LP 44 - Capacités thermiques : description, interprétations microscopiques

Niveau: Licence

Prérequis:

- Thermodynamique

- Statistique de Boltzmann

- Mécanique quantique

- Mécanique (oscillateurs)

- Loi de Dulong et Petit

Biblio:

Plan:

I. Capacité thermique

A. Mesure expérimentale

B. Modèle hautes température

C. modèle basses températures

II. Capacité thermique du gaz parfait

A. Gaz monoatomique

B. Gaz diatomique, molécules rigides

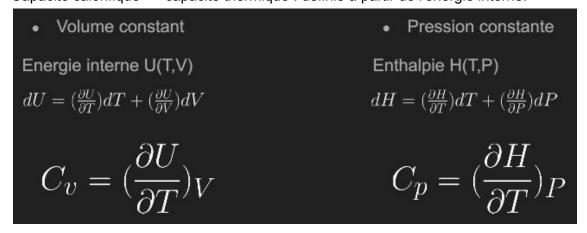
C. Gaz diatomique, molécules non rigides

III. Capacité thermique du solide

NOTES

Introduction

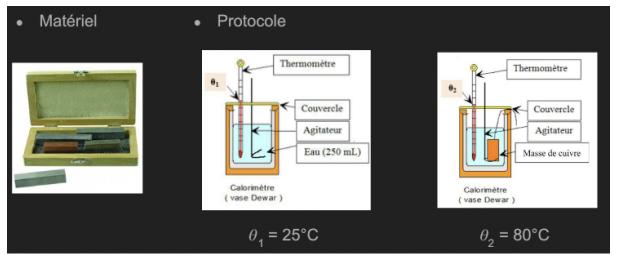
Capacité calorifique => capacité thermique : définie à partir de l'énergie interne.



- I. Capacité thermique
 - A. Mesure expérimentale
 - Matériel

Deux calorimètres

Boîtes avec un mole de différents métaux.



1 mole de métaux

1 mole de cuivre \rightarrow 65,5 g

Protocole

On met de l'eau dans le calorimètre.

On attend que ca se mette à la température d'équilibre : T1

On a un deuxième calorimètre avec de l'eau chaude + le métal .

On attend que la température se stabilise.

On transfère rapidement la masse de cuivre dans le calorimètre

Et on mesure la température finale dans le premier calorimètre dans lequel se trouve maintenant la mole de métal chaude qui va changer de température → température finale = stabilisation du système.

On calcul la température finale du système que l'on aurait pu obtenir.

$$\theta_{3}?$$

$$\Delta H_{Cu} + \Delta H_{C} = 0$$

$$avec \ \Delta H_{Cu} = m_{Cu}c_{p,Cu}(\theta_{3} - \theta_{2})$$

$$et \ \Delta H_{C} = (m_{e}c_{p,e} + C_{c})(\theta_{3} - \theta_{1})$$

$$m_{Cu}c_{p,Cu}(\theta_{3} - \theta_{2}) + (m_{e}c_{p,e} + C_{c})(\theta_{3} - \theta_{1}) = 0$$

$$\theta_{3} = \frac{m_{Cu}c_{p,Cu}\theta_{2} + (m_{e}c_{p,e} + C_{c})\theta_{1}}{m_{Cu}c_{p,Cu} + m_{e}c_{p,e} + C_{c}} = 26,1 \text{ °C}$$

Avec :
$$m_{Cu} = 63,5 \text{ g}$$

$$c_{p,Cu} = 385 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$m_{e} = 250 \text{ g}$$

$$c_{p,e} = 4,18 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$C_{c} = 150 \text{ J.K}^{-1}$$

$$\theta_{1} = 25^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_{2} = 80^{\circ}\text{C}$$

Capacité thermique assez facile à mesurer. Mais il faut des instruments avec une grande précision— augmentation très faible.

Au dixième de degré près car sinon ça modifie de manière assez importante la valeur de la capacité.

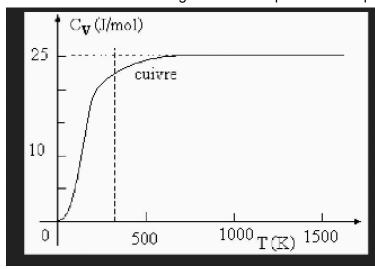
On peut ensuite comparer la valeur obtenu avec la valeur tabulé.

• Interprétation :

$$C_{Cu} = m_{Cu}c_{p,Cu}$$

 $C_{Cu} = 63, 5.10^{-3} * 385$
 $C_{Cu} = 24, 4 \ J.K^{-1}.mol^{-1}$
 $3R = 24, 94 \ J.K^{-1}.mol^{-1}$

On retrouve la loi de Dulong et Petit → capacité thermique proche de 3R.



Palier de la capacité thermique, considéré comme constant à haute température, mais on constate des comportements différents en basse T.

- B. Modèle hautes température
- Statistique de Boltzmann

Hypothèses:

- Système fermé
- Modèle canonique

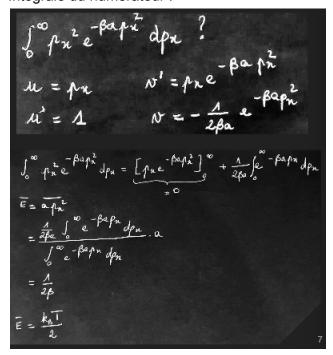
$$\overline{P} = Pn en$$

$$\overline{E} = \frac{4n^2}{2m} = a pn^2$$

$$\overline{E} = \frac{4n^2}{2m} = \frac{\int_0^\infty a f n e^{-\beta a f n} d\rho n}{\int_0^\infty a^{-\beta a f n} d\rho n}$$

$$A = \frac{1}{\int_0^\infty e^{-\beta a f n} d\rho n}$$

Particule libre de quantité de mouvement p, selon u_x . On prend la moyenne de l'énergie. On enlève la constante pour simplifier le calcul (on fait juste l'ipp) Intégrale du numérateur :



On utilise une Intégration Par Partie.

Béta =
$$1/(k_B.T)$$

Généralisation

3 DDL = 3 directions

$$C = (\frac{\partial \overline{E}}{\partial T}) = 3k_B$$

- Théorème d'équipartition de l'énergie
- Retrouve la Loi de Dulong et Petit

A HT on a bien la constante, le palier.

Maintenant pour les BT:

- C. modèle basses températures
- Effets quantiques

DDL => E_0 , E_1 , ... de degré de dégénérescence ohm₀, ohm₁, ...

Statistique de B n'est plus valable

Effet quantique => Différence de comportement entre les bosons et les fermions qui ne se voit pas à HT.

Z => fonction de partition.

$$\begin{aligned} & \mathcal{Z} = e^{-\beta E_0} + \Omega_1 e^{-\beta E_1} + \dots + \Omega_n e^{-\beta E_n} \\ & = e^{-\beta E_0} \left(\Lambda + \Omega_1 e^{-\beta (E_1 - E_0)} + \dots \right) \\ & = e^{-\beta E_0} \left(\Lambda + \Omega_1 e^{-\beta (E_1 - E_0)} + \dots \right) \\ & E_1 - \hat{E}_0 < E_1 - E_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{Z} \simeq e^{-\beta E_0} \left(\Lambda + \Omega_1 e^{-\beta \Delta} \right) \text{ avec } \Delta = \tilde{E}_1 - E_0 \end{aligned}$$

Énergie moyenne E;

Selon le modèle est égale à la dérivée partielle de Z par rapport à bêta.

DL de la deuxième ligne.

$$\begin{split}
\bar{E} &= \frac{\partial \ln z}{\partial \beta} \\
\bar{E} &\approx E_0 + \frac{\partial}{\partial \beta} \ln \left[1 + \Omega_2 e^{-\beta \Delta} \right] \\
&\approx E_0 + \frac{\partial}{\partial \beta} \Omega_2 e^{-\beta \Delta} \\
&\approx E_0 + \Omega_1 \Delta e^{-\beta \Delta} \\
&\approx E_0 +$$

On simplifie car on est à basse température T petit.

Eo => constante

Donc C=0

Le degré de liberté dont on a parlé vient de l'agitation thermique à BT.

Interprétation

DDL gelé => ne contribue pas à la capacité thermique



II. Capacité thermique du gaz parfait

A. Gaz monoatomique

Mouvement de translation \rightarrow selon x, y et z

Énergie uniquement énergie cinétique

On néglige énergies d'interaction entre les particules et des éventuels champ extérieur.

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

$$\overline{\varepsilon} = \frac{3}{2}k_BT$$

$$U = N\overline{\varepsilon} = nN_A\overline{\varepsilon}$$

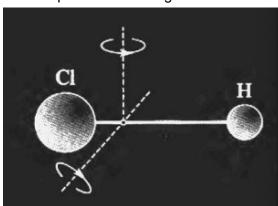
$$= nN_A \frac{3k_BT}{2} = \frac{3}{2}nRT$$

On trouve l'énergie interne du gaz monoatomique .

$$C_{vm} = \frac{C_v}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$
$$= \frac{3R}{2} = 12,5 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

Pour le gaz monoatomique.

B. Gaz diatomique, molécules rigides On a en plus des trois degré de translation, 2 degré de rotations;



L'énergie devient :

$$\overline{\varepsilon} = \frac{5}{2}k_BT$$

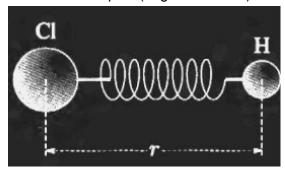
$$U = nN_A\overline{\varepsilon} = nN_A\frac{5k_BT}{2} = \frac{5}{2}nRT$$

De la même façon que tout à l'heure on trouve la capacité thermique.

$$C_{vm} = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{5R}{2} = 20, 8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Pour le Gaz diatomique, molécules rigides.

C. Gaz diatomique, molécules non rigides On a 2 DDL en plus (degré de liberté).



Energie potentielle = ressort

Energie cinétique :
$$\frac{\mu\dot{r}}{2}$$
 ; $\mu=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$ $K(r-r_0)^2$

Energie potentielle : $\frac{K(r-r_0)^2}{2}$

$$\overline{\varepsilon} = \frac{7}{2}k_BT$$

$$U = nN_A\overline{\varepsilon} = nN_A\frac{7k_BT}{2} = \frac{7}{2}nRT$$

$$C_{vm} = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{7R}{2} = 29,1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

On rajoute deux

degrés de liberté.

Généralisation

$$C_{v,m} = \frac{DDL}{2}R$$

Expression simplifié pour les gaz parfaits.

Relation de Mayer

$$\gamma = rac{C_{p,m}}{C_{v,m}}$$
 $C_p - C_v = nR$

Pour un gaz monoatomique : g = 5/3 = 1,67

Pour un gaz diatomique à molécule rigide : g = 7/5

Pour un gaz diatomique à molécule non rigides g=9/7=1,28

III. Capacité thermique du solide

 Modèle d'Einstein : peuvent osciller dans les trois directions de l'espace avec la même pulsation oméga w.

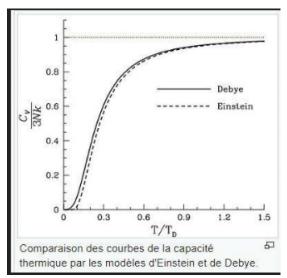
S'éloigne à basse température pour les

 Modèle de Debye : s'exciter à des pulsations différentes, fréquences, énergie différentes prend en compte l'influence de l'électronique des oscillateurs du modèle. Ne peuvent pas osciller sur tous les modes.
 Pulsation de coupure : capacité et température de Debye.

 Cu
 Ag
 Al
 Sn
 Ti
 C(g)
 C(d)

 Θ_D (K)
 343
 262,2
 428
 199
 428
 420
 2230

Entre le carbone graphite et diamant écart de T. Montre que le diamant est plus dur que le graphite.



On observe l'écart entre Einstein et Debye \rightarrow la courbe expérimentale = Debye

→ Décroissance de la température en Tp T³

A BT ; le modèle d'Einstein est un peu différent car on a pas la décroissance de la température en Tp

Conclusion

• Capacité thermique :

hautes température <-> basses températures comportement différent

Transition de phase → elle permet de les repérer
 Importance de la capacité thermique
 Facilement mesurable
 intervient dans d'autres domaines comme la transition de phase

Diffusion

Intervient aussi dans les phénomènes de diffusion.

Remarques:

Mieux expliquer certains point!

Schéma montage et bien expliquer l'expérience. = correcteur content.

Diapo 7: bien fait

Loi Dulong et Petit → mettre dans la partie solide

Questions:

Définition historique de C_v et C_D?

Deux façon de définir : Directement dérivé ou expérimentale.

Exp : regarder les échange de chaleur \to dQ_{rev} proportionnel à dT \to coefficient de proportionnalité = C

Energie transférée à V cte produit une élévation de T. Pour une petite transformation réversible, à volume constant on l'appelle Cv.

En appliquant le premier et second principe, on a directement que Cv= dU/dT.

Cv:

Comme nous le disions auparavant c'est une fonction d'état. Elle est additive et extensive (c'est-à-dire qu'elle dépend de la quantité de matière). On peut se limiter à deux variables pour l'écrire : U=U(T, P))

A volume constant : $dU = C_v dT$

avec C_v la capacité thermique à volume constant en J.K⁻¹

On peut également utiliser la capacité thermique massique Cv,M (J.K⁻¹.kg⁻¹) ou molaire Cv,m (J.K⁻¹.mol⁻¹).

On la définit telle que : Cv =f(T), ainsi : DU =

Toutefois, elle est considérée souvent constante sur de faibles intervalles de température.

Pour Cp:

On associe comme variable à l'enthalpie T, P telle que : $dH = _{p} dT +)_{T} dP$

Ainsi en utilisant H = U + PV \hat{U} dH = dU + PdV + VdP \hat{U} dH = dQ - PdV + PdV + VdP \hat{U} dQ = dH + VdP

On définit alors $C_p = {}_p$

A pression constante, $dH = dQ_p = C_p dT$

Historique du calorique ?

La thermodynamique est une science loin d'être récente. Bien que l'invention du mot en lui-même est apparu en 1849, une théorie voit le jour à la fin du 17 ème siècle par JJ Becher et Georg Ernst Stahl comme quoi il existerait un fluide « le phlogistique ». Ce fluide serait présent dans tous les corps combustibles (les animaux, les végétaux,...) et permettrait à ces corps de s'enflammer. Cette théorie se base sur les fondements de la théorie des quatre éléments d'Empédocle (5eme siècle avant JC).

Antoine Lavoisier la réfuta dans la moitié du 18^e siècle pour la remplacer par la théorie du calorique impondérable dans laquelle la chaleur est un fluide élastique qui s'écoule des corps chauds vers les corps froids. Ainsi un corps est plus chaud s'il est combiné au calorique.

Très vite, on veut définir une quantité qui se conserve, et de manière à vérifier ce principe, à chaque nouveau phénomène qui apparaît, on lui définit une énergie associée. Ainsi, au cours d'une transformation qui met en jeu ce phénomène, l'énergie totale est conservée en changeant simplement de forme.

Il faut attendre 1850 pour que Rudulph Clausius énonce le premier principe de la thermodynamique en tant que tel.

- Pourquoi elle refroidit vite?

Calorimètre → air ou vide

Couvercle → les plus grosses pertes

Problème de l'eau à 80°C → proche de l'ébullition → beaucoup d'évaporation

- Comment on pourrait améliorer la manip pour avoir une meilleure précision ? (avec le même température)?

En mettant de l'eau plus froide → plus grand écart de température

On change le calorimètre.

on change pas de métal puisque la capacité thermique est constante pour les métaux. (a HT)

Eau froide au départ, masse de cuivre, ça va chauffer l'eau.

pas mettre beaucoup d'eau! Comme ça ça change bcp de T.

Plus la masse d'eau est importante, sur une moyenne pondérée, si on veut que l'élévation de T soit importante → meilleur précision

- Expérience avec un métal, mais qu'est ce qui est intéressant dans cette expérience ? Comparer les capacités thermiques

Utiliser un autre métal → montrer que la capacité thermiques sont les mêmes

Le fil conducteur de la leçon?

Différence de comportement de la Capacité thermique à haute et basse T. comportement de la Capacité thermique en fonction de la T qui a le même comportement generale pour les liquides solides gaz

Expliquer cela à partir des aspects microscopiques

- Aspect de la capa thermique du gaz monoatomique ? Courbe diapo $6 \to \text{Même}$ comportement si on suppose que l'on a un gaz à basse température.

même chose gaz et solide

- Définition : Théorème de l'équipartition de l'énergie ? chaque degré de liberté rajoute ½ kB T à l'énergie d'une particule.

Le théorème d'équipartition affirme : à l'équilibre thermodynamique, l'énergie moyenne d'un système dont le hamiltonien H s'écrit comme la somme de fonctions quadratiques de ses coordonnées est répartie également entre toutes ses composantes et vaut

½ fk_BT où f est le nombre de termes de la somme. On peut l'écrire :

$$\langle H
angle = \left\langle \sum_k a_k q_k^2 + \sum_k b_k p_k^2
ight
angle = rac{1}{2} f k_B T$$

Ce nombre f est souvent désigné comme le nombre de « degrés de liberté » du système, mais c'est un raccourci qui peut être trompeur. Ce nombre compte en réalité le nombre de termes quadratiques du hamiltonien ; il ne correspond pas à la définition habituelle d'un degré de liberté en physique

L'équipartition de l'énergie, malgré sa grande généralité, est un résultat valable sous certaines hypothèses (ergodicité, équilibre thermodynamique) et dans certaines limites (effets quantiques négligeables).

- Toujours vrai? Combien de degré de liberté pour l'argon? On néglige rotation du noyau pour l'argon.
 - DDL comment on le définit en statistique ou en mécanique, mathématiquement?

En physique, un **degré de liberté** (abrégé *ddl* ou *DDL*) est un paramètre indépendant dans la description formelle de l'état d'un système physique, ou peut-être plus précisément d'un système dynamique. Le terme *paramètre* est à prendre ici au sens large, comme un élément d'information, généralement un nombre, identifié à une grandeur physique. De manière cruciale, ce paramètre doit avoir la **liberté** d'évoluer sans contraintes.

En physique statistique, un *degré de liberté* est un nombre unique décrivant un micro-état d'un système. La spécification de tous les micro-états d'un système est un point dans l'espace de phase du système.

Mécanique : masse ponctuelle m qui chute. paramètres qui décrivent le système : vitesse initiale et la position initiale. PFD et on trouve la trajectoire Combien de degré de liberté pour la trajectoire en mécanique en 3D ?

3 positions 3 pour les conditions initiales.

x, y, z Vx, Vy, Vz => 6 DDL

Diapo 8

qd on fait le théorème d'équipartition de l'énergie, pb

DDL pour une particule?

pq on prend pas en compte la position?

On s'en fiche de la position de la particule \rightarrow pas d'influence sur l'énergie.

A une dimension, ses degrés de liberté sont positions et vitesse, donc qu'un degré de liberté pour l'énergie pour la particule.

DDL de position n'intervient pas dans l'énergie

- Quand est ce qu'on attribue un demi de liberté au système ?
- Est ce que le calcul se fait tout le temps? (diapo 7)

IPP marche bien

Théorème d'équipartition : chaque degré de liberté qui stocke une énergie quadratique contribue en moyenne pour $k_{\scriptscriptstyle B}T$

anharmonicité des photons, pas tt a fait constante à HT. Pas jolie oscillateur ?

Ca aurait été bien d'écrire l'énoncé.

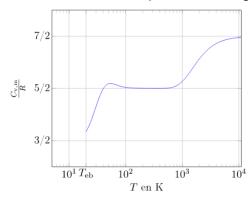
tangente horizontal → zéro

important pour bien montrer que c tend vers 0. Echelle de T qui est du au domaine quantique. excitation quantique → échelle verticale

→ utiliser le théorème de l'équipartition de l'énergie pour le gaz monoatomique

Capacité thermique du GP : deux types de gaz molécules rigides et molécules non rigides :

- Y a t-il vraiment deux types de gaz différent ? non ???
 - Allure de la Capa therm d'un gaz diatomique ?

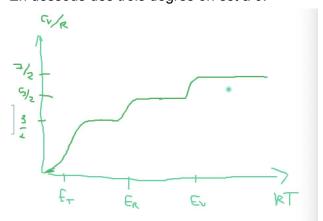


 Est-ce que l'énergie quantique pour degré de translation et de rotation sont les mêmes ?

Non

Tracer Cv en fonction de kT on place les trois énergies quantique

 ${\sf E}_{\sf translation},\, {\sf E}_{\sf rotation},\, {\sf E}_{\sf vibration}.$ En dessous des trois degrés on est à 0.



A T ambiante on est entre E_r et E_v donc les molécules ne vibrent pas mais elles tournent.

Diapo 15 → ajouter Dulong et Petit

Modèle d'Einstein → oscillateur quantique indépendant en chaîne

Un atome est quasiment isolé et c'est comme s'il était retenu par des ressorts dans les trois dimensions. → valable qu'à haute température

Ce qui ne va pas c'est que la décroissance n'est pas en T^3 et à basse température on doit prendre en compte les atomes voisins \rightarrow la chaîne d'oscillateur doit être couplée.

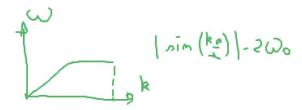
Loi de D et P \rightarrow on part d'Einstein : 6 DDL \rightarrow énergie dans E \rightarrow 3R

Température d'Einstein et Debye ?

T de Debye \rightarrow pulsation de coupure : nombre max de mode de vibration des atomes est atteint.

T d'Einstein \rightarrow h barre*w = kT_E. = Énergie entre deux niveaux quantiques

Valeur absolue de $sin(ka/2)*2w_0 \rightarrow courbe de l'oscillateur$



fréquence différente avec les atomes non isolés → debye

avec le modèle d'Einstein chercher les fréquences sur tout les w des modes \rightarrow trop long alors il a considéré que c'était une droite et on s'arrête pour conserver le bon nombre de modes \rightarrow pulsation de coupure, de Debye.

Approximation → oscillateur d'atome couplé.

- Pourquoi est ce que Debye a utiliser le diamant pour fitter les courbes des capacités thermiques ?

car la température de Debye est très élevé donc DDL sont encore gelé à T ambiant.

pourquoi T du diamant est très grand ?

Solide covalent (moléculaire) → Liaison covalente (liaison très forte)

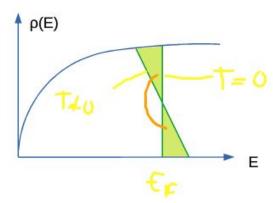
→ donc ressort avec constante de rappel très forte

Etain est très mou \rightarrow T debye moyenne

 Vibration des atomes, quand est-il des électrons ? est-ce qu'ils contribuent à la capacité thermique ?

On n'en tient pas compte. Les électrons sur une liaison ne bouge pas.

Raison pour laquelle les électrons ne vont pas bouger si on les chauffe ? Structure de bande



Remplissage jusqu'à l'énergie de fermi

Verticale pour T = 0 et pente pour T différent de 0

Exciter uniquement les électrons du niveau de fermi → largeur est d'environ kT

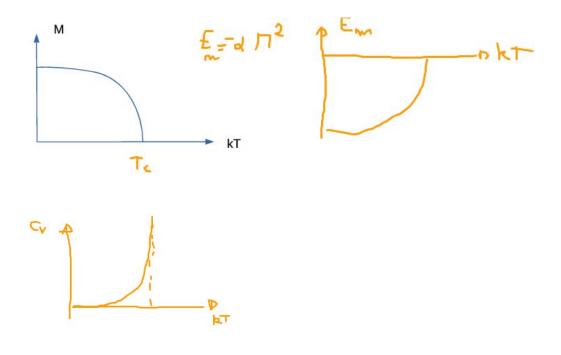
En la décalant on a ajouter + kT

Donc la différence d'énergie :

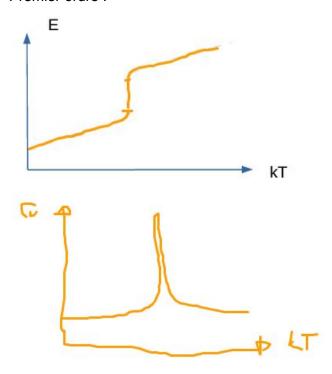
proportionnel à n_FT^2 Avec n_F la densité molaire de fermi Donc :

Lien entre capacité thermique et transition de phase ?
 Capacité thermique au moment de la transition de phase → va permettre de déterminer l'ordre de la transition

Transition du second ordre :



Premier ordre:



la dérivée d'une marche est un dirac.

→ Enthalpie de changement d'état L d(T-Tc) avec L chaleur latente

Programme de MP

7. Eléments de thermodynamique statistique

Notions et contenus	Capacités exigibles
 7.1. Monde microscopique, monde macroscopique 	
Échelles microscopique, mésoscopique et macroscopique.	Définir chacune de ces échelles et en expliquer la pertinence.
7.2. Facteur de Boltzmann	13130000000000
Modèle de l'atmosphère isotherme.	Établir la variation de la pression avec l'altitude dans l'hypothèse d'une atmosphère isotherme.
Poids de Boltzmann d'une particule indépendante à l'équilibre avec un thermostat.	Interpréter la loi du nivellement barométrique avec le poids de Boltzmann. Reconnaître un facteur de Boltzmann. Comparer k _B T à des écarts d'énergie et estimer les conséquences d'une variation de température.
7.3. Systèmes à spectre discret d'énergies	En un un sensina sons un no sessi
Probabilité d'occupation d'un état d'énergie non dégénéré par une particule indépendante.	Exprimer la probabilité d'occupation d'un état d'énergie en utilisant la condition de normalisation. Exploiter un rapport de probabilités entre deux états.
Énergie moyenne et écart quadratique moyen.	Exprimer sous forme d'une somme sur ses états l'énergie moyenne et l'écart-quadratique énergétique d'un système.
Cas d'un système à N particules indépendantes.	Expliquer pourquoi les fluctuations relatives d'énergie régressent quand la taille du système augmente et associer cette régression au caractère
	quasi-certain des grandeurs thermodynamiques.
Système à deux niveaux non dégénérés d'énergies ±ε,	Citer des exemples de systèmes modélisables par un système à deux niveaux. Déterminer l'énergie moyenne et la capacité thermique de ce système. Interpréter l'évolution de l'énergie moyenne avec la température, notamment les limites basse et haute température. Relier les fluctuations d'énergies à la capacité thermique.
7.4. Capacités thermiques classiques des gaz et des solides	
Théorème d'équipartition pour un degré de liberté énergétique indépendant quadratique.	Connaître et exploiter la contribution k _B T/2 par degré quadratique à l'énergie moyenne.
Capacité thermique molaire des gaz classiques dilués monoatomiques et diatomiques. Capacité thermique molaire des solides dans le modèle d'Einstein classique : loi de Dulong et Petit.	Dénombrer de degrés de libertés énergétiques quadratiques indépendants et en déduire la capacité thermique molaire d'un système.