LP 25 - Ondes acoustiques

Niveau : CPGE 2ème année (MP/PC)

Prérequis : cinématique et mécanique des fluides, électromagnétisme

Bibliographie :

- Tout-en-un PC*/PC, Dunod
- Cours d'André DOMPS au lycée H. Poincaré (lien à récupérer sur le diapo)
- The Physics of Musical Instruments, N.H Fletcher, chap 6 : Sound Waves in air.

Plan :

I. Introduction
II. Approximation acoustique
    A. Approximation acoustique et définition des grandeurs
    B. Hypothèse thermodynamique
III. Equation de propagation
    A. Equation de propagation
    B. Célérité
    C. OPPH : caractère longitudinal et impédance acoustique
IV. Aspects énergétiques
    A. Localisation et transport de l'énergie acoustique
    B. Intensité sonore et décibels

Conclusion

NOTES

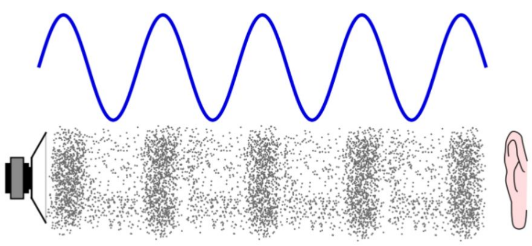
I. Introduction

Etude des ondes sonores dans les fluides :

ex : membrane d'un haut-parleur dans l'air

- déplacement rapide (sinon le fluide s'écoule autour de l'objet)

- élasticité du milieu ⇒ variation de volume, masse volumique et pression ⇒ modification des grandeurs des particules fluides voisines.



https://www.edumedia-sciences.com/fr/media/356-haut-parleur

→ Particule rouge se déplace autour d'une position mais ne s'en éloigne pas donc pas de dpmt de matière

Zone de compression = pression plus forte

Zone de dilatation = masse volumique plus faible

II. Approximation acoustique

Trois points importants :

- Nécessité d'un milieu matériel (Otto von Guericke, 1672) => constate que le son diminuait alors que le vide augmentait (films de science fiction, explosion dans l'espace)

- La propagation des ondes sonores résulte du couplage entre les variations de pression et le déplacement des particules de fluides

- Ondes longitudinales : mouvement des particules selon la même direction que la propagation (onde sonore dans les fluides)

Acoustique : etude des vibrations de l'air accompagnées de variations de pression audibles.

Fréquences $\in$ [20 Hz; 20kHz]

A. Approximation acoustique et définition des grandeurs

Silence : P_0 , ρ_0, $\mathbf{v_0} = 0$

Onde sonore = perturbation par rapport à l'état d'équilibre.

Son : $P = P_0 + p$, $\rho = \rho_0 + \delta\rho$, $\mathbf{v} = \mathbf{v_0} + \mathbf{v}$

avec $p \ll P_0$, $\delta\rho \ll \rho_0$, $\mathbf{v} \ll V_0$, V_0 est une vitesse que nous déterminerons plus tard.

p : pression acoustique ou surpression.

Hyp : grandeurs vibratoires assez petites pour négliger tout terme d'ordre 2 ou plus;

fluide parfait, poids négligé.

Équation d'Euler

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}\right) = -\vec{grad}(P) \tag{1}$$

1er terme : Accélération locale

2ème terme : accélération convective $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$

$\rightarrow$ on va avoir besoin de trois équations.

2nd terme ($(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$) d'ordre 2 négligé devant accélération locale

SSi Raisonnement en OdG : valable si :

$\frac{v}{T} \gg \frac{v^2}{\lambda} \Leftrightarrow v \ll \frac{\lambda}{T} = c_{onde}$ (T la période de l'onde)

Il faut que l'accélération locale soit plus grande que l'accélération convective.

Dans (1) : $\rho = \rho_0 + \delta\rho$, P_0 = cste d'où :

Équation d'Euler linéarisée

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{grad}(p) \qquad (2)$$

Par ailleurs :

on sait que la conservation de la masse → div(ρ**v**)+∂ρ/∂t =0

On simplifie → Ordres 2 négligés et ρ_0 = cste (on combine (1) et (2)

Équation de conservation linéarisée

$$\rho_0 \times div(\vec{v}) + \frac{\partial(\delta\rho)}{\partial t} = 0 \qquad (3)$$

B. Hypothèse thermodynamique

On fait un choix entre GP PV= nRT ou transformation adiabatique PV^γ = cte (Laplace)

Hyp : ρ = f(P)

DL(autour de P_0) :

$\rho = f(P_0 + p)$

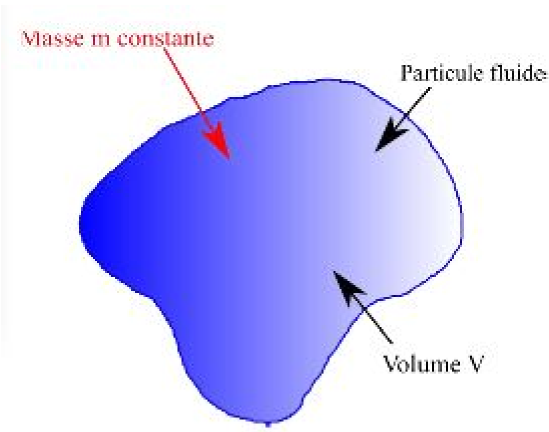
$\rho = f(P_0) + f'(P_0)p$

$\rho = f(P_0) + (d\rho/dP)p$

$\rho = \rho_0 + \delta\rho \Rightarrow \delta\rho = (d\rho/dP)p$

Coefficient de compressibilité

$\chi = -\frac{1}{V} \times \frac{\partial V}{\partial P}$



m=ρ×V

ln(m) = ln(ρ) + ln(V)

0 = 1/ρ × ∂ρ/∂P + 1/V × ∂V/ ∂P

χ = 1/ρ × ∂ρ/∂P

et on pose X_0= 1/ρ_0 × ∂ρ/∂P

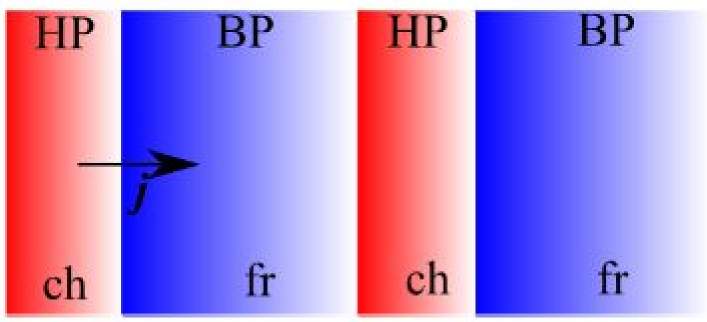
avec l'expression de δρ précédente : X_0 = 1/ρ_0 × δρ/p

Coefficient de compressibilité isentropique

$\chi_s = -\frac{1}{V} \times \frac{\partial V}{\partial P}|_s$

Hyp : écoulement adiabatique réversible = isentropique; X_s= X_0

Validité de cette hypothèse :



Zone de compression + chaud que zone de basse pression

j : propagation de la chaleur

Temps de diffusion : T/2 (T la période)

Longueur de diffusion associée : L ≈ Racine(D×T/2)

Diffusion négligeable si : L ≪ λ/2 ⇔ v ≪ c² / 2D

AN : pour l'air: D≈ 2.10^{-5} $m^2.s^{-1}$ ⇒v ≪ 3 GHz : or ondes acoustique donc entre 20 Hz et 20 kHz ainsi l'hypothèse est validée !

Hypothèse thermodynamique

$$\delta\rho = \rho_0 \chi_s p \quad (4)$$

III. Equation de propagation

A. Equation de propagation

Détermination de l'équation de d'Alembert pour p(M,t) (surpression) :

On injecte (4) dans (3) : div(**v**) = $-X_s$ *∂p/ ∂t

On dérive par rapport au temps : div(∂**v**/∂t) = $-X_s$ *∂²p/∂t² (inversion div et dt avec théorème de schwartz) ⟵ ∂div(**v**)/∂t = $-X_s$ *∂²p/∂t²

div((2)) : ρ_0 div(∂**v/**∂t) = −∇²p

Équation de d'Alembert pour les ondes (3D)

On obtient pour la surpression p l'équation de propagation :

$$\nabla^2 p - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

On obtient la même équation pour la vitesse des particules $\vec{v}$:

$$\nabla^2 \vec{v} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

On sait que dans l'équation de d'Alembert on trouve la célérité grâce au facteur devant la dérivée temporel.

B. Célérité

Célérité de l'onde sonore dans le milieu matériel

Identification dans l'équation de d'Alembert :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$$

Valeurs numériques :

- Gaz parfait : X_s = PV^γ = cste (loi de Laplace pour une évolution adiabatique réversible)

Dérivée logarithmique en (ρ_0, P_0) : $X_s = 1/\gamma P_0$

Equation d'état des gaz parfaits : $\rho_0 = MP_0/RT_0$

Célérité du son dans un gaz parfait

$$c_{GP} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$$

AN pour l'air : M = $28{,}8.10^{-3}$ kg.mol , γ = 1,4,

T_0 = 293 K ⇒ c_{air} = 343 m.s^{-1}

Remarque : $\lambda_{air} \in$ [1,7 cm ; 17m]

En réalité, $c(T) = (T/T_0\,)^{1/2}\,c(T_0)$

C'est pour ça que l'on a une propagation plus rapide dans l'air chaud que dans l'air froid

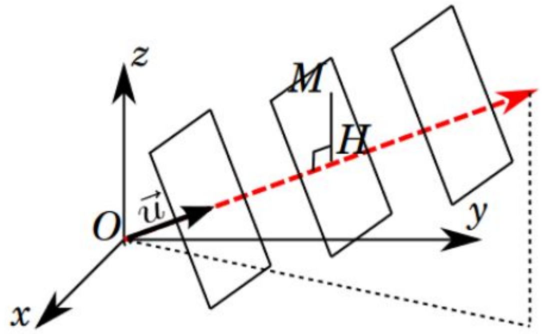
- Liquides : $c_{eau} \approx 1{,}5$ km.s^{-1}, permet de calculer $X_s \approx 5.10^{-10}$ Pa^{-1}

Plutôt expérimental car il n'y a pas de formules.

C. OPPH : caractère longitudinal et impédance acoustique

Onde plane progressive harmonique se propageant dans la direction définie par **u** :

$p(M, t) = p_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}\ \varphi)$ où $\mathbf{k} = k\mathbf{u} = 2\pi/\lambda\ \mathbf{u}$ et $\mathbf{r} = \mathbf{OM}$.



Solution de l'équation de d'Alembert à condition que $\omega = kc$.

Equations línéaires ⇒ utilisation de la notation complexe :

$\underline{p}(M, t) = \underline{p}_0 \exp(i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))$ avec $\underline{p}_0 = p_0 \exp(i\varphi)$

Vecteurs **k** et **r** dans une base cartésienne : " grad = −ik " ; "div = ik· " ; " ∂t = iω ".

Caractère longitudinal de l'OPPH

Euler linéarisée (2) s'écrit en notation complexe :

$$\vec{k} \cdot \underline{\vec{v}} = \omega \chi_s \underline{p} \tag{7}$$

Les équations (2) et (3) conduisent à :

$$\rho_0 \omega \underline{\vec{v}} = \underline{p} \vec{k} \tag{8}$$

La vitesse est colinéaire à $\vec{k}$ donc à la direction de propagation : onde longitudinale.

Euler linéarisée (2) conduit à :

$\mathbf{v} = p/ c\rho_0 \, \mathbf{u}$

On définit dans le cas d'une OPPH l'impédance acoustique du milieu Z : $Z = \rho_0 c$

Propriété du milieu matériel; unité : $Pa.m^{-1}.s$ ou $kg.m^{-2}.s^{-1}$ des fois Ray comme Rayleigh

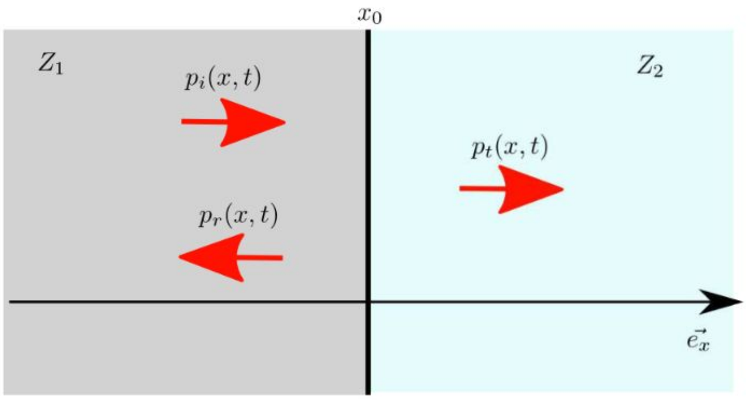
OdG : $Z_{air} = 410$ $kg.m^{-2}.s^{-1}$

$Z_{eau} = 1,4 \times 10$ $kg.m^{-2}.s^{-1}$

Impédance acoustique 50 000 fois plus élevée que celle d'un gaz

Célérité du son dans un liquide est 5 fois plus grande

Note : passage d'une interface en incidence normale



Coefficient de transmission τ et de réflexion r pour la pression et la vitesse

$\tau = \frac{2Z_2}{Z_1+Z_2}$

$r = \frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}$

Ils peuvent être des nombres complexes comme pour les impédances acoustiques.

IV. Aspects énergétiques

A. Localisation et transport de l'énergie acoustique

Localisation et transport de l'énergie en acoustique (admis)
Là où règne l'onde acoustique réside de l'énergie avec la densité volumique

$$e = e_c + u \quad (\mathrm{J.m^{-3}}) \quad \text{avec} \quad \boxed{u = \frac{1}{2}\chi_s p^2 \quad e_c = \frac{1}{2}\rho_0 v^2}$$

Le premier terme représente l'énergie cinétique des particules fluides et le second un accroissement de leur énergie interne lié à leur compression. L'énergie contenue dans un volume $\mathcal{V}$ est $\mathcal{E} = \int_{\mathcal{V}} e\, d\tau$.

Le transport de l'énergie est décrit par le vecteur de Poynting $\boxed{\vec{R} = p\vec{v} \quad (\mathrm{W.m^{-2}})}$.

La puissance traversant une surface $\mathcal{S}$ est $\boxed{\mathcal{P} = \int_{\mathcal{S}} \vec{R}.d\vec{S}}$.

e = énergie acoustique
e_c = énergie cinétique des particules
u = énergie interne supplémentaire

B. Intensité sonore et décibels

Oreille humaine sensible aux variations de pression ce qui permet d'entendre les sons.

Si on définition le volume sonore à partir de la pression acoustique → expression du volume sonore dépendrait alors de l'environnement, l'isolation sonore/qualité de l'environnement deviendrait un paramètre. Or c'est un problème.

Oreille = récepteur qui se comporte en fonction logarithmique.

Intensité sonore

$I = < R > W.m^{-2}$

$I_{dB} = N_{dB} = 10\log(\frac{I}{I_0})$ où $I_0 = 10^{-12} W.m^{-2}$, seuil d'audition

N(dB) c'est le niveau sonore varie entre 0 et 140 dB.
Si I' = 2I alors N' dB = 10 log(2I/I_0)=10 log(2)+10 log(I/I_0) = N dB + 3

Si I' = 10I alors N' =10 log(10 I /I_0)=10 log(10) + 10 log(I/I_0) = N dB + 10

	Intensité sonore ($W.m^{-2}$)	Niveau sonore (dB)
seuil d'audition	10^{-12}	0
chuchotement	10^{-10}	20
forêt	10^{-8}	40
conversation	10^{-6}	60
cris	10^{-4}	80
marteau piqueur	10^{-2}	100
seuil de douleur	1	120

Audition de deux sons différents : N_1 = 60 dB et N_2 = 30 dB

Or N =10 log(I/I_0) donc I = $I_0.10^{(N/10)}$

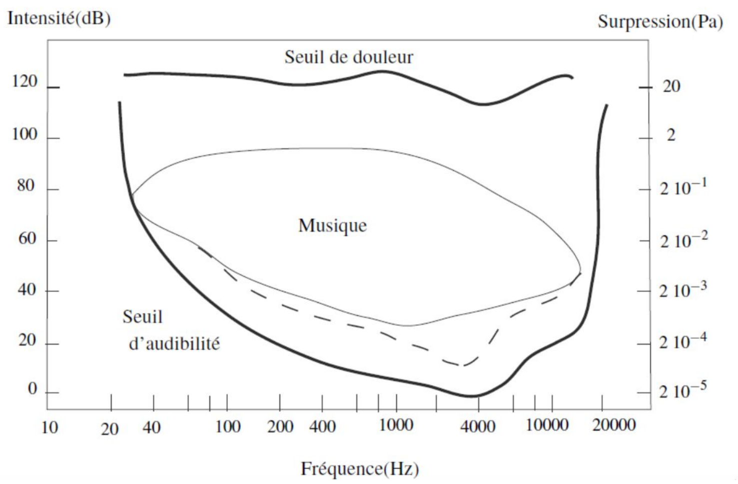
Alors $I_1 = I_0.10^6$ et $I_2 = I_0.10^3$.

Ainsi $I_1 = 10^{-6}$ $W.m^{-2}$ et $I_2 = 10^{-9}$ $W.m^{-2}$ (avec $I_0 = 10^{-12}$ $W.m^{-2}$).

La somme des deux sons nous donne une intensité I :

$I = I_1 + I_2 = 1,001.10^6 * I_0$ d'où : N = 10 log(1, 001.10^6) = 60, 004 dB

Très large spectre d'intensité sonore (10^{12})
=> logarithme permet de se faire une idée plus précise des différentes valeurs.



pointillé -> moyenne des gens
en noir → ceux qui entendent le mieux

Conclusion
A retenir → Il faut un fluide avec des approximations qui vont permettre de linéariser le problème afin de savoir les résoudres → Alembert
OPPH → somme donne aussi une solution

Par contre je suis pas d'accord avec elle : elle a dit qu'on entendait toujours que le son le plus fort, c'est pas forcément vrai
Si tu as un son à 63 dB + 60 dB => c'est pas le I de 63 dB
Comment ça ?
En fait si on a deux sons elle disait que l'on entendait le plus fort des deux c'est ça ?
oui c'est ça

Par contre j'ai un pb avec son calcul…

- Comment on définit une particule de fluide ?

Un volume de taille mésoscopique sur lequel on peut dire que la température des molécules sont égales à la moyenne.

- Vide entre les particules de fluide ?

non
???

- Est ce que les élèves ont déjà vu les ondes acoustiques au cours de leur scolarité?

Oui au lycée.

- Est ce que c'est réaliste le mouvement des molécules d'air sur l'animation?

Il n'y a pas de chocs entre les particules => donc il ne peut pas y avoir de vibration.
Attention, montre les moyennes (agitation thermique et pression cinétique qui n'apparaissent pas)
Bcp plus grands nombres de particules pour être sur que ça se propage (bcp plus confus)
Pour une présentation c'est bien mais garder à l'esprit que c'est très imagé

- Dans les équations qu'est ce qui fait que les propriétés changent ?

Gradient de pression.

- Qu'est ce qui fait que la pression change ?

Effet de choc, c'est la pression qui fait bouger les particules.

- vitesse caractéristique des particules dû à l'agitation thermique ?

Environ 500 m/s (juste au dessus de la vitesse de son)
Agitation thermique qui propage la surpression et donc c'est elle qui génère l'onde sonore.

- Fluide milieu élastique, c'est à dire ?

Peut se comprimer ou se dilater.

- Expérience Otto Von Guericke alarme et cloche faire attention à quoi?

A ce que l'alarme ne touche pas la cloche non?

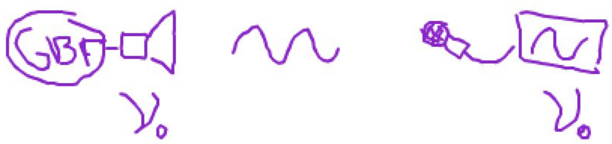
Alarme de fonctionne pas sous vide (donc attention on montre pas ce qu'on veut)
A ne pas faire en cours mais bien à citer comme expérience historique.

- Que se passe il si on ne fait pas l'approximation de $p \ll P_0$, $\delta\rho \ll \rho_0$, $\mathbf{v} \ll V_0$?

On simplifie car les équations de méca flu sont non linéaire et les ondes sonores sont des phénomènes linéaires
donc on va pas s'embêter avec des trucs non linéaire.

- Quelle expérience on peut faire pour montrer que c'est linéaire ?

émetteur devant un récepteur



Pas fan du diapo car dérivé par rapport à P → écrire plus proprement le coefficient de compressibilité, ne pas faire par rapport à P, faire plus entropique.

- Est-ce que c'est général pour les ondes sonores ou pas d'utiliser les équations de thermo ?

On l'utilise toujours. (caché !)
Nombre d'inconnu dans éq d'Euler : 5
Equation vectorielle donc compte pour 3
4 équations pour 5 inconnues donc il en manque une → équation de thermo, relation entre p et Ro

Pour fluide incompressible alors rho = cst mais reste eq thermo

- Pq partie chaude et froide n'ont pas la même longueur sur le schéma (hypothèses thermodynamiques)?

vrai si déplacement est grand par rapport à la longueur d'onde.
Or on est pas dans ce cas là donc pas le droit de faire ça.
vitesse très petite

- vitesse du son dépend de quoi ? dans l'air par exemple ?

$$c_{GP} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$$

→ Température de l'air
Elle ne dépend pas de la densité.

- Pourquoi est ce intéressant de donner la taille caractéristique des longueurs d'ondes ?

1,7 cm à 17 m -> On retrouve des objets à taille humaine, donc ça va diffracter sur pleins de trucs.

- Autres phénomènes ?

Interférence, effet doppler

- Est-ce important qu'il y ait des interférences dans l'acoustique ?

Oui pour les concerts
Certains endroits d'une salle favorise les aiguës, d'autres les fréquences graves.
Ces phénomènes peuvent aller parfois jusqu'à l'inaudibilité ou l'incompréhension du signal, si ce n'est son extinction.
La répétition successive des interférences en un milieu peut donner naissance à une forme de résonance traduite par un sifflement ou bourdonnement continu et souvent gênant si ce phénomène persiste.
C'est de l'interférence des ondes entre elles que l'étude de l'acoustique des salles est aussi complexe et nécessite des mesures, des calculs et des essais empiriques à n'en plus finir, mais non moins passionnants.

- Pour quelle fréquence ce sera le plus important ?

Pour le mètre.
Pour les basses => pas très homogène
Pour les aigus, faibles longueurs d'ondes, plus homogène

- Comment ne pas perdre le son ? Adaptation d'impédance ? Réflexion totale ?

Echographie, sur les murs, l'eau,

pour r c'est Z1 - Z2 ?

- Vecteur de poynting ?

Les sièges dans la salle → réflexion totale et diffraction
Opéra → brise les fronts d'onde avec les ronds
Eglise à pas donc résonnance

- Comment on modélise les solides ?

Oscillateur comme des ressorts → module d'élasticité

- Est-ce que l'on trouve une relation comme pour les fluides (d'Alembert) pour les ressorts ?

w en fonction de k

Ca s'arrête a pi/a

w proportionnelle à Sin(ka/2) → forme de la courbe (¼ de sinus)

fréquence des modes dans une chaîne d'oscillateur couplée
linéaire pour faible k => Donc a faible fréquence on retrouve des ondes sonores.

- Est-ce qu'il y a juste un mouvement longitudinal ?

Longitudinal, transversal.
3 ondes de type : L, T et (L +T)
longitudinale et deux transverses.
Mettre le schéma en plus

,