LP 6 - Cinématique relativiste

Niveau : L3

Prérequis :

- Mécanique newtonienne
- Référentiels Galiléen
- Transformée de Galilé

Objectifs :

- Énoncer les postulats de la relativité restreinte et étudier leurs effets

(Donner une approche géométrique à la relativité)

- Utiliser la transformée de Lorentz pour comprendre les notions de causalité et de simultanéité

(Étudier trois exemples caractéristiques des effets de la relativité)

Bibliographie :

- Claude SEMAY. Relativité restreinte. Dunod, 2016
- José-Philippe PÉREZ. Relativité et invariance : fondements et applications, avec 150 exercices et problèmes résolus. Dunod, 2005
- Claude FABRE. Introduction à la physique moderne : relativité et physique quantique, cours et exercices. Dunod, 2015
- Leçon : http://romain.bel.free.fr/agregation/Lecons/LP07.pdf

Plan détaillé :

Introduction

I. Cadre de la relativité restreinte
    A. Principe de la relativité galiléen et limites
    B. Postulats de la relativité restreinte répondant aux insuffisances de la théorie classique

- Postulat 1:

Les lois physiques sont invariantes dans tout changement de repère inertiel. Autrement dit, des expériences préparées de même manière dans des référentiels doués d'un mouvement rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres donnent les mêmes résultats.

- Postulat 2:

Par rapport à tous les repères inertiels et quels que soient le sens de propagation, la lumière se propage avec la même vitesse $c = 2{,}99792458.10^8$ m.s^{-1}.

- Postulat 3:

Si un repère inertiel (R') est en mouvement de translation uniforme avec une vitesse **u** par rapport à un autre référentiel inertiel (R), alors le repère (R) a une vitesse de translation - **u** par rapport à (R').

Le premier postulat généralise le postulat de relativité galiléenne à toutes les lois physiques, en particulier à l'électromagnétisme.
Le second postulat explique l'issue négative de l'expérience de Michelson (et est par

ailleurs une conséquence du premier).
Le troisième postulat précise l'équivalence des repères inertiels.

C. Espace temps à 4D et évènement

Notion d'espace-temps (3D et quadrivecteur). Invariant.
Approche graphique de la relativité restreinte (diagramme de Minkowski)
Conservation d'un invariant dans le diagramme d'espace-temps

D. Formalisme mathématique : Transformé de Lorentz

E. Loi de composition des vitesses

II. Conséquences

A. Vitesse de la lumière comme vitesse limite

→ cône de lumière

B. Relativité de la position et de la simultanéité

Deux évènements seront donc simultanés uniquement si ils sont localisés à la même abscisse. La simultanéité perd son caractère universel. Remarquons que le principe d'universalité newtonien correspond à l'approximation u<<c.

C. Temps propre et longueur propre

a. Dilatation des temps, temps propre

Dilatation des temps
Définition des temps propre et impropre

b. Contraction des longueurs, longueurs propres

Énoncé de la contraction des longueurs
Définition longueur propre

c. Paradoxes

i. La règle et le hangar

Considérons un sujet A, qui court à une vitesse u en portant, horizontalement, une règle de longueur propre L (longueur dans le référentiel en mouvement). Un observateur B, lui immobile, décide de construire sur le parcours de A un hangar de longueur L/γ, longueur de la règle dans son référentiel. Il va donc voir A et sa règle rentrer dans le hangar, puis, à ce moment, fermer puis rouvrir simultanément les portes du hangar. Comme la longueur de la règle vaut L/γ dans le référentiel du hangar, B va voir une règle de longueur L contenue dans un hangar de longueur L/γ < L. (Numériquement, pour une règle de 200m et un hangar de 100 m, il faut u=0,87c). Voilà le paradoxe !

En fait ce paradoxe est résolu par la relativité de la simultanéité. En effet, l'intervalle de temps séparant les événement 1:"fermeture de la 1ère porte" et 2:"fermeture de la 2ème porte" dans (R') vaut, comme on l'a déjà vu :

$$t'_2 - t'_1 = -\gamma \frac{u}{c^2}(x_2 - x_1) = -\gamma \frac{u}{c^2}\frac{L}{\gamma} = -\frac{u}{c^2}L\,.$$

La fermeture de 2 survient avant la fermeture de 1.

De plus, A, pendant cet intervalle, aura vu défiler le hangar d'une longueur $u(t'_1 - t'_2) = \frac{u^2}{c^2} L$.
Or la longueur qu'il manque pour faire rentrer la règle dans le hangar vaut:

$$\Delta L = L - \frac{L/\gamma}{\gamma} = L(1 - \frac{1}{\gamma^2}) = L\frac{u^2}{c^2},$$

, soit exactement la longueur manquante. A verra donc la porte 2 se fermer et s'ouvrir alors que la règle ne sera pas complètement rentrée dans le hangar, puis la porte 1 va se fermer et s'ouvrir alors que la règle sera déjà en partie sortie du hangar. Il n'y a pas de paradoxe !

ii. Les jumeaux de Langevin

Deux jumeaux A et B habitent la Terre. Un jour, le jumeau A décide d'entreprendre un
voyage dans le cosmos puis retourne sur Terre.
Supposons que le jumeau A se soit dirigé vers une étoile distante de la Terre de 4 années lumière à la vitesse constante u=0,98*c, et soit revenu de la même manière. Pour le jumeau B, son frère est resté dans l'espace pendant une durée $\Delta t = 2D/u$ = 8 ans 1 mois 27 jours. Par contre, le jumeau A, lui, a passé dans l'espace une durée $\Delta t' = \Delta t/\gamma$ = 1 an 7 mois 13 jours.

Le jumeau A est donc plus jeune que son frère B. Par contre, en invoquant le principe de relativité, on peut faire le même calcul en considérant que c'est la terre qui se déplace et on trouve cette fois que c'est le jumeau B qui est le plus jeune. Voilà le paradoxe. En fait, cette situation semble violer le principe de relativité (et donc d'indiscernabilité des référentiels inertiels). En réalité il n'en est rien.

En effet, pour que le jumeau A reviennent vers la Terre, il lui a fallu faire demi tour ou effectuer une trajectoire fermée, et donc subir une accélération. Il n'y a donc pas équivalence entre ces deux référentiels. Dans le cadre de la relativité restreinte, deux référentiels inertiels ne se rencontrent qu'un seule fois et donc on ne peut pas les comparer. Cet état de fait est interprété de manière plus détaillée par la relativité générale, qui prend en considération des référentiels quelconques.

III. Application : Muons dans l'atmosphère
→ Temps de vie et longueur parcourue
Diagramme de Minkowski avec les lignes pour le muon et l'observateur
→ Conclusion, on détecte des muons à la surface de la Terre

Conclusion
Nous avons mis en place les bases d'étude de la relativité restreinte au travers de la cinématique. La suite portera sur la dynamique relativiste.

LP6 : Cinétique relativiste

Niveau : Licence

PR : - Mécanique Classique
- Référentiel inertiels (Galiléens)
- Transformation de Galilée.

Intro : Fin XIXème siècle trieurs théorie not. Maxwell.
→ or Galilée → Maxwell pas invariant (trans)

- Einstein et Poincaré → hypo cache théorie fausse.

I. Cadre de la relativité restreintre

1) Postulats

Postulats : ① Lois de la physique = dans réf. inertiels
② Le module de la vitesse de la lumière est indépendant du mouvement de la source.

2) Espace-temps à 4D et évènements

$\mathcal{R}(ct, x, y, z)$

Evènement : phénomène physique ponctuel localisé dans l'espace temps indépendant du mument, réf. à laquelle on le regarde mais pas des coordonnées fixées (Exemple naissance)

Ligne d'univers : Trajectoire dans l'espace-temps.

$E_1(ct_1, x_1, y_1, z_1)$ et $E_2(ct_2, x_2, y_2, z_2)$

L'intervalle entre ces deux évènements $\Rightarrow S_{1,2}^2 = c^2(t_2-t_1)^2 - (x_2-x_1)^2 - (y_2-y_1)^2 - (z_2-z_1)^2$

Cet intervalle est un invariant relativiste.

3) Transformations de Lorentz

$\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ avec $\vec{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = V\vec{e}_x$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} ct &= \gamma(ct' + \beta x') \\ x &= \gamma(x' + \beta ct') \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}} \quad TL$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} > 1$$

$$\beta = \frac{V}{c} \in]-1 ; 1[$$

II. Conséquences

1) Temps propre et longueur propre

Temps propre ou Durée propre : intervalle de tps entre 2 évèt ayant lieu ~~ayant~~ au même endroit.

$\mathcal{R}(ct, x, y, z)$ et $\mathcal{R}'(ct', x', y', z')$ (associé à la particule)

$\mathcal{E}_1$: naissance d'une particule

$\mathcal{E}_2$: désintégration ———

$$\left.\begin{array}{l} \text{Dans } \mathcal{R}' : \mathcal{E}_1(0,0,0,0) \text{ et } \mathcal{E}_2(ct',0,0,0) \\ \text{Dans } \mathcal{R} : \mathcal{E}_1(0,0,0,0) \text{ et } \mathcal{E}_2(ct_2,0,0,0) \end{array}\right\} \begin{array}{l} ct_2 = \gamma ct'_2 > ct' \\ \text{ap TL.} \end{array}$$

La durée propre est toujours minimale.

Longueur propre : Différence de position au même instant

Avec TL ~~et~~ $\Rightarrow L' = \gamma L > L$

Donc la longueur propre est toujours maximale.

2) Loi de composition des vitesses

$\mathcal{E}, \mathcal{R}, \mathcal{R}'$ $(ct, x, y, z)_{\mathcal{R}}$ et $(ct', x', y', z')_{\mathcal{R}'}$

On regarde un évènement voisin. $\mathcal{E}_2 \to (ct+dt, x+dx, y+dy, z+dz)$

$(ct'+dt', x'+dx', y'+dy', z'+dz')$

dans $\mathcal{R}$ la vitesse est $\frac{d\vec{r}}{dt}$

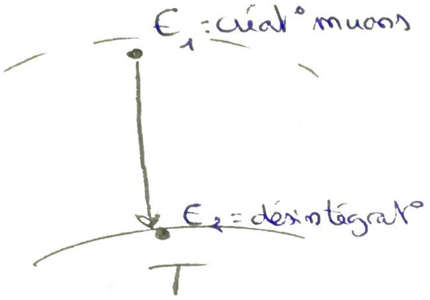
— $\mathcal{R}'$ ——— $\frac{d\vec{r}'}{dt'}$

Avec TL : $\begin{cases} c\,dt = \gamma(c\,dt' + \beta dx') & (1) \\ dx = \gamma(dx' + \beta c\,dt') & (2) \\ dy = dy' \\ dz = dz' \end{cases}$ $\quad \beta = \frac{V}{c}$

On fait $\frac{(1)}{c}$ puis $\frac{c(2)}{(1)}$

$\Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\gamma(dx' + V dt')}{\gamma(dt' + \frac{V}{c^2}dx')} \Rightarrow \boxed{v_x = \frac{(v_x' + V)}{1 + \frac{V v_x'}{c^2}}}$ et $\boxed{v_{y(z)} = \frac{v_{y(z)}'}{\gamma\left(1 + \frac{V v_x'}{c^2}\right)}}$

III. Applications : Muons atmosphérique



1) Temps de vie et longueurs parcourue

tps de vie : $\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s

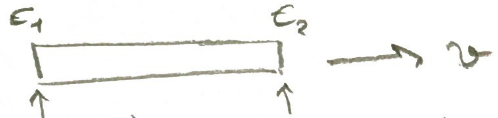
Longueur propre : 48 km $= L_{atm}$

Longueur ~~par~~ vu par muon : $L = 660$ m.

alors que $\tau = 1,6 \cdot 10^{-4}$ s. pour ça.

Questions :

* Pouvez-vous démontrer que la lg propre est maximale ?



$\mathcal{R}$ $E_1(0,0,0,0)$ $E_2(0,L,0,0)$ Règle fixe dans $\mathcal{R}'$

On cherche la longueur à un temps donné.

E_1 un pt est en zéro
E_2 un pt est en L } de la règle

On synchronise l'événement 1 $\to$ $\mathcal{R}'$ $E_1(0,0,0,0)$ (uniquement ds ref qui bouge).

Puis $\mathcal{R}'$ $E_2(t', x', 0, 0)$

On applique TL : $x' = \gamma(+L - \underbrace{\beta ct}_{0})$ $\to$ $x' = +\gamma L$ lg propre

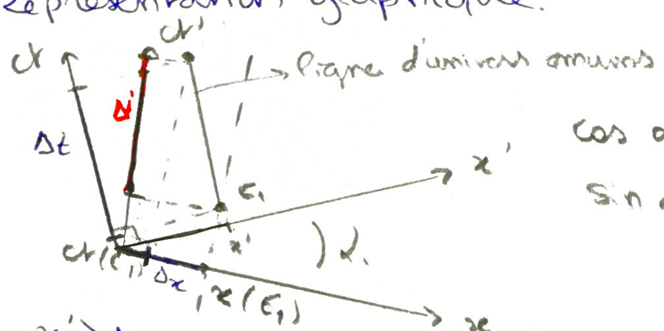
on regarde de $\mathcal{R}'$ ds $\mathcal{R}$.

* Démontrer γ et β ds TL, relat° de Lorentz

⚠ il faut faire attent° car bq d'hyp ! Connaître.

Il faut éviter de sauter en mettant ds in pour gros démo et calcul double qu'il faut sauter pour gagner du tps.

* Représentation graphique.

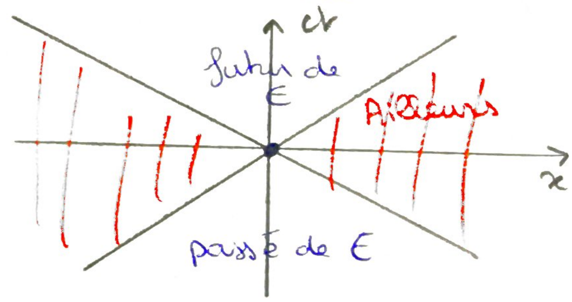


$\cos\alpha = \frac{1}{\gamma}$

$\sin\alpha = \beta$

$x' > \Delta x$
$\Delta t' < \Delta t$.

Manque notion de causalité
↳ cône de lumière



- Pas de reformulation avec des mots de tous les jours
- Faire désintégrat° du Muons en entier
- Enlever II → 3). Ajouter cône de lumière
  III → 2)
- Invariant
- On peut pas être + pentue que le cône ~~sign~~ sinon on va + vite que la lumière.