Laborationsinformation

Laboration 2: Simplex i tablå och känslighetsanalys (Vileopt)

Syfte:

- I denna laboration ska några små LP-problem lösas med simplexmetoden.
- Laborationen syftar till att öka förståelsen för linjärprogrammering och känslighetsanalys samt att ge träning på simplexmetoden.

Förberedelseuppgifter:

1. För att lösa LP-problemen används programmet Vileopt. Programmet hjälper till att skapa simplextablåer, men man får själv ange startbas, samt inkommande och utgående variabler.

2. Läs lathunden `guide-vileopt.pdf` (eller/och se filmen) om hur Vileopt kan användas.

3. Programmet startas genom att öppna ett terminalfönster och skriva

```
module add courses/TAOP33
```

och sedan skriva

```
junglebox-dine 2
```

4. Tänk igenom hur formeln för att beräkna reducerad kostnad för en icke-basvariabel, $\hat{c}_j = c_j - a_j^T y$, används, samt vad skuggpris är och var man kan läsa av det i tablån.

5. Inför slackvariabler i samtliga nedanstående problem.

6. Avgör vilka variabler som ingår i startbasen i uppgift 2.

7. Formulera LP-modellen i uppgift 4.

Laborationsuppgifter

1. Lös problem P1.

$$
\begin{array}{lrcrcrcl}
\max z = & 2x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & & \\
\text{då} & x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & \leq & 30 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 24 \\
 & 3x_1 & + & 5x_2 & + & 3x_3 & \leq & 60 \\
 & & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0
\end{array}
\qquad \text{(P1)}
$$

   a) Notera målfunktionsvärde, primal optimallösning och dual optimallösning. Vilka variabler är basvariabler i optimallösningen?

   b) Räkna för hand ut den reducerade kostnaden för en ny variabel med målfunktionskoefficient 2 och bivillkorskoefficienterna (0 2 3). (Använd duallösningen.) Vilken slutsats kan dras av tecknet på den reducerade kostnaden?

   c) Bestäm den nya optimallösningen genom att införa kolumnen i tablån. Börja med tidigare optimalbas. Ange optimallösningen samt ändring i målfunktionsvärde.

2. Betrakta problem P2.

$$
\begin{array}{lrcrcrl}
\max z = & 10x_1 & + & 2x_2 & & & \\
\text{då} & x_1 & + & x_2 & \geq & 3 & \quad (1) \\
 & 5x_1 & + & 2x_2 & \geq & 10 & \quad (2) \\
 & 2x_1 & - & x_2 & \leq & 10 & \quad (3) \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 7 & \quad (4) \\
 & -x_1 & + & 3x_2 & \leq & 9 & \quad (5) \\
 & & & x_1, x_2 & \geq & 0 &
\end{array}
\qquad \text{(P2)}
$$

   a) Starta i punkten där **bivillkor 1 och 2 är aktiva**. Vilka variabler ingår i basen i denna punkt?

   b) Gör en pivotering med en inkommande variabel med fel tecken på den reducerade kostnaden. Markera den erhållna punkten i figuren i resultatbladet. Vad händer med målfunktionsvärdet? Varför? (Pivotera sedan tillbaka till första baslösningen.)

   c) Gör en pivotering med rätt inkommande variabel, men med fel utgående variabel. Använd ett positivt pivotelement. Markera den erhållna punkten i figuren. Vilken typ av lösning fås? Varför? (Pivotera sedan tillbaka till första baslösningen.)

   d) Gör en pivotering med rätt inkommande variabel, men med fel utgående variabel. Använd ett negativt pivotelement. Markera den erhållna punkten i figuren. Vilken typ av lösning fås? Varför? (Pivotera sedan tillbaka till första baslösningen.)

   e) Lös problemet korrekt. Rita in varje iterationspunkt i figuren, och notera målfunktionsvärdena samt aktiva bivillkoren i de erhållna punkterna. Ange optimallösningen.

   f) Ange skuggpriset för villkor (4). Ändra högerledet i villkor (4) från 7 till 8 (den streckade linjen i figuren). Hur mycket ändras målfunktionsvärdet? (Jämför med skuggpriset.)

3. Betrakta problem P3.

$$
\begin{array}{llrcrcrcll}
 & z = & 4x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & & & \\
\text{då} & & 2x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & \leq & 4 & (1) \\
 & & x_1 & & & + & 2x_3 & \leq & 3 & (2) \\
 & & & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 &
\end{array}
\qquad \text{(P3)}
$$

a) Starta i origo och lös problemet att maximera z med simplexmetoden.

Starta i origo och lös problemet att minimera z med simplexmetoden. (Ändra inte problemdata.)

Ange lösningarna samt vilka bivillkor som är aktiva i de erhållna punkterna.

b) Hur förändras det optimala målfunktionsvärdet i maximeringsproblemet respektive minimeringsproblemet om högerledet till det första bivillkoret ökas med en enhet? (Ledning: Optimalbaserna ändras ej. Frågan kan besvaras utan att ändra i problemet.)

4. Firman Playwood (se avsnitt 7.7 i boken) producerar tre olika sorters enkla träleksaker (anka, hund och katt), och målar dem med fyra färger (rött, blått, grönt och gult). Nedanstående tabell anger hur mycket färg som går åt för att måla en leksak, i cl.

	Anka	Hund	Katt
Rött	1	2	1
Blått	1	2	2
Grönt	5	1	2
Gult	4	2	1

Varje dag har man tillgång till 1000 cl röd färg, 1000 cl blå färg, 2000 cl grön färg och 2000 cl gul färg. En anka ger vinsten 2 kr, en hund 1 kr och en katt 2 kr. (Antag att man har obegränsat med träråvaror utan kostnad för produktionen.)

a) Formulera Playwoods problem att maximera vinsten för en dag som en LP-modell. Använd variablerna x_j = antal producerade enheter av sort j, där j=1 betyder anka, j=2 betyder hund och j=3 betyder katt.

Skriv in problemet och lös det. Ange optimallösningen i klartext. Blir det färg över?

b) Playwoods marknadsavdelning diskuterar en prisjustering på hunden. För vilka värden på vinsten för hunden fås fler hundar i optimallösningen? (Använd information från optimaltablån. Lös ej om.)

c) Playwood får erbjudandet att öka tillgången av *en* av färgerna med 100 cl per dag. Vilken färg ska man välja? (Använd information från optimaltablån. Lös ej om.)

d) Playwoods utvecklingsavdelning kommer på att man kan göra en gris och måla den med 4 cl röd, 1 cl blå, 1 cl grön och 1 cl gul färg. Vore det optimalt att producera grisar, om vinsten per gris är 2 kr? (Utgå från lösningen i uppgift a och beräkna reducerad kostnad. Inför sedan den nya variabeln endast om den verkar lönsam.)