Licence L2
Mathématiques pour l'informatique
Correction d'exercices du TD 2

Exercice 13

On considère $A = \mathbb{N}$ muni d'une relation d'ordre $|$

a) Soit $B = \{1, 2, 3\}$

- Ensemble des maximaux : $\{2, 3\}$
- $\max(B)$ n'existe pas
- Ensemble des minimaux : $\{1\}$
- $\min(B) = 1$
- Ensemble des majorants : $\{6\mathbb{N}\}$
- $\sup(B) = 6$
- Ensemble des minorants : $\{1\}$
- $\inf(B) = 1$

b) Soit $B = \{0, 2, 4, 8\}$

- Ensemble des maximaux : $\{0\}$
- $\max(B) = 0$
- Ensemble des minimaux : $\{2\}$
- $\min(B) = 2$
- Ensemble des majorants : $\{0\}$
- $\sup(B) = 0$
- Ensemble des minorants : $\{1, 2\}$
- $\inf(B) = 2$

c) Soit $B = \{4, 6, 8\}$

- Ensemble des maximaux : $\{6, 8\}$
- $\max(B)$ n'existe pas.
- Ensemble des minimaux : $\{4, 6\}$
- $\min(B)$ n'existe pas.
- Ensemble des majorants : $\{24\mathbb{N}\}$
- $\sup(B) = 24$
- Ensemble des minorants : $\{1, 2\}$
- $\inf(B) = 2$

d) Soit $B = \{7\}$

- Ensemble des maximaux : $\{7\}$
- $\max(B) = 7$.
- Ensemble des minimaux : $\{7\}$
- $\min(B) = 7$.
- Ensemble des majorants : $\{7\mathbb{N}\}$
- $\sup(B) = 7$
- Ensemble des minorants : $\{1, 7\}$
- $\inf(B) = 7$

e) Soit $B = \{3\mathbb{N}\}$

- Ensemble des maximaux = Ensemble des majorants = $\{0\}$
- $\max(B) = \sup(B) = 0$
- Ensemble des minimaux : $\{3\}$
- $\min(B) = 3$.
- Ensemble des minorants : $\{1, 3\}$
- $\inf(B) = 3$

Exercice 15

Algorithm 1 maximal(n, M, B, i) de type booléen

Entrée: n : card(A)
M : matrice booléenne associée à la relation d'ordre d'indice [0...n-1][0...n-1]
B : tableau caractéristique de $B \subset A$ d'indice [0...n-1]
i : élément de A à tester

Sortie: vrai si i est un élément maximal de B

Début

Si $B[i]$ **alors**
    $j \leftarrow 0$
    Tant que $j < i$ et (!$B[j]$ ou !M[i][j]) **faire** ▷ Voir ci-après
        $j \leftarrow j + 1$
    Fin Tant que
    Si $j = 1$ **alors**
        $j \leftarrow j + 1$
        Tant que $j < n$ et (!$B[j]$ ou !M[i][j]) **faire** ▷ Voir ci-après
            $j \leftarrow j + 1$
        Fin Tant que
        Retourner $(j = n)$
    Fin Si
Fin Si
Retourner faux

▷ Si on inverse les indices de la matrice afin d'avoir M[j][i], on obtient l'algorithme "minimal"

Fin

Algorithm 2 minimum(n, M, B, i) de type booléen

Entrée: n : card(A)
M : matrice booléenne associée à la relation d'ordre d'indice [0...n-1][0...n-1]
B : tableau caractéristique de $B \subset A$ d'indice [0...n-1]
i : élément de A à tester
Sortie: vrai si i est le minimum de B
Début
Si $B[i]$ **alors**
  $j \leftarrow 0$
  $\triangleright$ Si on inverse les indices de la matrice afin d'avoir M[j][i], on obtient l'algorithme "maximum"
  Tant que $j < n$ et (!$B[j]$ ou M[i][j]) **faire**
    $j \leftarrow j + 1$
  Fin Tant que
  Retourner ($j = n$)
Fin Si
Retourner faux
Fin

Algorithm 3 major(n, M, B, i) de type booléen

Entrée: n : card(A)
M : matrice booléenne associée à la relation d'ordre d'indice [0...n-1][0...n-1]
B : tableau caractéristique de $B \subset A$ d'indice [0...n-1]
i : élément de A à tester
Sortie: vrai si i est un majorant de B
Début
Si $B[i]$ **alors**
  test $\leftarrow$ vrai
  $j \leftarrow 0$
  Tant que $j < n$ et test **faire**
  $\triangleright$ En inversant les indices de la matrice afin d'avoir M[i][j], on obtient l'algorithme "minorant"
    test $\leftarrow$ B[j] $\leq$ M[j][i]
    $j \leftarrow j + 1$
  Fin Tant que
Fin Si
Retourner test
Fin