Leçon n°3 : Caractère non galiléen du référentiel terrestre

Niveau	**Licence**
Prérequis	Interaction gravitationnelle Mécanique newtonienne, changement de référentiel
Biblio	Portelli méca PCSI-MPSI Brasselet La physique par la pratique H-Prépa Méca 2 1ere année Méca 1 Farroux Renault 1ère année Physique MP Marc
Plan	I. <u>PFD dans le référentiel terrestre Non galiléen</u> 1. Référentiel d'étude 2. PFD dans le ref terrestre II. <u>Effets de la translation circulaire du Ref T : les marées.</u> 1. Expression simplifiée du terme de marée 2. Théorie statique qualitative des marées III. <u>Effets de la rotation sur le Ref t</u> 1. Poids d'un corps et champ de pesanteur terrestre 2. Influence de la force d'inertie de Coriolis en Ref t

Questions :

- Est ce qu'on peut considérer l'effet de marée liée a la lune comme étant liée à la translation circulaire du référentiel terrestre.

Il faut un mouvement de translation circulaire de la lune autour de la terre.
Le centre de masse du système terre lune est déplacé par rapport au centre de la terre.

- Si on veut calculer le champ gravitationnel, il faut connaître la forme de l'objet.
- Pour le calcul du poids, à l'équateur on a la déformation du pôle.
- Qu'est ce qui est le plus important entre l'effet accélération d'entrainement ou la déformation?

Distance a l'axe de rotation, effet de la latitude.
Effet de la distance au centre de masse.
Deux qui changent quand on se déplace.
Gt(M) attraction universelle liée au Carré de la distance au centre de masse.
Quand on est au pôle la distance n'est pas la même.

Allez plus vite sur les marées.
ODG et conclure sur la déviation vers l'est.

Estimation force de coriolis.

Ferdinand Reich : lache d'un puit en 1833. (pour négliger le vent) —> AN

Quelle est l'ordre de grandeur des deux contributions ?

Il faut savoir quel est l'aplatissement
Correction de la force centrifuge est du même ordre de grandeur que la correction de g.

A peu près du même ordre.

Présentation Leçon Φ

LP03 : caractère non galiléen du référentiel terrestre

Pré-Requis : interaction gravitationnelle
mécanique newtonienne, changement du référentiel

Niveau Licence

I - PFD dans le référentiel terrestre non galiléen
1) référentiels d'étude
2) PFD dans le ref. terrestre

II - Effets de la translation circulaire du R_T
la marée
1) Expression simplifiée du terme de marée
2) Théorie statique qualitative des marées

III - Effets de la rotation du R_T
1) Poids d'un corps et champ de Pesanteur terrestre
2) Influence de la force d'inertie de Coriolis en R_T

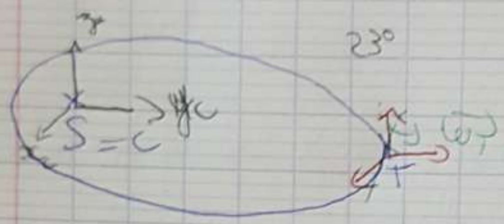
Aspect Historique : pendule de Foucault
↳ prouve aspects non galiléen

Pas de critère qui permet de le distinguer d'un autre.

Chute d'une bille, déviation vers l'est 1933
1961 : pendule de Foucault autre rotation du plan d'oscillation du pendule.
Donc ref terrestre n'est pas galiléen.

Rappels :
Principe d'inertie : postule qu'il existe des référentiels privilégiés dans lesquels un point matériel isolé est en mouvement de translation rectiligne uniforme → référentiels galiléens.

I-) 1)



réf de Copernic : (C, x_c, y_c, z_c) $\mathcal{R}_c$ (galiléen)
réf géocentrique (T, x_0, y_0, z_0) $\mathcal{R}_g$
réf terrestre (T, 3 axes fixes liés à la terre $\mathcal{R}_T$)

Mouvement de la terre
• m^{vt} $\mathcal{R}_g$ % $\mathcal{R}_c$:
translation elliptique $e = 0{,}017$
≃ translation circulaire
$ST = 1{,}5 . 10^{11}$ m
$T_{orb} = 365{,}25$ jours

• m^{vt} $\mathcal{R}_T$ % $\mathcal{R}_g$:
rotation, $\omega_T \simeq$ cte
$T_{sidéral} = 86\ 164$ s
$\omega_T = \dfrac{2\pi}{T_{sid}} = 7{,}3 . 10^{-5}$ rad s^{-1}

Très faible ellipticité qu'on va approximer (très bonne approx) comme translation circulaire.

2)

Notation :

$\vec{\mathcal{G}}_i(M)$: champ gravitationnel créé par l'astre A_i en M

D_i : distance entre l'astre A_i et la terre.

m_i : masse de l'astre A_i

$\vec{F_a}$: forces autres.

Soit un point M de masse m

PFD dans $\mathcal{R}_T$:

$$m\vec{a}(M)/\mathcal{R}_T = \vec{F_a} + m\vec{\mathcal{G}}_T(M) + m\sum_{i=1}^{N}\vec{\mathcal{G}}_i(M) - m\vec{a_e} - m\vec{a_c}$$

$$\vec{a_e} = \vec{a}(T)_{/\mathcal{R}_C} + \vec{\omega}\wedge\vec{\omega}\wedge(\vec{TM})$$

$$\vec{a_c}(M) = 2\vec{\omega}\wedge\vec{v_r}(M)_{/\mathcal{R}_T}$$

$$m\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}_T} = \vec{F_a} \overbrace{- 2\vec{\omega}m\wedge\vec{v}_{M/\mathcal{R}_T}}^{\text{Force de Coriolis}} + \underbrace{m\left[\vec{\mathcal{G}}_T(M) - \vec{\omega}\wedge\vec{\omega}\wedge\vec{TM}\right]}_{\text{Poids}} + \underbrace{m\left(\sum_{i=1}^{N}\vec{\mathcal{G}}_i(M) - \vec{a}(T)_{/\mathcal{R}_C}\right)}_{\text{terme de marées}}$$

II-

On se place dans $\mathcal{R}_o$

1)

hyp: On assimile la terre et les autres astres à des corps à symétrie sphérique.

PFD à la Terre dans $\mathcal{R}_o$

$$m_T\,\vec{a}(T)_{/\mathcal{R}_o} = m_T\sum_{i=1}^{N}\vec{\mathcal{G}}_i(T)$$

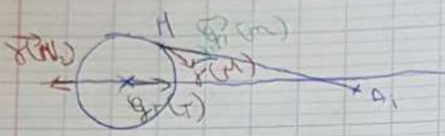
Acceleration somme des champs gravitationnels des autres astres que la Terre.

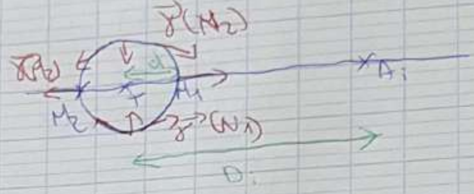
terme de marée ou terme différentiel

$$\vec{\gamma}(M) = \sum_{i=1}^{N}\left(\vec{\mathcal{G}}_i(M) - \vec{\mathcal{G}}_i(T)\right)$$

Applatissement + étirement dûs aux termes différentiels —> expliquent les marées.

Analyse graphique





ODG :

$$\gamma = |g_i(M) - g_i(T)|$$

$$= \frac{Gm_i}{(D_i - d)^2} - \frac{Gm_i}{D_i^2}$$

DL a l'ordre 1. Di très Grand devant le rayon de la terre.

$$= \frac{Gm_i}{D_i^3} 2d \qquad d = R_T = 6370 km$$

$\gamma_L(M) \simeq 1,1 \ 10^{-7} g_0$

$\gamma_S(M) \simeq 5,1.10^{-8} g_0$

2)

Hyp : $\omega_T \simeq 0$

couche d'eau au repos

On ne considère que l'effet du terme différentiel lunaire.

2 marées hautes par jour

III 1)

Sachant un point M de masse m en équilibre dans $\mathcal{R}_T$ le poids et la force proportionnelle à la masse

$$\vec{P} = m[\underbrace{\vec{g}_T(M) - \vec{\omega}_T \wedge \vec{\omega}_T \wedge \vec{HM}}_{\text{pesanteur} = \vec{g}(M)} + \sum_{i=1}^{N} \vec{g}(M))$$

↳ négligeable

ODG en terme en $\omega^2 \vec{HM}$

$\cdot \vec{HM} = R_T = 0{,}034\ m.s^{-2}$

$g_0 = 9{,}8\ m.s^{-1}$ erreur < 0,3%

2)

ODG

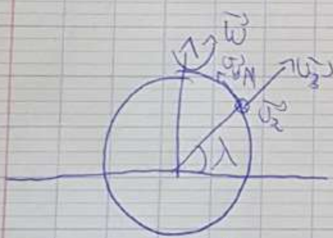
$$\frac{F_{ic}}{mg_0} \leq \frac{2\omega_T v_r}{g_0} = \frac{v_r}{6{,}7.10^4}$$

$v_r < 350\ m.s^{-1} = 1250\ km.h^{-1}$

emps écoulé

Déviation vers l'est par la méthode perturbative

point matériel M, m situé à la latitude λ, lâché sans vitesse initiale, d'une altitude h.



Forces sur le point M:

$\vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{u_z}$

$\vec{F_c} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)_{/R_T}$

$m\vec{a}(M) = \vec{P} - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}$

$$m\begin{vmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\0\\-mg\end{vmatrix} - 2m\omega\begin{vmatrix}0\\ \cos\lambda\\ \sin\lambda\\ 0\end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\\ \dot{x}\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2\omega(\dot{y}\sin\lambda - \dot{z}\cos\lambda) \\ -2\omega\dot{x}\sin\lambda \\ -g + 2\omega\cos\lambda\,\dot{x} \end{vmatrix}$$

$\boxed{\omega = 0}$

$\ddot{z} = -g$

$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$

$\ddot{y} \ll \ddot{x}$ et $\dot{y}, \dot{x} \ll \dot{z}$

$\ddot{x} \simeq -2\omega\dot{z}\cos\lambda$

$\ddot{x} \simeq +2\omega g t\cos\lambda$

$x = \frac{\omega g t^3}{3}\cos\lambda$ ← composante positive ⇒ déviation vers l'est

$x \simeq \frac{\omega}{3} g \left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2} \cos\lambda$

AN :

$h = 158$ m

$\lambda = 50°$

$g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

$x = 2{,}8$ cm

Ferdinand Reich 1833

Géocentrique : Centre de la Terre et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines fixes.

Terrestre : Centre de la Terre et dont les axes sont liés au globe terrestre.

Conclusion : Ref terrestre a certaine manifestation non galiléenne

Force de Coriolis a des effets longues durées

Ref copernic est il vraiment galiléen ?

LP 3 : Caractère non galiléen du référentiel terrestre

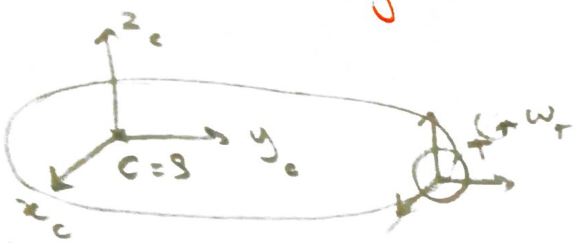
Niveau : Licence

Prérequis : - interaction gravitationnelle
- mécanique newtonienne, changement de référentiel

Intro : Rappels : principe d'inertie (postulat qu'il $\exists$ des réf priv. ds lq. un pt mat. isolé est en mouv. de transl. rect. unif.) $\rightsquigarrow$ réf gal.

I. PFD dans le réf. terrestre non galiléen

1. Référentiels d'étude



réf. de Copernic : (C, x_c, y_c, z_c) $\mathcal{R}_c$

réf géocentrique : (T, x_0, y_0, z_0) $\mathcal{R}_0$

réf. Terrestre : (T, 3 axes fixes liés à la terre) $\mathcal{R}_T$

Mouvement de la Terre : • mouv. $\mathcal{R}_0 / \mathcal{R}_c$

translation elliptique $e = 0{,}018$ $\approx$ translat° circulaire

$ST = 1{,}5.10^{11}$ m

$T_{orb} = 365{,}25$ jours.

• mouv. $\mathcal{R}_T / \mathcal{R}_0$: rotation, $\omega_T \simeq$ cst

$T_{sidéral} = 86164$ s

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T_{sid}} = 7{,}3.10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$

2. PFD dans le réf. terrestre

Notations : $\vec{\mathcal{G}}_i(M)$: champ gravitationnel créé par l'astre A_i en M

D_i : distance entre astre A_i et la Terre

m_i : masse de l'astre A_i

$\vec{F}_a$ forces autres

Soit un point M de masse m.

PFD dans $\mathcal{R}_T$: $m\vec{a}(M)_{/\mathcal{R}_T} = \vec{F}_a + m\vec{\mathcal{G}}_T(M) + m\sum_{i=1}^{N}\vec{\mathcal{G}}_i(M) - m\vec{a}_e - m\vec{a}_c$

or $\vec{a}_e(M) = \vec{a}(T)_{/\mathcal{R}_c} + \vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge (\vec{TM})$ et $\vec{a}_c(M) = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r(M)_{/\mathcal{R}_T}$

$$\Rightarrow m\vec{a}(M)_{/R_T} = \vec{F}_a + \underbrace{2\vec{\omega}\wedge\vec{v}_{M/R_T}}_{\text{force de Coriolis}} + m\underbrace{\left(\vec{\mathcal{G}}_T(M) - \vec{\omega}\wedge\vec{\omega}\wedge\vec{TM}\right)}_{\text{Poids}}$$
$$+\, m\underbrace{\left(\sum_{i=1}^{N}\vec{\mathcal{G}}_i(M) - \vec{a}(T)_{/R_c}\right)}_{\text{terme de marées}}$$

II. Effet de la translation circulaire du $\mathcal{R}_T$: la marée

1. Expression simplifiée du terme de marée

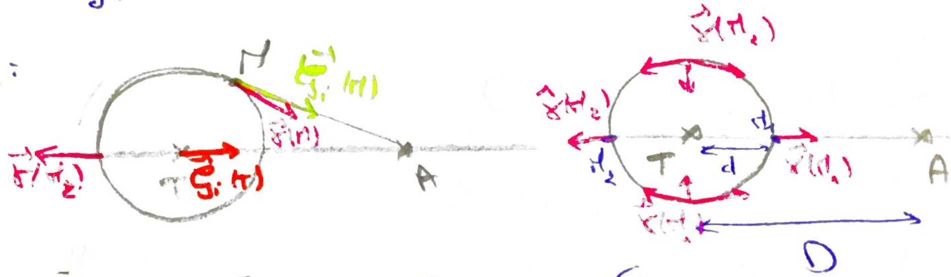
<u>Hyp</u> : on assimile la Terre et les autres astres à des corps à sym. sphérique.

<u>PFD</u> appliqué à la Terre dans $\mathcal{R}_c$: $m_T\vec{a}(T)_{/\mathcal{R}_c} = m_T \sum_{i=1}^{N}\vec{\mathcal{G}}_i(T)$
(R_c = galiléen)

Terme de marée en terme différentiel :

$$\vec{\gamma}(M) = \sum_{i=1}^{N}\left(\vec{\mathcal{G}}_i(M) - \vec{\mathcal{G}}_i(T)\right)$$

<u>Analyse graphique</u> :



<u>ODG</u> : $\gamma = |\vec{\mathcal{G}}_i(M) - \vec{\mathcal{G}}_i(T)| = \dfrac{Gm_i}{(D_i-d)^2} - \dfrac{Gm_i}{D_i^2} = \dfrac{Gm_i}{D_i^3}\times 2d$

$d = R_T = 6370\,\text{km}$

voir odg pour chp grav des ≠ astres et chp grav diff.

$\gamma_L(M) \simeq 11.10^{-7}\,g.s$

$\gamma_S(M) = 5{,}1.10^{-8}\,g.s.$

2. Théorie statique qualitative des marées

<u>Hyp</u> : $\omega_T \simeq 0$ et couche d'eau au repos uniforme

On ne considère que l'effet du terme diff. lunaire.

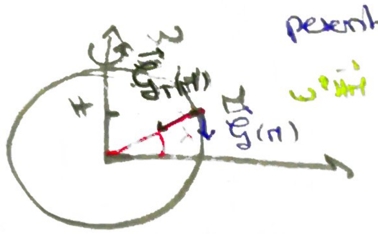
2 marées hautes/jour.

III. Effets de rotation de $\mathcal{R}_T$

Soit un pt M* de masse m en éq. ds $\mathcal{R}_T$. Le poids est la force proportionnelle à la masse

*1. Poids d'un corp et chp de pesanteur terrestre

$$\vec{P} = m\Big(\underbrace{\vec{\mathcal{G}}_T(M) - \vec{\omega}_T \wedge \vec{\omega}_T \wedge \vec{HM}}_{\text{pesenteur } = \vec{g}(M)} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \vec{\gamma}(M)}_{\text{négligeable}}\Big)$$



ODG le terme en $\omega^2 \vec{HM}$

on montre : $\vec{HM} = \quad = 0{,}036\ m\,s^{-2}$

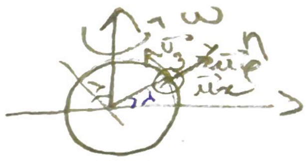
$g = 9{,}8\ m\,s^{-1}$ erreur $< 0{,}5\%$

2.. Influence de la force d'inertie de Coriolis en R_T

ODG. $\frac{F_c}{mg} \leq \frac{2\omega_T v_r}{g} = \frac{v_r}{0{,}7 \cdot 10^4} \Rightarrow v_r < 350\ m/s = 1250\ km/h$

Méthode pertubative.

Q° :



Déviation vers l'Est / la méthode perturbative.

Pt matériel M, m situé à la latitude λ. On lâche sans v° initiale, d'une altitude h.

on neglige terme de marée, frottement dû à l'air.

Forces sur le pt M : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_z}$ $\quad \vec{F_c} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)_{/R_T}$

$m\vec{a}(M) = \vec{P} - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}$

$$\hookrightarrow m\begin{vmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0\\0\\-mg\end{vmatrix} - 2m\omega\begin{vmatrix}0\\ \cos\lambda\\ \sin\lambda\end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{vmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}2\omega(\dot{y}\sin\lambda - \dot{z}\cos\lambda)\\ -2\omega\dot{x}\sin\lambda\\ -g + 2\omega\cos\lambda\,\dot{x}\end{vmatrix}$$

pas de rotation de la T $\vec{\omega} = \vec{0}$

2 eq° diff nulle et on va avoir $\ddot{z} = -g \quad z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$

$\dot{z} \gg \dot{y} \quad \dot{z} \gg \dot{x} \quad \ddot{y} \ll \ddot{x} \quad \ddot{x} \simeq -2\omega\dot{z}\cos\lambda$

$\simeq +2\omega g t\cos\lambda$

$\Leftrightarrow \boxed{x \simeq \frac{\omega g t^3 \cos\lambda}{3}}$ composante $\oplus \Rightarrow$ déviation vers l'est

$\Leftrightarrow \boxed{x \simeq \frac{\omega}{3} g \left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2} \cos\lambda}$ — altitude à laquelle on lâche

AN : $h = 158\ m \quad \lambda = 50° \quad g = 9{,}8\ m/s^2$

$x = 2{,}8\ cm$