Transfer Database

Reader

Exact Periode 1

Leerjaar 1

cursusjaar 2017-2018

ThiemeMeulenhoff

Over ThiemeMeulenhoff

ThiemeMeulenhoff is dé educatieve mediaspecialist en levert educatieve oplossingen voor het Primair Onderwijs, Voortgezet Onderwijs, Middelbaar Beroepsonderwijs en Hoger Onderwijs. Deze oplossingen worden ontwikkeld in nauwe samenwerking met de onderwijsmarkt en dragen bij aan verbeterde leeropbrengsten en individuele talentontwikkeling.

Meer informatie over ThiemeMeulenhoff en een overzicht van onze educatieve oplossingen: www.thiememeulenhoff.nl of via de Klantenservice 088 800 20 16

Introductie

ROC Midden Nederland

Tech College niveau 4, locatie Amersfoort Disketteweg

leerjaar 1, periode 1

Inhoud

1 Wetenschappelijke en technische notatie

1 REKENEN MET MACHTEN VAN 10

Omdat de wetenschappelijke en technische notatie machten van 10 bevatten, besteden we eerst aandacht aan de rekenregels voor machten.

Vermenigvuldigen en delen van machten

Machtsverheffen is een verkorte manier voor het vermenigvuldigen:
$10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 = 10^4 = 10.000$
In de macht 10^4 noemen we 10 het grondtal en 4 de exponent. De exponent geeft het aantal keren aan dat het grondtal met zichzelf vermenigvuldigd is.
Als we 10-machten met elkaar vermenigvuldigen, mogen we de exponenten optellen:
$10^3 \quad 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$
Immers: $10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 = 10^7$

Vb. 1

Bereken
10.000×1.000

Uitwerking
$10.000 \quad 1.000 = 10^4 \quad 10^3 = 10^{4+3} = 10^7$

Oefeningen

1 Zet om naar 10 -macht:

a 10×100

---

b 1.000×100

---

c $1.000.000 \times 1.000$

d 10.000×100.000

e $100 \times 10.000 \times 1.000.000$

We kunnen dus machten met hetzelfde grondtal vermenigvuldigen door hun exponenten op te tellen. We weten dat delen de omkeerbewerking is van vermenigvuldigen. Ook geldt dat aftrekken de omkeerbewerking van optellen is. We gaan nu bekijken of we machten kunnen delen door de exponenten van elkaar af te trekken.

Vb. 2

$10.000 \div 1.000$

Uitwerking

$10.000 \div 1.000 = 10^4 \div 10^3 = 10^{4-3} = 10^1 = 10$

Oefeningen

2 Zet om naar 10 -macht:

a $100 \div 10$

b $1.000 \div 100$

c $1.000.000 \div 1.000$

d $1.000.000 \div 10.000$

e 100.000   10.000   1.000

We bekijken nog eens oefening 2 e:
$10^5 \div 10^4 \times 10^3 = 10^{5-4+3} = 10^4$
Bij het optellen en aftrekken van exponenten gelden de gewone voorrangsregels.
Bij machtsverheffen gebruiken we de volgende regels:

› $10^a \quad 10^b = 10^{a+b}$
› $10^a \div 10^b = 10^{a-b}$
› $(10^a)^b = 10^{a \quad b}$
› $10^0 = 1$
› $\frac{1}{10^a} = 10^{-a}$

3 Zet om naar 10 -macht:

a $10^6 \quad 10^3 \quad 10^9$

---

b $10^{-3} \times 10^5$

---

c $10^3 \quad 10^{12} \quad 10^2$

---

d $(10^5)^3 \times 10^{-6}$

---

e $(10^3)^2 \times (10^2)^{-6}$

---

f $(10^2)^5 \times (10^5)^{-2}$

Vb. 3 Schrijf de volgende machten eerst als breuk met een 10 -macht in de noemer en vervolgens als gewone breuk: 10^{-5}

Uitwerking

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100.000}$$

4 Schrijf de volgende machten eerst als breuk met een 10 -macht in de noemer en vervolgens als gewone breuk:

a 10^{-2}

b 10^{-3}

c 10^{-1}

d 10^{-12}

e 10^{-6}

f 10^{-9}

2 DRIJVENDE KOMMA NOTATIE

Als we met onze rekenmachine $287,76 \times 456,34$ uitrekenen, krijgen we als uitkomst $131.316,3984$. Dat antwoord staat in de zogenaamde **drijvende komma notatie**. Zo kunnen we ook $6,83 \div 4.568,76$ uitrekenen; de uitkomst hiervan is $0,00149352$. Naast de drijvende komma notatie kennen we ook de wetenschappelijke notatie en de technische notatie.

3 WETENSCHAPPELIJKE NOTATIE

In de natuurkunde en in de techniek werken we veel met machten van 10 om heel grote en heel kleine getallen weer te geven.

Vb. 4

We willen een groot getal als 468.000.000.000 met een macht van 10 schrijven. Als we in gedachten de komma tussen de 4 en de 6 plaatsen en het aantal cijfers achter de komma tellen, komen we uit op 11 . We hebben de komma dus 11 plaatsen naar links geschoven. dit betekent een exponent van +11 .
We kunnen het getal 468.000.000.000 daarom noteren als $4{,}68 \cdot 10^{11}$.
Op veel rekenmachines wordt dit weergegeven als 4,68E11 .
Zo kunnen we ook heel kleine getallen schrijven met een macht van 10 , we nemen als voorbeeld het getal 0,000012 .
Als we in gedachten de komma tussen de 1 en de 2 plaatsen en tellen hoeveel plaatsen de komma naar rechts schuift, komen we uit op 5 . Dat betekent een exponent van –5 (negatief!).
We kunnen het getal 0,000012 daarom noteren als $1{,}2 \cdot 10^{-5}$.
De meeste rekenmachines geven dit weer als 1,2E−5 .

Deze methode van noteren van heel grote en heel kleine getallen noemen we de wetenschappelijke notatie. We spreken ook wel van de SCI-notatie, afgeleid van het Engels: SCIentific notation.

Vb. 5

We kunnen $1{,}3 \cdot 10^6 \times 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ uitrekenen door $1{,}3 \times 2{,}5$ en daarna $10^6 \times 10^{-4}$ uit te rekenen.
$1{,}3 \quad 2{,}5 = 3{,}25$ en $10^6 \times 10^{-4} = 10^{6-2} = 10^4$, dus
$1{,}3 \times 10^6 \times 2{,}5 \times 10^{-4} = 3{,}25 \cdot 10^2$
We kunnen dit ook in één bewerking met de rekenmachine berekenen. Rekenmachines hebben voor dit doel een speciale toets EE of EXP, afhankelijk van het merk. We moeten dan het volgende intypen:
[1,3] (EXP) [6] (×) [2,5] (EXP) [–4] (=).

5 Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie:

a 8.500

---

b 1.750.000

---

c 34.000.000

---

d 4.200.000.000

e 675.000

f 530.000.000.000

6 Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie:

a 0,000085

b 0,00000175

c 0,00034

d 0,0042

e 0,000000675

f 0,000000000053

7 De snelheid van het licht is $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s . Het licht van een ster doet er 3 jaar over om de aarde te bereiken. Hoeveel kilometer is de ster van de aarde verwijderd? Voor het verband tussen de afgelegde weg s , de snelheid v en de tijd t geldt de formule: $s = v \cdot t$.

4 TECHNISCHE NOTATIE

Bij de technische notatie worden net als bij de wetenschappelijke notatie getallen met een macht van 10 geschreven. Alleen zijn de exponenten altijd veelvouden van 3 , dus van klein naar groot:
$10^{-12}, 10^{-9}, 10^{-6}, 10^{-3}, 10^{0}, 10^{3}, 10^{6}, 10^{9}, 10^{12}$, ...
Bij de technische notatie kunnen 1 , 2 of 3 cijfers voor de komma staan:
$0,0000012 = 1,2 \cdot 10^{-6}$; $2.750 = 2,75 \cdot 10^{3}$
$0,000012 = 12 \cdot 10^{-6}$; $27.500 = 27,5 \cdot 10^{3}$
$0,00012 = 120 \cdot 10^{-6}$; $275.000 = 275 \cdot 10^{3}$
De meeste CASIO-rekenmachines hebben een ENG-toets (ENG = ENGineer). Als we daarop klikken wordt, het getal omgezet van de wetenschappelijke notatie in de technische notatie. Als we nogmaals op deze toets klikken, wordt de exponent met 3 verlaagd. Met de combinatie SHIFT + ENG verhogen we de exponent met 3 .

8 Schrijf de volgende getallen in de technische notatie:

a 8.500

b 1.750.000

c 34.000.000

d 4.200.000.000

e 675.000

f 530.000.000.000

9 Schrijf de volgende getallen in de technische notatie:

a 0,000085

b 0,00000175

c 0,00034

d 0,0042

e 0,000000675

f 0,000000000053

10 Schrijf de volgende getallen eerst in de wetenschappelijke en daarna in de technische notatie:

a 23.500.000

b 850.000.000

c 0,000000097

d 0,00025

11 Geef de uitkomsten van de volgende berekeningen in de technische notatie:

a $3{,}34 \cdot 10^{11} \times 4{,}56 \cdot 10^{8}$

b $2{,}76 \cdot 10^{14} \times 1{,}65 \cdot 10^{-7}$

c $8{,}21 \cdot 10^{-6} \times 3{,}92 \cdot 10^{-9}$

12 Een bolvormige bacterie heeft een diameter van $1{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{m}$.

Voor het volume van een bol geldt de formule: $V = \frac{\pi}{6} \cdot d^3$

Bereken het volume van de bacterie. Geef de uitkomst zowel in de wetenschappelijke als in de technische notatie.

13 De diameter van de aarde is $12{,}8 \cdot 10^{6}\,\text{m}$.

a Bereken het volume van de aarde. Geef de uitkomst zowel in de wetenschappelijke als in de technische notatie.

b Hoeveel keer is het volume van de aarde groter dan het volume van de bacterie uit de vorige opgave? Geef de uitkomst zowel in de wetenschappelijke als in de technische notatie.

14 Met de Wet van Hooke kunnen we de verlenging berekenen van een draad waaraan getrokken wordt.

De Wet van Hooke luidt: $\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$

Voor een koperdraad geldt: $l = 2{,}0\,\text{m}$ $F = 1.900\,\text{N}$, $E = 124{\cdot}10^{9}\,\text{N/m}^2$ en $A = 2{\cdot}10^{-6}\,\text{m}^2$.

Bereken de verlenging Δl . Geef het antwoord zowel in de drijvende komma notatie, in de wetenschappelijke notatie en in de technische notatie.

Antwoorden

1a 10^3
b 10^5
c 10^9
d 10^9
e 10^{12}

2a 10
b 10
c 10^3
d 10^2
e 10^4

3a $10^0 = 1$
b 10^2
c 10^{-7}
d 10^9
e 10^{-6}
f $10^0 = 1$

4a $\frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$
b $\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1.000}$
c $\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$
d $\frac{1}{10^{12}} = \frac{1}{1.000.000.000.000}$
e $\frac{1}{10^6} = \frac{1}{1.000.000}$
f $\frac{1}{10^9} = \frac{1}{1.000.000.000}$

5a $8,5 \cdot 10^3$
b $1,75 \cdot 10^6$
c $3,4 \cdot 10^7$
d $4,2 \cdot 10^9$
e $6,75 \cdot 10^5$
f $5,3 \cdot 10^{11}$

6a $8,5 \cdot 10^{-5}$
b $1,75 \cdot 10^{-6}$
c $3,4 \cdot 10^{-4}$
d $4,2 \cdot 10^{-3}$
e $6,75 \cdot 10^{-7}$
f $5,3 \cdot 10^{-11}$

7 $2,84 \cdot 10^{13}$ km

8a $8,5 \cdot 10^{3}$
b $1,75 \cdot 10^{6}$
c $34 \cdot 10^{6}$
d $4,2 \cdot 10^{9}$
e $675 \cdot 10^{3}$
f $530 \cdot 10^{9}$

9a $85 \cdot 10^{-6}$
b $1,75 \cdot 10^{-6}$
c $340 \cdot 10^{-6}$
d $4,2 \cdot 10^{-3}$
e $675 \cdot 10^{-9}$
f $53 \cdot 10^{-12}$

10a $2,35 \cdot 10^{7}$; $23,5 \cdot 10^{6}$
b $8,5 \cdot 10^{8}$; $850 \cdot 10^{6}$
c $9,7 \cdot 10^{-8}$; $97 \cdot 10^{-9}$
d $2,5 \cdot 10^{-4}$; $250 \cdot 10^{-6}$

11a $152,304 \cdot 10^{18}$
b $45,54 \cdot 10^{6}$
c $32,1832 \cdot 10^{-15}$

12 $1,8 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{m}^3$

13a $1,1 \cdot 10^{21}\ \mathrm{m}^3 ; 1,1 \cdot 10^{21}\ \mathrm{m}^3$

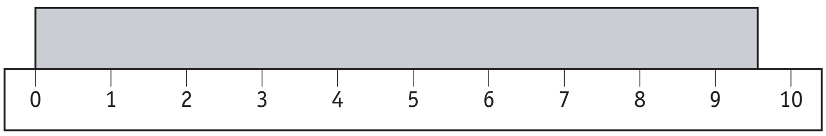
b $6,20 \cdot 10^{35} ; 620 \cdot 10^{33}$

14 $0,01532 = 1,532 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 15,32 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$

2 Grootheden en eenheden

1 METEN

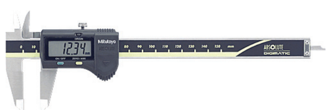
Als we de lengte van een voorwerp willen meten, vergelijken we de lengte van dat voorwerp met de lengte van een meetinstrument, bijvoorbeeld een meetlat. Zie figuur 1.



Figuur 1

Op de meetlat staan schaalstreepjes met getallen. Op de meetlat stellen de schaalstreepjes centimeters voor. Zie figuur 1. De lengte van het voorwerp kunnen we aflezen op de meetlat. Tussen de schaalstreepjes moeten we schatten. Dit schatten doen we op tienden van schaaldelen. We noteren dan lengte = 9,6 cm.
Het meetinstrument is bepalend voor de nauwkeurigheid van de meting. Lengtemeetinstrumenten hebben vaak een schaalverdeling in millimeters. De meetwaarde kan dan wat nauwkeuriger opgegeven worden. Bijvoorbeeld lengte = 96,5 mm.

Op de meetlat staan de schaalgetallen in centimeters. Zie figuur 1. In de natuurkunde is het dan de gewoonte om de meetwaarde in die eenheid te noteren.
Tussen de millimeterstreepjes is het moeilijk om de tienden te schatten, waardoor meten op 0,1 mm nauwkeurig onmogelijk wordt. Willen we dat toch bereiken, dan moeten we een ander meetinstrument gebruiken, bijvoorbeeld een schuifmaat.
Met een schuifmaat kunnen we de lengte op 0,1 mm of 0,05 mm nauwkeurig bepalen. Op de afbeelding zien we een elektronische schuifmaat. Zie figuur 2.



Figuur 2 – Elektronische schuifmaat

2 GROOTHEDEN EN EENHEDEN

Een eigenschap die we kunnen meten, noemen we in de natuurkunde een grootheid. Een waarde van een grootheid bestaat altijd uit een getal met een eenheid. Voor de aanduiding van grootheden gebruiken we symbolen. Zo is l het symbool voor lengte. Grootheden geven we aan met een cursieve (‘*italic*’) letter, eenheden schrijven we met rechte (‘romein’) letters.

Ons meetresultaat noteren we dan als: $l = 9{,}6\,\mathrm{cm}$; dus grootheid is waarde maal eenheid.
Voor de lengte kunnen we ook andere eenheden gebruiken, zoals millimeter, inch, kilometer en mijl. Millimeter en kilometer hebben dezelfde basis: de meter. De voorvoegsels maken de eenheid 1000 maal zo klein (milli) of 1000 maal zo groot (kilo). De inch en de mijl zijn niet gebaseerd op de meter.

In Nederland is het gebruik van het zogenaamde SI-stelsel van eenheden in 1978 verplicht gesteld. SI staat voor Système International. In het SI-stelsel is de meter (m) de eenheid van lengte. Gebruik van voorvoegsels is daarbij toegestaan, dus mm, cm en km mogen ook.

Behalve de lengte kennen we nog een groot aantal andere grootheden. Voorbeelden daarvan zijn: tijd, massa, snelheid, kracht, druk, vermogen en energie. Elke grootheid heeft zijn eigen SI-eenheid. De grootheid ‘snelheid’ kunnen we samenstellen uit de grootheden afstand en tijd. Snelheid heet daarom een samengestelde grootheid. Basisgrootheden, zoals lengte, tijd en massa, zijn grootheden die we niet kunnen samenstellen uit andere grootheden.

3 SI-STELSEL

Het SI-stelsel gaat uit van zeven basiseenheden. Zie tabel 1.

Grootheid	*Symbool*	*Eenheid*	*Symbool*
Lengte	l	meter	m
Massa	m	kilogram	kg
Tijd	t	seconde	s
Elektrische stroomsterkte	I	ampère	A
Temperatuur	T	Kelvin	K
Hoeveelheid stof	n	mol	mol
Lichtsterkte	l	candela	cd

Tabel 1

De basiseenheden zijn heel nauwkeurig gedefinieerd. Zo is de meter gedefinieerd als de lengte die het licht in vacuüm aflegt in een tijd van precies 1 / 299.792.458 seconde. De kilogram is gedefinieerd als de massa van het internationale prototype van de kilogram, een cilinder van platina-iridium.
Alle andere eenheden zijn afgeleid van deze basiseenheden en noemen we afgeleide eenheden. In de tabel staat een aantal afgeleide eenheden. Zie tabel 2.

Afgeleide grootheid	*Symbool*	*Afgeleide eenheid*	*Symbool*
Oppervlakte	A	vierkante meter	m^2
Volume	V	kubieke meter	m^3
Snelheid	v	meter per seconde	m/s
Versnelling	a	meter per seconde kwadraat	m/s^2
Dichtheid	ρ	kilogram per kubieke meter	kg/m^3

Tabel 2

Vaak hebben afgeleide eenheden een eigen naam. In de tabel staan voorbeelden. Zie tabel 3.

Afgeleide grootheid	*Symbool*	*Afgeleide eenheid*	*Symbool*	*Afleiding*
Frequentie	f	hertz	Hz	s^{-1}
Kracht	F	newton	N	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Druk	p	pascal	Pa	$N/m^2 = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
Energie, arbeid	E, W	joule	J	$Nm = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
Vermogen	P	watt	W	$J/s = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
Elektrische lading	Q	coulomb	C	$A \cdot s$
Elektrische spanning	U	volt	V	$W/A = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Elektrische weerstand	R	ohm	Ω	$V/A = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$

Tabel 3

Naast de SI-eenheden worden nog steeds andere eenheden gebruikt. De tabel geeft een lijst van niet-SI-eenheden waarvan sommige voorlopig zijn toegestaan. Zie tabel 4.

Grootheid	*Eenheid*	*Symbool*	*SI-waarde*
Druk	bar	bar	10^5 Pa
Energie	kilowattuur	k/wh	$3{,}6 \cdot 10^6$ J
Energie	calorie	cal	4,19 J
Massa	atomairemassa – eenheid	u	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg
Temperatuur	graden Celsius	°C	
Tijd	minuut	min	60 s
Tijd	uur	h	3600 s
Tijd	dag	d	86400 s
Volume	liter	l	$1\,\mathrm{dm}^3 = 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$

Tabel 4

Energiebedrijven mogen op hun rekeningen de geleverde energie uitdrukken in kWh. De °C geldt als afgeleide SI-eenheid en mag dus gebruikt worden. De tijdeenheden minuut, uur en dag mogen voorlopig gebruikt worden.

4 VOORVOEGSELS

Lengtes kunnen heel groot, maar ook zeer klein zijn. Zo is de diameter van de aarde 12.756.000 m groot en de straal van een ijzeratoom 0,000000000128 m klein. Om grote en kleine getallen beter leesbaar te maken, kunnen we de getallen wetenschappelijk (SCI van SCIentific) of technisch (ENG van ENGineer) noteren. In de wetenschappelijke notatie schrijven we een waarde als een getal tussen 1 en 10 maal een macht van 10, zoals $1{,}234 \cdot 10^5$. De technische notatie lijkt op de wetenschappelijke notatie, maar de macht van 10 is daarbij een veelvoud van 3, zoals $123{,}4 \cdot 10^3$ of $0{,}1234 \cdot 10^6$. Soms zijn deze notaties gelijk. Zo is $1{,}234 \cdot 10^3$ zowel een wetenschappelijke als een technische notatie. Deze notaties kunnen op elke wetenschappelijke rekenmachine eenvoudig worden ingesteld, inclusief het aantal gewenste decimalen.

Vb. 1

Schrijf de diameter van de aarde en de straal van een ijzeratoom in de wetenschappelijke en de technische notatie.

Gegeven
$d = 12.756.000$ m
$r = 0{,}000000000128$ m

Gevraagd
d in SCI en ENG
r in SCI en ENG

Oplossing
$d = 1,2756 \cdot 10^7$ m (SCI)
$d = 12,756 \cdot 10^6$ m (ENG)
$r = 1,28 \cdot 10^{-10}$ m (SCI)
$r = 128 \cdot 10^{-12}$ m (ENG)

De leesbaarheid kunnen we verder verhogen door gebruik te maken van een voorvoegsel. De technische notatie is daarvoor bij uitstek geschikt. Deze notatie is namelijk, evenals bijna alle voorvoegsels, gebaseerd op machten van 10 waarbij de exponent een veelvoud van 3 is.

De toegestane voorvoegsels staan in een tabel met SI-voorvoegsels. Zie tabel 5.

Factor	*Naam*	*Symbool*	*Factor*	*Naam*	*Symbool*
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yocto	y
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{9}	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{6}	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^{3}	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^{2}	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^{1}	deca	da	10^{-1}	deci	d

Tabel 5

Vb. 2

Schrijf de diameter van de aarde en de straal van een ijzeratoom met behulp van voorvoegsels.

Gegeven
$d = 12,756 \cdot 10^6$ m (ENG)
$r = 128 \cdot 10^{-12}$ m (ENG)

Gevraagd
d en r met voorvoegsels.

Oplossing
$d = 12,756 \cdot 10^6\,\text{m} = 12,756$ Mm
$r = 128 \cdot 10^{-12}\,\text{m} = 128$ pm

Oefeningen

1 Schrijf de volgende getallen zowel in de wetenschappelijke als in de technische notatie.

a 125.000.000

b 0,000000125

2 Schrijf de volgende waarden met voorvoegsels.

a $1{,}25 \cdot 10^{6}$ m

b $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ m

c $35 \cdot 10^{7}$ m

d $45 \cdot 10^{-7}$ m

5 OMREKENEN VAN EENHEDEN

Voor het omrekenen van eenheden maken we gebruik van een getallenrechte. Zie figuur 3.

10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1	10^{3}	10^{6}	10^{9}
p	n	µ	m		k	M	G

Figuur 3 – Technische voorvoegsels

De 'afstand' tussen de schaalstrepen is drie nullen of een factor 10^3.
We nemen als voorbeeld een lengte $l = 2,0\,\text{mm}$. Als we een stap naar rechts doen, wordt de eenheid groter en het getal kleiner. We moeten dan voor elke stap met een factor 10^{-3} vermenigvuldigen:
$l = 2,0 \text{ mm} = 2,0 \times 10^{-3} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ m.

Als we een stap naar links doen, wordt de eenheid kleiner en het getal groter. We moeten dan voor elke stap met een factor 10^3 vermenigvuldigen:
$l = 2,0 \text{ mm} = 2,0 \times 10^3 = 2,0 \cdot \ 10^3$ nm.
Bij de voorvoegsels in de figuur past de technische notatie. Zie figuur 1.

Vb. 3

$3,0\,\text{Mm} = 3,0 \cdot 10^3\,\text{km}$

$5,2\,\text{kg} = 5,2 \times 10^3 \times 10^3\,\text{mg} = 5,2 \times (10^3)^2\,\text{mg} = 5,2 \cdot 10^6\,\text{mg}$

$6,1\,\text{mg} = 6,1 \cdot 10^{-3}\,\text{g}$

$70\,\text{nm} \ = 70 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times 10^{-3}\,\text{km} = 70 \times (10^{-3})^4 = 70 \cdot 10^{-12}\,\text{km}$

$2,5\,\text{GW} = 2,5 \times (10^3)^2\,\text{kW} = 2,5 \cdot 10^6\,\text{kW}$

Tussen de milli en de kilo gebruiken we een fijnere verdeling, waarbij de 'afstand' tussen de schaalstrepen één, nul of een factor 10 is. Zie figuur 4.

10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2	10^3
m	c	d		da	h	k

Figuur 4 – Andere voorvoegsels

In combinatie met deze voorvoegsels kunnen we bij grote en kleine getallen het beste de wetenschappelijke notatie gebruiken.

Vb. 4

$2,1\,\text{dam} = 2,1 \times 10 \times 10 = 2,1 \cdot 10^2\,\text{dm}$

$3,5\,\text{cm} = 3,5 \cdot 10^{-5}\,\text{km}$

$40\,\text{cl} = 40 \cdot 10^{-1}\,\text{dl} = 4,0\,\text{dl}$

$67\,\text{dm} = 67 \times 10^2\,\text{mm} = 6,7 \cdot 10^3\,\text{mm}$

Oefeningen

3 Geef het antwoord van de volgende omrekeningen in de technische notatie.
a $1,2 \text{ m} = \ldots\ \mu\text{m}$

b 25 mg = ... g

c 250 GW = ... kW

d 0,0045 g = ... mg

4 Geef het antwoord van de volgende omrekeningen in de wetenschappelijke notatie.

a 2,5 dm = ... mm

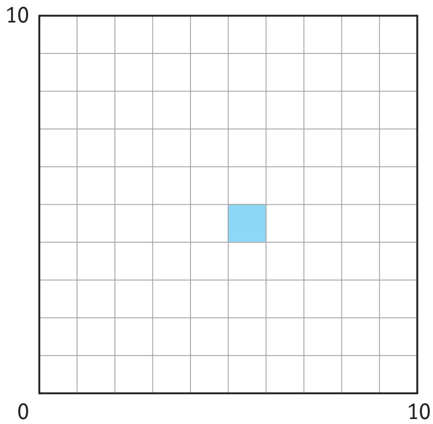
b 3,5 cm = ... dam

c 125 cl = ... hl

d 500 dam = ... m

6 EXPONENTEN

De figuur toont een vierkant met een oppervlakte van $1\,\mathrm{dm}^2$. Zie figuur 5. Er geldt dat $1\,\mathrm{dm} = 10\,\mathrm{cm}$. De oppervlakte van het vierkant is dan $10\,\mathrm{cm} \quad 10\,\mathrm{cm} = 10^2\,\mathrm{cm}^2$.
Voor een kubus met een volume van $1\,\mathrm{dm}^3$ geldt:
$1\,\mathrm{dm}^3 = 10\,\mathrm{cm} \quad 10\,\mathrm{cm} \quad 10\,\mathrm{cm} = 10^3\,\mathrm{cm}^3$.



Figuur 5 – Vierkant 1 dm² = 100 cm²

Vaak hebben we te maken met een lengte-eenheid met een exponent zoals km^2 (vierkante kilometer) of cm^3 (kubieke centimeter). In dat geval moeten we die exponent ook gebruiken bij het omrekenen.

Bijvoorbeeld:

$1\,km = 10^3\ m \Rightarrow 1\,km^2 = (10^3\ m)^2 = (10^3)^2\ m^2 = 10^6\ m^2$

$1\,cm = 10^{-2}\ m \Rightarrow 1\,cm^3 = (10^{-2}\ m)^3 = (10^{-2})^3\ m^3 = 10^{-6}\ m^3$

Oefeningen

5 Reken om:

a $100\,m^2 = \ldots.\ cm^2$

b $15\,mm^2 = \ldots.\ m^2$

c $25\,m^3 = \ldots.\ mm^3$

d $450\,mm^3 = \ldots.\ cm^3$

7 AFGELEIDE EENHEDEN

Eenheden zoals km/h en kWh zijn afgeleide eenheden. Bij het omrekenen gaan we de afzonderlijke eenheden apart omrekenen.

Vb. 5

$$18\,\frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = \ldots \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \Rightarrow 18\,\frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 18 \times \frac{10^{-3}\,\text{kN}}{10^{-4}\,\text{m}^2} = 180\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \ldots \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 60 \times \frac{10^3\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = 16,7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$200\,\text{kWh} = \ldots\,\text{Ws} \Rightarrow 200\,\text{kWh} = 200 \times 1000\,\text{W} \times 3600\,\text{s} = 720 \cdot 10^6\ \text{Ws}$$

Oefeningen

6 Reken om:

a $11,3\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \ldots.\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

----

b $15\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \ldots.\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

----

c $250\,\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \ldots.\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

----

d $9,0 \cdot 10^7\ \text{Ws} = \ldots.\ \text{kWh}$

----

8 BEREKENINGEN

In de natuurkunde en de techniek moeten we vaak rekenen. We gebruiken daarbij meestal formules.

Vb. 6

Een balk heeft een lengte van 1,55 m, een breedte van 35,4 cm en een dikte 50 mm. Bereken het volume van de balk.

Gegeven
$l = 1,55\,\text{m}$
$b = 35,4\,\text{cm}$
$d = 50\,\text{mm}$

Gevraagd
V

Oplossing
$b = 35,4\,\text{cm} = 0,354\,\text{m}$
$d = 50\,\text{mm} = 0,050\,\text{m}$
$V = l \cdot b \cdot d \Rightarrow V = 1,55\,\text{m} \times 0,354\,\text{m} \times 0,050\,\text{m} = 0,0274\,\text{m}^3$

In de oplossing hebben we de volgende regels gebruikt:

› We schrijven eerst op wat gegeven is, daarna wat gevraagd wordt en tot slot de oplossing.
› We rekenen eerst alle lengtematen om naar dezelfde standaardeenheid. In dit geval de meter.
› We schrijven de formule op.
› We vullen de gegevens in, mét de eenheden!
› We noteren het antwoord met eenheid, afgerond op 3 significante cijfers.

We moeten eigenlijk afronden op basis van het aantal significante cijfers in de gegevens. Zie hiervoor de wiskundemodule Rekenen. De vuistregel ‘afronden op 3 significante cijfers’ is eenvoudiger en meestal wel correct.

! **Significante cijfers zijn cijfers die betekenis hebben. De eerste significante cijfers zijn exact. Het laatste significante cijfer is bij meetwaarden geschat en bij berekende waarden afgerond.**

Vb. 7 De balk uit het vorige voorbeeld heeft een massa van 74 kg. Bereken de dichtheid van de balk.

Gegeven
$V = 0,02744\,\text{m}^3$
$m = 74,0\,\text{kg}$

Gevraagd
ρ_{balk}

Oplossing

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{74,0\ \text{kg}}{0,02744\,\text{m}^3} = 2,70 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$$

In deze oplossing zijn twee nieuwe regels gebruikt:

- We gebruiken een tussenantwoord (V uit het vorige voorbeeld) met maximale nauwkeurigheid. Het eenvoudigst gaat dit met de ANS-toets van de rekenmachine. We kunnen een tussenantwoord ook in een geheugenplaats van de rekenmachine opslaan (STO van STOre) en als we het nodig hebben weer terugroepen (RCL van ReCaLl). We noteren een tussenantwoord met vier significante cijfers.
- We maken bij voorkeur gebruik van de wetenschappelijke notatie (SCI) als een antwoord kleiner dan $0,01$ of groter dan 1000 is.

Oefeningen

7 Een dunne draad heeft een lengte van $75\,\text{cm}$ en een diameter (middellijn) van $80\,\mu\text{m}$.

a Bereken het volume van de draad in kubieke meter.

---

b Bereken het volume van de draad in mm^3.
Het volume van een cilinder kunnen we berekenen met de formule $V = \frac{1}{4}\pi \cdot d^2 \cdot l$.
Hierin is d de diameter en l de lengte.

---

8 Een auto rijdt een afstand van $21,5\,\text{km}$ in 18 minuten.

a Bereken de gemiddelde snelheid van de auto in m/s.

---

b Bereken de gemiddelde snelheid van de auto in km/h.

---

9 Een schilder verft met de inhoud van een blikje verf van $750\,\text{ml}$ een oppervlakte van $12\,\text{m}^2$.
Bereken de dikte in micrometer van de verflaag direct na het aanbrengen.

Antwoorden

1a $1,25 \cdot 10^{8}$; $125 \cdot 10^{6}$

b $1,25 \cdot 10^{-7}$; $125 \cdot 10^{-9}$

2a $1,25\,\mathrm{Mm}$
b $2,5\,\mu\mathrm{m}$
c $350\,\mathrm{Mm}$
d $4,5\,\mu\mathrm{m}$

3a $1,2 \cdot 10^{6}$

b $25 \cdot 10^{-3}$

c $250 \cdot 10^{6}$

d $4,5$

4a $2,5 \cdot 10^{2}$

b $3,5 \cdot 10^{-3}$

c $1,25 \cdot 10^{-2}$

d $5 \cdot 10^{3}$

5a $100 \cdot 10^{4} = 10^{6}$

b $15 \cdot 10^{-6}$

c $25 \cdot 10^{9}$

d $450 \cdot 10^{-3} = 0,450$

6a $11,3 \cdot 10^{3}$
b 54
c $0,250$
d 25

7a $3,77 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}^{3}$

b $3,77\,\mathrm{mm}^{3}$

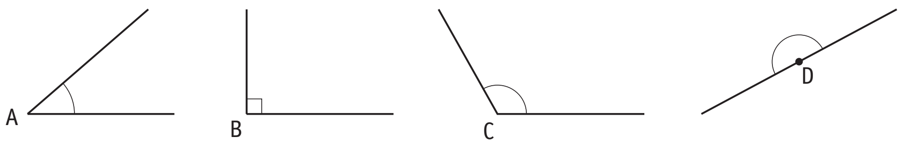
8a $19,9\,\mathrm{m/s}$
b $71,6\,\mathrm{km/h}$

9 $62,5\,\mu\mathrm{m}$

3 Lijnen, hoeken en driehoeken

1 LIJNEN EN HOEKEN

Bij de eerste drie tekeningen vormen twee lijnen samen een hoek. Zie figuur 1. Een scherpe hoek ($\angle A$) heeft een grootte die tussen 0° en 90° ligt. Een rechte hoek ($\angle B$) is precies 90° en een stompe hoek ($\angle C$) heeft een grootte tussen 90° en 180° . $\angle D$ is een gestrekte hoek, deze is precies 180° .
De grootte van een hoek kunnen we opmeten met een geodriehoek of gradenboog.

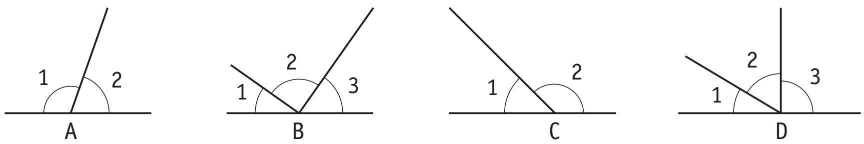


Figuur 1 – A B C D

Oefeningen

1a Bepaal met de geodriehoek de grootte van $\angle A$ en $\angle C$. Zie figuur 1.

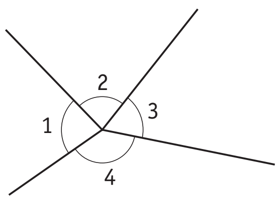
b Bepaal met de geodriehoek de grootte van $\angle A_1$, $\angle B_1$, $\angle B_2$, $\angle C_1$, $\angle D_1$ en $\angle D_3$. Zie figuur 2. Schrijf ook op wat voor soort hoek het is.



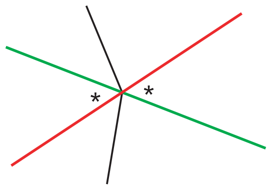
Figuur 2 – A B C D

c Bereken de grootte van de hoeken $\angle A_2$, $\angle B_3$, $\angle C_2$, en $\angle D_2$. Schrijf de berekening op en zeg ook wat voor soort hoek het is.

$\angle A_1$ en $\angle A_2$ zijn samen $180°$. Zie figuur 2. Hetzelfde geldt voor $\angle B_1 + \angle B_2 + \angle B_3$, $\angle C_1 + \angle C_2$ en $\angle D_1 + \angle D_2 + \angle D_3$.
Als we daar de gestrekte hoek aan de onderkant van de lijn bijtellen, komen we op $180° + 180° = 360°$. Dit geldt voor alle hoeken rondom één punt. Zo'n hoek noemen we ook wel een volle hoek. De hoeken 1 tot en met 4 zijn samen $360°$.
Zie figuur 3.

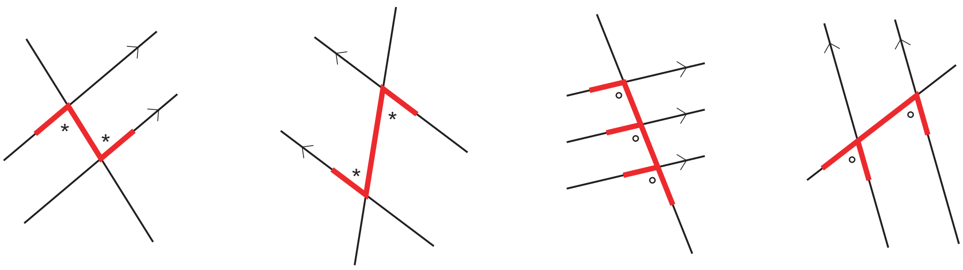


Figuur 3



Figuur 4

Bij snijdende lijnen zijn de overstaande hoeken gelijk als ze een X vormen. de hoeken met een sterretje zijn even groot. Zie figuur 4.
Ook bij evenwijdige lijnen die gesneden worden door een derde lijn komen we gelijke hoeken tegen. Dit kunnen *Z-hoeken* of *F-hoeken* zijn.
De *Z-hoeken* met sterretjes en de *F-hoeken* zijn met rondjes aangegeven. Zie figuur 5.
Evenwijdige lijnen kunnen we herkennen aan de pijlen.



Figuur 5 – A B C D

2a Controleer door ze op te meten, of de aangegeven *Z-* en *F-hoeken* inderdaad gelijk zijn. Zie figuur 5.

b Controleer door ze op te meten, of alle *overstaande* of *X-hoeken* gelijk zijn. Zie figuur 5a t/m 5d.

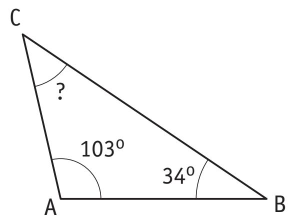
---

2 DRIEHOEKEN, SOM VAN DE HOEKEN

De som van de hoeken in een driehoek is altijd $180°$.
In een willekeurige $\triangle ABC$ geldt dus: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$. Als we twee hoeken kennen, kunnen we de derde hoek berekenen.

Vb. 1

Gegeven
In $\triangle ABC$ geldt $\angle A = 103°$ en $\angle B = 34°$. Zie figuur 6.



Figuur 6

Gevraagd
$\angle C$

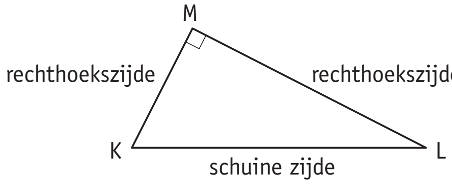
Oplossing
$\angle C = 180° - \angle A - \angle B \Rightarrow \angle C = 180° - 103° - 34° \Rightarrow \angle C = 43°$

3 In de rechthoekige driehoek geldt dat $\angle K = 64°$ en $\angle M = 90°$. Zie figuur 7.
Bereken $\angle L$.

---

3 STELLING VAN PYTHAGORAS

De rechthoekige driehoek $\triangle KLM$ is getekend. Hierin geldt $\angle M = 90°$. Zie figuur 7. De schuine zijde KL is de langste zijde. De andere twee zijden noemen we rechthoekszijden.



Figuur 7

Als twee zijden bekend zijn, kunnen we met de stelling van Pythagoras de derde zijde berekenen:

- In woorden: $\textit{rechthoekszijde}_1^2 + \textit{rechthoekszijde}_2^2 = \textit{schuine zijde}^2$
- In formulevorm: $KM^2 + LM^2 = KL^2$

Let op: De stelling van Pythagoras mogen we alleen in rechthoekige driehoeken gebruiken.

Vb. 2

Gegeven
In dezelfde driehoek geldt $KM = 17\,\text{cm}$ en $LM = 35\,\text{cm}$. Zie figuur 7.

Gevraagd
KL

Oplossing
De zijde KL is de schuine zijde die we kunnen berekenen met de stelling van Pythagoras:

$KL^2 = KM^2 + LM^2 \Rightarrow KL^2 = (17\text{ cm})^2 + (35\text{ cm})^2 \Rightarrow KL^2 = 289 + 1225 = 1514 \Rightarrow$

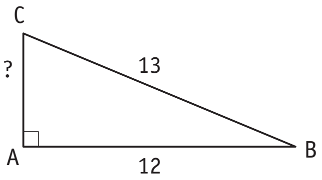
$KL = \sqrt{1514} = 38{,}9\,\text{cm}$

Conclusie
Die laatste lengte kunnen we ook sneller met onze rekenmachine berekenen. Elke wetenschappelijke rekenmachine bevat namelijk een ingebouwde Pythagoras:

Casio fx-82: $\boxed{\text{POL(}}$ [17] $\boxed{,}$ [35] $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ (let op de komma tussen 17 en 35 !

TI-30: $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{°\,'\,''}$ kies <u>R►Pr</u> $\boxed{=}$ [17] $\boxed{,}$ [35] $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ (let op de komma tussen 17 en 35 !
Let op: op deze manier kunnen we alleen de schuine zijde van een rechthoekige driehoek berekenen.

4 In een rechthoekige driehoek $\triangle ABC$ is $\angle A = 90°$, $AB = 12\,\text{cm}$ en $BC = 13\,\text{cm}$.
Zie figuur 8.



Figuur 8

a Bereken de zijde AC .

b Controleer het antwoord in de tekening.

5 In een rechthoekige driehoek $\triangle ABC$ is $\angle B = 90°$ en $\angle C = 62°$. $AB = 15\,\text{cm}$ en $BC = 8\,\text{cm}$.

a Maak een tekening op schaal.

b Bereken $\angle A$.

c Bereken de zijde AC .

d Controleer de antwoorden in de tekening.

6 In een rechthoekige driehoek $\triangle ABC$ is $\angle C = 90°$ en $\angle A = 13°$. $AB = 25\,\text{cm}$ en $BC = 7\,\text{cm}$.

a Maak een tekening op schaal.

b Bereken $\angle B$.

c Bereken de zijde AC.

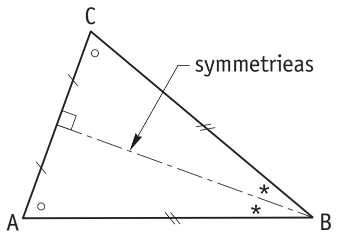
d Controleer de antwoorden in de tekening.

4 GELIJKBENIGE EN GELIJKZIJDIGE DRIEHOEKEN

In een gelijkbenige driehoek zijn twee zijden even lang en zijn de basishoeken even groot. Er is één symmetrieas. Zie figuur 9. Deze symmetrieas verdeelt de gelijkbenige driehoek in twee gelijke rechthoekige driehoeken. De symmetrieas is de deellijn van de tophoek (hier $\angle B$) en deelt de basis loodrecht middendoor.

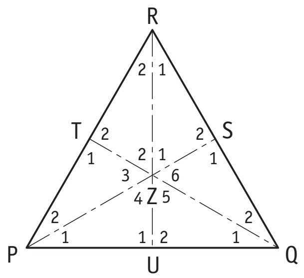
In een gelijkbenige driehoek is de symmetrieas dus tegelijkertijd:

1. deellijn van de tophoek;
2. zwaartelijn vanuit de tophoek;
3. hoogtelijn vanuit de tophoek;
4. middelloodlijn van de basis.



Figuur 9

In een gelijkzijdige driehoek zijn alle zijden even lang en de drie hoeken even groot: $\angle P = \angle Q = \angle R = 60°$.
Er zijn drie symmetrieassen. Zie figuur 10. Deze symmetrieassen hebben dezelfde eigenschappen als de symmetrieas van de gelijkbenige driehoek.



Figuur 10

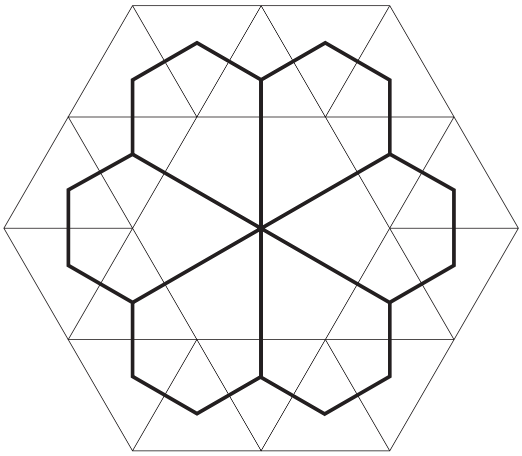
7a Neem de tekening van figuur 10 over. De symmetrieassen vanuit P, Q en R zijn respectievelijk PS, QT en RU. Zet bij het snijpunt van de symmetrieassen de letter Z .

b Welke gelijkbenige driehoeken bevat $\triangle PQR$?

c Welke rechthoekige driehoeken kun je vinden?

d Bereken de grootte van alle hoeken.

8 Tegelpatronen komen in allerlei variaties voor. Een stukje van het duale *tegelpatroon van Caïro* is getekend. Zie figuur 11. Duaal betekent in dit verband dat het patroon niet helemaal regelmatig is.



Figuur 11

a Hoeveel gelijkzijdige driehoeken zijn er getekend?

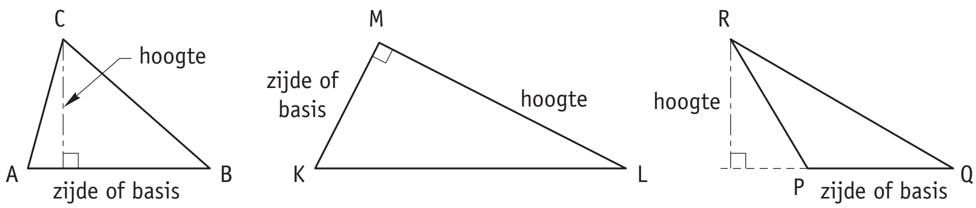
b Hoeveel zijn er van elke grootte?

c Hoe groot zijn de hoeken?

5 DE OPPERVLAKTE VAN EEN DRIEHOEK

In een willekeurige driehoek kunnen we de oppervlakte als volgt berekenen: oppervlakte driehoek is halve basis maal hoogte.
In formulevorm:

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$



Figuur 12

Met de hoogte bedoelen we de afstand van het hoekpunt tegenover de zijde die we gebruiken als basis, tot die basis. Zie figuur 12. We spreken ook wel van de hoogtelijn. Bij een rechthoekige driehoek kiezen we één van de rechthoekszijden als hoogtelijn. Bij een stomphoekige driehoek valt de hoogtelijn buiten de driehoek als we hem tekenen vanuit één van de scherpe hoeken.

Vb. 1

In figuur 12 zijn in $\triangle PQR$ de basis en de hoogte bekend. Basis $PQ = 10\,\text{cm}$ en de hoogte $12\,\text{cm}$.
Bereken de oppervlakte van de driehoek.

Gegeven
$b = 10\,\text{cm}, h = 12\,\text{cm}$

Gevraagd
A

Oplossing
$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h \Rightarrow A = \frac{1}{2} \times 10\,\text{cm} \times 12\,\text{cm} = 60\,\text{cm}^2$$

9 Zie figuur 12. $\triangle ABC$ heeft een basis van $13\,\text{cm}$, terwijl de hoogte $9\,\text{cm}$ is.
Bereken de oppervlakte.

10 De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $72\,\text{cm}^2$, terwijl de basis een lengte heeft van $18\,\text{cm}$. Bereken de hoogte.

11 Van $\triangle PQR$ is bekend dat de basis $7\,\text{cm}$ is, terwijl de hoogte $6\,\text{cm}$ is. Bereken de oppervlakte.

12 Van een driehoek is gegeven dat de oppervlakte $18,4\,\text{cm}^2$ is, terwijl de hoogte $6,4\,\text{cm}$ is. Bereken de basis.

13 Een gelijkbenige driehoek $\triangle ABC$ heeft een tophoek van $22°$. De hoogte van deze driehoek is $10,4\,\text{cm}$. De oppervlakte is $17,68\,\text{cm}^2$.

a Bereken de grootte van de basishoeken.

b Bereken de basis.

c Bereken de lengte van de overige zijden van de driehoek.

Antwoorden

1a 40°;120°
b 110°, stomp;35°, scherp
90°, recht;45°, scherp
30°, scherp;90°, recht
c 70°, scherp; 55°, scherp
135°, stomp;60°, scherp

2a Zie figuur 5a: hoek 4 = hoek 6
Zie figuur 5b: hoek 4 = hoek 6
Zie figuur 5c: hoek 3 = hoek 8 = hoek 12
Zie figuur 5d: hoek 4 = hoek 8
b Zie figuur 5a: hoek 1 = hoek 3; hoek 2= hoek 4; hoek 5= hoek 7 en hoek 6 = hoek 8
Zie figuur 5b: hoek 1 = hoek 3 ; hoek 2 = hoek 4 ; hoek 5 = hoek 7 en hoek 6 =hoek 8
Zie figuur 5c: hoek 1 = hoek 4 ; hoek 2 = hoek 3 ; hoek 5 = hoek 7 ; hoek 6 = hoek 8 ;
hoek 9 = hoek 11 en hoek 10 = hoek 12
Zie figuur 5d: hoek 1 = hoek 3 ; hoek 2 = hoek 4 ; hoek 5 = hoek 7 en hoek 6 = hoek 8

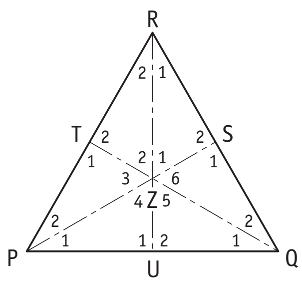
3 $\angle L = 26°$

4a $AC = 5$
b Zie figuur 7.

5a Tekening
b $\angle A = 28°$
c $AC = 17\,\text{cm}$
d -

6a Tekening
b $\angle B = 77°$
c $AC = 24\,\text{cm}$
d -

7a Zie tekening.



Figuur 13

b PQZ, QRZ, PRZ
c $PTZ, PUZ, QSZ, QUZ, RSZ, RTZ$
d $\angle P_1 = \angle P_2 = \angle Q_1 = \angle Q_2 = \angle R_1 = \angle R_2 = 30°$

$\angle U_1 = \angle U_2 = \angle S_1 = \angle S_2 = \angle T_1 = \angle T_2 = 90°$

$\angle Z_1 = \angle Z_2 = \angle Z_3 = \angle Z_4 = \angle Z_5 = \angle Z_6 = 60°$

8a 20
b 18 kleine en 2 grote
c 60°

9 $A = 58,5 \text{ cm}^2$

10 $h = 8 \text{cm}$

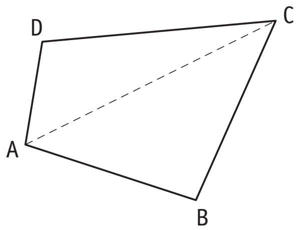
11 $A = 21 \text{cm}^2$

12 $b = 5,75 \text{ cm}$

13a basishoek = 79°
b $b = 3,4 \text{cm}$
c schuine zijde = 10,5 cm

4 Vierhoeken

1 VIERHOEKEN

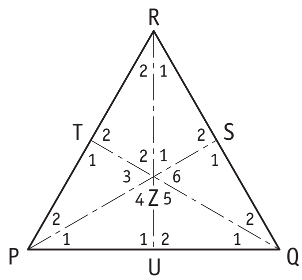


Figuur 1

De hoeken van een vierhoek zijn samen 360° . Dit is gemakkelijk te zien als we in de vierhoek een diagonaal trekken: we krijgen dan twee driehoeken. Zie figuur 1. Van een driehoek weten we immers dat de som van de hoeken 180° is.

Oefeningen

1



Figuur 2

a Welke vierhoeken bevat de gelijkzijdige driehoek PQR in figuur 2?

b Bereken van deze vierhoeken ook de grootte van de hoeken.

We gaan de volgende vierhoeken behandelen:

1. rechthoek
2. vierkant
3. parallellogram
4. ruit
5. vlieger
6. trapezium

Ingewikkelder figuren kunnen we meestal wel samenstellen uit rechthoeken, driehoeken en parallellogrammen.
We zullen zien hoe we de omtrek en de oppervlakte kunnen berekenen.

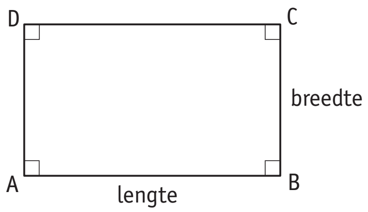
2 OPPERVLAKTE EN OMTREK VAN RECHTHOEKEN EN VIERKANTEN

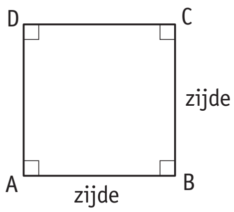
Een rechthoek is een figuur waarbij de twee tegenover elkaar liggende zijden even lang en evenwijdig aan elkaar zijn. Alle hoeken zijn 90° . Zie figuur 3a.
De oppervlakte kunnen we berekenen met lengte maal breedte. In formulevorm:
$A = l \cdot b$

De omtrek kunnen we berekenen door twee maal de lengte te nemen en twee maal de breedte hierbij op te tellen, in formulevorm: $O = 2 \cdot l + 2 \cdot b$

Een bijzonder soort rechthoek is het *vierkant*: hierbij zijn alle zijden even lang. Zie figuur 3b. Voor het berekenen van de oppervlakte geldt zijde maal zijde, of ook wel de zijde in het kwadraat. In formulevorm:
$A = z^2$

De omtrek berekenen we door viermaal de zijde te nemen, in formulevorm:
$O = 4 \cdot z$





Figuur 3 – a. Rechthoek   *b. Vierkant*

Vb. 1

Gegeven
Een rechthoek heeft een lengte van 8 cm en een breedte van 6 cm .

Gevraagd
a. Bereken de omtrek.
b. Bereken de oppervlakte.

Oplossing
a. $O = 2 \cdot l + 2 \cdot b \Rightarrow O = 2 \times 8 \text{ cm} + 2 \times 6 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$
b. $A = l \cdot b \Rightarrow A = 8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$

Oefeningen

2 Een rechthoek heeft een lengte van 12 cm en een breedte van 8 cm .
a Bereken de omtrek.

---

b Bereken de oppervlakte.

---

3 De oppervlakte van een rechthoek is 49,2 cm^2 , terwijl de breedte 4,1 cm is.
a Bereken de lengte.

---

b Bereken de omtrek.

---

4 De omtrek van een rechthoek is 35,6 cm . De breedte is 6,2 cm .
a Bereken de lengte.

---

b Bereken de oppervlakte.

---

5 Een vierkant heeft een zijde van $13\,\mathrm{cm}$.
a Bereken de omtrek.

b Bereken de oppervlakte.

6 Een vierkant heeft een omtrek van $32{,}8\,\mathrm{cm}$.
a Bereken de lengte van de zijde.

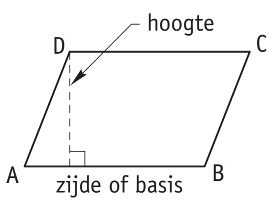
b Bereken de oppervlakte.

7 Een vierkant heeft een oppervlakte van $123{,}21\,\mathrm{cm}^2$.
a Bereken de lengte van de zijde.

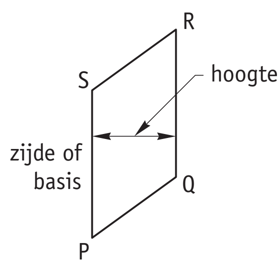
b Bereken de omtrek.

3 OPPERVLAKTE PARALLELLOGRAM, RUIT EN VLIEGER

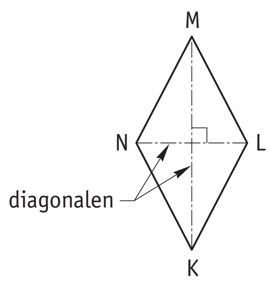
Een parallellogram is een vierhoek waarbij de zijden die tegenover elkaar liggen, gelijk en evenwijdig zijn. De overstaande hoeken zijn gelijk. Zie figuur 4a en figuur 4b. De oppervlakte van een parallellogram berekenen we met basis maal de hoogte. In formulevorm: $A = b \cdot h$



Figuur 4 – a. Parallellogram



b. Parallellogram



c. Ruit

Een ruit is een bijzondere vorm van een parallellogram. Zie figuur 4c:

a. Alle zijden zijn even lang.
b. De diagonalen staan loodrecht op elkaar en delen elkaar doormidden.

De oppervlakte van een ruit kunnen we op twee manieren berekenen:

1. met de formule voor de oppervlakte van een parallellogram;

2. met de formule: $A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$

Deze formule kan ook worden gebruikt voor de berekening van de oppervlakte van een vlieger. Ook hier staan de diagonalen loodrecht op elkaar.

Vb. 2

Gegeven
Voor het parallellogram in figuur 4a geldt dat de basis 24 cm en de hoogte 4 cm is.

Gevraagd
Bereken de oppervlakte.

Oplossing
$A = b \cdot h \Rightarrow A = 24\,\text{cm} \times 4\,\text{cm} = 96\,\text{cm}^2$

Oefeningen

8 Voor het parallellogram in figuur 4a geldt dat de basis 12 cm en de hoogte 7 cm is. Bereken de oppervlakte.

---

9 Een parallellogram heeft een oppervlakte van $102\,\text{cm}^2$. De hoogte is $12\,\text{cm}$. Bereken de basis.

---

10 Een parallellogram heeft een oppervlakte van $31{,}92\,\text{cm}^2$. De basis is $7{,}6\,\text{cm}$. Bereken de hoogte.

---

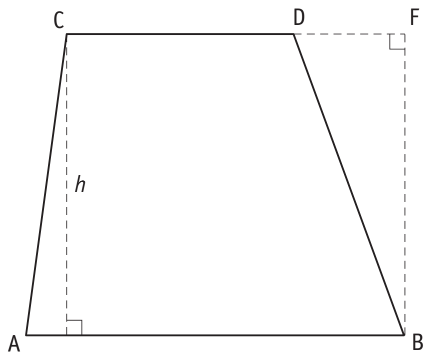
11 Van een ruit zijn de diagonalen respectievelijk 8 cm en 1,2 dm lang.
Bereken de oppervlakte in cm^2.

12 Een vlieger heeft een diagonaal van 24 cm en een oppervlakte van 144 cm^2.
Bereken de lengte van de andere diagonaal.

13 Een ruit heeft een oppervlakte van 20,14 cm^2. De langste diagonaal is 7,6 cm.
Bereken de kortste diagonaal.

4 OPPERVLAKTE TRAPEZIUM

Als laatste vierhoek bekijken we het trapezium. Zie figuur 5.



Figuur 5

De oppervlakte van een trapezium kunnen we berekenen met de formule:

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (AB + CD)$$

Vb. 3

Gegeven
Voor het trapezium van figuur 5 geldt: $AB = 5\,\text{cm}$; $CD = 3\,\text{cm}$; $h = 4\,\text{cm}$

Gevraagd
Bereken de oppervlakte.

Oplossing

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (AB + CD) \Rightarrow A = \frac{1}{2} \times 4 \text{ cm} \times (5 \text{ cm} + 3 \text{ cm}) = 16\,\text{cm}^2$$

Oefeningen

14 Voor het trapezium van figuur 5 geldt: $AB = 6\,\text{cm}$; $CD = 3,1\,\text{cm}$; $h = 3,0\,\text{cm}$.
Bereken de oppervlakte.

---

15 Het in figuur 5 weergegeven trapezium heeft een oppervlakte van $15,2\,\text{cm}^2$.
De hoogte is $3,8\,\text{cm}$ en $CD = 2,9\,\text{cm}$. Bereken AB .

---

16 De oppervlakte van figuur 5 is $74,75\,\text{cm}^2$. Verder is gegeven dat $AB = 14,2\,\text{cm}$ en $CD = 8,8\,\text{cm}$.
Bereken de hoogte.

---

17 De oppervlakte van het trapezium in figuur 5 is $300\,\text{cm}^2$. Verder is gegeven dat de hoogte $12\,\text{cm}$ is en $AB = 3,2\,\text{dm}$. Bereken de lengte CD in cm.

Antwoorden

1a $RTZS$; $PTZU$; $QSZU$
b $\angle P = \angle R = \angle Q = 60°$ $\angle T_1 = \angle T_2 = \angle S_1 = \angle U_1 = \angle S_2 = \angle U_2 = 90°$
$\angle Z_{1,2} = \angle Z_{3,4} = \angle Z_{5,6} = 120°$

2a 40 cm
b 96 cm^2

3a 12 cm
b 32,2 cm

4a 11,6 cm
b 71,92 cm^2

5a 52 cm
b 169 cm^2

6a 8,2 cm
b 67,24 cm^2

7a 11,1 cm
b 44,4 cm

8 84 cm^2

9 8,5 cm

10 4,2 cm

11 48 cm^2

12 12 cm

13 5,3 cm

14 13,65 cm^2

15 5,1 cm

16 6,5 cm

17 18 cm

5 Dichtheid algemeen

1 DICHTHEID

Niet alle voorwerpen van hetzelfde materiaal hebben dezelfde massa. Hoe groter het volume van het voorwerp, hoe groter de massa.

Grootheid	*Eenheid*	*Symbool*	*Meetwaarden*				
massa	g	m	125	195	280	380	500
volume	cm^3	V	16	25	36	49	64
dichtheid	g/cm^3	$\rho = m/V$	7,8	7,8	7,8	7,8	7,8

Tabel 1 – Massa en volume van staalblokjes

In de tabel staan de meetresultaten van een experiment waarbij we de massa en het volume van een aantal staalblokjes hebben gemeten. Zie tabel 1. We zien in de tabel dat het quotiënt van massa en volume steeds dezelfde waarde 7,8 g/cm^3 oplevert. Dit betekent dat massa en volume evenredig zijn. De evenredigheidsconstante noemen we de dichtheid, met symbool ρ . ρ is de Griekse letter rho.
Voor de dichtheid geldt de formule:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (1)$$

ρ	de dichtheid	kg/m^3
m	de massa	kg
V	het volume	m^3

In het voorbeeld is de eenheid van dichtheid g/cm^3 . In het SI-stelsel is de eenheid van massa kg en de eenheid van volume m^3 . De SI-eenheid van dichtheid is dan kg/m^3 . Andere eenheden die we kunnen tegenkomen zijn g/cm^3 (=g/ml) en kg/dm^3 (=kg/l) .

Verschillende materialen hebben verschillende dichtheden. Waarden daarvoor kunnen we vinden in een tabellenboek. In een tabellenboek staat meestal bovenaan de tabel welke eenheid gebruikt is. Als boven aan de tabel '$\times 10^3$ kg/m^3' staat, moeten we alle tabelwaarden vermenigvuldigen met 10^3. De dichtheid van aluminium is bijvoorbeeld $2,70 \cdot 10^3$ kg/m^3.
We kunnen formule 1 ook in een andere vorm schrijven:

$$m = \rho \cdot V \qquad (2)$$

Deze vorm is erg handig als we de massa moeten uitrekenen van een voorwerp waarvan we het volume kennen. Deze formule bestaat ook in een uitgebreidere vorm wanneer het gaat om gassen en dampen, de zogenaamde massaformule.

!

- **Vroeger noemden we de dichtheid soortelijke massa of soortelijk gewicht.**
- **De dichtheid hangt af van de temperatuur. Dat komt doordat het volume verandert als de temperatuur verandert. In de meeste tabellenboeken wordt de dichtheid van vaste stoffen en vloeistoffen gegeven bij 288 K (15 °C). Bij gassen, en in mindere mate bij vloeistoffen, is de dichtheid ook nog afhankelijk van de druk.**
- **ρ is ook het symbool voor soortelijke weerstand.**

Vb. 1

Druk de dichtheid van aluminium uit in g/cm^3 en in kg/dm^3.

Gegeven

$\rho_{\text{aluminium}} = 2,70 \cdot 10^3$ kg/m^3 (Zie tabellenboek.)

Gevraagd

$\rho_{\text{aluminium}} = \ldots$ g/cm^3
$\rho_{\text{aluminium}} = \ldots$ kg/dm^3

Oplossing

$$\rho_{\text{aluminium}} = 2,70 \cdot 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2,70 \cdot 10^3 \times \frac{10^3\ \text{g}}{10^6\ \text{cm}^3} = 2,70\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{aluminium}} = 2,70 \cdot 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2,70 \cdot 10^3 \times \frac{1\ \text{kg}}{10^3\ \text{dm}^3} = 2,70\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Vb. 2

Een metalen staaf heeft een volume van $0,035\ \text{m}^3$ en een massa van $300\ \text{kg}$. Van welk metaal zou de staaf gemaakt kunnen zijn?

Gegeven

$m = 300\ \text{kg}$
$V = 0,035\ \text{m}^3$

Gevraagd

Welk metaal?

Oplossing

Om deze vraag te kunnen beantwoorden, berekenen we eerst de dichtheid van het metaal. Daarna zoeken we in een tabel op welk metaal die dichtheid heeft.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{300\ \text{kg}}{0,035\ \text{m}^3} = 8571\ \text{kg/m}^3 = 8,6 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$$

De tabelwaarde die hier het dichtst bij ligt, is de dichtheid van nikkel: $8,5 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$. De staaf is dus waarschijnlijk van nikkel gemaakt.

Vb. 3

Bereken de massa van een messing plaat met een lengte van $2000\ \text{mm}$, een breedte van $700\ \text{mm}$ en een dikte van $4\ \text{mm}$.

Gegeven

$l = 2000\ \text{mm}$, $b = 700\ \text{mm}$, $d = 4\ \text{mm}$
$\rho_{\text{messing}} = 8,4 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$ (Zie tabellenboek.)

Gevraagd

m

Oplossing

In de techniek is het gebruikelijk om lengtematen op te geven in millimeter. Omdat in tabellenboeken de dichtheid in kg/m^3 wordt gegeven, moeten we de lengtematen eerst omrekenen naar meter.
$l = 2000\ \text{mm} = 2,000\ \text{m}$, $b = 700\ \text{mm} = 0,700\ \text{m}$, $d = 4\ \text{mm} = 0,004\ \text{m}$
$V = l \cdot b \cdot d \Rightarrow V = 2,000\ \text{m} \times 0,700\ \text{m} \times 0,004\ \text{m} = 0,0056\ \text{m}^3$
$m = \rho \cdot V \Rightarrow m = 8,4 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 \times 0,0056\ \text{m}^3 = 47\ \text{kg}$

Oefeningen

1 Zoek in je tabellenboek de dichtheden op van aluminium, goud, benzine en lucht. Noteer ook bij welke temperatuur en druk (voor lucht) deze dichtheden gelden.

2 Een staaf kunststof heeft een volume van $500\ cm^3$ en een massa van $600\ g$. Bereken de dichtheid van de kunststof in kg/m^3 .

3 Een stalen plaat heeft een lengte van $2500\,mm$, een breedte van $1250\,mm$ en een dikte van $3\,mm$.
Volgens de Arbowet mogen we maximaal $25\ kg$ zonder hulpmiddelen tillen.
Mag je deze plaat met 2 personen zonder hulpmiddelen tillen?

4 Een vloeistof heeft een volume van $25\ ml$ en een massa van $21\ g$. Bereken de dichtheid van de vloeistof in kg/m^3 .

5 Een koperen bol met een diameter (middellijn) van 24 cm heeft een massa van 50 kg .
Is de bol massief?
Het volume van een bol kunnen we berekenen met de formule $V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$.

6 Een messing plaat heeft een massa van 20 kg .
Bereken het volume van de plaat.

7 Bij een bedrijf wordt een lading staalplaten afgeleverd. De platen van 2 m × 1 m zijn 30 mm dik. De leverancier heeft ze per 10 platen op een pallet gebundeld. We vragen ons af of de beschikbare heftruck met een hefvermogen van 2500 kg deze platen kan lossen.

a Bereken de massa van de staalplaten.

b Kan de heftruck de pallet met staalplaten lossen?

Antwoorden

1 Aluminium: $2,7 \cdot 10^3$ kg/m^3 (288 K)

Goud: $19,3 \times 10^3$ kg/m^3 (288 K)

Benzine: $0,72 \cdot 10^3$ kg/m^3 (288 K)

Lucht: $1,29$ kg/m^3 (273 K, $101,3$ kPa)

2 $1200\,\mathrm{kg/m^3}$

3 De plaat weegt $73,1$ kg . Je mag deze plaat niet met twee personen zonder hulpmiddelen tillen.

4 840 kg/m^3

5 De bol is niet massief.

6 $2,38 \cdot 10^{-3}$ m^3

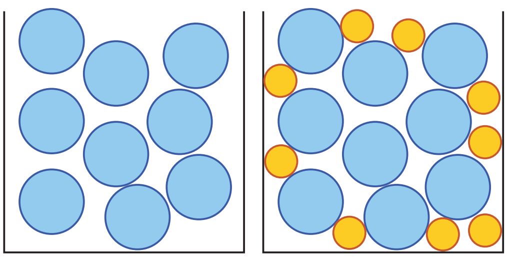
7a 4740 kg

b De heftruck kan de pallet met staalplaten niet lossen.

6 Dichtheid van mengsels en legeringen

1 THEORIE

Als we verschillende stoffen mengen, ontstaat een mengsel. Bij metalen spreken we van een legering. Na het mengen is de totale massa gelijk aan de som van de massa's van de afzonderlijke bestanddelen. Het totale volume is echter vaak kleiner dan de som van de afzonderlijke volumes. Als we zand en grind mengen, zullen de fijnere zandkorrels geheel of gedeeltelijk de ruimte tussen de grindstenen opvullen. Het figuur toont een voorbeeld van dat effect. Zie figuur 1. Bij kleine hoeveelheden zand is totale volume gelijk aan het volume van het grind. De zandkorrels passen nog in de vrije ruimtes tussen de grindstenen. Bij grotere hoeveelheden zand zal het volume wel groter worden, maar nooit gelijk aan de som van de oorspronkelijke volumes.
Als we 100 ml water mengen met 100 ml alcohol is het totale volume kleiner dan 200 ml. Bij het mengen gebruiken de kleinere watermoleculen gedeeltelijk de vrije ruimte tussen de grotere alcoholmoleculen. Het totale volume is hierdoor kleiner dan de som van de afzonderlijke volumes. We noemen dat verschijnsel volumecontractie.



Figuur 1 – Mengen van grote en kleine deeltjes

We kunnen de dichtheid ρ van een mengsel berekenen met de formule:

$$\rho = \frac{m_{totaal}}{V_{totaal}}$$

Hierin is m_{totaal} de totale massa van het mengsel en V_{totaal} het totale volume. Als we opvuleffecten en volumecontractie verwaarlozen, is het totale volume gelijk aan de som van de volumes van de verschillende bestanddelen. Voor de dichtheid geldt dan de formule:

$$\rho = \frac{\Sigma m}{\Sigma V} \qquad (1)$$

Hierin is Σm de som van de massa's van de bestanddelen in kg en ΣV de som van de volumes van de bestanddelen in m^3 . Σ (Griekse hoofdletter sigma) is het gebruikelijke symbool voor een sommatie. In dit onderwerp zullen we vaak de massa in gram uitdrukken en het volume in cm^3 of liter (1 liter = 1 dm^3).

De volgende omrekeningen komen regelmatig voor:

$1\ g = 1 \cdot 10^{-3}\ kg$

$1\ cm^3 = 1 \cdot 10^{-6}\ m^3$

$1\ liter = 1\ dm^3 = 1 \cdot 10^{-3}\ m^3$.

2 LEGERINGEN

Vb. 1

We maken een legering van 60 g koper en 30 g zink.
Bereken de dichtheid van de legering.

Gegeven

$m_{koper} = 60\ g$; $m_{zink} = 30\ g$

$\rho_{koper} = 8,9 \cdot 10^3\ kg/m^3$ (zie tabellenboek); $\rho_{zink} = 7,2 \cdot 10^3\ kg/m^3$ (zie tabellenboek)

Gevraagd

$\rho_{legering}$

Oplossing

$\rho_{koper} = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 8,9 \text{ g/cm}^3$; $\rho_{zink} = 7,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 7,2 \text{ g/cm}^3$

$$\rho_{koper} = \frac{m_{koper}}{V_{koper}} \Rightarrow 8,9 \text{ g/cm}^3 = \frac{60 \text{ g}}{V_{koper}} \Rightarrow V_{koper} = \frac{60}{8,9} = 6,74 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{zink} = \frac{m_{zink}}{V_{zink}} \Rightarrow 7,2 \text{ g/cm}^3 = \frac{30 \text{ g}}{V_{zink}} \Rightarrow V_{zink} = \frac{30}{7,2} = 4,17 \text{ cm}^3$$

$$\Sigma m = m_{koper} + m_{zink} \Rightarrow m_{legering} = 60 \text{ g} + 30 \text{ g} = 90 \text{ g}$$

$$\Sigma V = V_{koper} + V_{zink} \Rightarrow V_{totaal} = 6,74 \text{ cm}^3 + 4,17 \text{ cm}^3 = 10,91 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{legering} = \frac{\Sigma m}{\Sigma V} = \frac{90 \text{ g}}{10,91 \text{ cm}^3} = 8,25 \text{ g/cm}^3$$

Oefeningen

1 We maken een legering van 100 g zilver en 200 g tin.
Bereken de dichtheid van deze legering.

2 We mengen 1,0 liter aceton met 1,5 liter water.
Bereken de dichtheid van het mengsel in kg/dm^3. Neem aan dat er geen volumecontractie optreedt.

3 MASSAPERCENTAGE EN VOLUMEPERCENTAGE

Om de samenstelling van mengsels en legeringen aan te geven gebruiken we in de praktijk regelmatig de grootheden massapercentage en volumepercentage. Het massapercentage van een bestanddeel kunnen we berekenen met de formule:

$$massa\,\% = \frac{m_{bestanddeel}}{\Sigma m} \times 100\%$$

Het volumepercentage berekenen we met de formule:

$$volume\,\% = \frac{V_{\text{bestanddeel}}}{\Sigma V} \times 100\%$$

Vb. 2

We maken een legering van 80 g koper en 40 g zink.
Bereken het volumepercentage zink in deze legering.

Gegeven

$m_{\text{koper}} = 80\ \text{g}\,;\ m_{\text{zink}} = 40\ \text{g}$

$\rho_{\text{koper}} = 8,9 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3\,;\ \rho_{\text{zink}} = 7,2 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$

Gevraagd

Volumepercentage zink

Oplossing

$\rho_{\text{koper}} = 8,9 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 = 8,9\ \text{g/cm}^3\,;\ \rho_{\text{zink}} = 7,2 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 = 7,2\ \text{g/cm}^3$

$$\rho_{\text{koper}} = \frac{m_{\text{koper}}}{V_{\text{koper}}} \Rightarrow 8,9\ \text{g/cm}^3 = \frac{80\ \text{g}}{V_{\text{koper}}} \Rightarrow V_{\text{koper}} = \frac{80}{8,9} = 8,99\ \text{cm}^3$$

$$\rho_{\text{zink}} = \frac{m_{\text{zink}}}{V_{\text{zink}}} \Rightarrow 7,2\ \text{g/cm}^3 = \frac{40\ \text{g}}{V_{\text{zink}}} \Rightarrow V_{\text{zink}} = \frac{40}{7,2} = 5,56\ \text{cm}^3$$

$$\Sigma V = V_{\text{koper}} + V_{\text{zink}} \Rightarrow \Sigma V = 8,99\ \text{cm}^3 + 5,56\ \text{cm}^3 = 14,55\ \text{cm}^3$$

$$volume\,\% = \frac{V_{\text{zink}}}{\Sigma V} \times 100\% \Rightarrow volume\,\% = \frac{5,56\ \text{cm}^3}{14,55\ \text{cm}^3} \times 100\% = 38,2\%$$

3 We legeren 50 g goud met 100 g zilver.

a Bereken het massapercentage goud in deze legering.

---

b Bereken het volumepercentage goud in deze legering.

---

4 In een lood-zinklegering is het massapercentage zink 27%. Bereken de dichtheid van deze legering.
Aanwijzing: ga uit van 100 gram legering.

4 MENGSELS

Vb. 3

Accuzuur is een mengsel van de vloeistoffen zwavelzuur en water. De dichtheid van accuzuur is $1,28\ \text{kg/liter}$.
Bereken hoeveel liter zwavelzuur we toe moeten voegen aan een liter water om accuzuur te krijgen.
De dichtheid van zwavelzuur is $1,8\ \text{kg/liter}$. Neem aan dat er bij het mengen geen volumecontractie optreedt.

Gegeven

$V_{\text{water}} = 1\ \text{liter}$

$\rho_{\text{accuzuur}} = 1,28\ \text{kg/liter}$; $\rho_{\text{zwavelzuur}} = 1,8\ \text{kg/liter}$; $\rho_{\text{water}} = 1\ \text{kg/liter}$

Gevraagd

$V_{\text{zwavelzuur}}$

Oplossing

$m_{\text{water}} = \rho_{\text{water}} \cdot V_{\text{water}} \Rightarrow m_{\text{water}} = 1\ \text{kg/liter} \times 1\ \text{liter} = 1\ \text{kg}$

$m_{\text{zwavelzuur}} = \rho_{\text{zwavelzuur}} \cdot V_{\text{zwavelzuur}} \Rightarrow m_{\text{zwavelzuur}} = 1,8\ \text{kg/liter} \times V_{\text{zwavelzuur}} =$
$1,8 \times V_{\text{zwavelzuur}}$

$\Sigma m = 1 + 1,8 \times V_{\text{zwavelzuur}}$

$\Sigma V = 1 + V_{\text{zwavelzuur}}$

$$\rho_{\text{accuzuur}} = \frac{\Sigma m}{\Sigma V} \Rightarrow 1,28 = \frac{1 + 1,8 \times V_{\text{zwavelzuur}}}{1 + V_{\text{zwavelzuur}}} \Rightarrow$$

$1,28 + 1,28 \times V_{\text{zwavelzuur}} = 1 + 1,8 \times V_{\text{zwavelzuur}} \Rightarrow$

$1,28 - 1 = 1,8 \times V_{\text{zwavelzuur}} - 1,28 \times V_{\text{zwavelzuur}} \Rightarrow 0,28 = 0,52 \times V_{\text{zwavelzuur}} \Rightarrow$

$$V_{\text{zwavelzuur}} = \frac{0,28}{0,52} = 0,538\ \text{liter}$$

5 Spiritus is een mengsel van alcohol en water. Het volumepercentage alcohol in spiritus is 80%.
Bereken de dichtheid van spiritus in kg/dm^3.

6 We willen een mengsel van aceton en water maken met een dichtheid van $0,92$ kg/liter. We hebben $1,0$ liter aceton.
Bereken hoeveel dm^3 water we hier aan moeten toevoegen.

5 BIJVULLEN

Vb. 4

We vullen een emmer met een inhoud van 10 liter tot de rand met grind met een dichtheid van $1,8 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$. Er zit dan 12 kg grind in de emmer.
Bereken hoeveel liter water in de emmer gegoten kan worden tot de emmer precies vol is.

Gegeven

$\Sigma V = 10$ liter

$\rho_{\text{grind}} = 1,8 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3$

$m_{\text{grind}} = 12$ kg

Gevraagd

V_{water}

Oplossing

$$10 \text{ liter} = 10 \text{ dm}^3$$

$$\rho_{\text{grind}} = 1,8 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 = 1,8\ \text{kg/dm}^3$$

$$\rho_{\text{grind}} = \frac{m_{\text{grind}}}{V_{\text{grind}}} \Rightarrow 1,8\ \text{kg/dm}^3 = \frac{12\ \text{kg}}{V_{\text{grind}}} \Rightarrow V_{\text{grind}} = \frac{12}{1,8} = 6,67\ \text{dm}^3$$

$$\Sigma V = V_{\text{grind}} + V_{\text{water}} \Rightarrow 10\ \text{dm}^3 = 6,67\ \text{dm}^3 + V_{\text{water}} \Rightarrow$$

$$V_{\text{water}} = 10\ \text{dm}^3 - 6,67\ \text{dm}^3 = 3,33\ \text{dm}^3 = 3,33 \text{ liter}$$

7 We mengen 10 kg grind met 2 liter water en zand. Het mengsel vult alle ruimte op in een emmer van 10 liter.
Bereken hoeveel kg zand we hebben toegevoegd.
De dichtheid van grind is 1,8 kg/dm^3, van water 1 kg/dm^3 en van zand 1,6 kg/dm^3 .

8 We mengen 2,7 kg stalen fietskogeltjes met 1,0 kg glazen knikkers. Na enig schudden past het geheel in een emmertje van 1,00 liter.
Bereken hoeveel procent van de ruimte in het emmertje nog leeg is.

Antwoorden

1 $8,13\ \mathrm{g/cm^3} = 8,13 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$

2 $0,916\ \mathrm{kg/dm^3}$

3a $33,3\%$
b $78,6\%$

4 $9,82 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$

5 $0,84\ \mathrm{kg/dm^3}$

6 $1,63\ \mathrm{dm^3}$

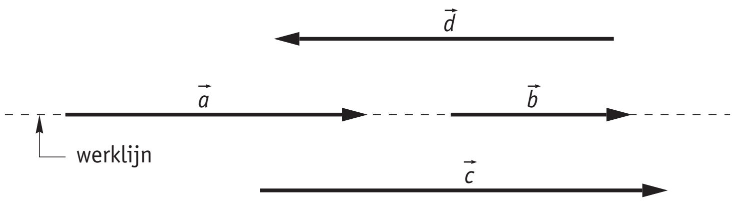
7 $2,13\ \mathrm{kg}$

8 $0,247\ \mathrm{dm^3}$

7 Grafisch samenstellen en ontbinden van vectoren

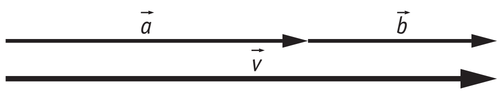
1 SAMENSTELLEN VAN VECTOREN MET DEZELFDE WERKLIJN

Vectoren stellen in de praktijk *grootheden* voor zoals: krachten, snelheden, spanningen en stromen. Een vector geef je aan met een pijltje naar rechts boven het symbool.
Twee vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ zijn getekend langs dezelfde werklijn. Zie figuur 1. Vector $\vec{c}$ is evenwijdig aan de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$, en heeft dezelfde richting. We zeggen dan dat $\vec{a}$, $\vec{b}$ en $\vec{c}$ *gelijkgericht* zijn.
Vector $\vec{d}$ is ook evenwijdig aan $\vec{a}$ en $\vec{b}$, maar *tegengesteldgericht*.

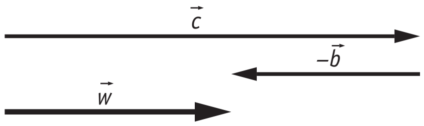


Figuur 1 – Gelijkgerichte en tegengestelde vectoren

Wanneer twee vectoren dezelfde werklijn hebben, kunnen we de vectoren optellen of aftrekken. In de volgende figuren zijn de somvector $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ en de verschilvector $\vec{w} = \vec{c} - \vec{b}$ getekend. Zie figuur 2 en figuur 3. De som- of verschilvector noemen we de resultante.



Figuur 2 – Resultante van vectoren



Figuur 3

Alle vectoren zijn op schaal getekend.

Oefeningen

1 Bepaal de grootte van $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ en $\vec{d}$ in mm . Zie figuur 1.

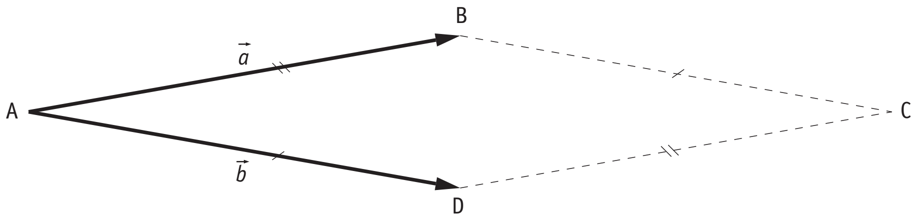
$\vec{a}$ = ... mm ; $\vec{b}$ = ... mm ; $\vec{c}$ = ... mm ; $\vec{d}$ = ... mm .

Bepaal de grootte van $\vec{v}$ en $\vec{w}$ in mm . Zie figuur 2 en 3.

$\vec{v}$ = ... mm ; $\vec{w}$ = ... mm .

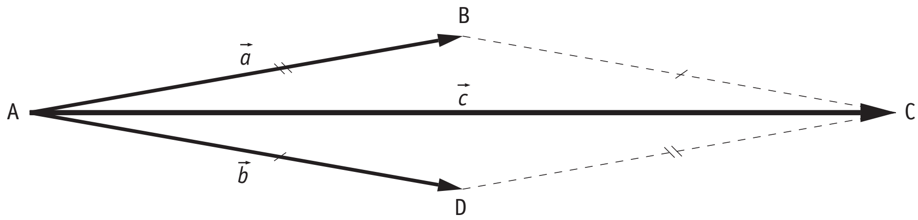
2 SAMENSTELLEN VAN VECTOREN DIE NIET EENZELFDE WERKLIJN HEBBEN

Twee vectoren die niet eenzelfde werklijn hebben, kunnen we ook samenstellen. Dit kunnen we grafisch doen met behulp van de parallellogrammethode. De vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ grijpen aan in punt *A*. Dit punt noemen we het *aangrijpingspunt*. Ook de resultante $\vec{c}$ grijpt aan in dit punt.
Dit samenstellen wordt ook wel grafisch optellen van vectoren genoemd. We tekenen een parallellogram *ABCD*, waarbij $AB = DC = \vec{a}$ en $AD = BC = \vec{b}$.



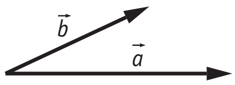
Figuur 4 – Aangrijpingspunt van vectoren

De resultante $\vec{c}$ van de optelling van $\vec{a}$ en $\vec{b}$ is de diagonaal AC van het parallellogram. Zie figuur 5. Als we de lengte van de vector opmeten en vermenigvuldigen met het verhoudingsgetal van een gegeven schaal, kunnen we de grootte van de resulterende vector $\vec{c}$ bepalen.

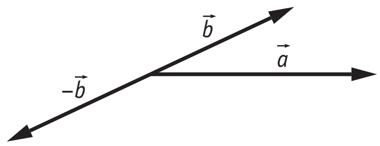


Figuur 5 – Resultante van twee vectoren

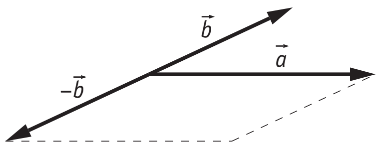
Wanneer we twee vectoren van elkaar af moet trekken, kunnen we de methode van grafisch optellen met een kleine aanpassing toepassen.
De aanpak voor de verschilvector $\vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ is getekend. Zie figuur 6, 7, 8 en 9.



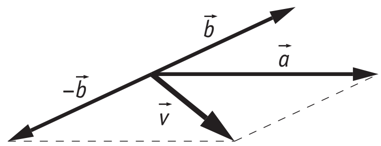
Figuur 6



Figuur 7



Figuur 8



Figuur 9

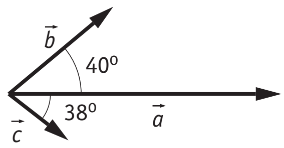
Oefeningen

2 Schrijf bij elke tekening wat je per stap moet doen. Zie figuur 6, 7, 8 en 9.
Je noemt dit dan een stappenplan voor het grafisch aftrekken van twee vectoren.

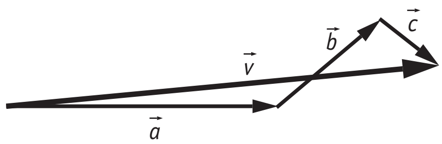
---

3 KOP-AAN-STAARTMETHODE

Als we meer dan twee vectoren moeten optellen en/of aftrekken, is de kop-aan-staartmethode handiger omdat we dan minder lijnen krijgen. Zie figuur 10. Met deze methode is de resultante $\vec{v}$ getekend, waarvoor geldt: $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. Zie figuur 11.



Figuur 10 – Optellen meer vectoren



Figuur 11 – Kop-aan-staartmethode

Oefeningen

3a Teken de resultante $\vec{v}$ met de parallellogrammethode.

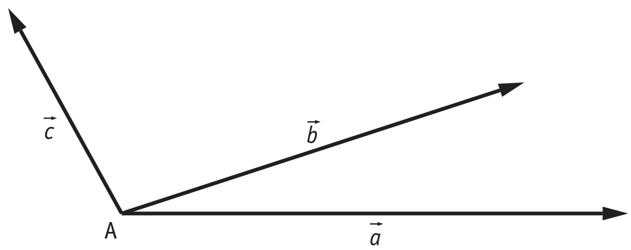
b Meet de lengte van de resultante $\vec{v}$.

---

c Leg uit wat de overeenkomst is tussen de parallellogrammethode en de kop-aan-staartmethode.

---

4 De vectoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ en $\vec{c}$ zijn getekend. Zie figuur 12.



Figuur 12 – Drie vectoren

Bepaal grafisch de grootte van de resultante van de volgende vectoren:

$\vec{v} = \vec{a} + \vec{c}$ $\quad\quad$ $\vec{v}$ = ____________ mm

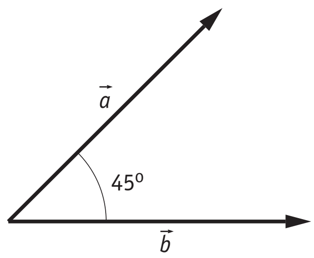
$\vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ $\quad\quad$ $\vec{v}$ = ____________ mm

$\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ $\quad\quad$ $\vec{v}$ = ____________ mm

$\vec{v} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ $\quad\quad$ $\vec{v}$ = ____________ mm

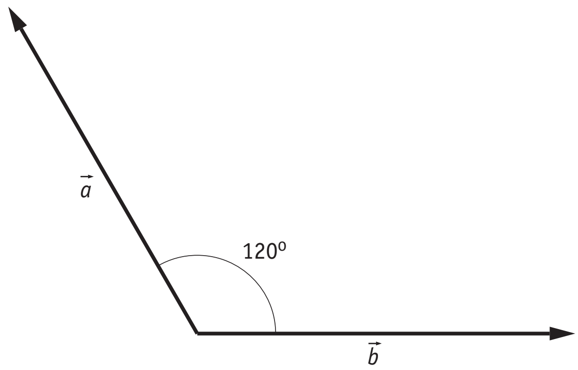
$\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ $\quad\quad$ $\vec{v}$ = ____________ mm

5 Teken de resultante $\vec{c}$ van $\vec{a} + \vec{b}$. Zie figuur 13.



Figuur 13 – Optellen van twee vectoren

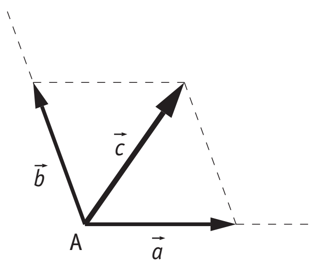
6 Teken de resultante $\vec{c}$ van $\vec{a} + \vec{b}$. Zie figuur 14.



Figuur 14 – Resultante van twee vectoren

4 ONTBINDEN VAN VECTOREN

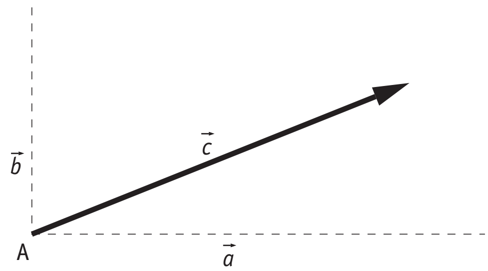
Hiervoor hebben we vectoren samengesteld. Wanneer we een gegeven vector hebben, kunnen we die ook ontbinden in twee vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ die hetzelfde aangrijpingspunt hebben. De gegeven vector $\vec{c}$ is dan de diagonaal van een parallellogram waarvan $\vec{a}$ en $\vec{b}$ de zijden zijn. Zie figuur 15. Van de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ moeten dan wel de werklijnen gegeven zijn.



Figuur 15 – Ontbinden van vectoren

Oefeningen

7 Een vector die beschouwd kan worden als de resultante van twee vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ is getekend. Zie figuur 16. De werklijnen zijn gestippeld weergegeven: $\vec{a}$ is horizontaal naar rechts gericht, $\vec{b}$ verticaal naar boven.



Figuur 16 – Vector ontbinden

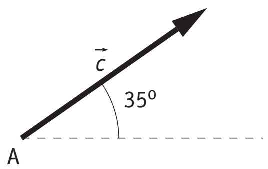
Ontbind vector $\vec{c}$ in de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$. Zie figuur 21. Schrijf je aanpak op. Bepaal de grootte van $\vec{a}$ en $\vec{b}$.

5 NOTATIE VAN VECTOREN

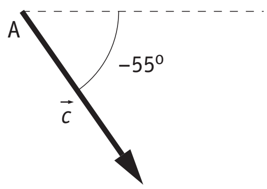
Een vector kun je als volgt noteren:

$\vec{c} = (30, 35°)$

Dit betekent dat de lengte van de vector 30 mm is en dat de vector een hoek van 35° maakt met de positieve *x*-as. De hoek is positief als hij tegen de wijzers van de klok in draait. Zie figuur 17.
$\vec{c} = (28, -55°)$ is getekend. Zie figuur 18.



Figuur 17



Figuur 18

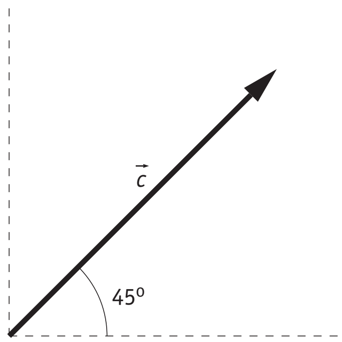
Oefeningen

8 Gegeven zijn de volgende drie vectoren:
1) $\vec{c} = (25, 68°)$
2) $\vec{c} = (21, -30°)$
3) $\vec{c} = (20, 0°)$

Voer de volgende opdrachten uit voor de drie vectoren:

a Teken vector $\vec{c}$ volgens de gegeven grootte en richting.
b Ontbind de vector $\vec{c}$ in de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ volgens horizontale en verticale werklijnen.
c Bepaal de grootte van $\vec{a}$ en $\vec{b}$ in mm .

9 Ontbind vector $\vec{c}$ in een horizontale component $\vec{a}$ en verticale component $\vec{b}$. Zie figuur 19.

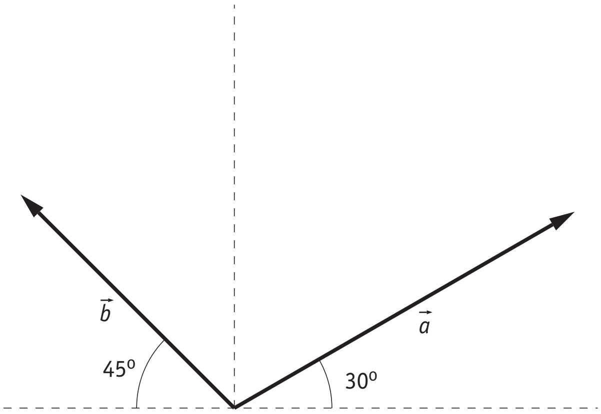


Figuur 19

Bepaal de grootte van deze componenten als geldt dat 1 cm $\triangleq$ 5 A .

$\vec{a}$ = ____________ A ; $\vec{b}$ = ______________ A .

10 Ontbind de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ in horizontale en verticale componenten. Zie figuur 20.



Figuur 20

1 cm ≙ 20 V

a Bepaal deze horizontale en verticale componenten:

$\vec{a}_h$ = ____________ V

$\vec{a}_v$ = ____________ V

$\vec{b}_h$ = ____________ V

$\vec{b}_v$ = ____________ V

b Tel de verticale componenten bij elkaar op.

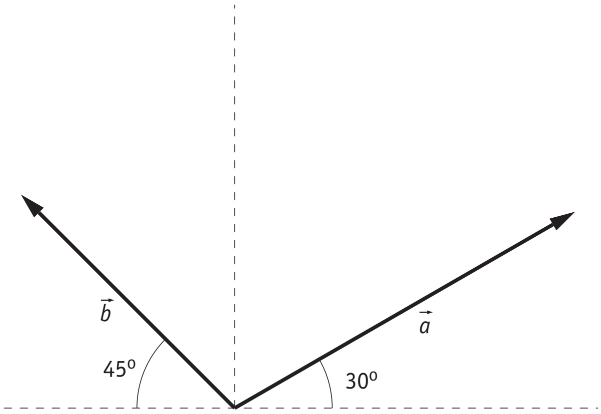
Verticaal = ______________ V.

c Tel de horizontale componenten bij elkaar op.

Horizontaal = ___________ V.

d Teken de horizontale en verticale resultante volgens de parallellogrammethode. Zie figuur 21. Bepaal de grootte van de resultante $\vec{c}$.

$\vec{c}$ = ______________ V



Figuur 21

Antwoorden

1a 40
b 25
c 55
d 45
e 65
f 30

2 Stappenplan

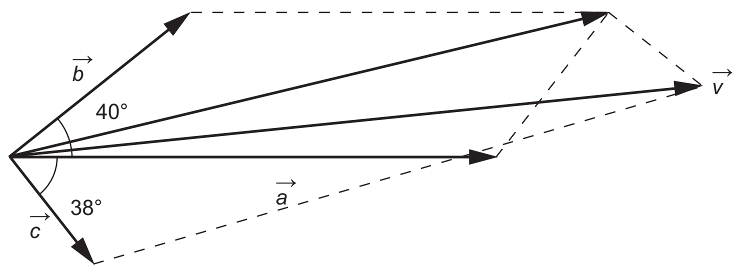
Stap 1 Teken de vectoren.

Stap 2 Teken vector $-\vec{b}$

Stap 3 Teken met $\vec{a}$ en $-\vec{b}$ een parallellogram.

Stap 4 Teken de resultante $\vec{v}$ in het parallellogram.

3a Zie figuur.

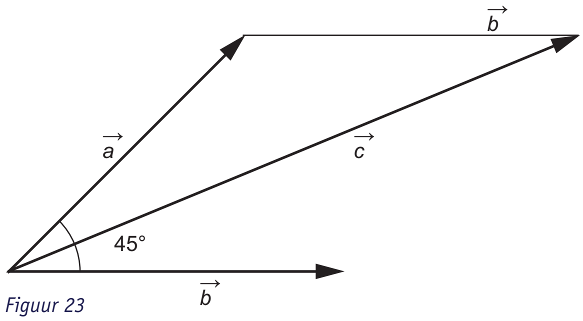


Figuur 22

b $\vec{v} = 57$ mm
c Bij de kop-aan-staartmethode worden de vectoren verschoven over de zijden van het parallellogram.

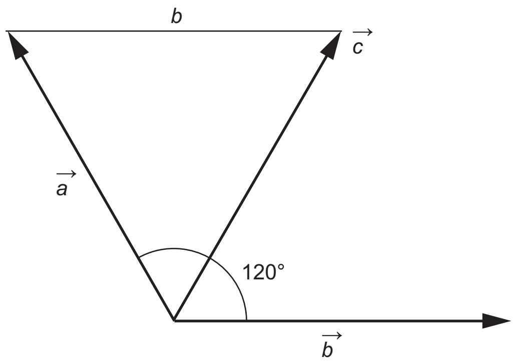
4a 11
b 1
c 17,5
d 4,5
e 10,5

5 Zie figuur.



Figuur 23

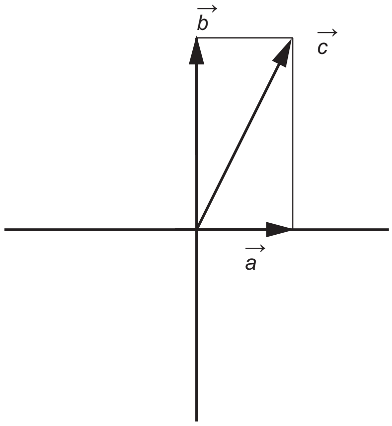
6 Zie figuur.



Figuur 24

7 $\vec{a} = 50$ mm ; $\vec{b} = 20$ mm

8a Zie figuur.

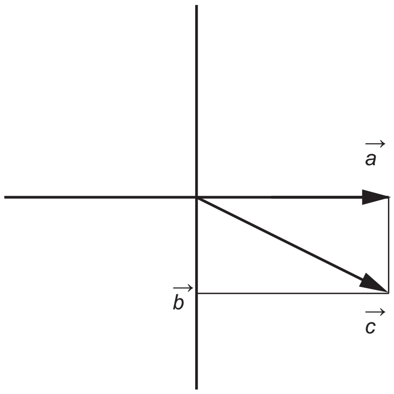


Figuur 25

$\vec{a}$ = 10

$\vec{b}$ = 23

b Zie figuur.

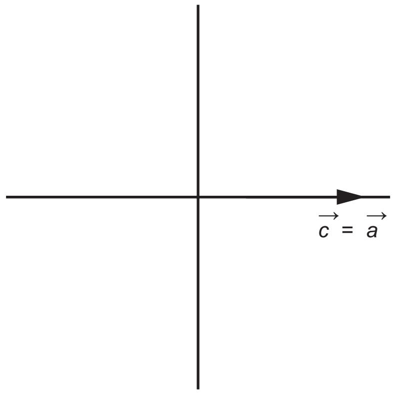


Figuur 26

$\vec{a}$ = 18

$\vec{b}$ = -10

c Zie figuur.



Figuur 27

$\vec{a} = 20$

9 17,5 A ; 17,5 A

10a 90
50
56
56

b 106

c 146

d 170

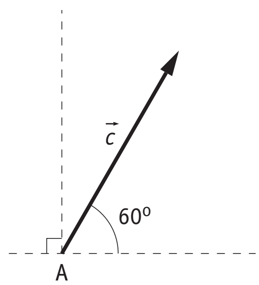
8 Rekenkundig samenstellen en ontbinden van vectoren

1 HET ONTBINDEN VAN VECTOREN DOOR BEREKENING

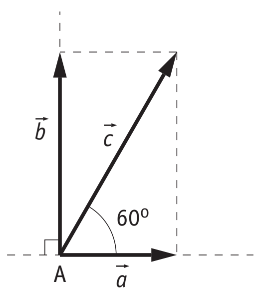
Bij het grafisch samenstellen en ontbinden van vectoren ontbinden we een vector $\vec{c}$ langs gegeven werklijnen in twee krachten $\vec{a}$ en $\vec{b}$. Met behulp van een liniaal kunnen we dan de grootte van $\vec{a}$ en $\vec{b}$ opmeten. Hier gaan we vectoren ontbinden in een horizontale en in een verticale component waarmee we verder kunnen rekenen.

Er is een vector getekend die een hoek van 60° maakt met het horizontale vlak. Zie figuur 1. Deze vector is ontbonden in een horizontale component $\vec{a}$ en een verticale component $\vec{b}$. Zie figuur 2. Hierdoor ontstaat de rechthoek *ABCD*. Zie figuur 3.

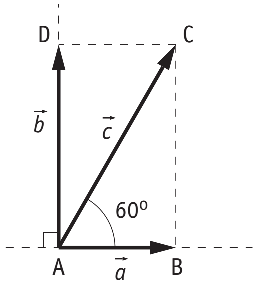
Vb. 1



Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3

We kunnen de lengte van AB en AD berekenen met de formules:

$AB: |\vec{a}| = |\vec{c}| \cdot \cos 60°$ en $AD: |\vec{b}| = |\vec{c}| \cdot \sin 60°$

In het eerste kwadrant kunnen we een vector $\vec{c}$ (die een hoek α maakt met de horizontale as) ontbinden in een horizontale component $\vec{a}$ en een verticale component $\vec{b}$. We gebruiken daarvoor de volgende formules:

› lengte horizontale component: $|\vec{a}| = |\vec{c}| \cdot \cos\alpha$ of $a = c \cdot \cos\alpha$ en

› lengte verticale component: $|\vec{b}| = |\vec{c}| \cdot \sin\alpha$ of $b = c \cdot \sin\alpha$

Vb. 2

Gegeven
Vector $\vec{c}$ grijpt aan in A. Zie figuur 1. De grootte is 600 N met een richting $\angle A = 60°$.

Gevraagd
Bereken de horizontale component $\vec{a}$ en de verticale component $\vec{b}$.

Oplossing
Lengte horizontale component: $a = c \cdot \cos\alpha \Rightarrow a = 600 \times \cos 60° = 300\,\text{N}$

Lengte verticale component: $b = c \cdot \sin\alpha \Rightarrow b = 600 \times \sin 60° = 519{,}6\ \text{N}$

Oefeningen

1 Vector $\vec{c}$ grijpt aan in A. De grootte is 450 N met een richting $\angle A = 35°$.
Gevraagd: bereken de horizontale component a en de verticale component b.

Vectoren kunnen we in poolcoördinaten of in rechthoekscoördinaten noteren. Dus oefening 1 kunnen we als volgt noteren: $\vec{c} = (450\angle 35°)$ N = (368,6 ; 258,1) N
$\vec{c} = (450\angle 35°)$ N is de notatie in poolcoördinaten en $\vec{c}$ = (368,6 ; 258,1) N is de notatie in rechthoekscoördinaten.

De hiervoor behandelde methode werkt goed in het eerste kwadrant. In de overige kwadranten werkt deze methode minder eenvoudig. We gaan dan ook over op het ontbinden met onze rekenmachine.
We kunnen met onze rekenmachine op een eenvoudige manier poolcoördinaten omzetten in rechthoekscoördinaten.

Vb. 3 Reken $\vec{c} = (450\angle 35°)$ N om in rechthoekscoördinaten.

Met de CASIO fx-82 MS:

Horizontale component   SHIFT REC(4 5 0 , 3 5) = 368,6

Verticale component   RCL F 2 5 8 , 1

Met de TI-30 X:

Horizontale component   2nd R ↔ P P►Rx = 4 5 0 2nd , 3 5) = 368,6

Verticale component   2nd R ↔ P P►Rx = 4 5 0 2nd , 3 5) = 258,1

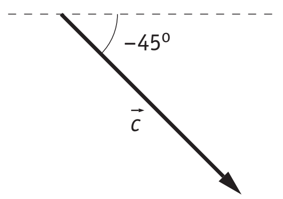
Resultaat: $\vec{c} = (450\angle 35°)$ N = (368,6 ; 258,1) N

De volgende opdrachten zullen we steeds uitwerken met de CASIO fx-82 MS.

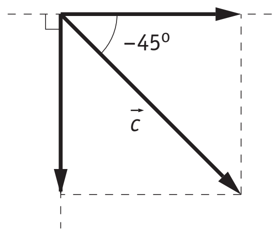
Oefeningen

2 Reken $\vec{c} = (550\angle 70°)$ N om in rechthoekscoördinaten.

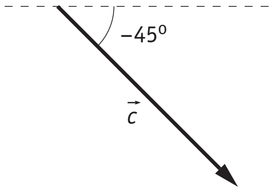
3 Reken $\vec{c} = (400\angle -45°)$ N om in rechthoekscoördinaten.



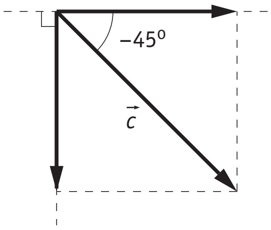
Figuur 4a



Figuur 4b



Figuur 5



Figuur 6

4 Reken $\vec{c} = (340\angle 225°)\,N$ om in rechthoekscoördinaten.

5 Reken $\vec{c} = (600\angle 210°)\,N$ om in rechthoekscoördinaten.

6 Reken $\vec{c} = (500\angle -30°)\,N$ om in rechthoekscoördinaten.

7 Reken $\vec{c} = (500\angle 330°)\,N$ om in rechthoekscoördinaten.

Ook het omgekeerde, het omrekenen van rechthoekscoördinaten in poolcoördinaten, gaat eenvoudig met onze rekenmachine.

Vb. 4

Reken $\vec{c} = (300\,;600)\,\mathrm{N}$ om in poolcoördinaten.

Met de CASIO fx- 82 MS:

Grootte [Pol(] [3] [0] [0] [,] [6] [0] [0] [)] [=] 670, 8

Hoek [RCL] F 63, 4°

Met de TI- 30 X:

Grootte [2nd] [R ↔ P] [R▸Pr] [=] [3] [0] [0] [2nd] [,] [6] [0] [0] [)] [=] 670, 8

Hoek [2nd] [R ↔ P] [R▸Pθ] [=] [3] [0] [0] [2nd] [,] [6] [0] [0] [)] [=] 63, 4°

Resultaat: $\vec{c} = (300\,;600)\,\mathrm{N} = (670{,}8\angle 63{,}4°)\,\mathrm{N}$

Oefeningen

8 Van een kracht $\vec{c}$ zijn de horizontale en verticale component gegeven:

› $\vec{a} = 300\,\mathrm{N}$ en naar rechts gericht;

› $\vec{b} = 400\,\mathrm{N}$ en naar boven gericht.

Bereken $\vec{c}$ in poolcoördinaten.

9 Van een kracht $\vec{c}$ zijn de horizontale en verticale component gegeven:

› $\vec{a} = 200\,\mathrm{N}$ en naar links gericht;

› $\vec{b} = 600\,\mathrm{N}$ en naar boven gericht.

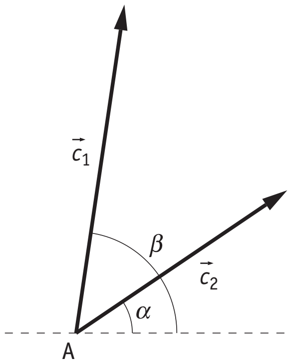
Bereken de grootte en de richting van $\vec{c}$.

2 SAMENSTELLEN VAN VECTOREN DOOR BEREKENING

Bij het grafisch samenstellen en ontbinden van vectoren hebben we de resultante van vectoren en krachten grafisch bepaald als de vectoren niet-gelijk- of tegengesteld gericht waren. Nu gaan we de grootte en de richting van de resultante van twee vectoren berekenen met behulp van hun horizontale en verticale componenten.

Vb. 5

Gegeven



Figuur 7

In punt A grijpen twee krachten $\vec{c}_1$ en $\vec{c}_2$ aan, die we gaan samenstellen tot één kracht $\vec{c}$. Zie figuur 7.
$\vec{c}_1 = (520\text{N}\angle 32°)$; $\vec{c}_2 = (660\text{N}\angle 80°)$

Gevraagd
Bereken $\vec{c}$.

Oplossing

Voor $\vec{c}_1$ geldt:

Horizontale component: a_1 : SHIFT Rec(5 2 0 , 3 2) = 441,0 N

Verticale componenten: b_1 : RCL F 275,6 N

Voor $\vec{c}_2$ geldt:

Horizontale component: a_2 : SHIFT Rec(6 6 0 , 8 0) = 114,6 N

Verticale componenten: b_2 : RCL F 650,0 N

$a_t = a_1 + a_2 = 441,0 + 114,6 = 555,6$

$b_t = b_1 + b_2 = 275,6 + 650,0 = 925,6\text{N}$

Tussenresultaat: $\vec{c} = (555,6\ ;925,6)\text{N}$

Vb. 5 Om ten slotte weer in poolcoördinaten om te rekenen, volgt met de CASIO fx-82 MS:

Grootte: Pol(5 5 5 , 6 , 9 2 5 , 6) = 1079,5 N

Hoek: RCL F 59°

Resultaat: $\vec{c} = (555{,}6\ ;925{,}6)\,\text{N} = (1079{,}5\angle 59°)\,\text{N}$

Oefeningen

10 In punt A grijpen twee krachten $\vec{c}_1$ en $\vec{c}_2$ aan, die we gaan samenstellen tot één kracht $\vec{c}$. Zie figuur 7.
$\vec{c}_1 = (320\angle 68°)$ N; $\vec{c}_2 = (160\angle 35°)$ N.
Gevraagd: bereken $\vec{c}$ in poolcoördinaten.

11 In punt A grijpen twee krachten $\vec{c}_1$ en $\vec{c}_2$ aan, die we gaan samenstellen tot één kracht $\vec{c}$.
$\vec{c_1} = (150\angle 120°)$ N en $\vec{c_2} = (200\angle 45°)$ N.
Bereken $\vec{c}$ in poolcoördinaten.

12 In punt A grijpen twee krachten $\vec{c}_1$ en $\vec{c}_2$ aan, die we gaan samenstellen tot één kracht $\vec{c}$.
$\vec{c_1} = (500\,\text{N}\ \angle 60°)$ en $\vec{c_2} = (600\,\text{N}\ \angle\ 80°)$.
Bereken $\vec{c}$ in rechthoekscoördinaten.

13 In punt A grijpen twee krachten $\vec{c}_1$ en $\vec{c}_2$ aan, die we gaan samenstellen tot één kracht $\vec{c}$.
$\vec{c_1} = (250\,\text{N}\ \angle 30°)$ en $\vec{c_2} = (450\,\text{N}\ \angle 20°)$.
Bereken $\vec{c}$ in poolcoördinaten.

14 In punt A grijpen twee krachten $\vec{c}_1$ en $\vec{c}_2$ aan, die we gaan samenstellen tot één kracht $\vec{c}$.
$\overrightarrow{c_1} = (80\,\text{N}\,\angle 45°)$ en $\overrightarrow{c_2} = (60\,\text{N}\,\angle 30°)$.
Bereken $\vec{c}$ in poolcoördinaten.

Antwoorden

1 $a = 368{,}6\ \text{N}\ ;\ b = 258{,}1\ \text{N}$

2 $\vec{c} = (188{,}1\ ;516{,}8)\,\text{N}$

3 $\vec{c} = (282{,}8\ ;-282{,}8)\,\text{N}$

4 $\vec{c} = (-240{,}4\ ;-240{,}4)\,\text{N}$

5 $\vec{c} = (-519{,}6\ ;-300)\,\text{N}$

6 $\vec{c} = (433\ ;-250)\,\text{N}$

7 $\vec{c} = (433\ ;-250)\,\text{N}$

8 $\vec{c} = (500\angle 53°)\ \text{N}$

9 $\vec{c} = (632{,}5\angle 108{,}4°)\,\text{N}$

10 $\vec{c} = (251\ ;388{,}5)\ \text{N} = (462{,}5\angle 57°)\ \text{N}$

11 $\vec{c} = (66{,}4\ ;271{,}3)\,\text{N} = (279{,}3\angle 76{,}2°)\,\text{N}$

12 $\vec{c} = (354{,}2\ ;1033{,}9)\,\text{N}$

13 $\vec{c} = (639{,}3\ ;278{,}9)\,\text{N} = (697{,}6\angle 21{,}8°)\,\text{N}$

14 $\vec{c} = (108{,}6\ ;86{,}6)\,\text{N} = (138{,}9\angle 38{,}6°)\,\text{N}$