# LP 36 - Diffraction par des structures périodiques

Niveau : Licence Préreguis :

- Diffraction
- Interférences à deux ondes
- Cristallographie (réseau direct, réseau réciproque ...)

# Biblio:

• Cours de l'université de Genève :

https://www.unige.ch/sciences/physique/tp/tpi/Liens/Protocoles/Complements/Rayons X structure cristaux.pdf

- LABORATOIRE KASTLER BROSSEL : <a href="http://www.lkb.upmc.fr/cqed/%20teaching/teachingsayrin/">http://www.lkb.upmc.fr/cqed/%20teaching/teachingsayrin/</a>
- José-Philippe Pérez, optique, fondements et applications, 7ème édition. Dunod, 2011
- Charles Kittel, Physique de l'état solide, 7ème édition. Dunod, 2005

### Plan:

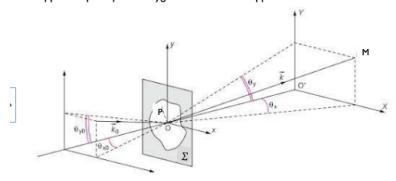
# Préliminaires

- I. Diffraction par un réseau plan
  - A. Intensité diffractée
  - B. Utilisation d'un réseau en spectrométrie
- II. Diffraction par des structures cristallines
  - A. Position du problème
  - B. Formulation de Bragg et de Von Laue

### **NOTES**

Introduction

Etude de ... pour obtenir des caractéristiques de l'objet diffractant On va montrer qu'on peut remonter à la structure incidente Préliminaires On rappelle le principe de Huygens-Fresnel dans l'approximation de Fraunhofer



Surface  $\Sigma$  de transmittance t(x, y)M un point d'observation P un point courant de  $\Sigma$ 

L'onde diffractée s'écrit :  $S(M) = \frac{AS_0}{D}\iint t(P)e^{-2l\pi\left(xu+yv\right)}\ dxdy$  avec :  $u = \frac{\sin(\theta_x)-\sin(\theta_{x0})}{\lambda}$  et  $v = \frac{\sin(\theta_y)-\sin(\theta_{y0})}{\lambda}$ 

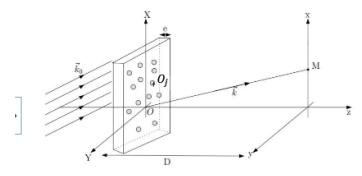
avec : 
$$u = \frac{\sin(\theta_x) - \sin(\theta_{x0})}{\lambda}$$
 et  $v = \frac{\sin(\theta_y) - \sin(\theta_{y0})}{\lambda}$ 

Qu'on peut écrire :

$$S(M) = \frac{AS_0}{D} \int_{\Sigma} t(P) e^{-i(\vec{k} - \vec{k_0}).\overrightarrow{OP}} d\Sigma$$

Transmittance : amplitude complexe incidente / amplitude complexe émergente

On considère un ensemble de petites structures diffractantes identiques



A chaque élément  $\{j\}$ :

-Position O<sub>1</sub>

-Transmittance  $t_i(P)$ 

On a: 
$$S(M) = \frac{AS_0}{D} \int_{\Sigma} t(P) e^{-i(\vec{k} - \vec{k_0}).\overrightarrow{OP}} d\Sigma$$

Dans le cas où on a plusieurs structure diffractante on va faire la somme de notre formule ?? Ainsi:

$$S(M) = \frac{AS_0}{D} \sum_{j} \left( e^{-i(\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k_0}).\overrightarrow{R_j}} \int_{\Sigma} t_j(P) e^{-i(\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k_0}).\overrightarrow{O_jP}} d\Sigma \right)$$

On décompose OP, et on note Rj pour plus de facilité On fait la somme des différents termes

$$\frac{AS_0}{D} \sum_{j} \left( e^{-i(\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k_0}).\overrightarrow{R_j}} \right) . \int_{1 \; struct} t_0(\delta \overrightarrow{r}) e^{-i(\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k_0}).\delta \overrightarrow{r}} \, d\Sigma$$

$$S(M) = \frac{AS_0}{D} \sum_{j} \left( e^{-i(\vec{k} - \vec{k_0}) \cdot \vec{R_j}} \right) \cdot \int_{1 \text{ struct}} t_0(\delta \vec{r}) e^{-i(\vec{k} - \vec{k_0}) \cdot \delta \vec{r}} d\Sigma$$

- Facteur de structure (S): il ne depend que de la répartition des structures sur l'objet diffractant
- Facteur de forme (F): il ne depend que de <u>la forme d'une structure unique</u> → Diffraction due à un seul motif

Finalement,  $I \propto |S(M)|^2$  d'où:

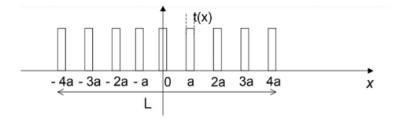
$$I = I_0 \left| \sum_j e^{-i(\vec{k} - \overline{k_0}).\vec{R_j}} \right|^2 \cdot \left| \int_{1 \text{ struct}} t_0(\delta \vec{r}) e^{-i(\vec{k} - \overline{k_0}).\delta \vec{r}} \, d\Sigma \right|^2$$

$$|S|^2 \qquad |\mathcal{F}|^2$$

- I. Diffraction par un réseau plan
  - 1) Intensité diffractée

### Définition:

Un réseau est un dispositif périodique qui impose à une onde plane incidente, une variation périodique d'amplitude et/ou de phase



La fonction transmission t(x) est périodique

10

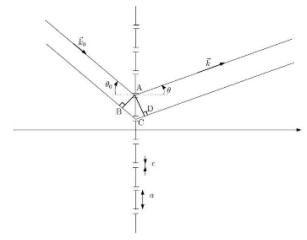
Ordres de grandeur :

Qualité	$n  (m^{-1})$	n (Lines Per Inch)	α (μm)	Largeur	N
moyenne		$10^{3}$	30	2 cm	~2000
Classique	$\sim 4.10^{5}$	104	~3	3 cm	~10 000
Excellente	~4.10 <sup>6</sup>	105	~0,3	4 cm	~40 000

Convolution entre un peigne de dirac et une fonction porte.

On considère un réseau de N fentes de largeur e, réparties sur une longueur L=Na où a est la période de ce réseau.

La fonction de transmission de chaque fente est  $t_0(x)$  tel que :  $t_0(x) = \begin{cases} 1, & \frac{-e}{2} < x < \frac{e}{2} \\ 0, & sinon \end{cases}$ 



lci, on a : 
$$\overrightarrow{R_j} = j \vec{a}$$

13

Période du réseau

vecteur Rj = ja car périodique, position des fentes

Calcul du facteur de structure :

$$|\mathcal{S}|^2 = \left| \sum_{j=0}^N e^{-i(\vec{k} - \vec{k_0}) \cdot \vec{R_j}} \right|^2$$

$$= \left| \sum_j^N e^{-i(\vec{k} - \vec{k_0}) \cdot j\vec{a}} \right|^2$$

$$= \left| \sum_j^N e^{-ijka(\sin\theta - \sin\theta_0)} \right|^2$$

$$= \left| \frac{1 - e^{-ijka(\sin\theta - \sin\theta_0)N}}{1 - e^{-ijka(\sin\theta - \sin\theta_0)}} \right|^2$$

On a remplacé Rj par ja.

téta0 = angle incident et téta = angle de émergent

Somme d'une suite géométrique (pas détaillé les calculs → se retrouve)

Finalement , 
$$|\mathcal{S}|^2 = \left| e^{i\frac{\varphi(N-1)}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\varphi N}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right|^2 = N^2 \left| \frac{\sin\left(\frac{\varphi N}{2}\right)}{N\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right|^2 \qquad \text{Qu'on peut aussi \'ecrire} : \left| \mathcal{S} \right|^2 = N^2 \left| \frac{\sin(N\pi ua)}{N\sin(\pi ua)} \right|^2$$

Où  $\varphi=rac{2\pi a}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)$  , le déphasage entre 2 rayons issus de deux fentes successives.

Qu'on peut aussi écrire : 
$$|\mathcal{S}|^2 = N^2 \left| \frac{\sin(N\pi ua)}{N\sin(\pi ua)} \right|^2$$

Avec 
$$u = \frac{\sin \theta - \sin \theta}{\lambda}$$

On peut faire apparaître u également.

Calcul du facteur de forme : le motif élémentaire est une fente

$$\begin{split} |\mathcal{F}|^2 &= \left| \int_{1 \, fente} t_0(\mathbf{x}) e^{-i(\vec{k} - \vec{k_0}) \cdot \delta \vec{r}} \, d\mathbf{x} \right|^2 \\ &= \left| \int_{1 \, fente} t_0(\mathbf{x}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \cdot \mathbf{x}} \, d\mathbf{x} \right|^2 \\ &= \left| \int_{-e/2}^{e/2} e^{-i2\pi u \mathbf{x}} \, d\mathbf{x} \right|^2 \end{split}$$
TF d'une porte

Réseau unidimensionnel → intégral sur x Finalement,

$$|\mathcal{F}|^2 = e^2 sinc^2(\pi ue)$$

e est la largeur d'une seule fente.

L'intensité diffractée à travers le reseau plan vaut :

$$I = I_0 N^2 \left( \frac{\sin(N\pi ua)}{N \sin(\pi ua)} \right)^2 sinc^2(\pi ue)$$

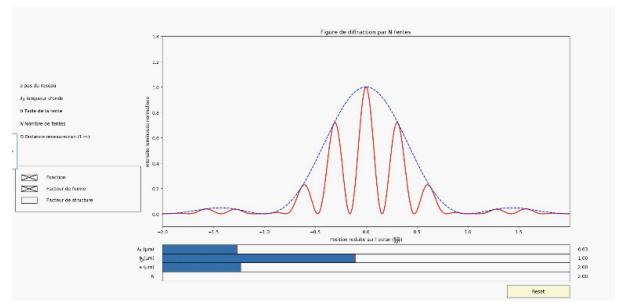
$$|S|^2 \qquad |F|^2$$

# **Programme Python**

- → Influence des paramètres Na, a et e sur la figure de diffraction
- La largeur des maximas est inversement proportionnelle à Na: + N est grand, + les maximas sont étroits et intenses
- L'espacement angulaire entre les maximas est donné par 1/a
- Intensité des pics (ie la position de l'annulation de |F|<sup>2</sup>), est déterminée par 1/e

Simulation de la diffraction à N fentes.

Modélise l'intensité en fonction de u



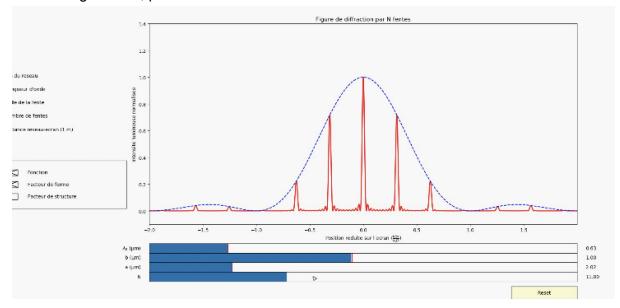
b = e largeur de la fente

En modifiant e on se rend compte que l'intensité des pics va augmenter Car elle est déterminée par 1/e

L'annulation de la figure de diffraction, facteur de forme.

Elargissement quand on modifie e

Pour a on modifie la largeur angulaire du pic → largeur d'un pic Plus on augmente n, plus les maxima vont être étroit et intense.



On vient de voir comment déterminer les maxima d'un réseau. La longueur d'onde intervient dans la formule. Chaque longueur d'onde aura une figure de diffraction différente.

2) Utilisation d'un réseau en spectrométrie

On rappelle que  $u = \frac{\sin \theta - \sin \theta_0}{2}$ 

→ Ainsi, les positions dépendent de la longueur d'onde incidente

Pour une lumière polychromatique, on peut disperser les différentes longueurs d'onde et déduire la composition de son spectre

#### Formule des réseaux :

On a vu que :  $\varphi=\frac{2\pi a}{\lambda}(\sin\theta-\sin\theta_0)$  (déphasage entre 2 rayons issus de 2 fentes successives)

Pour que les rayons interfèrent de façon constructive, on veut  $\varphi = 2\pi m$   $(m \in \mathbb{Z})$ 

Ainsi, on déduit :



 $\sin \theta_m = \sin \theta_0 + m \frac{\lambda}{a}$  Formule des réseaux

ightarrow L'écart angulaire  $\theta_m$  depend de la longueur d'onde



--

La longueur d'onde qui correspond au rouge sera le plus dispersée par rapport à la formule.

Pouvoir dispersif du réseau, à l'ordre m, autour de la longueur d'onde  $\lambda_0$ :

$$\gamma_d(\lambda_0, m) = \frac{d\theta_m}{d\lambda} \bigg|_{\lambda_0}$$

où  $\theta_m(\lambda)$  est la direction du maximum de diffraction à l'ordre m

Avec la formule des réseaux :  $\sin \theta_m = \sin \theta_0 + m \frac{\lambda}{a}$ 

$$\cos \theta_m \cdot \gamma_d(\lambda_0, m) = \frac{m}{a} \qquad \Longrightarrow \qquad \gamma_d(\lambda_0, m) = \frac{m}{a \cos \theta_m} \approx \frac{m}{a}$$



Il n'y a pas de dispersion à l'ordre 0.

Le pouvoir dispersif est d'autant + important que l'ordre est important et que a est petit.



+ m est élevé, + l'intensité de diffraction est faible

→ Compromis nécessaire entre pouvoir de dispersion et intensité (Ex : réseaux « blazés »)

Dérive par rapport à lambda puis approximation des petits angles.

Tâche du milieu = superposition de toutes les longueurs d'onde

Réseaux blazés → décale l'ordre de diffraction

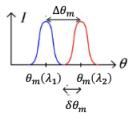
$$\gamma_r = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

où  $\Delta\lambda\,$  est la + petite variation de longueur d'onde que l'on peut résoudre

# Rappel: Critère de Rayleigh

Deux pics, correspondant à deux longueurs d'onde distinctes, sont distinguables, quand le maximum de l'un se trouve sur (ou au-delà) de la première annulation de l'autre.

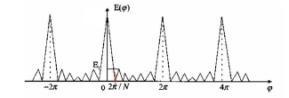
→ Ainsi, l'écart angulaire entre les maxima principaux doit être supérieure la demi-largeur angulaire d'un pic principal :  $\Delta \theta_m > \delta \theta_m$ 



delta Téta m → demi largeur d'un pic principal On calcule la demi largeur angulaire d'un pic:

Détermination de  $\delta\theta_m$  :

En reprenant le facteur de structure 
$$|\mathcal{S}|^2$$
:  $|\mathcal{S}|^2 = 0$  pour  $\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$ 



On a vu que : 
$$\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda} (\sin \theta_m - \sin \theta_0)$$

$$\Rightarrow \Delta \varphi = \frac{2\pi a}{\lambda} (\delta \theta_m \cos \theta_m) = \frac{2\pi}{N}$$

$$\delta\theta_m = \frac{\lambda}{Na\cos\theta_m}$$

Facteur de structure S

Détermination de la distance entre deux pics

# Détermination de $\Delta\theta_m$ :

Pour avoir des interférences constructives :

Formule des réseaux 
$$\Rightarrow \sin \theta_m - \sin \theta_0 = \frac{m\lambda}{a}$$



$$\Delta\theta_m = \frac{m\Delta\lambda}{a\cos\theta_m}$$

23

On différenciant par rapport à theta.

On retrouve le pouvoir de résolution → lambda sur delta lambda

On se place à la limite de résolution :  $\Delta\theta_m = \delta\theta_m$  (critère de Rayleigh)

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{Na} = \frac{m\Delta\lambda}{a} \qquad \qquad \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \gamma_r = mN$$

Le pouvoir de résolution d'un réseau est d'autant plus important que l'ordre de diffraction est élevé, ou que le nombre de figures diffractantes éclairées est important.

# Exemple : doublet du sodium

$$\begin{array}{ll} \lambda_1 = 5890 \; \text{Å} & \text{ et } \lambda_2 = 5896 \; \text{Å} \\ \text{On a } \gamma_r {\sim} 1000 & \text{donc on veut que } mN \geq 1000. \end{array}$$

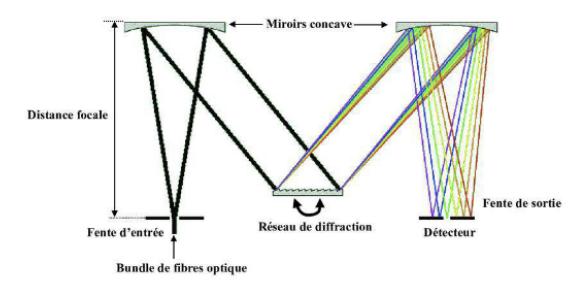
Avec m=1, il suffit de 2mm de réseau avec 500 fentes par mm.

figures diffractantes = fentes

 $\rightarrow$  But : distinguer deux raies.

Application: monochromateur

Permet de sélectionner une unique longueur d'onde



on utilise des miroirs plans et concaves.

selon l'ordre du réseau m on va avoir une longueur d'onde.

Pour une position donnée du réseau, on va avoir un angle d'incidence et donc d'obtenir une longueur d'onde différente en sortie (on sélectionne).

Le réseau va pouvoir tourner autour de son axe à l'aide d'une tourelle motorisée.

# II. Diffraction par des structures cristallines

1) Position du problème

Pour avoir une figure de diffraction notable, il faut :

 $\lambda \sim d_{atome-atome}$  pour avoir des angles de diffraction notables.

Dans un cristal :  $d_{atome-atome} \sim quelques \, \text{Å}$ 

 $\rightarrow$  On prend donc  $\lambda \sim 1 \text{Å}$ , ce qui correspond aux rayons X ( $\nu \sim 10^{18} \ Hz$ )

# d = distance

Cristal  $\rightarrow$  atome ordonnée de façon périodique dans les trois dimensions de l'espace donc on pouvoir utiliser les formules.

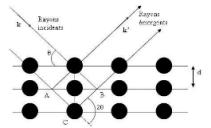
2) Formulation de Bragg et de Von Laue

Cristal parfait : alignement de plans équidistants.

On considère un cristal parfait :

Il est constitué d'un alignement de plans équidistants, de périodicité d.

Pour les rayons lumineux réfléchis entre les 2 plans successifs :  $\delta = 2d \sin \theta$ 



Les interférences sont constructives dans la direction où :

 $2d \sin \theta = n\lambda$ 

Conditions de Bragg

La répartition des pics de diffraction permet de remonter à d

Pour cela, on peut faire varier  $\lambda$  ou l'angle d'incidence  $\theta$  (via la méthode du cristal tournant par ex)

Méthode du cristal tournant

31

Cas d'un cristal de  $N \times N \times N$  mailles contenant chacune un atome diffractant de position  $\overline{R_{u,v,w}} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c}$   $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  est la base du réseau direct

Onde diffractée à l'infini :

$$S_{\infty} \propto \sum_{n,l,m} e^{-i(\overrightarrow{k}-\overrightarrow{k_0}).\overrightarrow{R_{u,v,w}}} \int\limits_{1 \; motif} t(x,y,z) \; e^{-i(\overrightarrow{k}-\overrightarrow{k_0}).\overrightarrow{OP}} \; d\overrightarrow{OP}$$

On s'intéresse au facteur de structure S:

$$\mathcal{S} = \sum_{u=1}^{N} \sum_{v=1}^{N} \sum_{w=1}^{N} e^{-l(\vec{k} - \overline{k_0}).(u\vec{u} + v\vec{b} + w\vec{c})} = \sum_{u=1}^{N} \left( e^{-l(\vec{k} - \overline{k_0}).\vec{u}} \right)^{u} \sum_{v=1}^{N} \left( e^{-l(\vec{k} - \overline{k_0}).\vec{b}} \right)^{v} \sum_{w=1}^{N} \left( e^{-l(\vec{k} - \overline{k_0}).\vec{c}} \right)^{w} \sum_{v=1}^{N} \left( e^{-l(\vec{k} - \overline{k_0}).\vec{c}} \right)^{v} \sum_{v=1}^{N} \left( e^{-l(\vec{k} - \overline{k_0}).\vec{c}}$$

$$S = S_0 \frac{\sin\left(\frac{\Delta \vec{k} \cdot \vec{a}}{2}N\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta \vec{k} \cdot \vec{b}}{2}N\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta \vec{k} \cdot \vec{c}}{2}N\right)}{\sin\left(\frac{\Delta \vec{k} \cdot \vec{a}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\Delta \vec{k} \cdot \vec{c}}{2}\right)}$$

l'onde diffracte à l'infini

 $n, l, m \rightarrow u, v, w$ 

Vecteur R repère la position des éléments diffractants.

Facteur de structure → Somme de suites géo

Formule obtenue indique les conditions de Laue

On obtient un pic de diffraction dès que les conditions de Laue sont vérifiées :

$$\Delta \vec{k} \cdot \vec{a} = 2\pi n_1$$
 $\Delta \vec{k} \cdot \vec{b} = 2\pi n_2$ 
 $\Delta \vec{k} \cdot \vec{c} = 2\pi n_3$ 
 $(n_1, n_2, n_3) \in \mathbb{Z}^3$ 

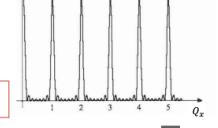
On écrit les coordonnées de  $\Delta \vec{k}$  dans la base réciproque : On a  $\Delta \vec{k} = Q_x . \overrightarrow{a*} + Q_y . \overrightarrow{b*} + Q_z . \overrightarrow{c*}$ 

 $(\overrightarrow{a*},\overrightarrow{b*},\overrightarrow{c*})$  sont les vecteurs de base du réseau réciproque

On peut réecrire :

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_0 \frac{\sin(\pi N Q_x) \cdot \sin(\pi N Q_y) \cdot \sin(\pi N Q_z)}{\sin(\pi Q_x) \cdot \sin(\pi Q_y) \cdot \sin(\pi Q_z)}$$

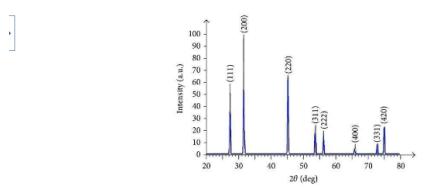
L'intensité atteint sa valeur maximale lorsque  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$  prennent des valeurs entières, ie lorsque  $\Delta \vec{k}$  appartient au réseau réciproque.



Q coordonnée de delta k

Ainsi :  $\Delta \vec{k} = h. \ \overrightarrow{a*} + k. \ \overrightarrow{b*} + l. \ \overrightarrow{c*}$  , (h, k, l) étant des entiers

→ Dans cette situation, les rayons diffusés dans la direction du détecteur par tous les atomes d'un même plan cristallographique (hkl) dans le monocristal ont la même phase, on peut donc dire que le pic de diffraction est généré par ce plan (hkl); on retrouve ainsi la loi de Bragg.



h,k,l → indice de Miller → définisse un plan cristallographique. Chaque pic est repéré par les indices de Miller. Chaque pic => plan h,k,l

### Conclusion

Approx Fraunhofer → Permet de conclure sur la figure de diffraction

Mettre en évidence le facteur de forme Répartition des motifs

Si on connaît le facteur de répartition on peut connaître la forme incidente.

### Remarques:

Pérez  $\rightarrow$  facteur de structure et de forme Très bien, notamment partie diffraction structure et forme, calcul bien choisi fonction réseau => ancien livre de ?

# Questions:

Approximation de Fraunhofer implique quoi?

A l'infini

1/pm(?) va être indépendant du point p à très grande distance Dm?

https://fr.wikipedia.org/wiki/Diffraction\_de\_Fraunhofer plus qu'en PC diffraction au programme.

Sur quoi repose le critère de qualité ? (diapo 12)
 Critère de dispersion et de résolution, finesse des pics et leur intensité
 Assez subjectif

impact sur le pouvoir de résolution serait plus intéressant Précision sur les notations et hypothèse. Mettre le tableau plus tard,

Facteur de transmission à détailler plus.

- Si on considère un nombre N de fentes infinis qu'est ce qu'on aurait comme figure de diffraction?

On aurait des traits, les pics n'auraient plus de largeur => peigne de dirac

Produit de la TF du signal initial fois la TF du peigne dirac => Somme de dirac

 $\rightarrow$  Python on l'observe en augmentant m  $\rightarrow$  à l'infini peigne

Détailler les hypothèses considérées :

Réseau limité

Python → site (cf lien d'Héloïse)

Réseau par transmission

- Différence de nature sur les réseau ? Est ce qu'il y a une préférence entre les deux (transmission ou réflexion) ?

Réseau de transmission sur les spectromètres

Comment sont fabriqués les réseaux ?

Morceaux de verre strié

Réseau d'amplitude : Morceaux de verre recouvert d'un dépôt métallique

Réseau de phase : joue sur l'épaisseur de verre, elle est variable donc fait varier la phase

Pas le choix d'utiliser du verre pour de la transmission Intérêt → utiliser en dehors des domaines d'absorption

Pb d'hétérogénéité → variation d'indices qui vont rayonner des défauts dans la figure de diffraction

Réseau en réflexion → pas ce problème lié au verre.

Sextant => ils en parlent de la fabrication des réseaux.

On éclaire quelque chose en lumière monochromatique Génère trois nouvelles ondes de cas différents → trois points lumineux ?? trois nouvelles ondes monochromatiques Transmittance devient complexe =>... regarder dans un livre de prépa comment est-fait le calcul !

- Réseau blazé quel peut être son intérêt?

Maximum d'intensité est à l'ordre 0, on le déplace pour avoir de la dispersion car à l'ordre 0 tout se superpose et pas de dispersion.

plus c'est lumineux plus ca va etre interessant car ca va améliorer la résolution.

Résolution intrinsèque : facteur qui se contrôle pas, limitée par la diffraction, facteur de Rayleigh

Résolution géométrique qui est imposé par le montage : Largeur de la fente source Réseau blasé : réduire la largeur angulaire de la fente source, permet d'avoir une meilleure résolution géométrique. Résolution géométrique n'est plus limitante.

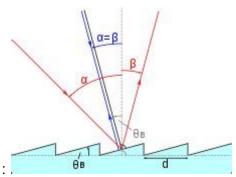
### Réseau blazé :

Un **réseau échelette** est un réseau de diffraction plan ayant le profil en dents de scie et fonctionnant en réflexion. On l'éclaire avec une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  sous incidence normale. L'incidence par rapport aux facettes est donc égale à l'angle  $\alpha$  de gravure du réseau. On observe à l'infini dans la direction faisant l'angle  $\beta$  avec la normale aux facettes. Le déphasage entre les rayons est donc de

$$arphi = 2\pirac{\delta}{\lambda} = 2\pirac{a}{\lambda}\sin(eta-lpha)$$

Les maxima d'intensité correspondent à phi = 2kpi. (k est l'ordre du maximum). L'amplitude de ces maxima est modulée par la fonction diffraction du miroir élémentaire. Contrairement aux réseaux classiques pour lesquels le maximum d'intensité se produit pour l'ordre 0 (qui donne une image non dispersée de la source), le spectre le plus intense est d'ordre non nul. Avec un choix correct de l'angle de taille, il est possible de concentrer un maximum d'énergie lumineuse dans un ordre non nul (pour lequel il y a dispersion en fonction de la longueur d'onde) et d'obtenir ainsi un spectre beaucoup plus lumineux qu'avec un réseau classique.

Un réseau échelette est aussi appelé réseau « blazé » (de l'anglais blaze = éclat). L'angle de blaze  $\alpha$  dépend de la manière dont on utilise le réseau et de la gamme de longueur d'onde à observer. En pratique 70 % de l'énergie lumineuse peut être dirigée vers un ordre précis.



Dessiner la forme du réseau blasé :

montrer que pour plusieurs réseau on a un lien entre le critère de Rayleigh et qualité, et du coup on a des qualités plus ou moins bonne → tableau le mettre diapo 26

 Diffraction de Bragg électronique (Prix nobel) Intérêt expérience de la diffraction de Bragg avec des électron ?

L'hypothèse de De Broglie, formulée en 1924, prédit que les particules doivent aussi se comporter comme des ondes. La formule de De Broglie fut confirmée trois ans plus tard pour les électrons (possédant une masse au repos) avec l'observation de la diffraction électronique dans deux expériences indépendantes. À l'Université d'Aberdeen, George Paget Thomson fit passer un faisceau d'électrons au travers d'un film mince de métal et observa les figures de diffraction prédites. Aux laboratoires Bell, Clinton Joseph Davisson et Lester Halbert Germer firent passer leur faisceau par une grille cristalline (un cristal de nickel). G. Thomson et C. Davisson obtinrent le prix Nobel de physique en 1937 pour leurs travaux.

Répectcution importante  $\rightarrow$  dualité onde corpuscule de la matière, des électrons. h/p  $\rightarrow$  lambda de l'ordre de l'angstrom  $\rightarrow$  ordre de quelque électron volte

### Prix Nobel:

1914 → Max Von Laue (expérience) 1915 → De Broglie (analyse)

=> Diffraction des rayons X

Avec le même principe peut -on faire diffracté des atomes ?
 Diffraction de Bragg avec des atomes d'hélium
 Intérêt → étendre le concept de longueur d'onde de de Broglie à des systèmes composites

- Diffraction de Bragg et Biologie ?

Découverte de l'ADN

#### Fourrier

Éviter d'écrire ??

Le motif = diffusion atomique

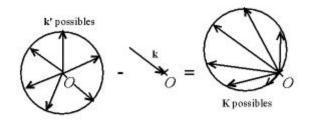
ce qui nous intéresse facteur de structure  $\rightarrow$  ne pas rentrer trop dans les détails. Diffraction à l'infini et on se limite au facteur de ...

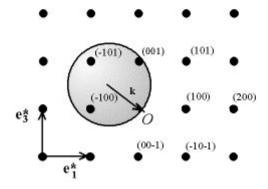
Conditions de Von Laue → delta k obéit à trois équations

=> Construction de la sphère d'Ewald :

La **sphère d'Ewald** est une construction géométrique utilisée dans la description théorique de la diffraction par un solide. Dans une géométrie de diffraction donnée, elle permet de déterminer graphiquement les points du réseau réciproque, c'est-à-dire les familles de plans cristallins, donnant lieu à la diffraction.

La sphère d'Ewald est nommée d'après Paul Ewald (1888-1985), physicien allemand qui fut pionnier dans l'étude de la diffraction des rayons X.





Dans la géométrie la plus simple, on considère un faisceau incident monochromatique sur un cristal fixe. Le faisceau est décrit par son vecteur d'onde, généralement noté k de direction et de longueur fixées par l'expérience. Le cristal est décrit par son réseau réciproque, dont l'orientation est également fixée par les conditions de l'expérience.

Le rayonnement diffusé par le cristal peut avoir a priori n'importe quelle direction ; on impose simplement que son énergie soit identique à celle du faisceau incident (hypothèse de la diffusion élastique). Graphiquement, le vecteur d'onde k' correspondant au faisceau diffusé sera donc de même longueur que le vecteur du faisceau incident.

On s'intéresse au vecteur de diffusion Q défini par k'-k. La **sphère d'Ewald** est la sphère définie par le lieu des extrémités possibles du vecteur Q pour toutes les directions possibles du faisceau diffusé. Cette sphère contient l'origine du réseau réciproque et a pour rayon 2pi/lambda.

La théorie de la diffraction montre qu'il y a diffraction, c'est-à-dire interférences constructives des faisceaux diffusés, à la condition que l'extrémité de Q corresponde à un point du réseau réciproque : c'est la condition de Laue. Graphiquement, les familles de plans atomiques qui diffractent dans les conditions de l'expérience correspondent donc aux points du réseau réciproque qui se trouvent sur la sphère d'Ewald.

Dans la limite des grandes longueurs d'onde, le rayon de la sphère d'Ewald devient trop petit : plus aucun point du réseau réciproque ne peut être intercepté. Ceci illustre le fait qu'il est nécessaire de travailler avec des longueurs d'onde de l'ordre de la distance interatomique pour obtenir une figure de diffraction.

Évoqué en ouverture:

Réseau acoustique → échographie => Christian Garing