

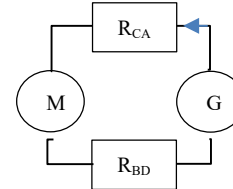
Correction Exercices Chapitre 4 : Optimisation du transport de l'électricité

Exercice 1 : Effet Joule

- 1) $U_R = R \times I$ avec U_R en V, R en Ω et I en A
- 2) $P = U \times I$ avec P en W, U en V et I en A
- 3) $P_J = U_R \times I = R \times I \times I = R \times I^2$
- 4) $P_J = 0.40 \times 26^2 = 270.4 \text{ W}$

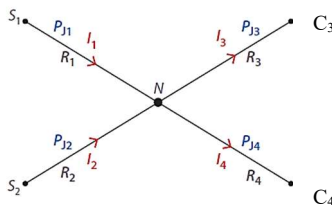
Exercice 2 : Pertes sur les lignes du tramway

- 1) Circuit électrique (voir ci-contre)
- 2) $R_{CA} = 0.020 \times 4.0 = 0.080 \Omega$
 $U_{CA} = R_{CA} \times I = 0.080 \times 500 = 40 \text{ V}$
 $R_{BD} = 0.032 \times 4.0 = 0.128 \Omega$
 $U_{BD} = R_{BD} \times I = 0.128 \times 500 = 64 \text{ V}$
- 3) Loi d'additivité : $U_{AB} = U_{CD} - U_{CA} - U_{BD}$
- 4) $U_{AB} = U_{CD} - U_{CA} - U_{BD} = 750 - 40 - 64 = 646 \text{ V}$. On parle d'une « chute de tension » car il y a une grande tension entre la caténaire et le rail.
- 5) $P_a = U_{CD} \times I = 750 \times 500 = 3.75 \times 10^5 \text{ W}$
 $P_t = U_{AB} \times I = 646 \times 500 = 3.23 \times 10^5 \text{ W}$
- 6) Il faut diminuer la distance entre le tramway et l'alimentation afin de diminuer la résistance et diminuer l'intensité I en élevant la tension.



Exercice 3 : Un réseau de distribution

- 1) Graphe orienté.



- 2) $I_{1\max} = \frac{P_{1\max}}{U_1} = \frac{18000}{360} = 50 \text{ A}$ et $I_{2\max} = \frac{P_{2\max}}{U_1} = \frac{9000}{260} = 34.6 \text{ A}$
- 3) $I_3 = \frac{P_3}{U_3} = \frac{3000}{230} = 13,0 \text{ A}$ et $I_4 = \frac{P_4}{U_4} = \frac{15000}{230} = 65,2 \text{ A}$
- 4) $I_2 = I_3 + I_4 - I_1 = 65,2 + 13,0 - I_1 = 78,2 - I_1$

Déterminer la fonction en I_1 à minimiser

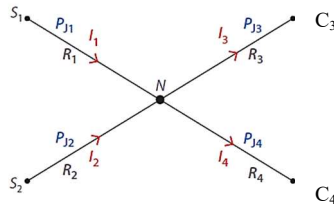
- 5) $P_J = P_{J1} + P_{J2} = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2$
- 6) On remplace I_2 par $78,2 - I_1$, $R_1 = 0,6 \Omega$ et $R_2 = 0,8 \Omega$ dans P_J .
 $P_J = 0,6 \times I_1^2 + 0,8 \times (78,2 - I_1)^2$
 Attention identité remarquable : $(78,2 - I_1)^2 = 78,2^2 - 2 \times 78,2 \times I_1 + I_1^2$
 Donc $P_J = 0,6 \times I_1^2 + 0,8 \times (78,2^2 - 2 \times 78,2 \times I_1 + I_1^2) = 1,4 I_1^2 - 125,12 I_1 + 4892,20$
 Polynôme du 2nd degré de la forme $y = a x^2 + b x + c$
- 7) Pour minimiser les pertes (minimum local), $I_{1\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-125,12)}{2 \times 1,4} = 44,7 \text{ A}$
 $I_{2\min} = 78,2 - I_{1\min} = 78,2 - 44,7 = 33,5 \text{ A}$

Déterminer s'il existe une solution au problème posé

- 8) $I_{1\min} < I_{1\max}$ car $44,7 < 50$ A et $I_{2\min} < I_{2\max}$ car $33,5 < 34,6$ A donc les pertes par effet Joule peuvent être minimisées.
- 9) $P_{1\min} = U_1 \times I_{1\min} = 360 \times 44,7 = 16\,092$ W = $1,61 \times 10^4$ W
 $P_{2\min} = U_2 \times I_{2\min} = 260 \times 33,5 = 8\,710$ W = $8,71 \times 10^3$ W

Exercice 4 : Un réseau de distribution

- 1) Graphe orienté.



- 2) $I_{1\max} = \frac{P_{1\max}}{U_1} = \frac{18000}{260} = 69,2$ A et $I_{2\max} = \frac{P_{2\max}}{U_1} = \frac{15000}{260} = 57,7$ A
3) $I_3 = \frac{P_3}{U_3} = \frac{12000}{230} = 52,2$ A et $I_4 = \frac{P_4}{U_4} = \frac{12000}{230} = 52,2$ A
4) $I_2 = I_3 + I_4 - I_1 = 104,4 - I_1$

Déterminer la fonction en I_1 à minimiser

- 5) $P_J = P_{J1} + P_{J2} = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2$
On remplace I_2 par $104,4 - I_1$, $R_1 = 0,1\Omega$ et $R_2 = 0,2\Omega$ dans P_J .
 $P_J = 0,1 \times I_1^2 + 0,2 \times (104,4 - I_1)^2$
Attention identité remarquable : $(104,4 - I_1)^2 = 104,4^2 - 2 \times 104,4 \times I_1 + I_1^2$
Donc $P_J = 0,1 \times I_1^2 + 0,2 \times (104,4^2 - 2 \times 104,4 \times I_1 + I_1^2) = 0,3 I_1^2 - 41,8 I_1 + 2179,9$
Polynôme du 2nd degré de la forme $y = a x^2 + b x + c$
6) Pour minimiser les pertes (minimum local), $I_{1\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-41,8)}{2 \times 0,3} = 69,7$ A
 $I_{2\min} = 104,4 - I_{1\min} = 104,4 - 69,7 = 34,7$ A

Déterminer s'il existe une solution au problème posé

- 7) $I_{1\min} > I_{1\max}$ car $69,7 > 67,2$ A et $I_{2\min} < I_{2\max}$ car $34,7 < 55,7$ A donc les pertes par effet Joule ne peuvent pas être minimisées.
- 8) $P_{1\min} = U_1 \times I_{1\min} = 260 \times 69,7 = 18\,122$ W = $1,81 \times 10^4$ W > 18000 W
Donc la source 1 ne peut pas alimenter le réseau.