos cinqs pics ??

- Si le signal n'était pas déformé de combien il serait décalé à la fin ?

30 m/s de décalage de vitesse
Durée du signal initial : 115,6 micros

D=V*T = 3cm ENTRE LES MODES
s'ils ne sont pas assez décalés ils se superposent et c'est pour ça qu'on ne voit pas tous les modes.

- Exemple uide d'onde dans le cas magnétique qui correspond à une onde rectangulaire ??

Micro onde domestique
Source magnétron et il va falloir guider l'onde jusque la cavité

- Sur l'analyse energétique que vous avez fait, le terme imaginaire joue quel rôle ?

IL joue un rôle dans la phase du vecteur de poynting.

On s’est placé dans des cas de conducteurs parfaits
Dans les parois metalliuqes, pertes par effet joule plus la condition de champ tangentielle = 0

- Cela va rajouter quelle condition pratiuqe pour l’onde ?

Ca va lui rajouter un terme de perte en alpha z : E=Execpj()exp(alpha(z))

- Est-ce qu’il y a des applications dans l’optique ?

fibre optique, conduction dans un diélectrique

- Qu’est-ce que ça change ?

Permittivité qui va intervenir et les conditions d’interface qui vont être différentes
Condition de discontinuité quand on va passer de l’un a l’autre.

LP 27 Propagation guidée des ondes

Niveau : Licence

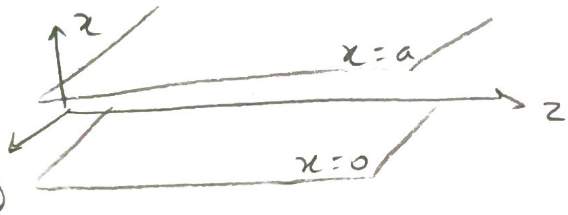
PR :
- éq de Maxwell
- éq de d'Alembert
- propag OEM vide
- ondes planes

Biblio :
- Électromagnétisme, Pérez
- ——— n°1, Dim
- BUP n°742

Introduction :

I. Propagation entre deux plans conducteurs

1. Structure de l'onde



Confinée, notre onde va apporter des CL particulières

- Source à la pulsation ω
- Propagation dans la direct° $+z$.

$\vec{E} = E_0(x,y)\, e^{j(kz-\omega t)}$

- Conducteurs parfaits : $\vec{E}_{/\!/} = \vec{0}$. $B_\perp = 0$
- $/\!/ \vec{u}_x$: $\vec{E} = E_m e^{j(kz-\omega t)} \vec{u}_x \rightarrow$ TEM.

$\vec{B} /\!/ \vec{u}_y$

- $/\!/ \vec{u}_z$ $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$ et $jkE_0 = 0$

$\vec{E} = E_0(x)\, e^{j(kz-\omega t)} \vec{u}_y$ dc $\frac{d^2 E_0}{\partial x^2} - \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right) E_0 = 0$.

~~Polarisation selon ux —> pas interessant car cela suit bien nos conditions aux limites~~

Polarisation suivant uz —>

Ce champ electrique doit satisfaire eq de Maxwell dont satisfaire aux eq de d'alembert

2. Résolution

* **Cas 1 :** $k = \frac{\omega}{c}$ $E_0''(x) = 0$ $E_0 = Ax + B$ CL : $\begin{cases} E_0(0) = 0 \\ E_0(a) = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{\begin{array}{l} A = B = 0. \\ E = 0. \end{array}}$

* **Cas 2 :** $k > \frac{\omega}{c}$ $\mu^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \rightarrow E_0'' - \mu^2 E_0 = 0$. dc $E_0(x) = Ae^{\mu x} + Be^{-\mu x}$

CL : $\begin{cases} E_0(0) = 0 \\ E_0(a) = 0 \end{cases} \Rightarrow A = B = 0$.

* **Cas 3 :** $k < \frac{\omega}{c}$ $\mu^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 \rightarrow E_0'' + \mu^2 E_0 = 0$. dc $E_0(x) = A\cos(\mu x) + B\sin(\mu x)$

CL : $\begin{cases} E_0(0) = 0 \\ E_0(a) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B\sin(\mu a) = 0 \end{cases}$

cas interessant ici
On a pu construire notre champ électrique grâce aux CL entre deux plans conducteurs.
A partir du champ électrique on peut écrire le champ magnétique

Pour un entier $n \geq 1$, $\mu a = n\pi$

$$\vec{E} = \sum_{n \geq 1} E_n \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{j(kz-\omega t)} \vec{u}_y$$

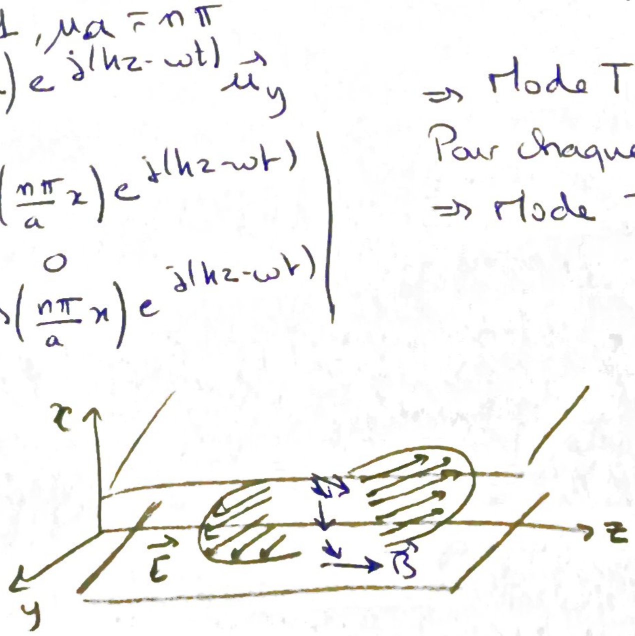
$$\vec{B} = \sum_{n \geq 1} \begin{vmatrix} -\frac{k_m}{\omega} E_n \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{j(kz-\omega t)} \\ 0 \\ -\frac{n\pi}{a\omega} E_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) e^{j(kz-\omega t)} \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow$ Mode TE

Pour chaque n, TE_n

$\Rightarrow$ Mode TM.

Schéma pour mode = 1



Ex transverse électrique pour le mode n=1

3. Relation de dispersion

$$\mu^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \Rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - n^2\frac{c^2\pi^2}{a^2\omega^2}}$$

on pose $\omega_0 = \frac{c\pi}{a}$ ainsi $\boxed{k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - n^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}}}$ $\Rightarrow 1 - n^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2} > 0$

$\Rightarrow \boxed{\omega > n\omega_0}$

A partir de cette relation de dispersion, on voit une condition apparaître —> il faut que la racine soit positive.

posons $\omega_c = n\omega_0$

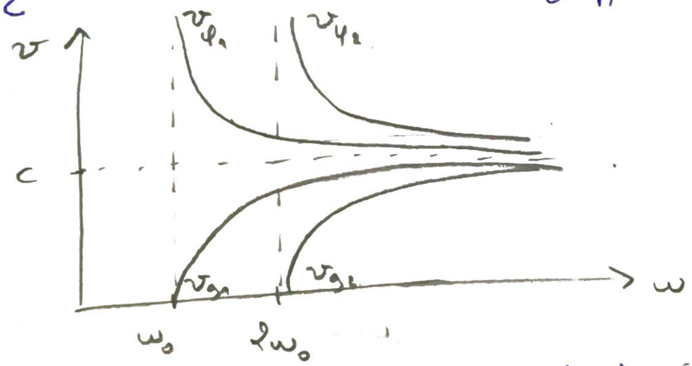
En terme de longueur d'onde : $\lambda_0 = \frac{c}{\omega_0}$ $\lambda = \frac{c}{\omega}$ $\Rightarrow \boxed{\frac{1}{\lambda_{G,m}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{n^2}{\lambda_0^2}}$

?La longueur d'onde ? du guide d'onde dépend de la géométrie du guide d'onde et de la pulsation de coupure.

4. Vitesses de phase / groupe

$$v_{\varphi,n} = \frac{\omega}{k_n} = \frac{c}{\sqrt{1 - n^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} > c \quad \text{et} \quad v_{g,n} = \frac{d\omega}{dk_n}$$

$$-\frac{1}{c^2}2\omega d\omega - 2k_n dk_n = 0 \Rightarrow \frac{d\omega}{dk_n} = c^2\frac{k_n}{\omega} \quad \text{donc } v_{g,n} = c\sqrt{1 - n^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}} < c.$$



Onde qui se propage dans un milieu non dispersif mais qui est dispersive.
Au début pour un faible w on va avoir qu'un seul mode dans notre cavité, et plus on a de w, plus on va avoir de superposition de différents modes dans notre cavité.

Moyenne du vecteur de poynting —> Propagation de l'énergie dans l'axe de propagation de l'onde.

Vecteur de poynting $\underline{n=1}$: $\vec{R} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}^*}{\mu_0} = \underbrace{\frac{E_y B_z^*}{\mu_0}\vec{u}_x}_{im} - \underbrace{\frac{E_y B_x^*}{\mu_0}\vec{u}_z}_{Réel}$ dc $\langle \vec{R}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\vec{R}) = A\vec{u}_z$

5. Interprétation ondes planes

On peut interpréter nos solutions comme des superpositions d'ondes planes
On pose deux vecteurs d'ondes k1 et k2 et on remarque que notre champ électrique peut s'écrire comme la somme d'une onde E1 et une onde E2
K1 et k2 ont les mêmes composantes suivant uz et des composantes de signe opposé suivant ux
Traduit la réflexion sur un conducteur parfait :
Donc finalement le champ électrique on peut le décomposer comme la superposition de deux ondes planes qui arrivent avec un certain angle sur le conducteur dirigé avec respectivement des vecteurs d'ondes k1 et k2

$$\vec{E} = E_n \sin\left(n\frac{\pi}{a}x\right)e^{j(kz-\omega t)}\vec{u}_y$$

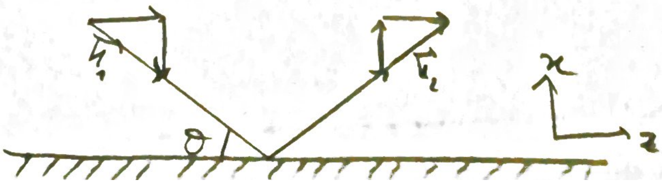
$$\vec{E} = E_n \sin\left(n\frac{\pi}{a}x\right)\cos(kz-\omega t)\vec{u}_y$$

or $\sin(p)\cos(q) = \sin(p+q) + \sin(p-q)$

donc $\vec{E} = E_n\left(\sin\left(n\frac{\pi}{a}x + kz - \omega t\right) - \sin\left(-n\frac{\pi}{a}x + kz - \omega t\right)\right)\vec{u}_y$

or $\begin{cases} \vec{k}_1 = \frac{n\pi}{a}\vec{u}_x + k\vec{u}_z \\ \vec{k}_2 = -\frac{n\pi}{a}\vec{u}_x + k\vec{u}_z \end{cases}$ $\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ avec $\begin{cases} \vec{E}_1 = E_{n_1}\sin(\vec{k}_1\cdot\vec{r} - \omega t) \\ \vec{E}_2 = E_{n_2}\sin(\vec{k}_2\cdot\vec{r} - \omega t) \end{cases}$

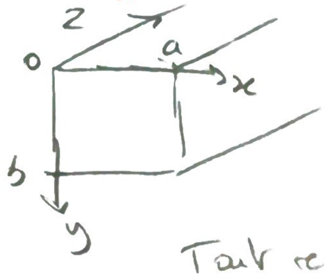
- Mêmes composantes $/\!/ \vec{u}_z$
- Composantes signés opposés $/\!/ \vec{u}_x$



On rajoute des conditions aux limites en plus et on va trouver des fréquences de coupures, etc ..
Calculs analogues on trouve une relation de dispersion pour n et m superieur ou égal à 0 entier.
En traduisant en longueur d'onde on retrouve une relation similaire à tt à l'heure.

II. Guide d'onde rectangulaire

1. Modes présents

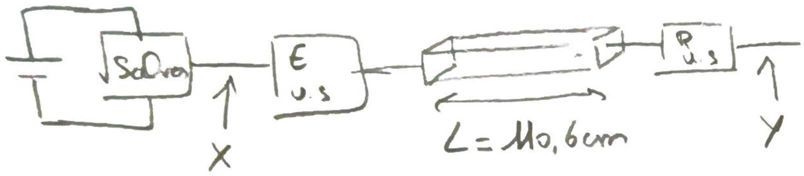


Pour $n, m \geq 0$ entiers : $k_{n,m}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{a} - \frac{m^2\pi^2}{b^2}$

En longueur d'ondes : $\frac{1}{\lambda_{G,n,m}^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{n^2}{4a^2} + \frac{m^2}{4b^2}\right)$.

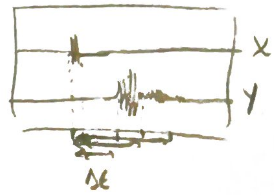
Tout reste valable en acoustique.

2. Mise en évidence expérimentale



Section carrée $a = 12,4$ mm
$f = 40$ kHz et $\lambda = 8,6$ mm
$n \to 0,1,2 \quad m \to 0,1,2$

$\to$ 9 modes possibles : $v_{G,n,m} = c\frac{\lambda}{\lambda_{G,n,m}}$ et $v_{G,exp} = \frac{L}{\Delta t}$.



On a mesuré
$\Delta t_1 = 3,27$ ms $\Rightarrow v_{G,0,0} = 338,7$ m/s $\sim c_a$.
$\Delta t_2 = 3,83$ ms $\Rightarrow v_{G,1,1} = 287,5$ m/s
$\Delta t_3 = 4,3$ ms $\Rightarrow v_{G,2,0} = 258,0$ m/s

On alimente un générateur de salve qui va alimenter un émetteur à ultrason (ondes acoustiques) on envoie dans un guide rectangulaire et on regarde le récepteur qui est de l'autre coté du guide
Oscillo on regarde le signal qui entre dans l'émetteur et le signal qui sort du récepteur.
Comparer la vitesse de groupe théorique à ce que l'on va observer sur l'oscillo (delta t1)
Retard de nos salves par rapport à ce que l'on récupère au récepteur
On observe un deuxième paquet (delta t2) et un troisième paquet (delta t3)—> amplitudes de plus en plus petite.
Ecart important du aux détections
Paquet d'onde difficilement identifiable vu qu'on a une superposition vu qu'on observe pas me mode 01.

Conclusion :

$\neq$ types de modes TE, TM, TEM

Questions.

A quoi sert le guide d'onde ? Avantage ?
CL pr une onde accoustique ?
forme des signaux pourquoi ils changent ? (sur oscillo)

Applicat° de la vc courante : micro-onde

II 1 $\vec{E} = E_0(x) e^{i(k_z z - \omega t)} e^{\alpha z}$

Fibre optique → diélectrique

Commentaires :

. Amplitude est pour ne pas perdre d'info par disparit° de l'ampl.
- pb effet Joules.
- 1ère source d'atténuat° est géo.
- Déformat° du signal dû à la dispersion
  onde milieu non dispersif mais elle est dispersé
. freq vt à des vitesses ↗

formalisme ∉ pas de produit.

$$Re(x \times y) \neq Re(x) \times Re(y) \text{ alors que } Re(x+y) = Re(x) + Re(y)$$

il vaut mieux rester en partie réel.

on peut aussi I.5. décomposé sin en expo.

II.2. → expliqué les est
Discuté le décalage du signal s'il n'était pas déformé