

Chapitre 1 : Introduction à la recherche opérationnelle

1 Introduction

- Organisation
- Objectifs

2 Un peu d'historique

3 La RO en pratique

- Principes
- Exemples concrets

4 Programmation linéaire

- Exemple
- Vocabulaire
- Modélisation d'un problème

Plan du cours

- **Programmation linéaire** : Modélisation et résolution graphique de problèmes.
- **Programmation linéaire** : Modélisation et résolution par la méthode du simplexe.
- **PLNE** : Programmation linéaire en nombres entiers.
- **Graphes** : une introduction.

Modalités d'évaluation :

Examen final (modélisation / résolution).

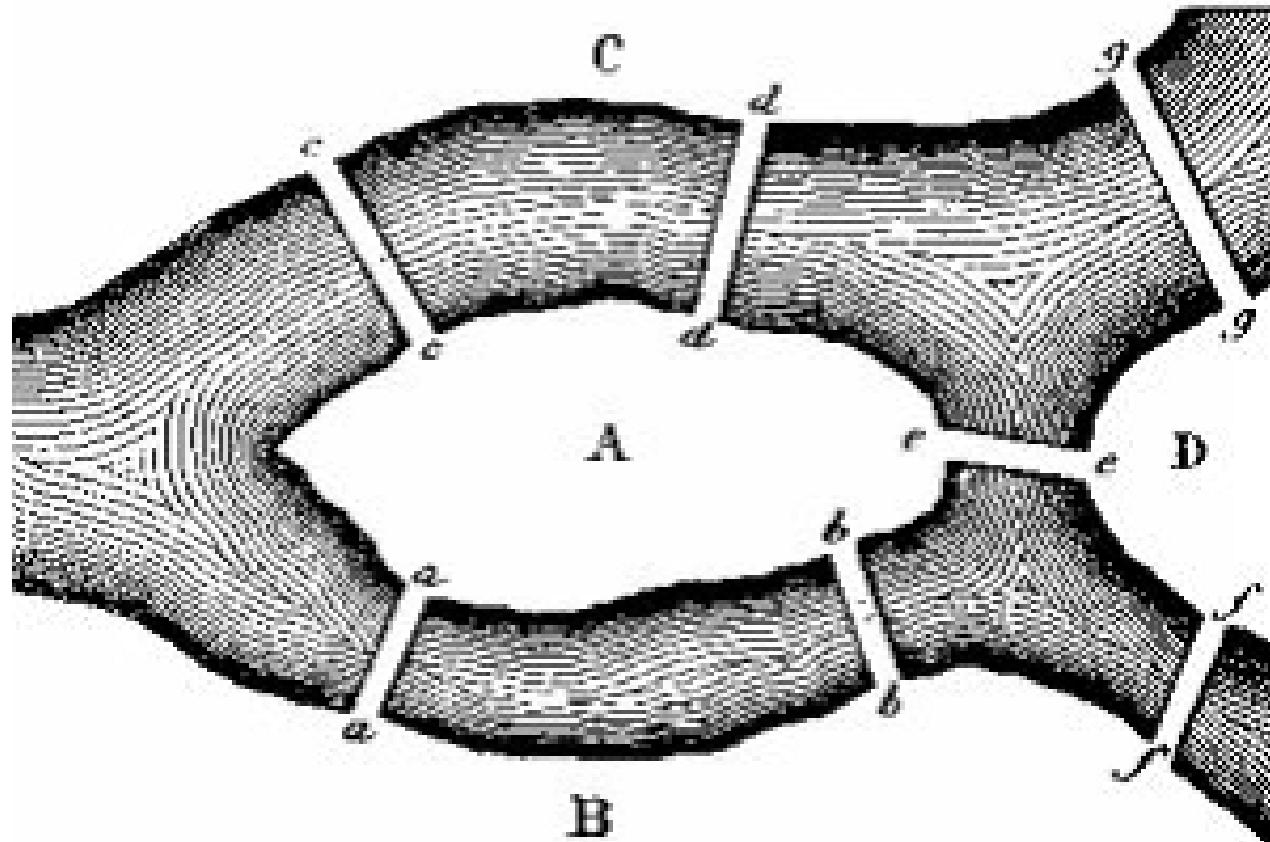
Objectifs du cours

Contenu

- Brève présentation de la recherche opérationnelle,
- Apprendre à modéliser des situations simples,
- Introduction aux modèles mathématiques utilisés en R.O. (PL, PLNE, graphes)
- Utilisation de logiciels pour résoudre les problèmes modélisés.

Problème historique

Les ponts de Königsberg (1735)



Existe-t-il un chemin passant une et une seule fois par chaque pont et qui revient au point de départ ?

Présentation de la R.O.

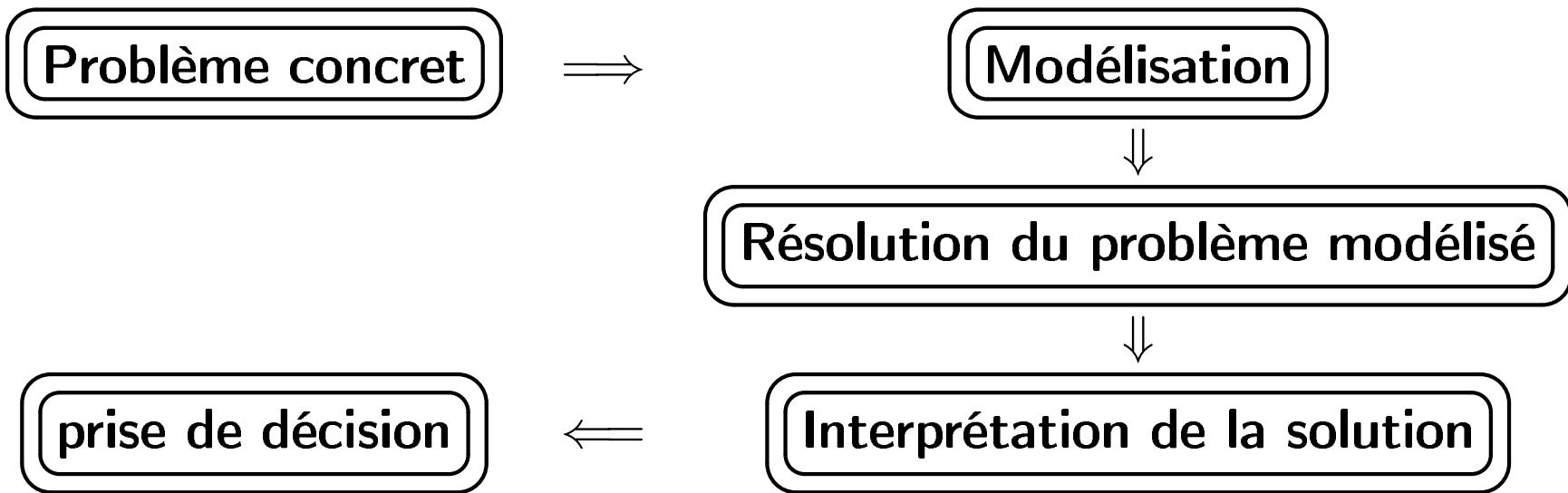
Définition ?

La recherche opérationnelle correspond à un ensemble de méthodes (mathématiques et informatiques) utilisées pour résoudre des problèmes complexes dans différents domaines.

Nous traiterons surtout des problèmes de modélisation et d'optimisation de phénomènes d'organisation.

La recherche opérationnelle est **un outil d'aide à la décision**.

Présentation de la R.O.

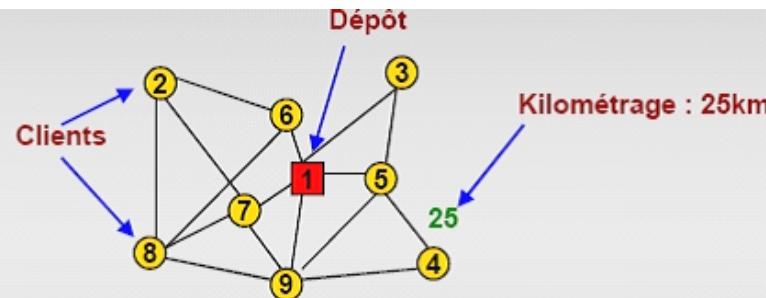


Présentation de la R.O.

- Des situations issues de problèmes **économiques**.
- Des modélisations **mathématiques** de problèmes.
- Des résolutions **algorithmiques**.

Problèmes de R.O.

Le voyageur de commerce



Objectif :

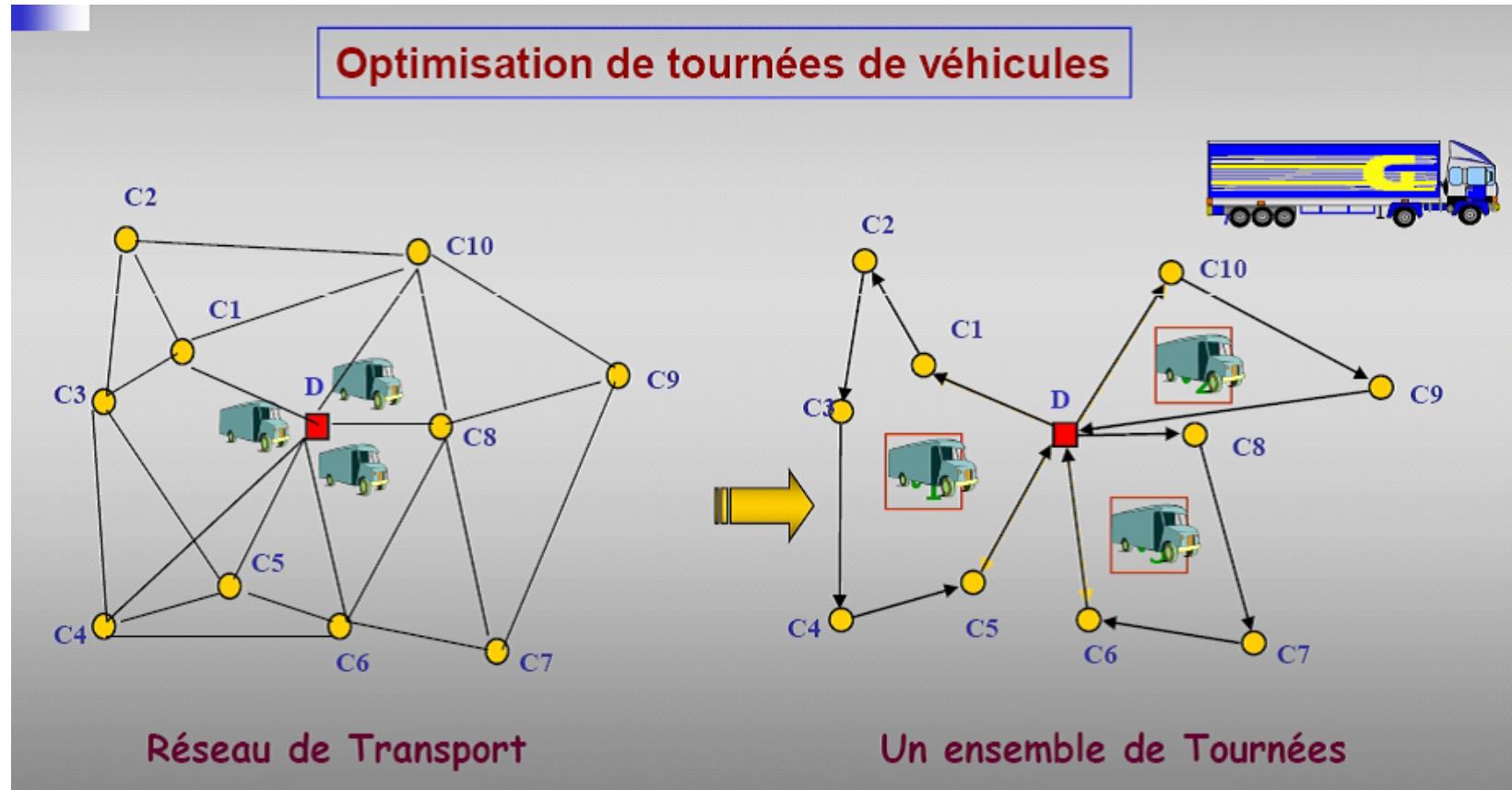
Partant du dépôt, visiter une seule fois chacun des clients et revenir au dépôt en parcourant une distance totale minimale.

| <i>n</i> | <i>Nombre de possibilités</i> | <i>Temps de calcul (ordre de grandeur)</i> |
|----------|-------------------------------|--|
| 5 | 12 | micro-seconde |
| 10 | 181440 | dixième de seconde |
| 15 | 43 milliards | dizaine d'heures |
| 20 | $60 \cdot 10^{15}$ | milliers d'années |
| 25 | $310 \cdot 10^{21}$ | milliards d'années |

Une possibilité par micro-seconde

Problèmes de R.O.

Optimisation de tournées



Comment couvrir un ensemble de commandes avec un nombre donné de camions et des contraintes horaires ?

Problèmes de R.O.

Les challenges ROADEF

- 2014 Trains don't vanish ! (SNCF)
- 2012 Réaffectation de machines (Google)
- 2010 Gestion d'énergie (EDF)
- 2009 Gestion des perturbations dans le transport aérien (Amadeus)
- 2007 Planification des techniciens et des interventions pour les télécommunications (France Telecom)

Problèmes de R.O.

EDF :

À chaque instant, la quantité d'énergie injectée sur le réseau électrique doit être égale à l'énergie consommée. Chaque acteur du système électrique se doit donc d'assurer l'équilibre entre la consommation de ses clients et la production de ses centrales. Afin d'assurer cet équilibre, EDF réalise chaque jour pour le lendemain une prévision de la consommation de ses clients et doit ensuite construire des programmes de production pour chacune de ses centrales.

La Poste : L'optimisation des réseaux de transports.

L'optimisation des réseaux de transport est une problématique répartie sur l'ensemble du territoire et selon différents niveaux :

- distribution du courrier par les facteurs,
- collecte/distribution de points spécifiques au niveau local de la commune ou d'un groupement de communes,
- acheminement au niveau national des flux entre centres de tri.

Programmation linéaire

Exemple : Chiffre d'affaires et production

Une usine fabrique deux types de produits P_1 et P_2 . Les prix de vente unitaires de ces deux produits sont respectivement 8 000 et 6 000 euros. On doit respecter les contraintes suivantes :

- Les prix unitaires des matières premières sont de 2400 € pour le produit P_1 et de 1200 € pour le produit P_2 . Le total de ce poste ne doit pas dépasser 960 000 € .
- Les coûts unitaires de main d'oeuvre sont de 2800 € pour le produit P_1 et de 2 000 € pour le produit P_2 . Le coût total de la main d'oeuvre ne doit pas dépasser 1 400 000 € .
- Les coûts unitaires des services de recherche et de promotion sont de 800 € pour chacun des deux produits et le total des dépenses affectées à ce poste ne doit pas dépasser 640 000 € .

Comment faire pour maximiser le chiffre d'affaires ?

Vocabulaire

Objectif

Optimiser une fonction **linéaire** d'un nombre fini de variables x_1, x_2, \dots, x_n **réelles** sous des contraintes **linéaires**.

Définition :

- Les variables x_1, x_2, \dots, x_n sont appelées **variables de décision**.
- Les n-uplets x_1, x_2, \dots, x_n vérifiant toutes les contraintes sont appelés des **programmes admissibles**.
- La fonction linéaire à optimiser, Z , est appelée **fonction économique** ou **fonction objectif**.

Formalisation

- **Choix des variables** : x_1, x_2, \dots, x_n .
- **Choix de la fonction objectif** : $Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$.
- **Détermination des contraintes** : contrainte i : $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$.

1 Introduction

- Organisation
- Objectifs

2 Un peu d'historique

3 La RO en pratique

- Principes
- Exemples concrets

4 Programmation linéaire

- Exemple
- Vocabulaire
- Modélisation d'un problème