Application des transducteurs finis à la cryptographie

Source image : https://cryptoast.fr/wp-content/uploads/2020/04/keys-cryptography.jpg

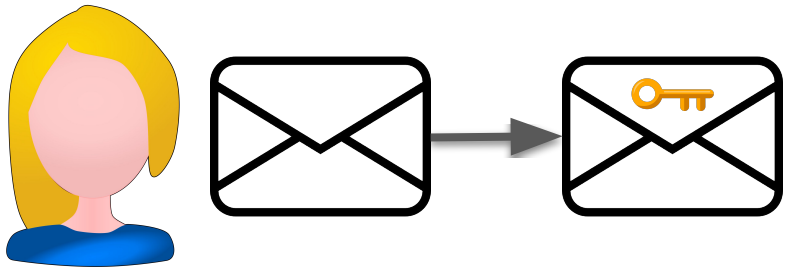
Thibault Lestienne
n°14454

Dans quelle mesure les transducteurs finis peuvent-ils être une alternative sécurisée pour le transfert de l'information?

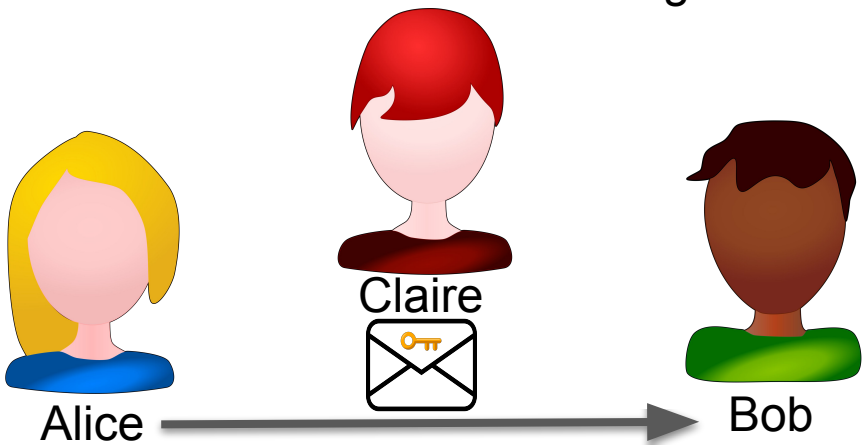
Objectif

Alice et Bob s'accordent sur une clé

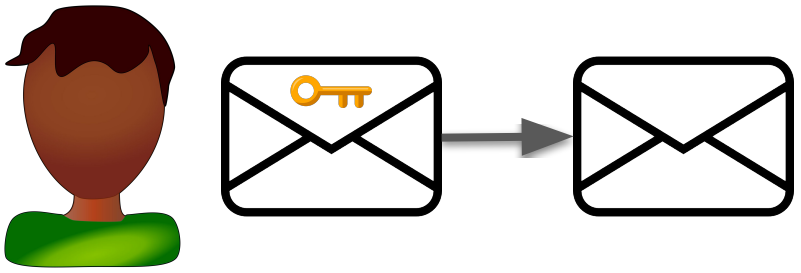
Alice écrit un message pour Bob et le chiffre avec la clé



Claire transmet le message



Bob déchiffre le message à l'aide de la clé et lit le message envoyé par Alice



Sources images : https://github.com/greeenway/alicebobandeve
https://www.pngegg.com/fr/png-monuc/download
https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTCw1FOCL0RZgq6QxvrUa4cob0LFQH-9RkWwKWxvkKq0dJl8qVb

Plan

I - Le chiffre de César
II - Présentation des transducteurs
III - Analyse du chiffre proposé
IV - Applications concrètes

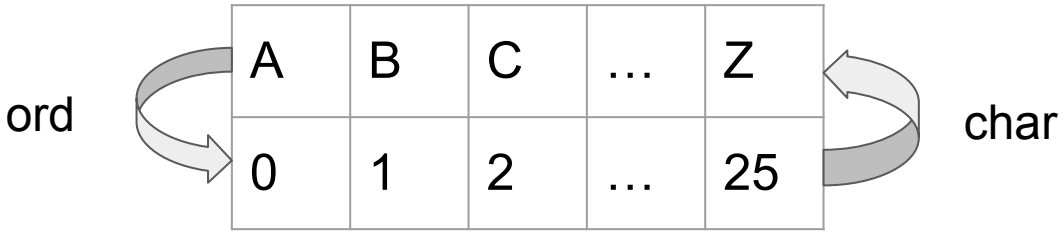
Formalisation

Un chiffre sur (M, N, C) est défini par un couple (E, D) avec

- M l'ensemble des messages chiffrables
- N l'ensemble des messages chiffrés
- C l'ensemble des clés
- la fonction de chiffrement $E : M \times C \to N$
- la fonction de déchiffrement $D : N \times C \to M$

et est tel que $\forall w \in M, \forall c \in C, w = D(E(w, c), c)$

Chiffrement de César



$\Sigma = \{a,b,...,z\}$
$(M,N,C) = (\Sigma^*,\Sigma^*,[|0;25|])$

$Ep : x,c \mapsto char((ord(x)+c) \bmod 26)$
$E : w,c \mapsto \forall i,\ w_i = Ep(w_i)$

$Dp : x,c \mapsto char((ord(x)-c) \bmod 26)$
$D : w,c \mapsto \forall i,\ w_i = Dp(w_i)$

Exemple Clé c = 10

x	T	E	S	T
ord(x)	19	4	18	19
ord(x)+c	29	14	28	29
(ord(x)+c)mod 26	3	14	2	3
Ep(x,c)	D	O	C	D

Attaque par force brute

message intercepté : **qdcydjgpidjh**

0	qdcydjgpidjh	9	zmlhmspyrmsq	18	ivuqvbyhavbz
1	redzekhqjeki	10	anmintqzsntr	19	jwvrwczibwca
2	sfeaflirkflj	11	bonjouratous	20	kxwsxdajcxdb
3	tgfbgmjslgmk	12	cpokpvsbupvt	21	lyxtyebkdyec
4	uhgchnktmhnl	13	dqplqwtcvqwu	22	mzyuzfclezfd
5	vihdioluniom	14	erqmrxudwrxv	23	nazvagdmfage
6	wjiejpmvojpn	15	fsrnsyvexsyw	24	obawbhengbhf
7	xkjfkqnwpkqo	16	gtsotzwfytzx	25	pcbxcifohcig
8	ylkglroxqlrp	17	hutpuaxgzuay		

Automatisation : Analyse de fréquence

Lettre	Fréquence	Lettre	Fréquence	Lettre	Fréquence
A	8.84%	J	0.53%	S	7.50%
B	1.05%	K	0.006%	T	7.67%
C	3.15%	L	5.96%	U	6.38%
D	3.52%	M	2.82%	V	1.81%
E	17.1%	N	6.73%	W	0.01%
F	1.10%	O	5.16%	X	0.33%
G	0.93%	P	2.61%	Y	0.36%
H	0.97%	Q	1.19%	Z	0.15%
I	7.50%	R	6.41%		

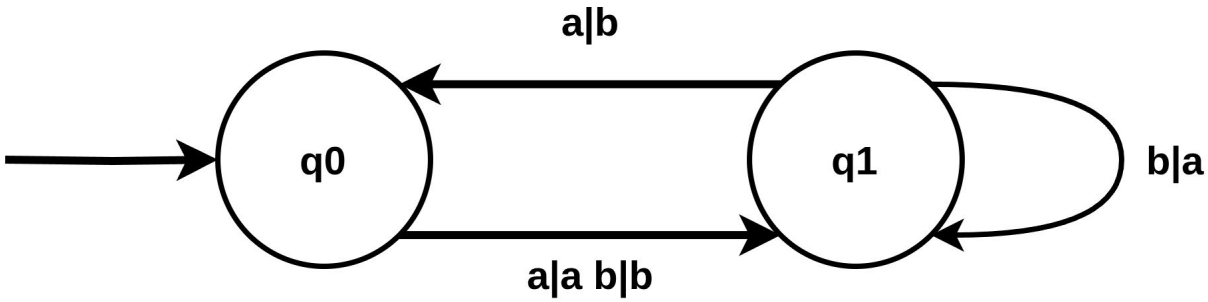
A partir du texte *Des Misérables* de Victor Hugo

Recherche de la clé minimisant les écarts de fréquences

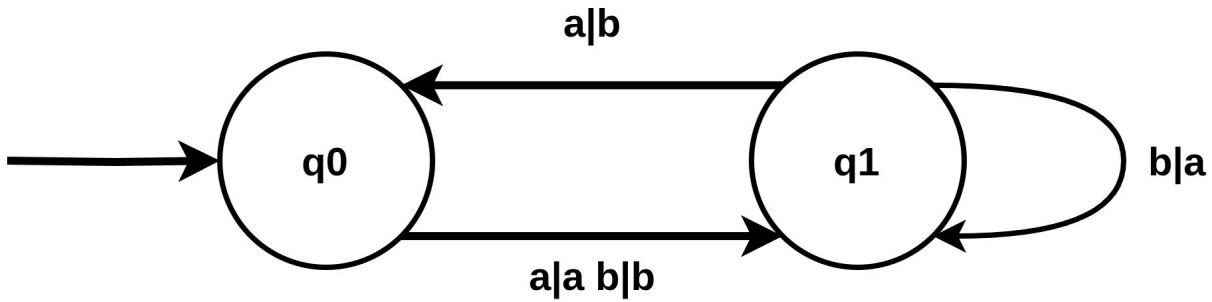
$$f(x) = \underset{i \in [0,25]}{\operatorname{argmin}} \sum_{c='a'}^{c='z'} freqth(c) - freq(D(c,i))$$

0	1.584441	9	1.440731	18	1.445246
1	1.249991	10	1.033370	19	1.420465
2	1.085935	11	1.004318	20	1.509557
3	1.447905	12	1.292903	21	1.224687
4	1.306998	13	1.353504	22	1.364631
5	1.182302	14	1.382257	23	1.314707
6	1.289146	15	1.347347	24	1.346961
7	1.644467	16	1.534583	25	1.541625
8	1.539500	17	1.434164		

Approche simplifiée des transducteurs

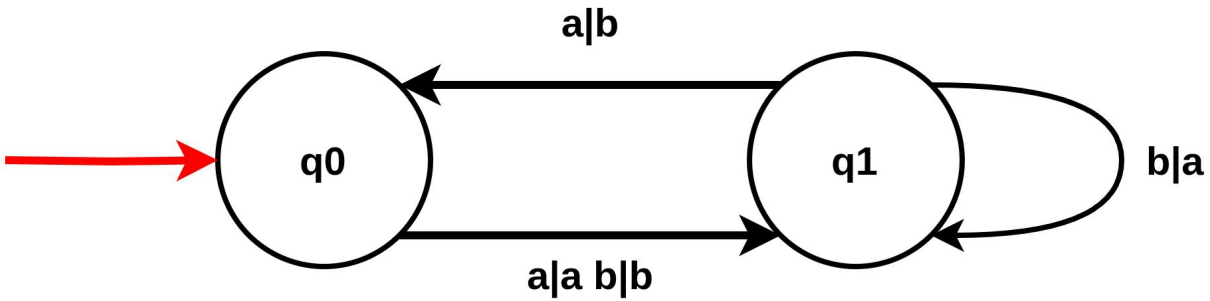


Chiffrer avec un transducteur



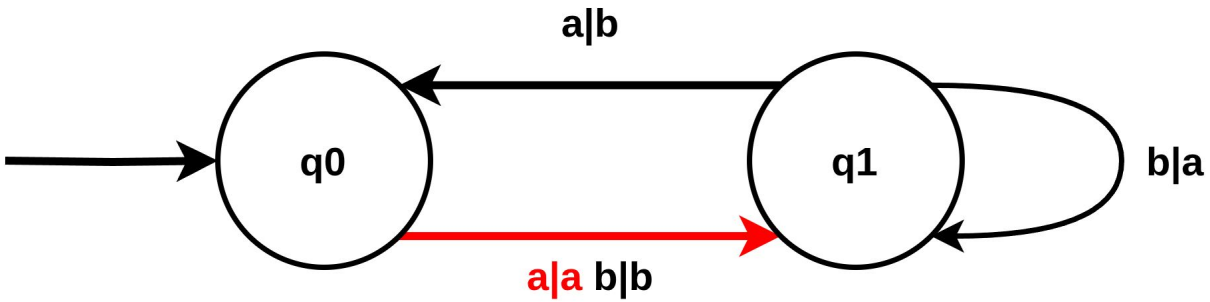
Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1		a		
2		b		
3		a		
4		b		

Chiffrer avec un transducteur



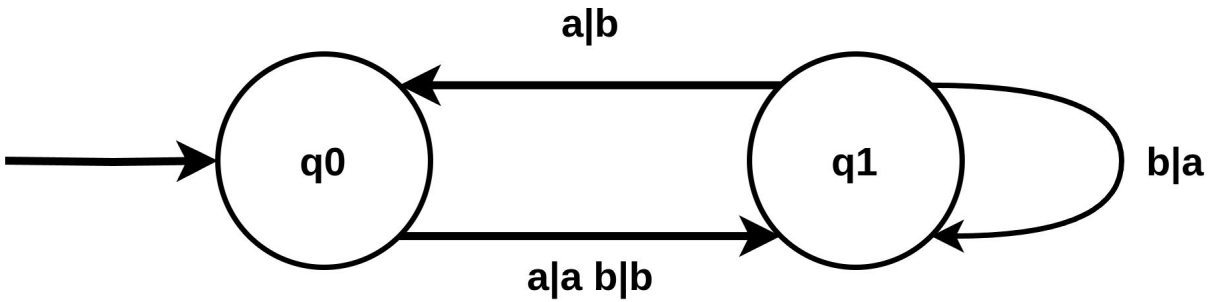
Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1	0	a		
2		b		
3		a		
4		b		

Chiffrer avec un transducteur



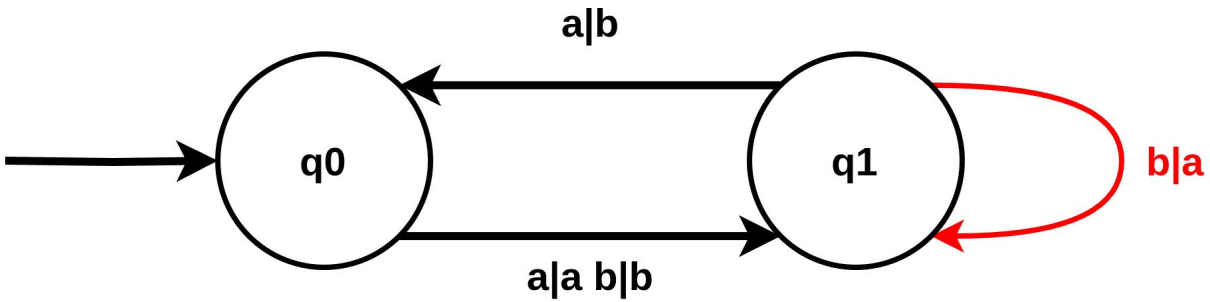
Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1	0	a	1	a
2		b		
3		a		
4		b		

Chiffrer avec un transducteur



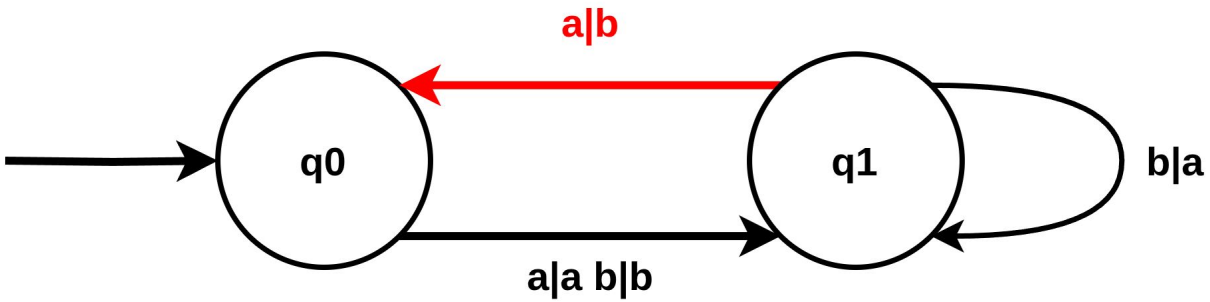
Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1	0	a	1	a
2	1	b		
3		a		
4		b		

Chiffrer avec un transducteur



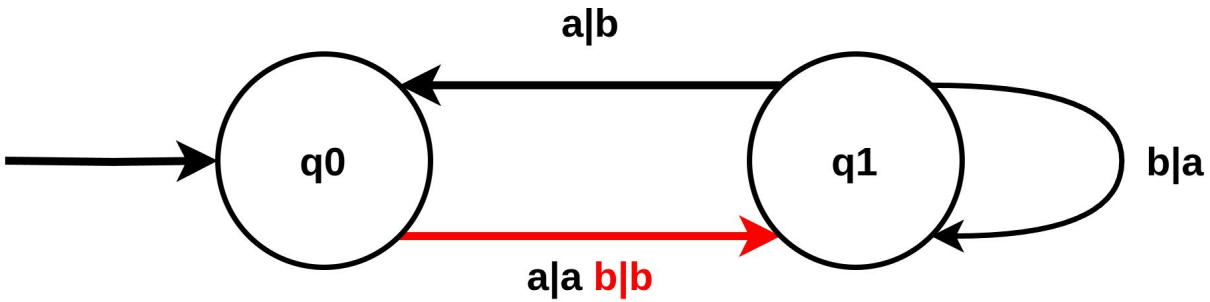
Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1	0	a	1	a
2	1	b	1	a
3	1	a		
4		b		

Chiffrer avec un transducteur



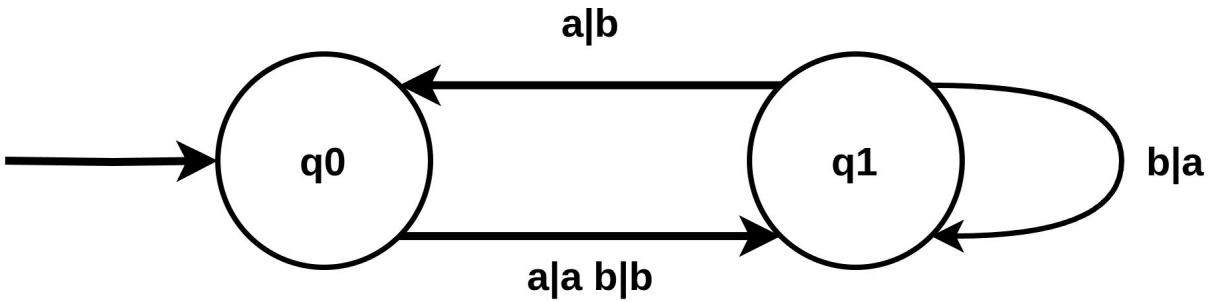
Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1	0	a	1	a
2	1	b	1	a
3	1	a	0	b
4	0	b		

Chiffrer avec un transducteur



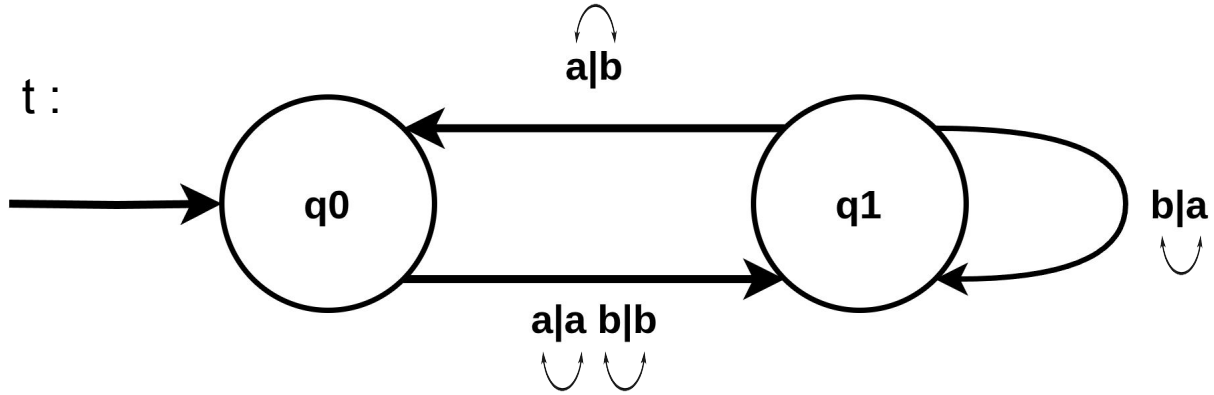
Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1	0	a	1	a
2	1	b	1	a
3	1	a	0	b
4	0	b	1	b

Chiffrer avec un transducteur

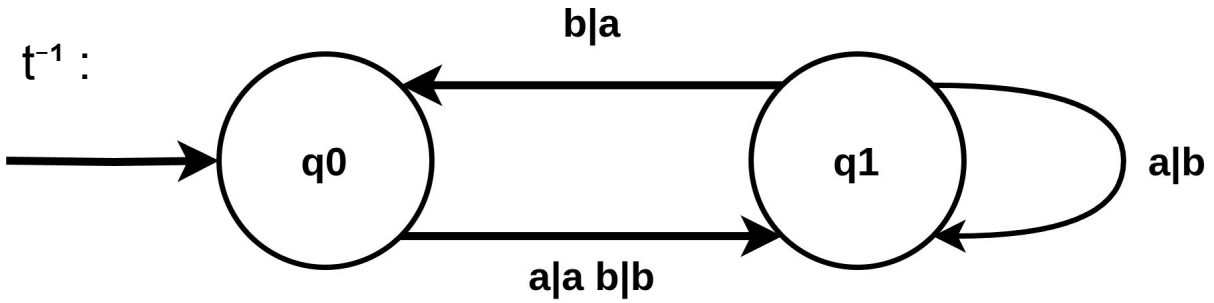


Etape	état initial	lettre à encoder	état suivant	lettre encodée
1	0	a	1	a
2	1	b	1	a
3	1	a	0	b
4	0	b	1	b

Calcul du transducteur inverse

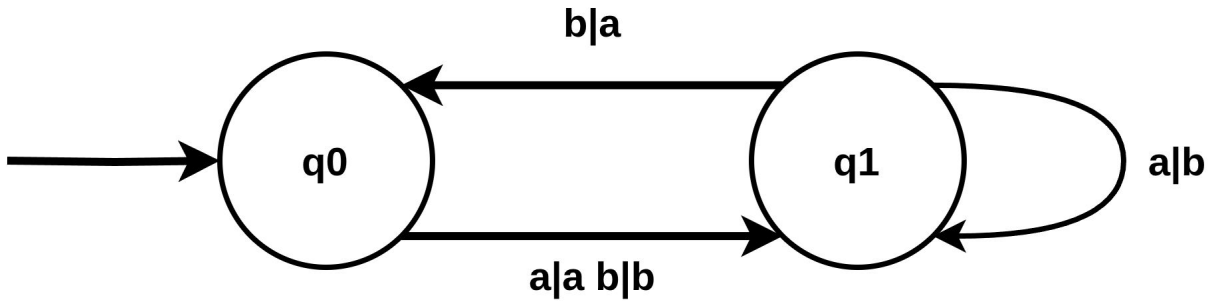


s'inverse en



Remarque : $(t^{-1})^{-1} = t$

Déchiffrer avec un transducteur



Etape	état initial	lettre encodée	état suivant	lettre décodée
1	0	a	1	a
2	1	a	1	b
3	1	b	0	a
4	0	b	1	b

Transducteur : définition

Un transducteur est un quintuplet $t = (\Sigma_1, \Sigma_2, Q, q_0, \delta)$ tel que :

- Σ_1 est l'alphabet d'entrée,
- Σ_2 est l'alphabet de sortie,
- Q est l'ensemble des états,
- $q_0 \in Q$ est l'état initial,
- $\delta : Q \times \Sigma_1 \to Q \times \Sigma_2$ est la fonction de transition.

On ajoutera dans le cadre de cet exposé la contrainte :

$$\forall q \in Q, \quad c \mapsto \delta_2(q, c) \text{ est une bijection de } \Sigma^* \text{ dans } \Sigma^*.$$

On note T l'ensemble des transducteurs avec $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \{a, b, \ldots, z\}^*$

Démonstration de “(E,D) est un chiffre sur (Σ*,Σ*,T)”

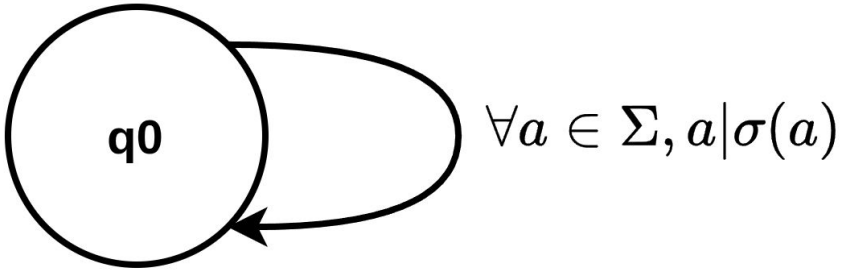
Le point délicat est de prouver que :

$$\forall w \in \Sigma^*, \forall t \in T, w = D(E(w,t),t)$$

Cela se fait par récurrence sur la longueur du mot avec comme hypothèse de récurrence :

(Pn) :”$\forall w \in \Sigma n, \forall t \in T, w = D(E(w,t),t)$ et l’état final après l’encodage de w est le même que celui après décodage de $E(w,t)$”

Cas des transducteurs à un état : méthode MCMC



A	σ(A)
B	σ(B)
…	…
Z	σ(Z)

Cas des transducteurs à un état : méthode MCMC

Lettre (français)	Fréquence en francais
A	8.84%
B	1.05%
C	3.15%
D	3.52%
E	17.1%
F	1.10%
G	0.93%
…	…
Z	0.15%

Fréquence dans le message intercepté	Lettre (message)
7.04%	A
3.02%	B
0.12%	C
0.53%	D
1.23%	E
18.4%	F
0.01%	G
…	…
1.34%	Z

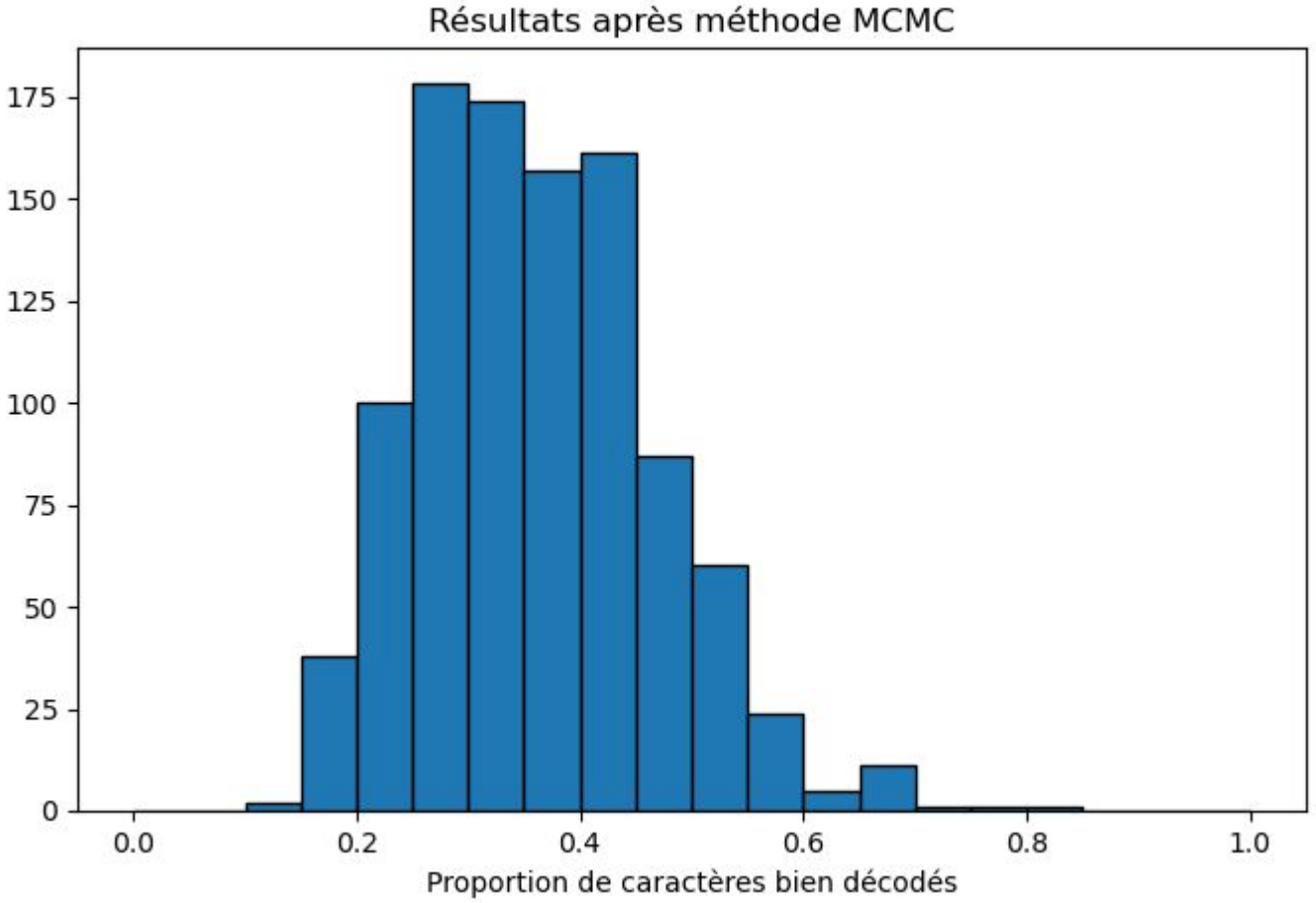
Alignement des fréquences

Lettre (français)	Fréquence en francais	Fréquence dans le message intercepté	Lettre (message)
E	17.1%	18.4%	F
A	8.84%	8.6%	H
T	7.67%	7.8%	W
S	7.50%	7.45%	P
I	7.50%	7.04%	A
N	6.73%	6.76%	R
R	6.41%	6.51%	N
…	…	…	…
K	0.006%	0.007%	U

Lettre (français)	Lettre (message)
E	F
A	H
T	W
S	P
I	A
N	R
R	N
…	…
K	U

Alignement des fréquences

Test sur 1000 textes de 500 caractères issus de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust



sdnseaoealotjeasdnseaoeauefiezldra

Exploitation des fréquences des couples de lettres

En français certaines successions de lettres sont plus probables que d'autres. On s'attend par exemple à trouver plus de "qu" que de "qa"

On va chercher a minimiser f(σ)

$$f(\sigma) = \sum_{c_1='a'}^{c_1='z'} \sum_{c_2='a'}^{c_2='z'} |freqth(c_1c_2) - freq(\sigma(c_1)\sigma(c_2))|$$

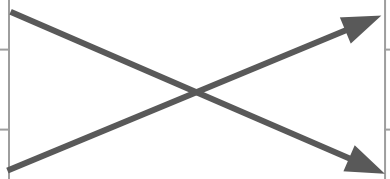
Alignement des fréquences

σ_1

Lettre (français)	Lettre (message)
E	F
A	H
T	W
S	P
I	A
N	R
R	N
…	…
K	U

σ_2

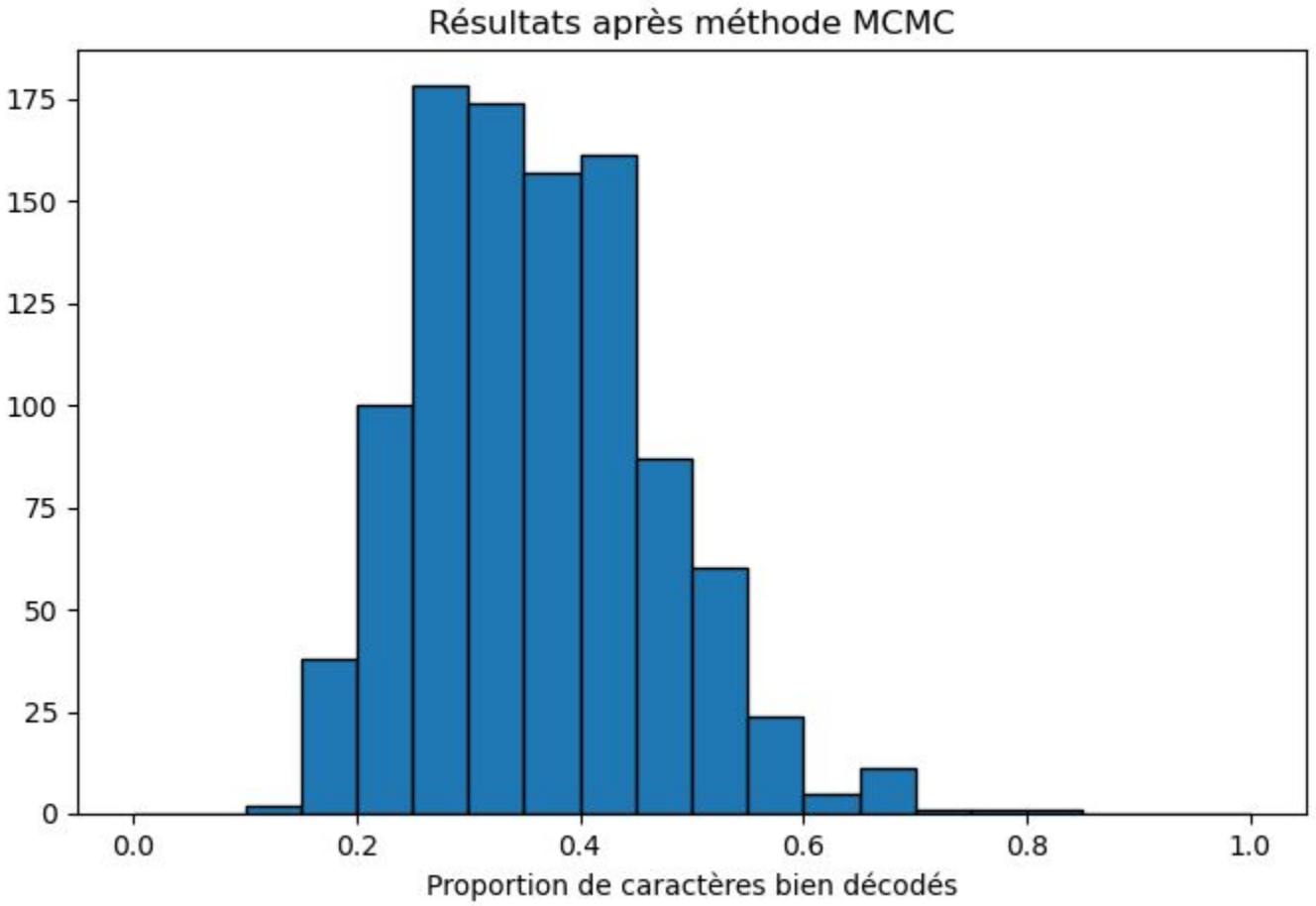
Lettre (français)	Lettre (message)
E	F
A	P
T	W
S	H
I	A
N	R
R	N
…	…
K	U



Si $f(\sigma_2) < f(\sigma_1)$ on itère le raisonnement sur σ_2 sinon sur σ_1

Résultat sans itérations

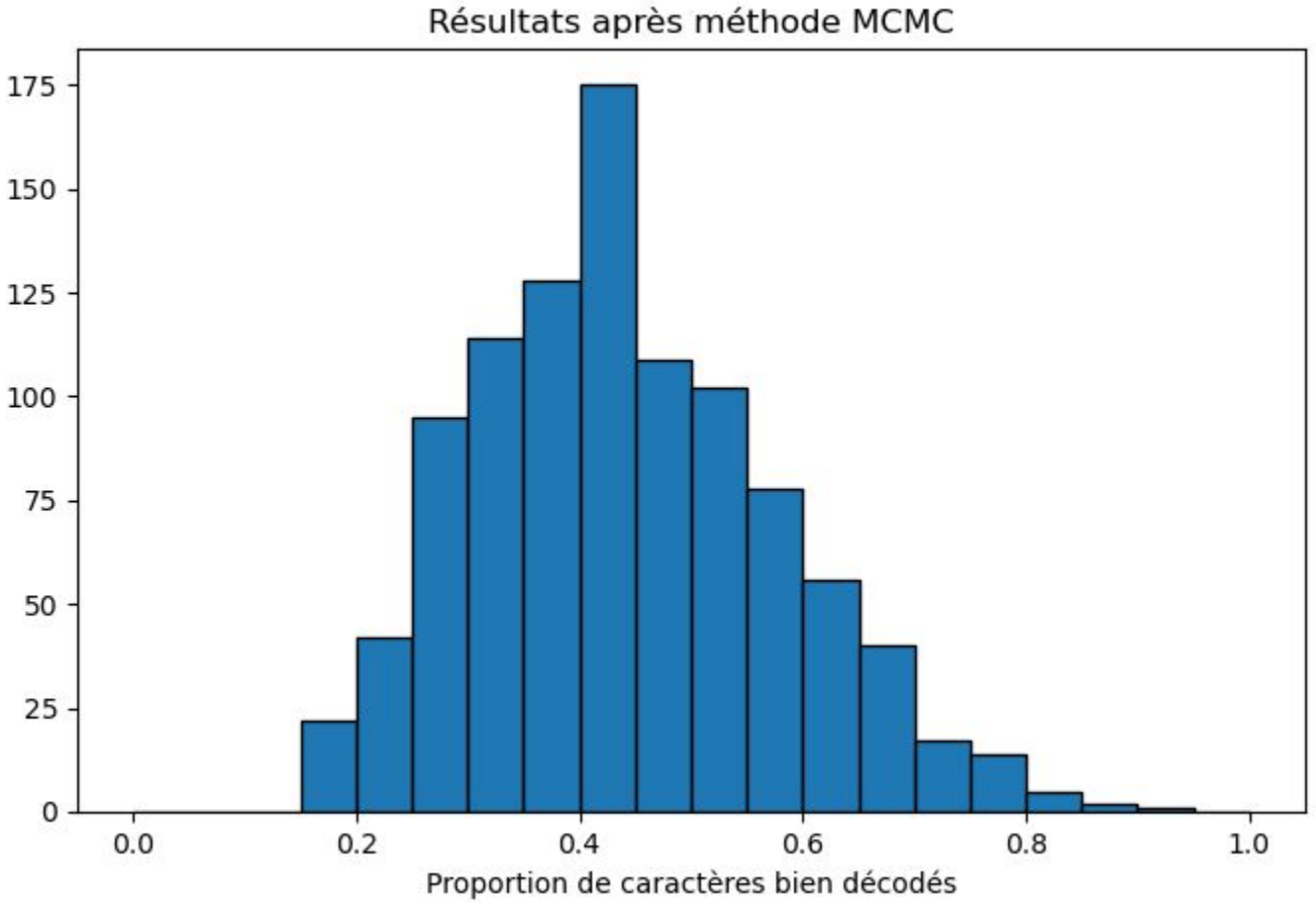
Test sur 1000 textes de 500 caractères issus de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust



sdnseaoealotjeasdnseaoeauefiezldra

Résultat après 100 itérations

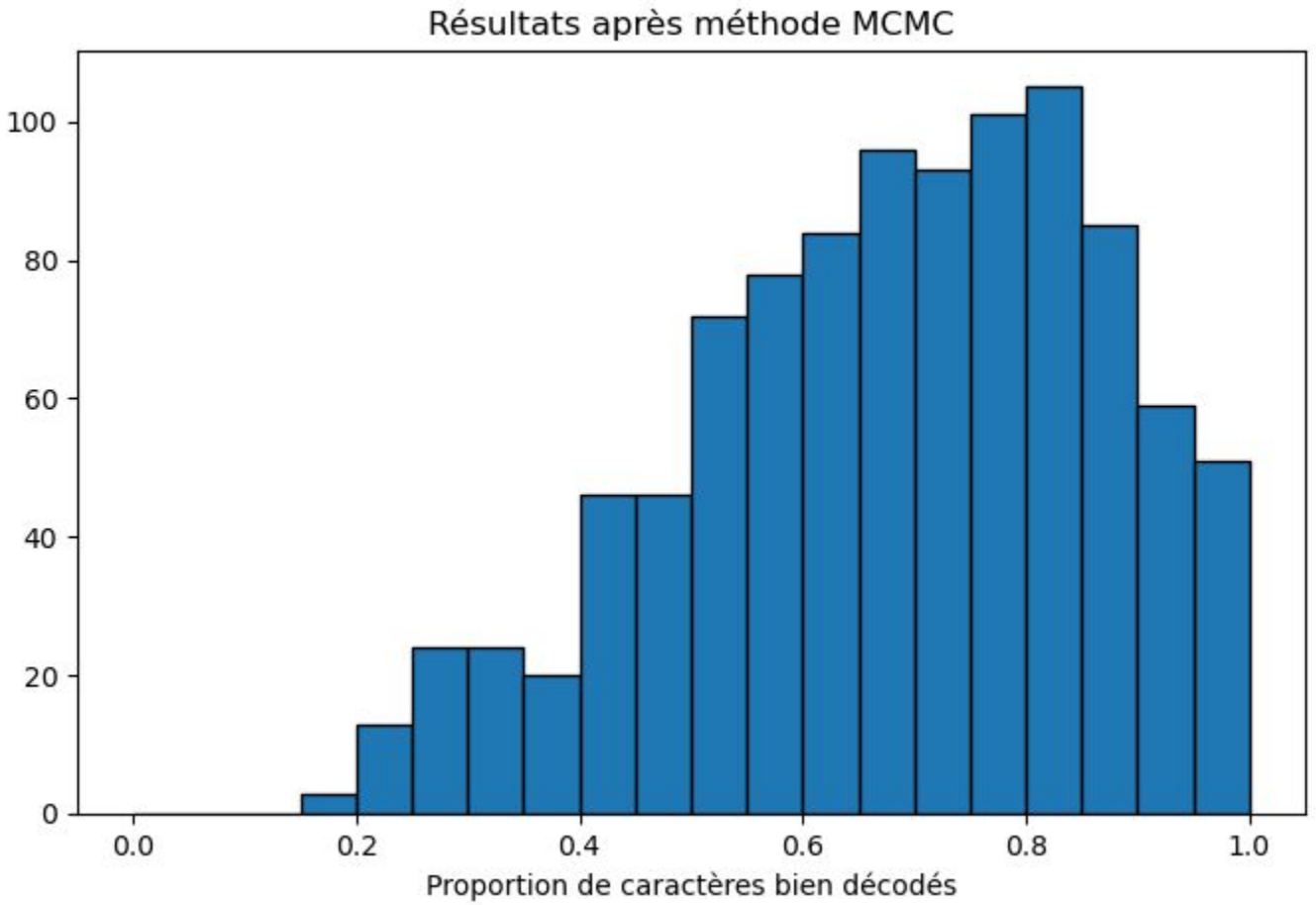
Test sur 1000 textes de 500 caractères issus de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust



iuniespeslpagesiuniespesceftezlurs

Résultat après 500 itérations

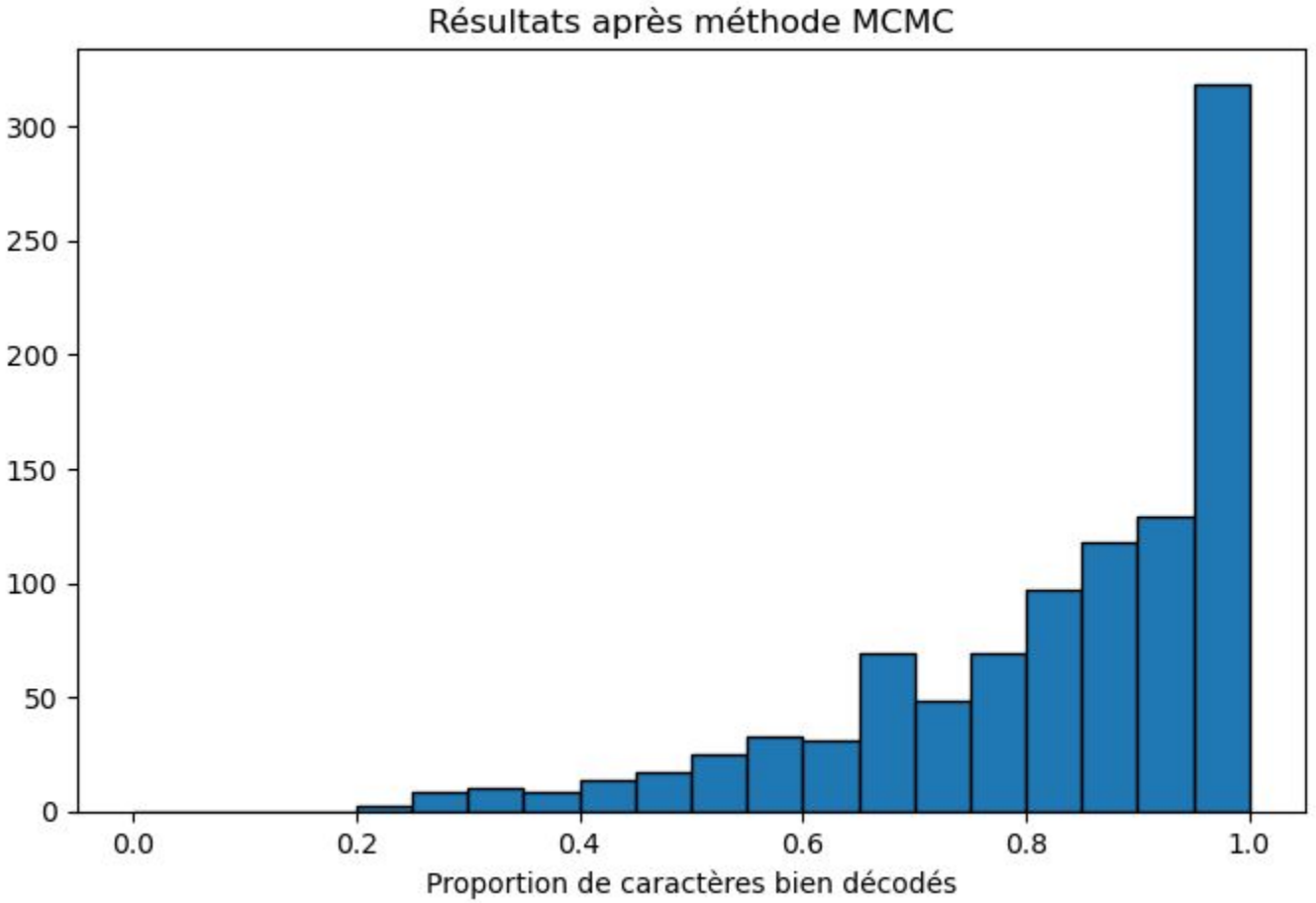
Test sur 1000 textes de 500 caractères issus de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust



notnesmesumagesnotnesmesreplebuois

Résultat après 1 000 itérations

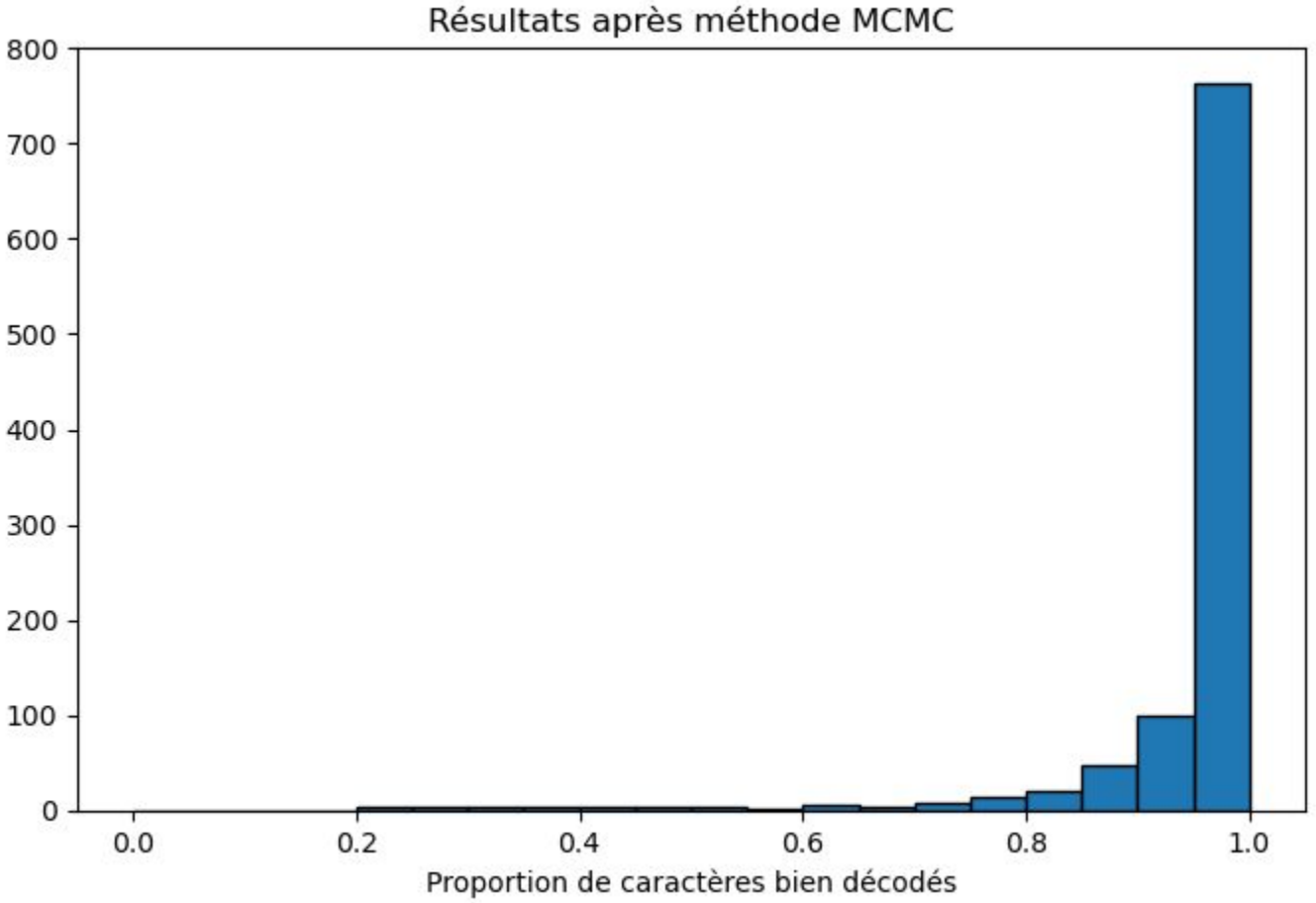
Test sur 1000 textes de 500 caractères issus de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust



toutesmesimaxestoutesmesreglefions

Résultat après 10 000 itérations

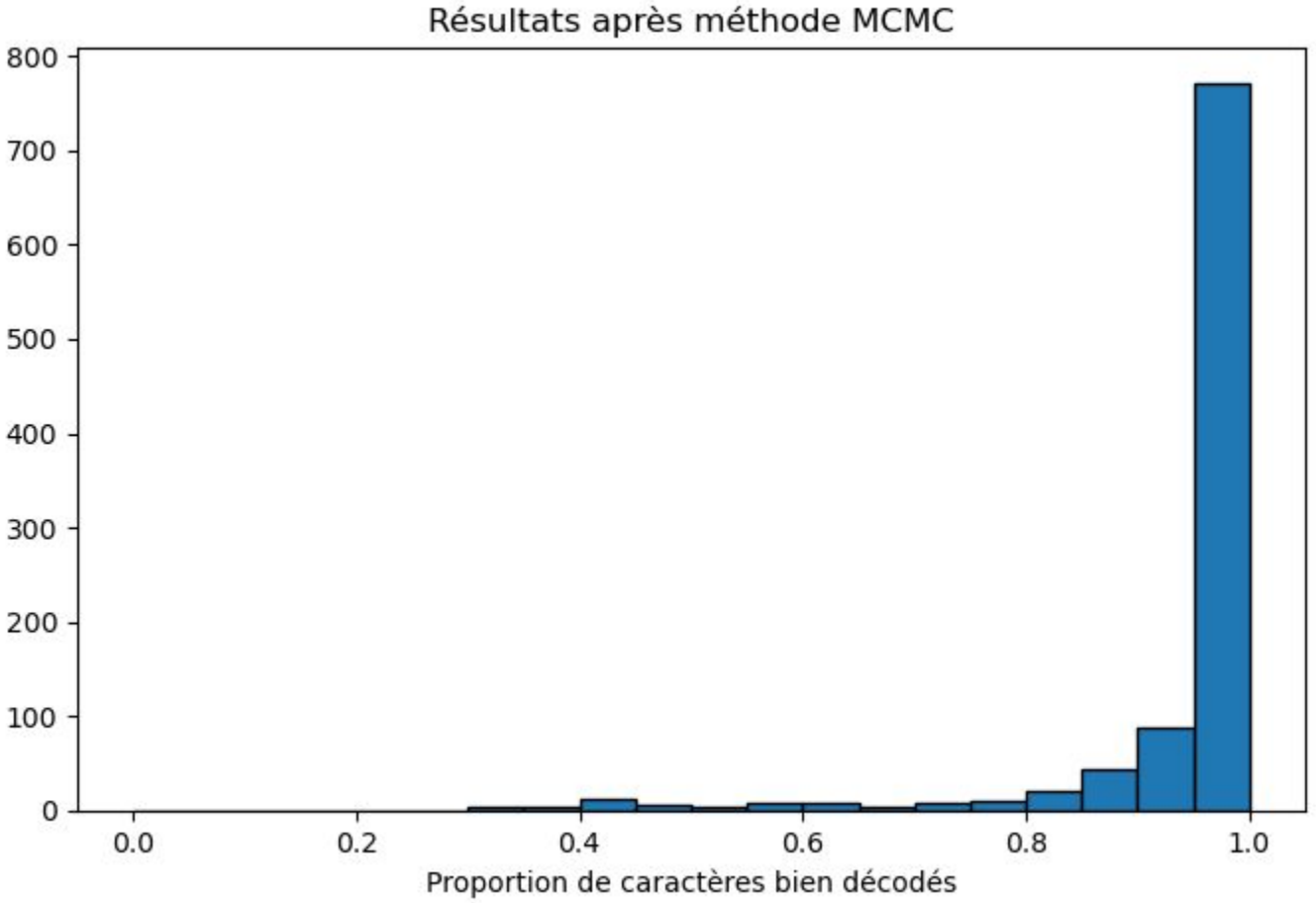
Test sur 1000 textes de 500 caractères issus de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust



toutesmesimagestoutesmesreflexions

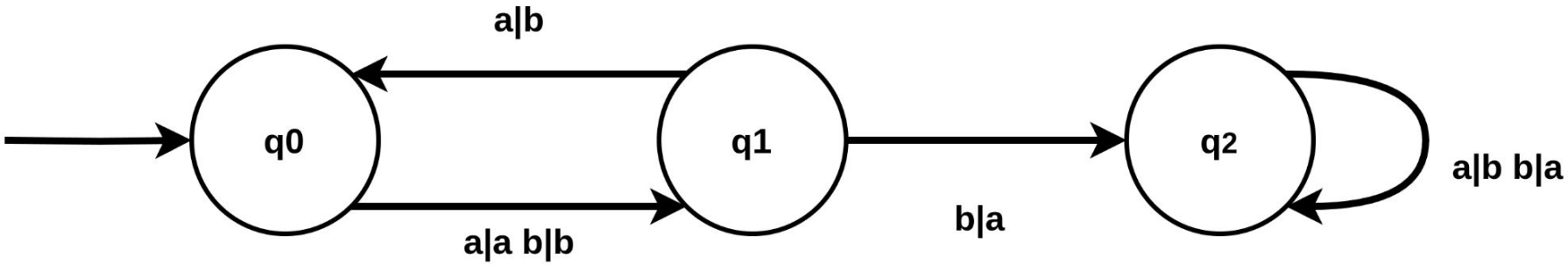
Résultat après 100 000 itérations

Test sur 1000 textes de 500 caractères issus de *À la recherche du temps perdu* de Marcel Proust



toutesmesimagestoutesmesreflexions

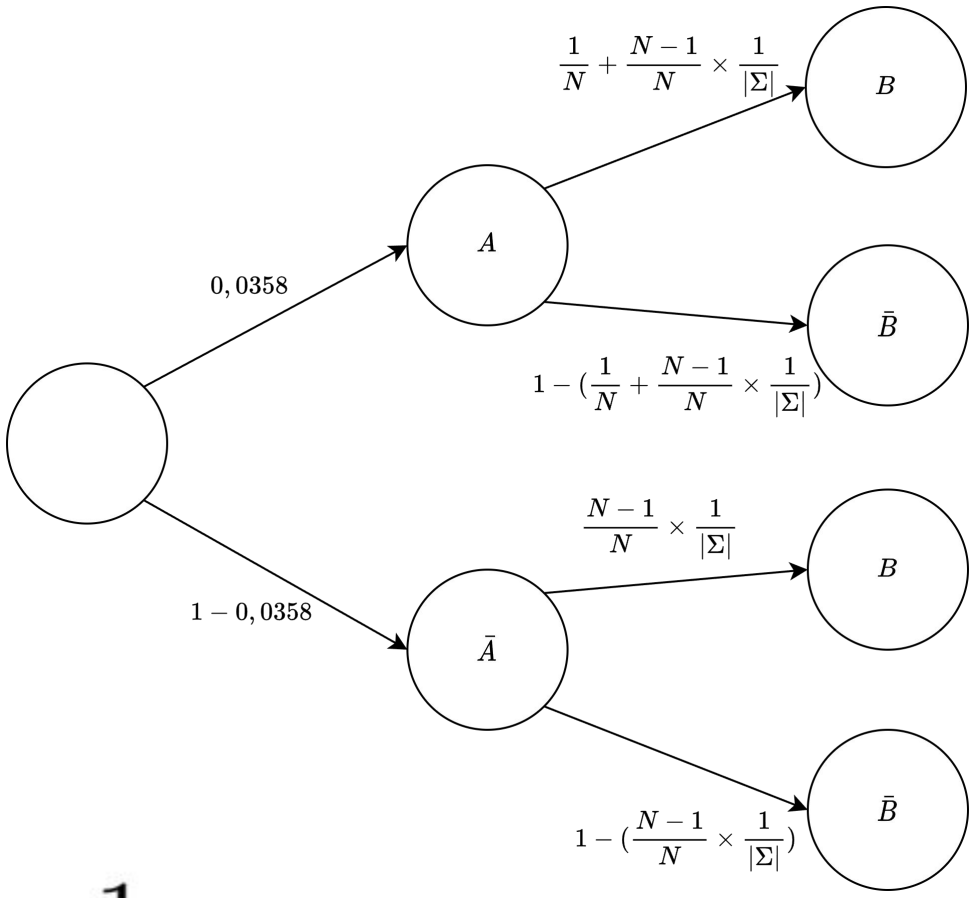
Les composantes fortement connexes



Estimer le nombre d'état

A : Deux lettres successives dans le message original sont identiques

B : Deux lettres successives dans le message chiffré sont identiques



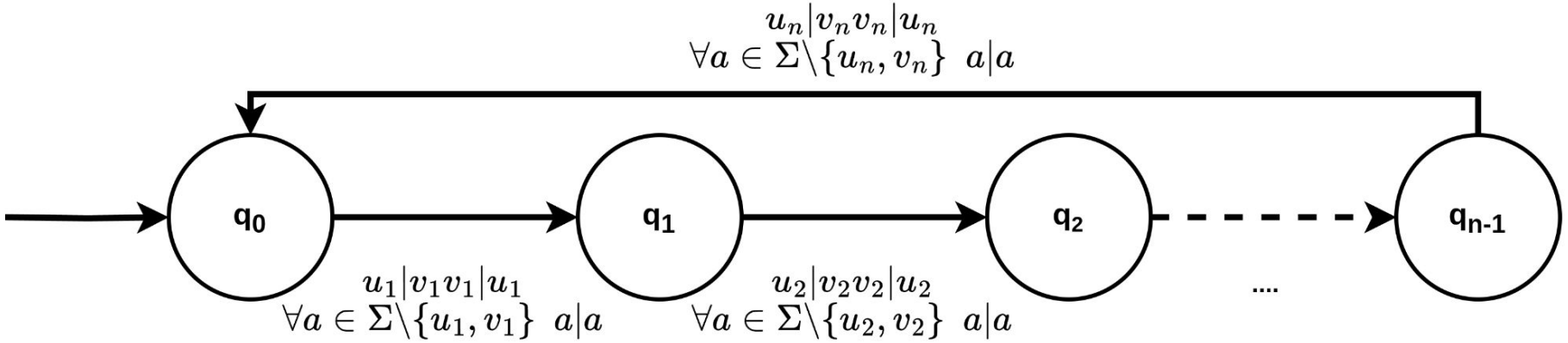
$$N = \frac{|\Sigma| \times P(A) - 1}{|\Sigma| \times P(B) - 1}$$

Démonstration de "$\forall n \in \mathbb{N}$, $u,v \in \Sigma^n$, $\exists\ t \in T$, $E(u,t) = v$"

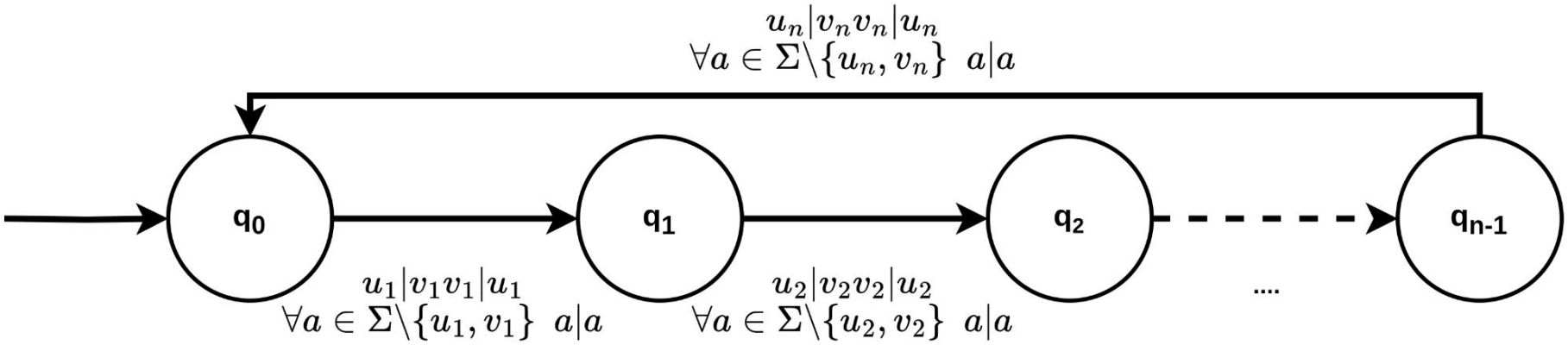
Soit $n \in \mathbb{N},\ u, v \in \Sigma^n$

On note $u = u_1 u_2 \dots u_n$ et $v = v_1 v_2 \dots v_n$

On pose alors le transducteur t comme defini ci-dessous :



Démonstration de "$\forall n \in \mathbb{N}$, $u,v \in \Sigma^n$, $\exists\ t \in T$, $E(u,t) =$

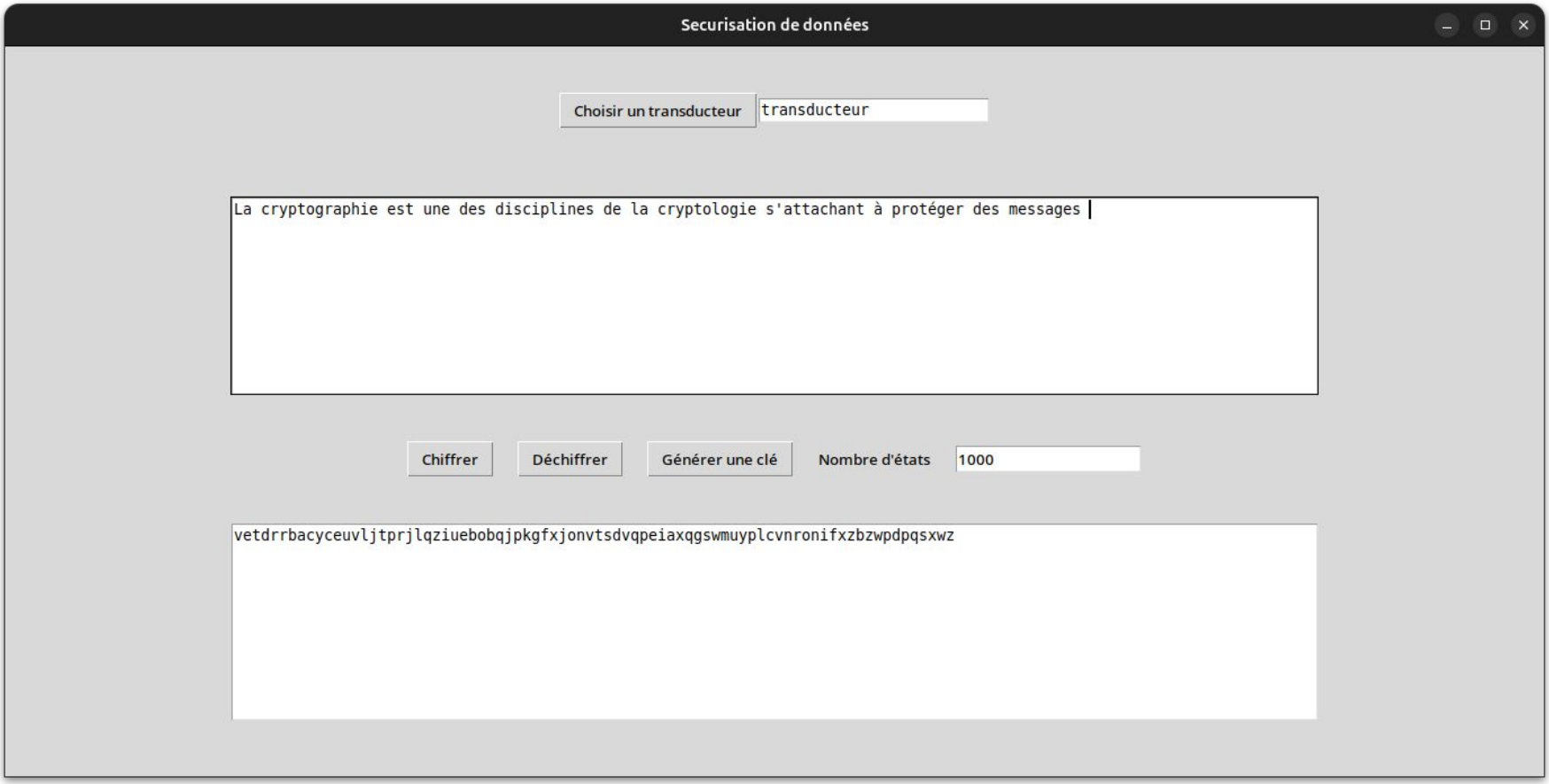


Etape	état initial	lettre encodée	état suivant	lettre décodée
1	0	u_1	1	v_1
2	1	u_2	2	v_2
…	…	…	…	…
n	n-1	u_n	0	v_n

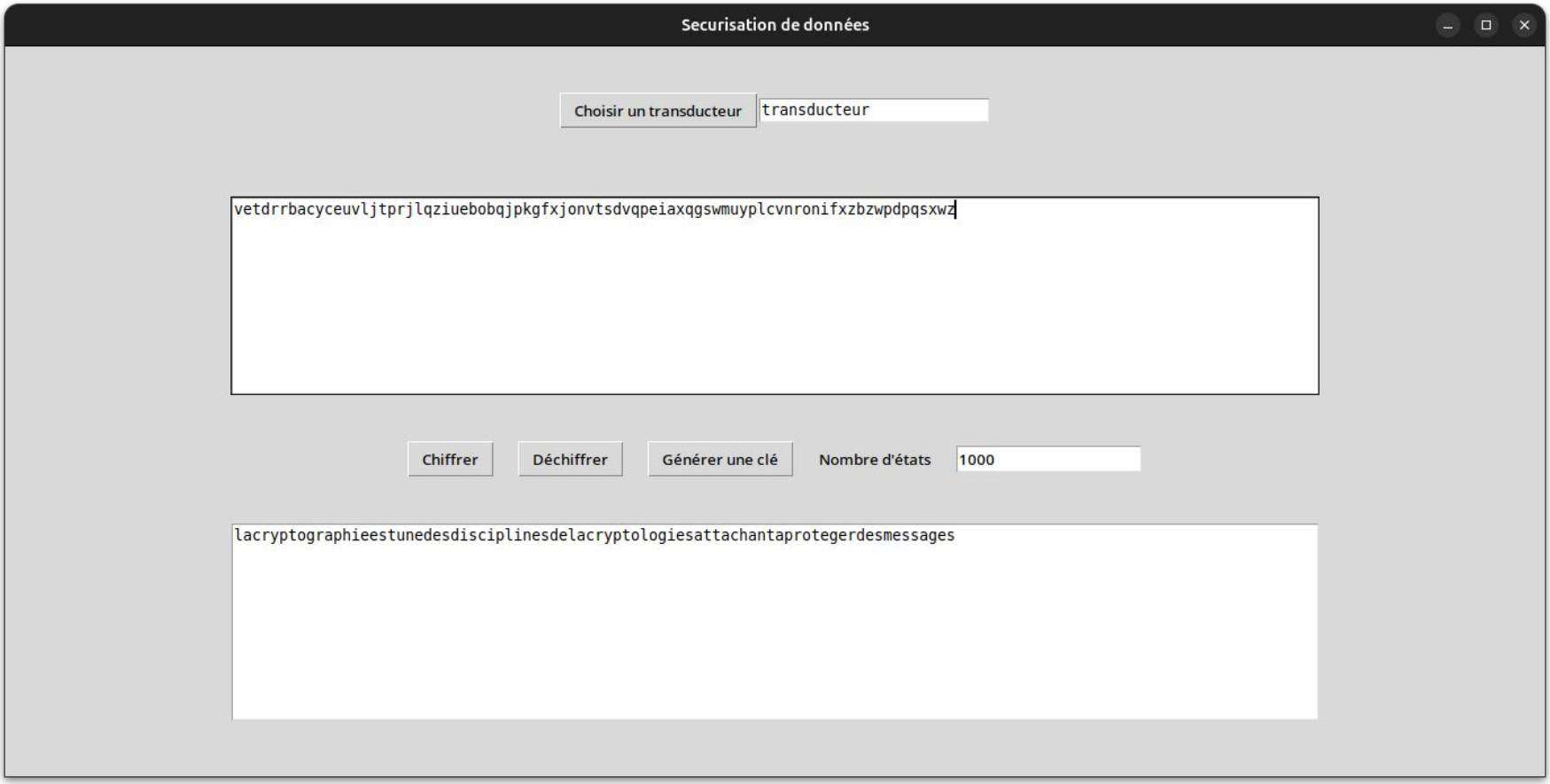
Conséquence

Si l'attaquant qui ne possède pas la clé intercepte le message : “jdikes”, le message original peut être “gentil” ou “ennemi” ou n’importe quel autre mot de 6 lettres.

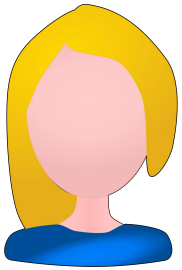
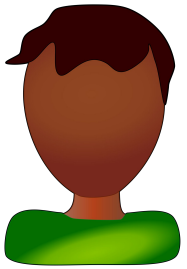
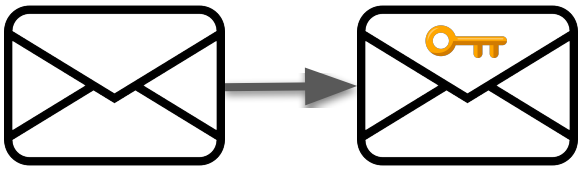
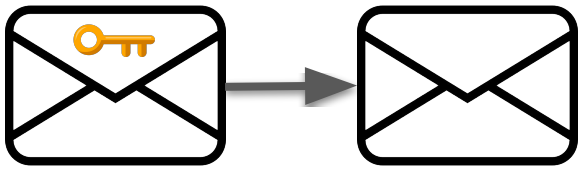
Chiffrer avec un ordinateur



Déchiffrer avec un ordinateur



Coder et décoder à la main

	 Alice	 Bob
	$t \in T$	
m m’ 	$m' = E(m,t)$	$m' = E(m,t^{-1})$
m’ m 	$m = E(m',t)$	$m' = E(m,t^{-1})$

Sources images : https://github.com/greeenway/alicebobandeve
https://www.pngegg.com/fr/png-monuc/download
https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTCw1FOCL0RZgq6QxvrUa4cob0LFQH-9RkWwKWxvkKq0dJl8qVb

Coder et décoder à la main

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
état 0	19c	1 x	0 a	19z	4 d	3 k	16p	12r	13e	12l	13j	9 i	19n	11q	6 v	15o	13t	14s	11b	16h	0 m	18w	7 g	14f	7 u	7 y
état 1	4 z	3 j	19h	11v	3 c	12q	13t	8 p	8 f	15m	4 o	5 e	9 s	19x	18b	7 r	2 g	4 l	17a	17d	3 u	9 k	4 w	17i	16y	18n
état 2	7 g	10m	8 x	15r	9 y	13b	8 e	5 j	14l	13u	5 q	10s	17z	8 c	18n	5 p	16h	5 a	1 k	0 w	1 v	14f	14t	15o	13i	14d
état 3	1 o	2 c	1 v	7 z	17e	5 g	16d	1 t	15h	7 k	5 n	15w	7 b	5 s	17a	19x	12q	3 l	18j	5 r	7 u	7 f	14i	10p	14m	9 y
état 4	16k	2 w	10j	2 q	3 a	1 t	12y	12s	12z	8 n	2 b	5 h	17o	11v	8 u	3 g	16d	4 e	16i	0 l	5 f	5 x	12r	12p	10m	15c
état 5	5 x	18i	10u	8 e	13q	17k	11b	9 p	0 r	7 m	13d	17n	13s	11h	6 f	12a	2 t	19g	3 j	1 y	6 z	11l	1 v	12c	8 o	5 w
état 6	5 y	4 d	16g	5 n	9 k	14u	6 b	15v	7 p	16c	19a	11j	17o	10e	8 m	6 z	5 f	6 s	16h	7 q	10t	15l	2 x	6 i	0 w	13r
état 7	15y	0 h	17d	16q	13w	4 b	13k	13o	14m	14g	18t	16n	11c	0 e	12f	3 a	1 x	3 z	14l	18p	13r	16i	12s	5 u	18v	16j
état 8	9 r	1 i	15f	7 q	17u	11p	13l	14e	0 k	11b	7 d	1 o	13y	15c	15t	12a	9 s	3 x	6 z	18m	0 j	8 g	10n	10v	2 h	5 w
état 9	18q	19i	6 u	0 z	16b	7 f	11x	14l	18t	12y	1 g	9 n	1 o	7 v	18w	0 c	11r	14h	12m	13k	8 d	4 a	1 p	10e	4 j	6 s
état 10	1 v	9 x	15u	6 w	15q	17y	13k	11l	13r	0 h	14g	8 b	13n	2 j	19a	6 s	9 o	17i	16t	0 d	9 c	16e	13p	8 m	15f	6 z
état 11	9 x	16j	12f	16c	2 u	2 b	7 r	5 p	0 y	4 k	9 n	6 o	16v	0 g	8 z	9 d	16l	1 w	4 e	12i	0 q	18s	2 m	2 a	4 h	10t
état 12	7 o	11x	1 f	4 q	13p	18m	12v	8 s	17b	4 j	16a	5 y	9 g	8 k	14t	1 c	0 w	1 l	0 r	15i	9 e	18u	11d	17z	4 n	4 h
état 13	18f	2 e	14k	3 g	6 x	7 v	6 q	11d	17l	17b	3 c	9 p	14w	0 z	15s	8 t	8 m	2 a	12r	5 u	5 i	1 y	12n	16h	9 o	19j
état 14	5 y	7 h	10e	14w	19f	2 b	4 u	18c	17g	11o	8 d	14r	4 z	13p	17k	5 m	13v	3 s	15l	2 j	13n	3 i	5 t	2 a	18q	16x
état 15	4 w	15n	14k	14y	3 v	19x	9 j	16g	7 d	18a	6 e	6 f	9 m	2 s	13h	3 t	3 u	2 i	15z	6 q	19r	1 b	6 l	2 p	16o	12c
état 16	15s	19z	11h	3 c	3 n	10p	11x	8 i	6 a	2 r	9 g	18d	0 f	16k	5 b	17w	12v	8 o	13l	18j	5 t	4 q	14u	16y	11e	13m
état 17	14k	18j	18f	18s	3 d	13t	19c	2 g	1 n	9 r	16x	9 h	2 u	6 l	12y	6 b	10v	3 p	16a	5 w	8 z	8 i	5 q	10o	5 m	10e
état 18	9 l	4 r	4 k	14g	6 m	8 p	4 h	7 b	9 q	16y	14s	0 e	19i	19o	14v	15w	3 d	11a	12t	8 j	17f	19u	15z	8 c	9 x	1 n
état 19	13r	19m	19f	14e	0 k	2 j	18x	15y	16c	8 d	19n	6 g	10q	1 b	11p	13a	0 s	7 o	9 v	16w	17i	13t	2 u	6 z	4 l	4 h

Coder et décoder à la main

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
état 0	19c	1 x	0 a	19z	4 d	3 k	16p	12r	13e	12l	13j	9 i	19n	11q	6 v	15o	13t	14s	11b	16h	0 m	18w	7 g	14f	7 u	7 y
état 1	4 z	3 j	19h	11v	3 c	12q	13t	8 p	8 f	15m	4 o	5 e	9 s	19x	18b	7 r	2 g	4 l	17a	17d	3 u	9 k	4 w	17i	16y	18n
état 2	7 g	10m	8 x	15r	9 y	13b	8 e	5 j	14l	13u	5 q	10s	17z	8 c	18n	5 p	16h	5 a	1 k	0 w	1 v	14f	14t	15o	13i	14d
état 3	1 o	2 c	1 v	7 z	17e	5 g	16d	1 t	15h	7 k	5 n	15w	7 b	5 s	17a	19x	12q	3 l	18j	5 r	7 u	7 f	14i	10p	14m	9 y
état 4	16k	2 w	10j	2 q	3 a	1 t	12y	12s	12z	8 n	2 b	5 h	17o	11v	8 u	3 g	16d	4 e	16i	0 l	5 f	5 x	12r	12p	10m	15c
état 5	5 x	18i	10u	8 e	13q	17k	11b	9 p	0 r	7 m	13d	17n	13s	11h	6 f	12a	2 t	19g	3 j	1 y	6 z	11l	1 v	12c	8 o	5 w
état 6	5 y	4 d	16g	5 n	9 k	14u	6 b	15v	7 p	16c	19a	11j	17o	10e	8 m	6 z	5 f	6 s	16h	7 q	10t	15l	2 x	6 i	0 w	13r
état 7	15y	0 h	17d	16q	13w	4 b	13k	13o	14m	14g	18t	16n	11c	0 e	12f	3 a	1 x	3 z	14l	18p	13r	16i	12s	5 u	18v	16j
état 8	9 r	1 i	15f	7 q	17u	11p	13l	14e	0 k	11b	7 d	1 o	13y	15c	15t	12a	9 s	3 x	6 z	18m	0 j	8 g	10n	10v	2 h	5 w
état 9	18q	19i	6 u	0 z	16b	7 f	11x	14l	18t	12y	1 g	9 n	1 o	7 v	18w	0 c	11r	14h	12m	13k	8 d	4 a	1 p	10e	4 j	6 s
état 10	1 v	9 x	15u	6 w	15q	17y	13k	11l	13r	0 h	14g	8 b	13n	2 j	19a	6 s	9 o	17i	16t	0 d	9 c	16e	13p	8 m	15f	6 z
état 11	9 x	16j	12f	16c	2 u	2 b	7 r	5 p	0 y	4 k	9 n	6 o	16v	0 g	8 z	9 d	16l	1 w	4 e	12i	0 q	18s	2 m	2 a	4 h	10t
état 12	7 o	11x	1 f	4 q	13p	18m	12v	8 s	17b	4 j	16a	5 y	9 g	8 k	14t	1 c	0 w	1 l	0 r	15i	9 e	18u	11d	17z	4 n	4 h
état 13	18f	2 e	14k	3 g	6 x	7 v	6 q	11d	17l	17b	3 c	9 p	14w	0 z	15s	8 t	8 m	2 a	12r	5 u	5 i	1 y	12n	16h	9 o	19j
état 14	5 y	7 h	10e	14w	19f	2 b	4 u	18c	17g	11o	8 d	14r	4 z	13p	17k	5 m	13v	3 s	15l	2 j	13n	3 i	5 t	2 a	18q	16x
état 15	4 w	15n	14k	14y	3 v	19x	9 j	16g	7 d	18a	6 e	6 f	9 m	2 s	13h	3 t	3 u	2 i	15z	6 q	19r	1 b	6 l	2 p	16o	12c
état 16	15s	19z	11h	3 c	3 n	10p	11x	8 i	6 a	2 r	9 g	18d	0 f	16k	5 b	17w	12v	8 o	13l	18j	5 t	4 q	14u	16y	11e	13m
état 17	14k	18j	18f	18s	3 d	13t	19c	2 g	1 n	9 r	16x	9 h	2 u	6 l	12y	6 b	10v	3 p	16a	5 w	8 z	8 i	5 q	10o	5 m	10e
état 18	9 l	4 r	4 k	14g	6 m	8 p	4 h	7 b	9 q	16y	14s	0 e	19i	19o	14v	15w	3 d	11a	12t	8 j	17f	19u	15z	8 c	9 x	1 n
état 19	13r	19m	19f	14e	0 k	2 j	18x	15y	16c	8 d	19n	6 g	10q	1 b	11p	13a	0 s	7 o	9 v	16w	17i	13t	2 u	6 z	4 l	4 h

Etat actuel : 0

Message original	T	E	S	T
Message encodé				

Coder et décoder à la main

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
état 0	19c	1 x	0 a	19z	4 d	3 k	16p	12r	13e	12l	13j	9 i	19n	11q	6 v	15o	13t	14s	11b	16h	0 m	18w	7 g	14f	7 u	7 y
état 1	4 z	3 j	19h	11v	3 c	12q	13t	8 p	8 f	15m	4 o	5 e	9 s	19x	18b	7 r	2 g	4 l	17a	17d	3 u	9 k	4 w	17i	16y	18n
état 2	7 g	10m	8 x	15r	9 y	13b	8 e	5 j	14l	13u	5 q	10s	17z	8 c	18n	5 p	16h	5 a	1 k	0 w	1 v	14f	14t	15o	13i	14d
état 3	1 o	2 c	1 v	7 z	17e	5 g	16d	1 t	15h	7 k	5 n	15w	7 b	5 s	17a	19x	12q	3 l	18j	5 r	7 u	7 f	14i	10p	14m	9 y
état 4	16k	2 w	10j	2 q	3 a	1 t	12y	12s	12z	8 n	2 b	5 h	17o	11v	8 u	3 g	16d	4 e	16i	0 l	5 f	5 x	12r	12p	10m	15c
état 5	5 x	18i	10u	8 e	13q	17k	11b	9 p	0 r	7 m	13d	17n	13s	11h	6 f	12a	2 t	19g	3 j	1 y	6 z	11l	1 v	12c	8 o	5 w
état 6	5 y	4 d	16g	5 n	9 k	14u	6 b	15v	7 p	16c	19a	11j	17o	10e	8 m	6 z	5 f	6 s	16h	7 q	10t	15l	2 x	6 i	0 w	13r
état 7	15y	0 h	17d	16q	13w	4 b	13k	13o	14m	14g	18t	16n	11c	0 e	12f	3 a	1 x	3 z	14l	18p	13r	16i	12s	5 u	18v	16j
état 8	9 r	1 i	15f	7 q	17u	11p	13l	14e	0 k	11b	7 d	1 o	13y	15c	15t	12a	9 s	3 x	6 z	18m	0 j	8 g	10n	10v	2 h	5 w
état 9	18q	19i	6 u	0 z	16b	7 f	11x	14l	18t	12y	1 g	9 n	1 o	7 v	18w	0 c	11r	14h	12m	13k	8 d	4 a	1 p	10e	4 j	6 s
état 10	1 v	9 x	15u	6 w	15q	17y	13k	11l	13r	0 h	14g	8 b	13n	2 j	19a	6 s	9 o	17i	16t	0 d	9 c	16e	13p	8 m	15f	6 z
état 11	9 x	16j	12f	16c	2 u	2 b	7 r	5 p	0 y	4 k	9 n	6 o	16v	0 g	8 z	9 d	16l	1 w	4 e	12i	0 q	18s	2 m	2 a	4 h	10t
état 12	7 o	11x	1 f	4 q	13p	18m	12v	8 s	17b	4 j	16a	5 y	9 g	8 k	14t	1 c	0 w	1 l	0 r	15i	9 e	18u	11d	17z	4 n	4 h
état 13	18f	2 e	14k	3 g	6 x	7 v	6 q	11d	17l	17b	3 c	9 p	14w	0 z	15s	8 t	8 m	2 a	12r	5 u	5 i	1 y	12n	16h	9 o	19j
état 14	5 y	7 h	10e	14w	19f	2 b	4 u	18c	17g	11o	8 d	14r	4 z	13p	17k	5 m	13v	3 s	15l	2 j	13n	3 i	5 t	2 a	18q	16x
état 15	4 w	15n	14k	14y	3 v	19x	9 j	16g	7 d	18a	6 e	6 f	9 m	2 s	13h	3 t	3 u	2 i	15z	6 q	19r	1 b	6 l	2 p	16o	12c
état 16	15s	19z	11h	3 c	3 n	10p	11x	8 i	6 a	2 r	9 g	18d	0 f	16k	5 b	17w	12v	8 o	13l	18j	5 t	4 q	14u	16y	11e	13m
état 17	14k	18j	18f	18s	3 d	13t	19c	2 g	1 n	9 r	16x	9 h	2 u	6 l	12y	6 b	10v	3 p	16a	5 w	8 z	8 i	5 q	10o	5 m	10e
état 18	9 l	4 r	4 k	14g	6 m	8 p	4 h	7 b	9 q	16y	14s	0 e	19i	19o	14v	15w	3 d	11a	12t	8 j	17f	19u	15z	8 c	9 x	1 n
état 19	13r	19m	19f	14e	0 k	2 j	18x	15y	16c	8 d	19n	6 g	10q	1 b	11p	13a	0 s	7 o	9 v	16w	17i	13t	2 u	6 z	4 l	4 h

Etat actuel : 0

Etat suivant : 16

Message original	T	E	S	T
Message encodé	H			

Coder et décoder à la main

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
état 0	19c	1 x	0 a	19z	4 d	3 k	16p	12r	13e	12l	13j	9 i	19n	11q	6 v	15o	13t	14s	11b	16h	0 m	18w	7 g	14f	7 u	7 y
état 1	4 z	3 j	19h	11v	3 c	12q	13t	8 p	8 f	15m	4 o	5 e	9 s	19x	18b	7 r	2 g	4 l	17a	17d	3 u	9 k	4 w	17i	16y	18n
état 2	7 g	10m	8 x	15r	9 y	13b	8 e	5 j	14l	13u	5 q	10s	17z	8 c	18n	5 p	16h	5 a	1 k	0 w	1 v	14f	14t	15o	13i	14d
état 3	1 o	2 c	1 v	7 z	17e	5 g	16d	1 t	15h	7 k	5 n	15w	7 b	5 s	17a	19x	12q	3 l	18j	5 r	7 u	7 f	14i	10p	14m	9 y
état 4	16k	2 w	10j	2 q	3 a	1 t	12y	12s	12z	8 n	2 b	5 h	17o	11v	8 u	3 g	16d	4 e	16i	0 l	5 f	5 x	12r	12p	10m	15c
état 5	5 x	18i	10u	8 e	13q	17k	11b	9 p	0 r	7 m	13d	17n	13s	11h	6 f	12a	2 t	19g	3 j	1 y	6 z	11l	1 v	12c	8 o	5 w
état 6	5 y	4 d	16g	5 n	9 k	14u	6 b	15v	7 p	16c	19a	11j	17o	10e	8 m	6 z	5 f	6 s	16h	7 q	10t	15l	2 x	6 i	0 w	13r
état 7	15y	0 h	17d	16q	13w	4 b	13k	13o	14m	14g	18t	16n	11c	0 e	12f	3 a	1 x	3 z	14l	18p	13r	16i	12s	5 u	18v	16j
état 8	9 r	1 i	15f	7 q	17u	11p	13l	14e	0 k	11b	7 d	1 o	13y	15c	15t	12a	9 s	3 x	6 z	18m	0 j	8 g	10n	10v	2 h	5 w
état 9	18q	19i	6 u	0 z	16b	7 f	11x	14l	18t	12y	1 g	9 n	1 o	7 v	18w	0 c	11r	14h	12m	13k	8 d	4 a	1 p	10e	4 j	6 s
état 10	1 v	9 x	15u	6 w	15q	17y	13k	11l	13r	0 h	14g	8 b	13n	2 j	19a	6 s	9 o	17i	16t	0 d	9 c	16e	13p	8 m	15f	6 z
état 11	9 x	16j	12f	16c	2 u	2 b	7 r	5 p	0 y	4 k	9 n	6 o	16v	0 g	8 z	9 d	16l	1 w	4 e	12i	0 q	18s	2 m	2 a	4 h	10t
état 12	7 o	11x	1 f	4 q	13p	18m	12v	8 s	17b	4 j	16a	5 y	9 g	8 k	14t	1 c	0 w	1 l	0 r	15i	9 e	18u	11d	17z	4 n	4 h
état 13	18f	2 e	14k	3 g	6 x	7 v	6 q	11d	17l	17b	3 c	9 p	14w	0 z	15s	8 t	8 m	2 a	12r	5 u	5 i	1 y	12n	16h	9 o	19j
état 14	5 y	7 h	10e	14w	19f	2 b	4 u	18c	17g	11o	8 d	14r	4 z	13p	17k	5 m	13v	3 s	15l	2 j	13n	3 i	5 t	2 a	18q	16x
état 15	4 w	15n	14k	14y	3 v	19x	9 j	16g	7 d	18a	6 e	6 f	9 m	2 s	13h	3 t	3 u	2 i	15z	6 q	19r	1 b	6 l	2 p	16o	12c
état 16	15s	19z	11h	3 c	3 n	10p	11x	8 i	6 a	2 r	9 g	18d	0 f	16k	5 b	17w	12v	8 o	13l	18j	5 t	4 q	14u	16y	11e	13m
état 17	14k	18j	18f	18s	3 d	13t	19c	2 g	1 n	9 r	16x	9 h	2 u	6 l	12y	6 b	10v	3 p	16a	5 w	8 z	8 i	5 q	10o	5 m	10e
état 18	9 l	4 r	4 k	14g	6 m	8 p	4 h	7 b	9 q	16y	14s	0 e	19i	19o	14v	15w	3 d	11a	12t	8 j	17f	19u	15z	8 c	9 x	1 n
état 19	13r	19m	19f	14e	0 k	2 j	18x	15y	16c	8 d	19n	6 g	10q	1 b	11p	13a	0 s	7 o	9 v	16w	17i	13t	2 u	6 z	4 l	4 h

Etat actuel : 16

Etat suivant : 3

Message original	T	E	S	T
Message encodé	H	N		

Coder et décoder à la main

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
état 0	19c	1 x	0 a	19z	4 d	3 k	16p	12r	13e	12l	13j	9 i	19n	11q	6 v	15o	13t	14s	11b	16h	0 m	18w	7 g	14f	7 u	7 y
état 1	4 z	3 j	19h	11v	3 c	12q	13t	8 p	8 f	15m	4 o	5 e	9 s	19x	18b	7 r	2 g	4 l	17a	17d	3 u	9 k	4 w	17i	16y	18n
état 2	7 g	10m	8 x	15r	9 y	13b	8 e	5 j	14l	13u	5 q	10s	17z	8 c	18n	5 p	16h	5 a	1 k	0 w	1 v	14f	14t	15o	13i	14d
état 3	1 o	2 c	1 v	7 z	17e	5 g	16d	1 t	15h	7 k	5 n	15w	7 b	5 s	17a	19x	12q	3 l	18j	5 r	7 u	7 f	14i	10p	14m	9 y
état 4	16k	2 w	10j	2 q	3 a	1 t	12y	12s	12z	8 n	2 b	5 h	17o	11v	8 u	3 g	16d	4 e	16i	0 l	5 f	5 x	12r	12p	10m	15c
état 5	5 x	18i	10u	8 e	13q	17k	11b	9 p	0 r	7 m	13d	17n	13s	11h	6 f	12a	2 t	19g	3 j	1 y	6 z	11l	1 v	12c	8 o	5 w
état 6	5 y	4 d	16g	5 n	9 k	14u	6 b	15v	7 p	16c	19a	11j	17o	10e	8 m	6 z	5 f	6 s	16h	7 q	10t	15l	2 x	6 i	0 w	13r
état 7	15y	0 h	17d	16q	13w	4 b	13k	13o	14m	14g	18t	16n	11c	0 e	12f	3 a	1 x	3 z	14l	18p	13r	16i	12s	5 u	18v	16j
état 8	9 r	1 i	15f	7 q	17u	11p	13l	14e	0 k	11b	7 d	1 o	13y	15c	15t	12a	9 s	3 x	6 z	18m	0 j	8 g	10n	10v	2 h	5 w
état 9	18q	19i	6 u	0 z	16b	7 f	11x	14l	18t	12y	1 g	9 n	1 o	7 v	18w	0 c	11r	14h	12m	13k	8 d	4 a	1 p	10e	4 j	6 s
état 10	1 v	9 x	15u	6 w	15q	17y	13k	11l	13r	0 h	14g	8 b	13n	2 j	19a	6 s	9 o	17i	16t	0 d	9 c	16e	13p	8 m	15f	6 z
état 11	9 x	16j	12f	16c	2 u	2 b	7 r	5 p	0 y	4 k	9 n	6 o	16v	0 g	8 z	9 d	16l	1 w	4 e	12i	0 q	18s	2 m	2 a	4 h	10t
état 12	7 o	11x	1 f	4 q	13p	18m	12v	8 s	17b	4 j	16a	5 y	9 g	8 k	14t	1 c	0 w	1 l	0 r	15i	9 e	18u	11d	17z	4 n	4 h
état 13	18f	2 e	14k	3 g	6 x	7 v	6 q	11d	17l	17b	3 c	9 p	14w	0 z	15s	8 t	8 m	2 a	12r	5 u	5 i	1 y	12n	16h	9 o	19j
état 14	5 y	7 h	10e	14w	19f	2 b	4 u	18c	17g	11o	8 d	14r	4 z	13p	17k	5 m	13v	3 s	15l	2 j	13n	3 i	5 t	2 a	18q	16x
état 15	4 w	15n	14k	14y	3 v	19x	9 j	16g	7 d	18a	6 e	6 f	9 m	2 s	13h	3 t	3 u	2 i	15z	6 q	19r	1 b	6 l	2 p	16o	12c
état 16	15s	19z	11h	3 c	3 n	10p	11x	8 i	6 a	2 r	9 g	18d	0 f	16k	5 b	17w	12v	8 o	13l	18j	5 t	4 q	14u	16y	11e	13m
état 17	14k	18j	18f	18s	3 d	13t	19c	2 g	1 n	9 r	16x	9 h	2 u	6 l	12y	6 b	10v	3 p	16a	5 w	8 z	8 i	5 q	10o	5 m	10e
état 18	9 l	4 r	4 k	14g	6 m	8 p	4 h	7 b	9 q	16y	14s	0 e	19i	19o	14v	15w	3 d	11a	12t	8 j	17f	19u	15z	8 c	9 x	1 n
état 19	13r	19m	19f	14e	0 k	2 j	18x	15y	16c	8 d	19n	6 g	10q	1 b	11p	13a	0 s	7 o	9 v	16w	17i	13t	2 u	6 z	4 l	4 h

Etat actuel : 3

Etat suivant : 18

Message original	T	E	S	T
Message encodé	H	N	J	

Coder et décoder à la main

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
état 0	19c	1 x	0 a	19z	4 d	3 k	16p	12r	13e	12l	13j	9 i	19n	11q	6 v	15o	13t	14s	11b	16h	0 m	18w	7 g	14f	7 u	7 y
état 1	4 z	3 j	19h	11v	3 c	12q	13t	8 p	8 f	15m	4 o	5 e	9 s	19x	18b	7 r	2 g	4 l	17a	17d	3 u	9 k	4 w	17i	16y	18n
état 2	7 g	10m	8 x	15r	9 y	13b	8 e	5 j	14l	13u	5 q	10s	17z	8 c	18n	5 p	16h	5 a	1 k	0 w	1 v	14f	14t	15o	13i	14d
état 3	1 o	2 c	1 v	7 z	17e	5 g	16d	1 t	15h	7 k	5 n	15w	7 b	5 s	17a	19x	12q	3 l	18j	5 r	7 u	7 f	14i	10p	14m	9 y
état 4	16k	2 w	10j	2 q	3 a	1 t	12y	12s	12z	8 n	2 b	5 h	17o	11v	8 u	3 g	16d	4 e	16i	0 l	5 f	5 x	12r	12p	10m	15c
état 5	5 x	18i	10u	8 e	13q	17k	11b	9 p	0 r	7 m	13d	17n	13s	11h	6 f	12a	2 t	19g	3 j	1 y	6 z	11l	1 v	12c	8 o	5 w
état 6	5 y	4 d	16g	5 n	9 k	14u	6 b	15v	7 p	16c	19a	11j	17o	10e	8 m	6 z	5 f	6 s	16h	7 q	10t	15l	2 x	6 i	0 w	13r
état 7	15y	0 h	17d	16q	13w	4 b	13k	13o	14m	14g	18t	16n	11c	0 e	12f	3 a	1 x	3 z	14l	18p	13r	16i	12s	5 u	18v	16j
état 8	9 r	1 i	15f	7 q	17u	11p	13l	14e	0 k	11b	7 d	1 o	13y	15c	15t	12a	9 s	3 x	6 z	18m	0 j	8 g	10n	10v	2 h	5 w
état 9	18q	19i	6 u	0 z	16b	7 f	11x	14l	18t	12y	1 g	9 n	1 o	7 v	18w	0 c	11r	14h	12m	13k	8 d	4 a	1 p	10e	4 j	6 s
état 10	1 v	9 x	15u	6 w	15q	17y	13k	11l	13r	0 h	14g	8 b	13n	2 j	19a	6 s	9 o	17i	16t	0 d	9 c	16e	13p	8 m	15f	6 z
état 11	9 x	16j	12f	16c	2 u	2 b	7 r	5 p	0 y	4 k	9 n	6 o	16v	0 g	8 z	9 d	16l	1 w	4 e	12i	0 q	18s	2 m	2 a	4 h	10t
état 12	7 o	11x	1 f	4 q	13p	18m	12v	8 s	17b	4 j	16a	5 y	9 g	8 k	14t	1 c	0 w	1 l	0 r	15i	9 e	18u	11d	17z	4 n	4 h
état 13	18f	2 e	14k	3 g	6 x	7 v	6 q	11d	17l	17b	3 c	9 p	14w	0 z	15s	8 t	8 m	2 a	12r	5 u	5 i	1 y	12n	16h	9 o	19j
état 14	5 y	7 h	10e	14w	19f	2 b	4 u	18c	17g	11o	8 d	14r	4 z	13p	17k	5 m	13v	3 s	15l	2 j	13n	3 i	5 t	2 a	18q	16x
état 15	4 w	15n	14k	14y	3 v	19x	9 j	16g	7 d	18a	6 e	6 f	9 m	2 s	13h	3 t	3 u	2 i	15z	6 q	19r	1 b	6 l	2 p	16o	12c
état 16	15s	19z	11h	3 c	3 n	10p	11x	8 i	6 a	2 r	9 g	18d	0 f	16k	5 b	17w	12v	8 o	13l	18j	5 t	4 q	14u	16y	11e	13m
état 17	14k	18j	18f	18s	3 d	13t	19c	2 g	1 n	9 r	16x	9 h	2 u	6 l	12y	6 b	10v	3 p	16a	5 w	8 z	8 i	5 q	10o	5 m	10e
état 18	9 l	4 r	4 k	14g	6 m	8 p	4 h	7 b	9 q	16y	14s	0 e	19i	19o	14v	15w	3 d	11a	12t	8 j	17f	19u	15z	8 c	9 x	1 n
état 19	13r	19m	19f	14e	0 k	2 j	18x	15y	16c	8 d	19n	6 g	10q	1 b	11p	13a	0 s	7 o	9 v	16w	17i	13t	2 u	6 z	4 l	4 h

Etat actuel : 18

Etat suivant : 8

Message original	T	E	S	T
Message encodé	H	N	J	J

Récapitulatif

Chiffrement	César	Vigenere	RSA	Transducteur
Est humainement utilisable	Oui	Oui	Non	Oui
Temps moyen nécessaire pour un humain pour encoder un caractère	2.5 seconde	4.6 seconde	N/A	4.9 seconde
La clé peut être mémorisée par un humain	Oui	Oui	N/A	Non
Actuellement décodable par ChatGPT	Oui	Oui	Non	Non
Déchiffrable sans la clé en temps raisonnable	Oui	Oui	Non démontré	Non démontré
Déchiffrable sans la clé en temps infini	Oui	Oui	Oui	Non démontré

Démonstration du nombre d'état

A : Deux lettres successives dans le message original sont identiques
B : Deux lettres successives dans le message chiffré sont identiques

$$P(B|A) = 1/N + \frac{N-1}{N} \times \frac{1}{|\Sigma|}$$

$$P(B|\overline{A}) = \frac{N-1}{N} \times \frac{1}{|\Sigma|}$$

$$P(B) = P(A) \times P(B|A) + P(\overline{A}) \times P(B|\overline{A})$$

$$P(B) = (1/N + \frac{N-1}{N} \times \frac{1}{|\Sigma|}) * P(A) + (\frac{N-1}{N} \times \frac{1}{|\Sigma|}) * P(\overline{A})$$

$$P(B) = \frac{1}{N} \times P(A) + \frac{N-1}{N|\Sigma|} \times (P(A) + P(\overline{A}))$$

$$P(B) = \frac{1}{N} \times P(A) + \frac{N-1}{N|\Sigma|}$$

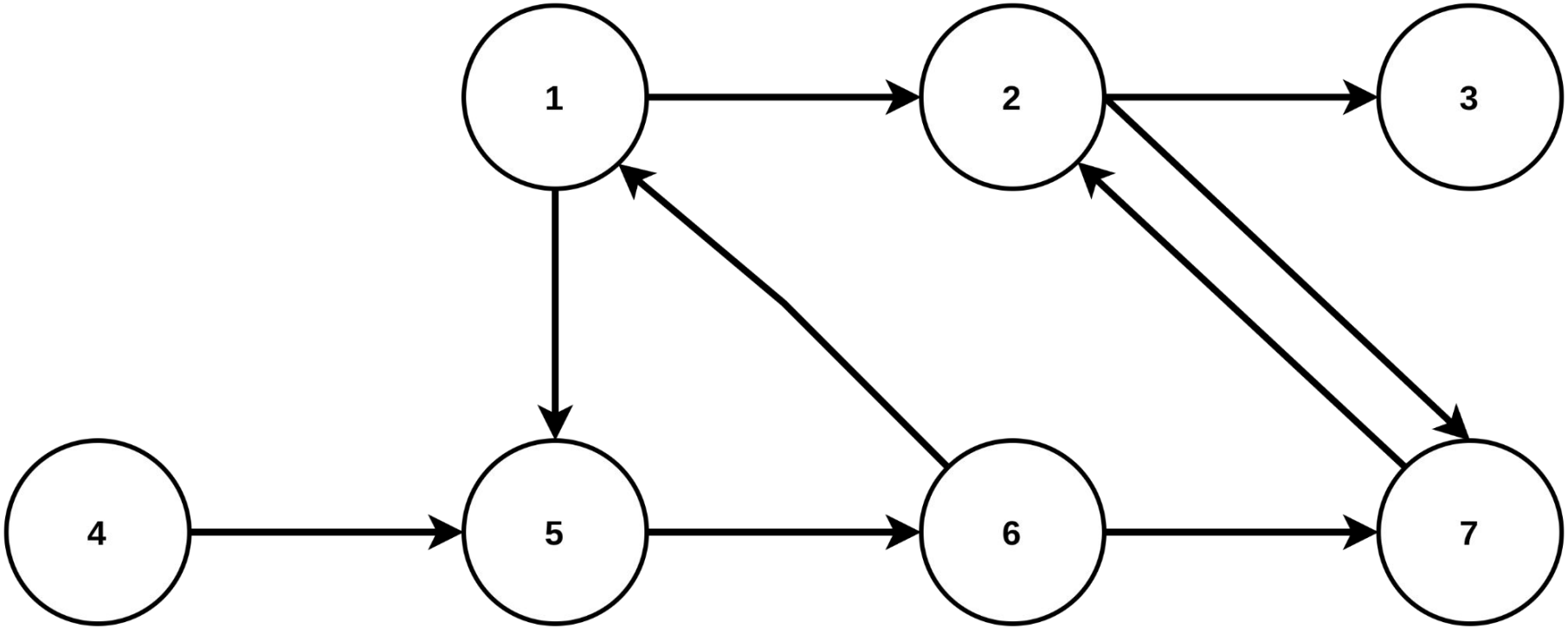
$$P(B) = \frac{N-1+P(A)\times|\Sigma|}{N|\Sigma|}$$

$$N|\Sigma| \times P(B) = N - 1 + P(A) \times |\Sigma|$$

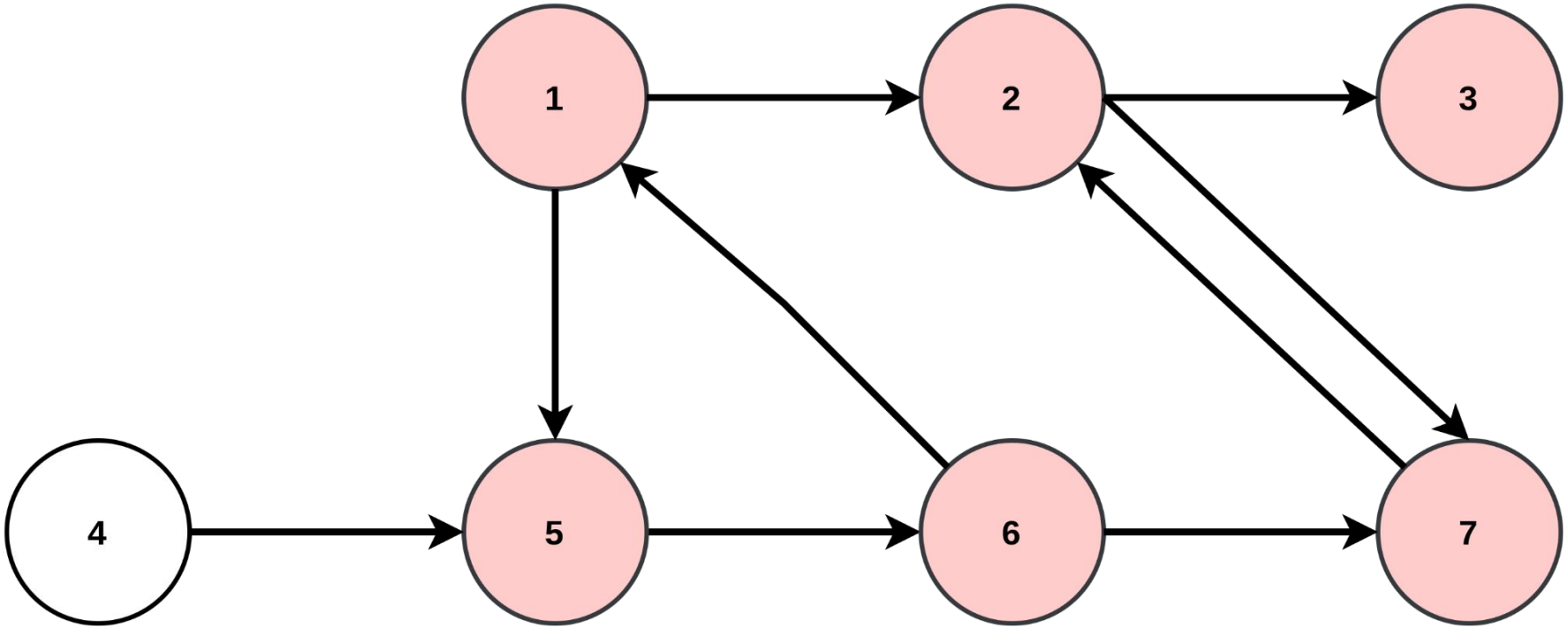
$$N(|\Sigma| \times P(B) - 1) = P(A) \times |\Sigma| - 1$$

$$N = \frac{|\Sigma|\times P(A)-1}{|\Sigma|\times P(B)-1}$$

Kosaraju graphe exemple

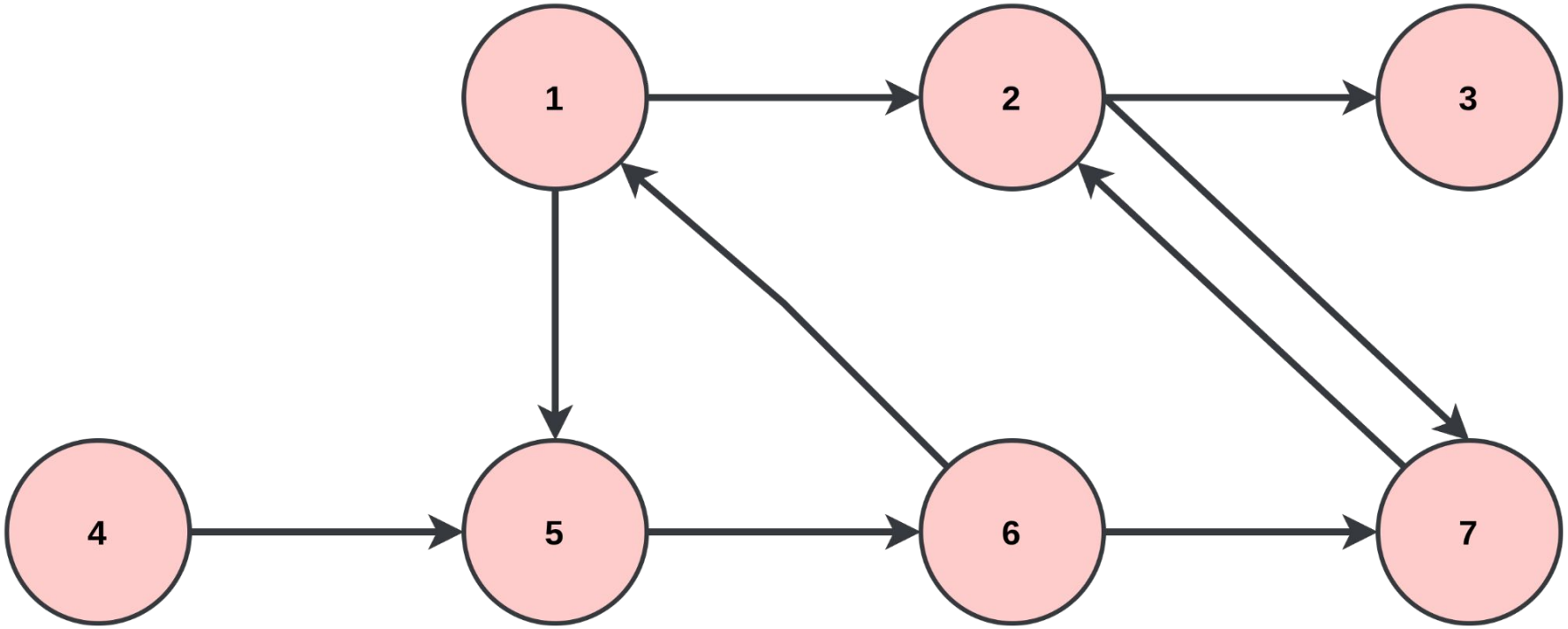


Kosaraju premier parcours



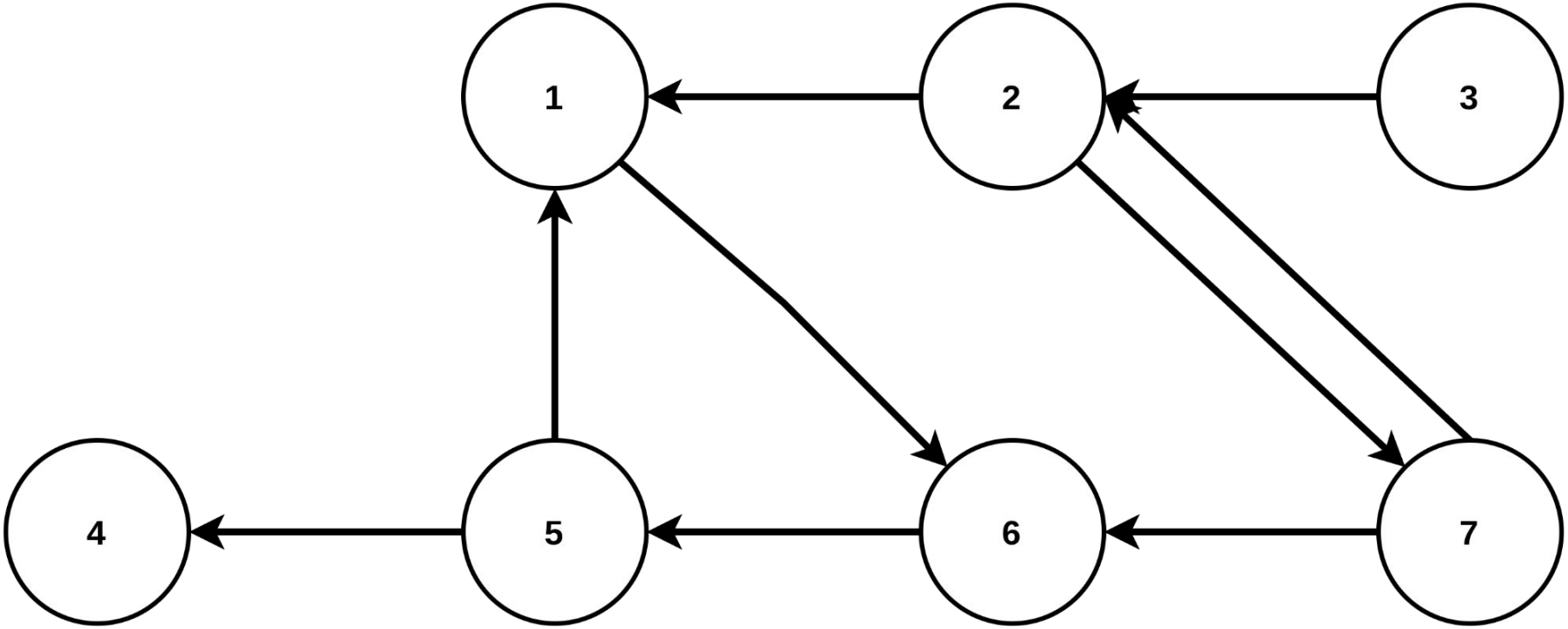
Parcours depuis 1
1 2 3 7 5 6

Kosaraju premier parcours

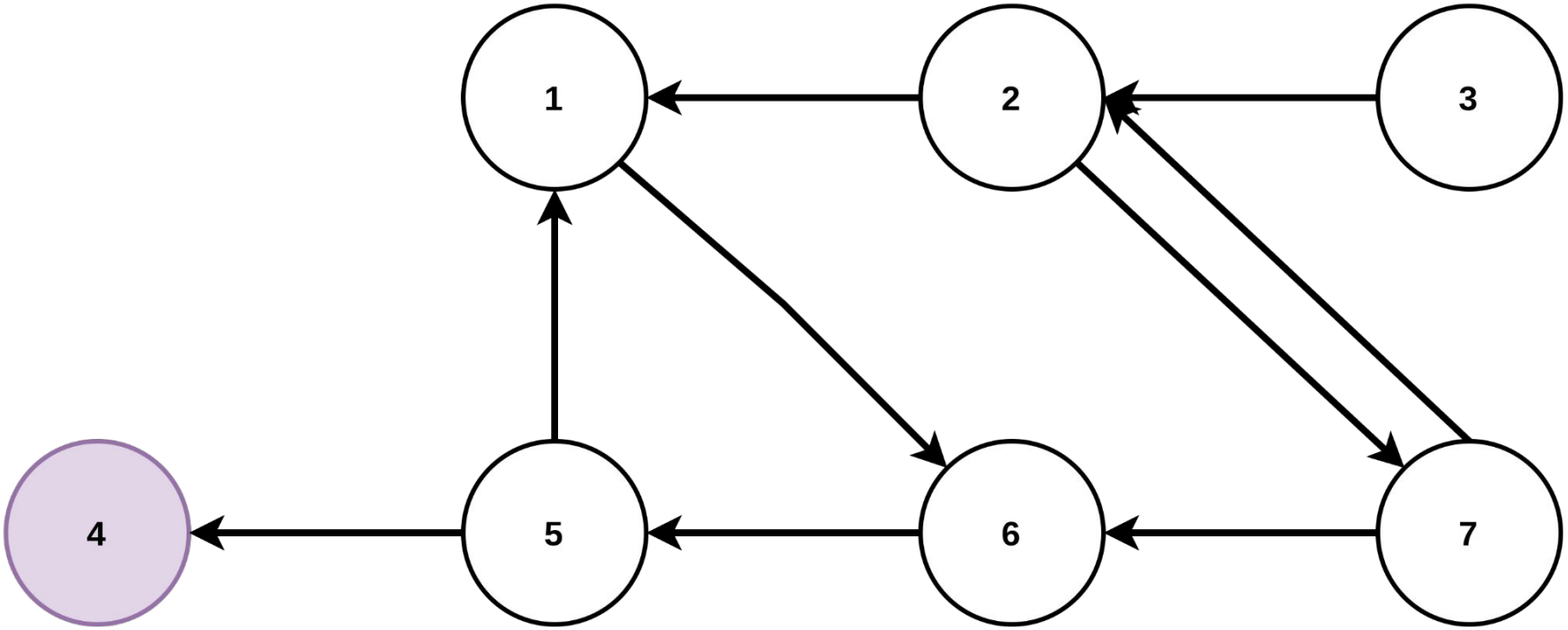


Parcours depuis 4
1 2 3 7 5 6 4

Kosaraju graphe transposé

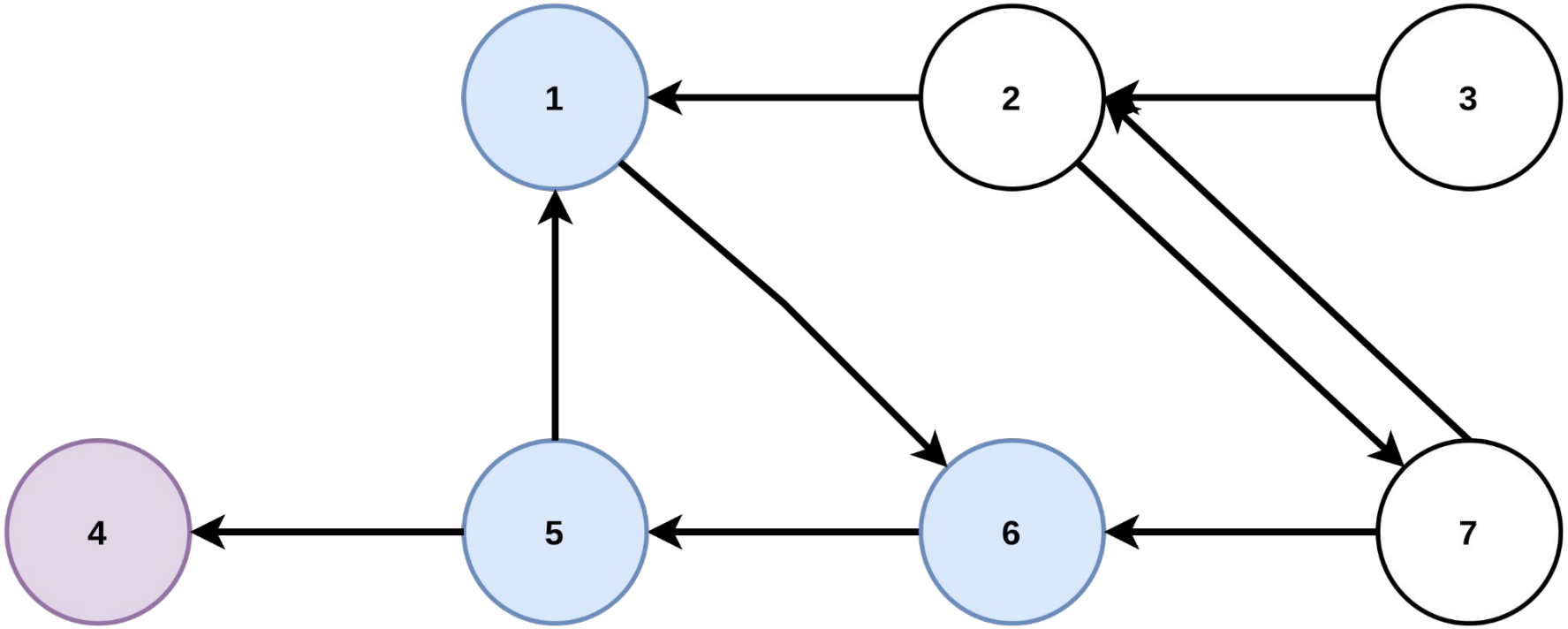


Kosaraju second parcours



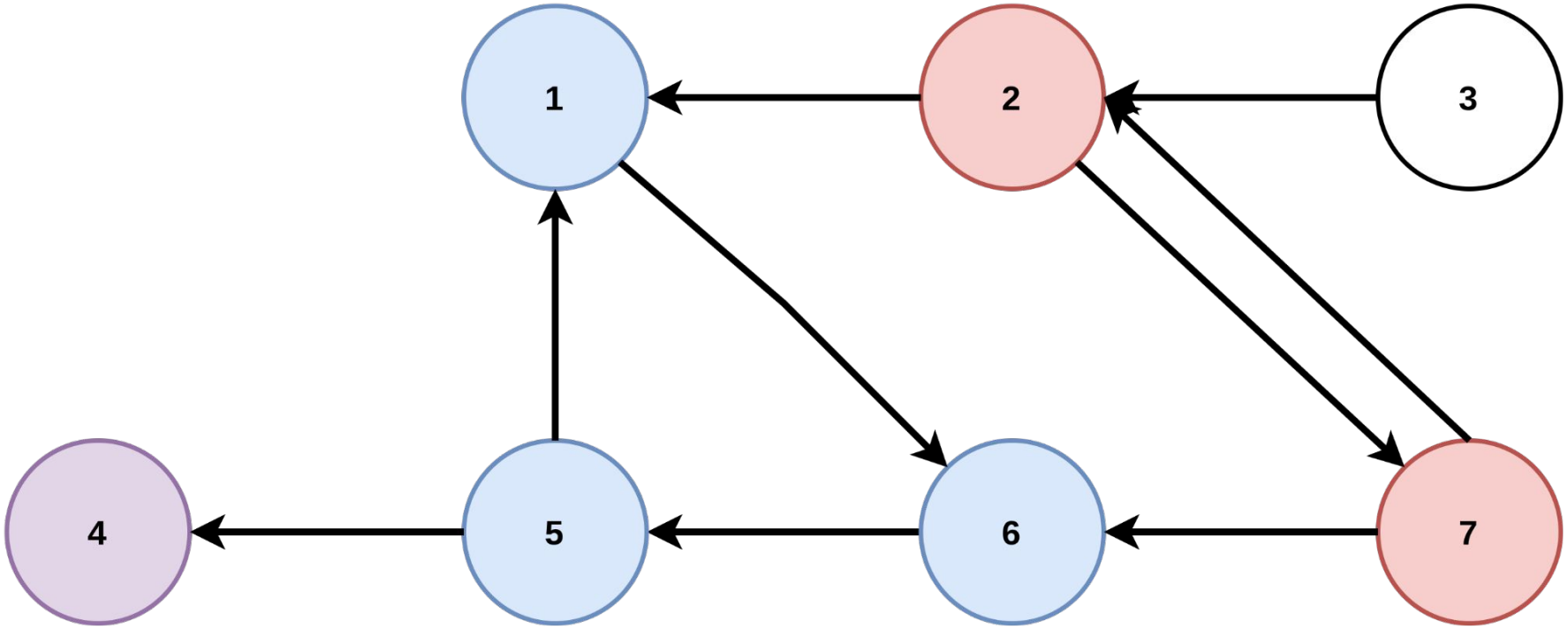
Parcours dans dans le graphe transposé depuis 4
1 2 3 7 5 6 4

Kosaraju second parcours



Parcours dans dans le graphe transposé depuis 4
1 2 3 7 5 6 ~~4~~

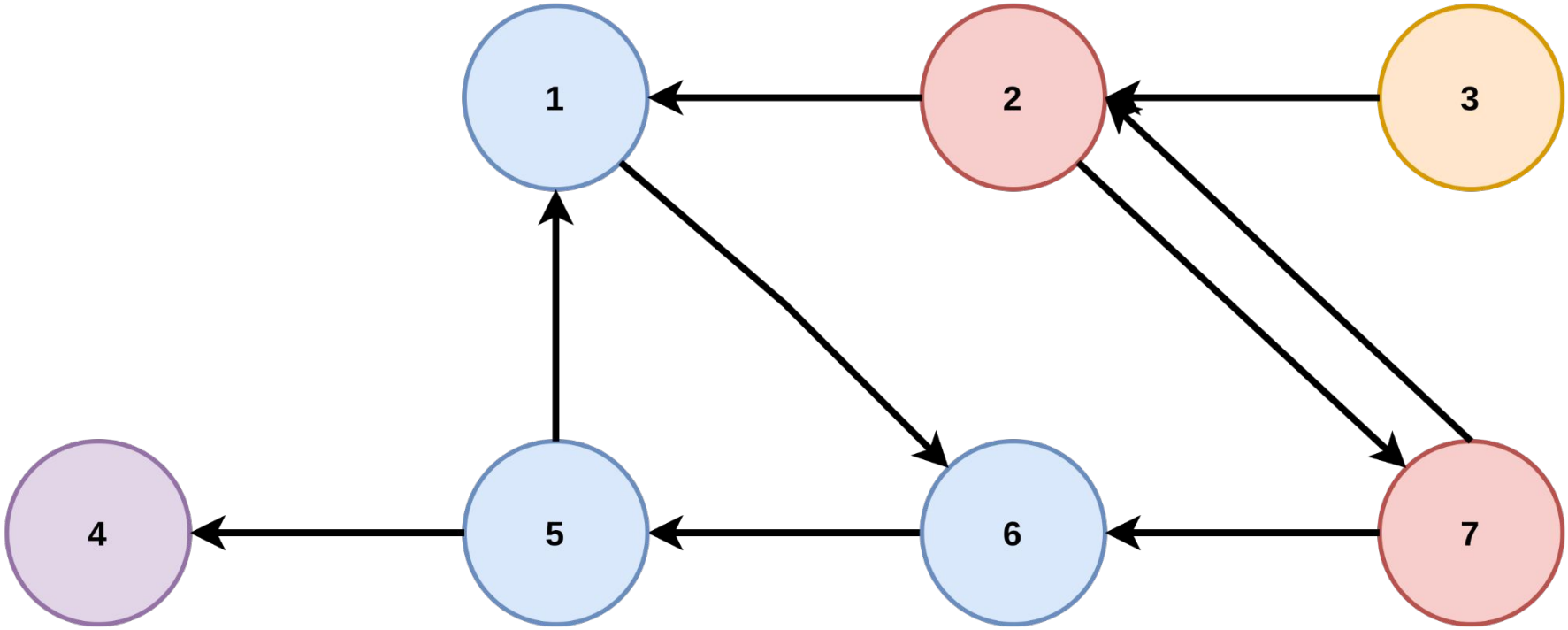
Kosaraju second parcours



Parcours dans dans le graphe transposé depuis 4

~~4~~ 2 3 7 ~~5~~ ~~6~~ ~~4~~

Kosaraju second parcours



Parcours dans dans le graphe transposé depuis 4

~~1~~ ~~2~~ 3 ~~7~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~4~~

RSA

Choisir deux nombres premier p et q (pour l'exemple on prendra p = 5, q = 11)

On pose n = pq (ici n = 55)

Calculer $\varphi(n)=(p-1)(q-1)$ (ici $\varphi(n)=40$)

Choisir un nombre e dans $[|1,\varphi(n)[|$ premier avec $\varphi(n)$ (ici e = 23)

Calculer l'inverse modulaire de e noté d (ici d = 7)

Pour chiffrer on calcul $M^d \bmod n$ (ici M = 4 on calcul $4^7 = 49 \bmod 55$)
Pour déchiffrer on calcul $N^e \bmod n$ (ici N = 24 on calcul $24^{23} = 4 \bmod 55$)

Le petit Théorème de Fermat nous donne la preuve que nous avons bien à faire à un chiffre

Inverse modulaire : Algorithme d'Euclide étendu

Appliquer l'algorithme d'euclide

Exemple : inverse de 23 modulo 40

$40 = 23 \times 1 + 17$

$23 = 17 \times 1 + 6$

$17 = 6 \times 2 + 5$

$6 = 5 \times 1 + 1$

Substituer

$1 = 6 - 5 \times 1$

or $5 = 17 - 6 \times 2$ donc $1 = 6 - (17 - 6 \times 2) \times 1$ donc $1 = 3 \times 6 - 17$

or $6 = 23 - 17$ donc $1 = 3 \times (23 - 17) - 17$ donc $1 = -4 \times 17 + 3 \times 23$

or $17 = 40 - 23$ donc $1 = -4 \times (40 - 23) + 3 \times 23$ donc $1 = 7 \times 23 - 4 \times 40$

donc $1 = 7 \times 23 \bmod 40$