เอกสารประกอบการอบรม
ส่วนที่ 1 วิชาโครงสร้างข้อมูล

ค่ายคอมพิวเตอร์โอลิมปิก สอวน. ค่าย 2 2/2567
ศูนย์โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย - มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
ระหว่างวันที่ 11 - 25 มีนาคม 2568

โดย

สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

NON-LINEAR DATA STRUCTURES

Non-Linear Data Structure

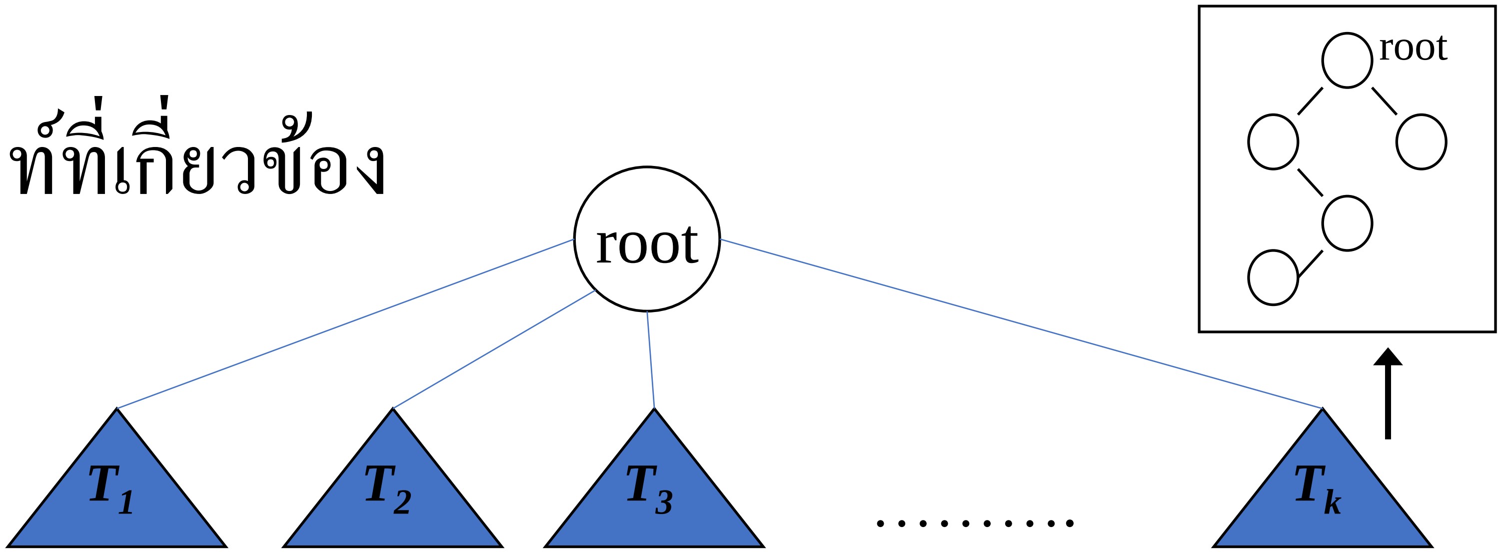
- Tree
- Binary Tree, Binary Search Tree
- Binary Heaps
- Tries
- Graph
- Hashing

Introduction to Tree Data Structure

โครงสร้างต้นไม้ (Tree)

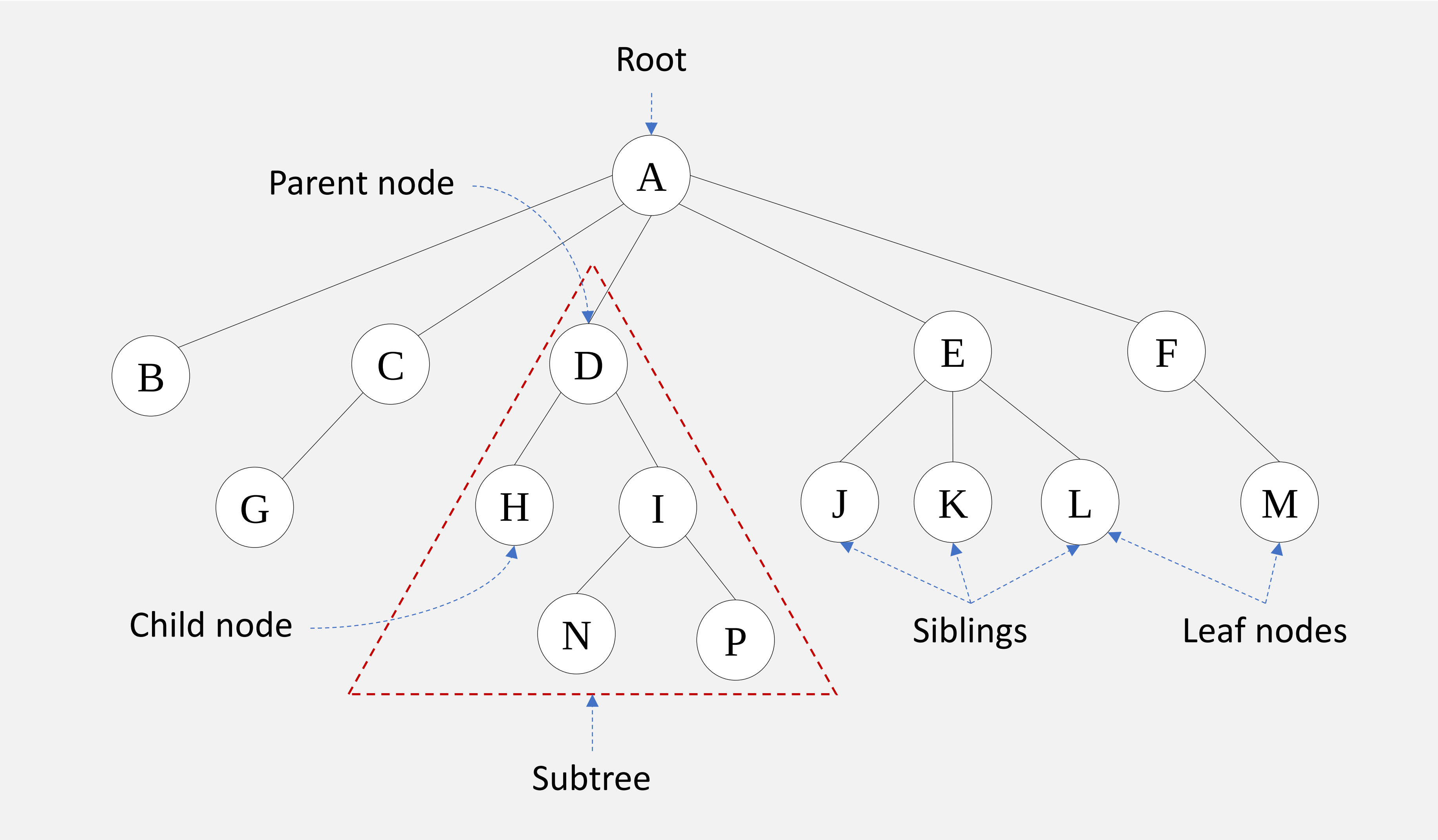
- โครงสร้างข้อมูลแบบต้นไม้เป็นโครงสร้างแบบลำดับชั้นที่ใช้แสดงและจัดระเบียบข้อมูลในรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างพ่อแม่และลูก
- โหนดบนสุดของต้นไม้เรียกว่าราก และโหนดด้านล่างเรียกว่าโหนดย่อย แต่ละโหนดสามารถมีโหนดย่อยได้หลายโหนด และโหนดย่อยเหล่านี้ยังสามารถมีโหนดย่อยของตัวเองได้ด้วยโดยสร้างแบบ recursive

คำศัพท์ที่เกี่ยวข้อง

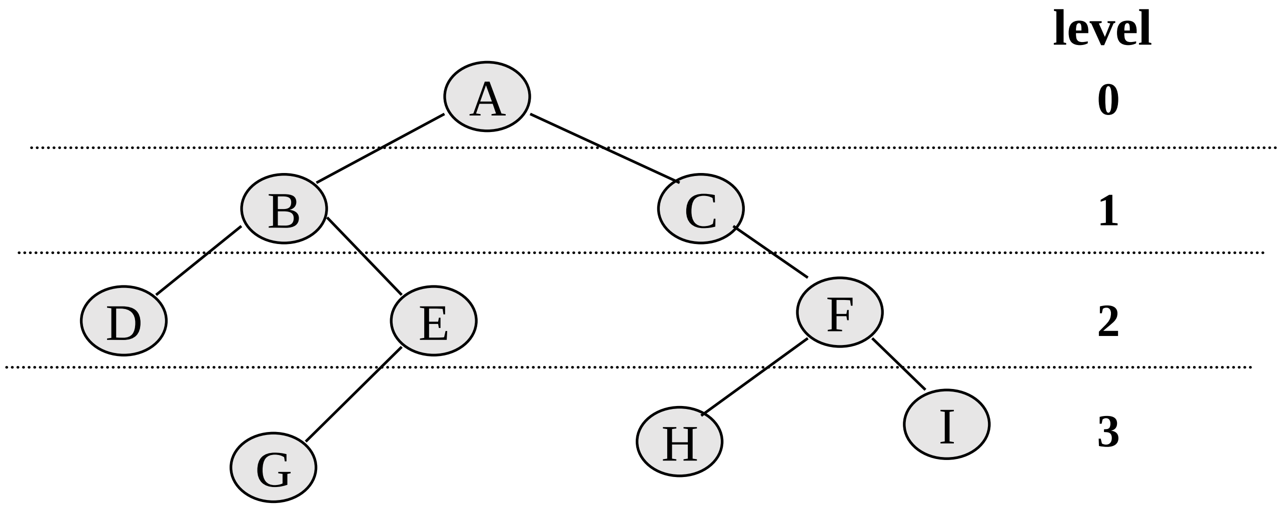


- โหนด r เป็น root node ของต้นไม้
- root node ของทุกๆต้นไม้ย่อยถือเป็น children ของโหนด r (โหนด r เป็น parent ของ root nodes ของต้อนไม้ย่อย)
- สามารถกำหนดความสัมพันธ์ของโหนดอื่นๆ เช่นเดียวกับความสัมพันธ์ของครอบครัว คือ โหนดลูก (child) โหนดหลาน (grandchild) โหนดปู่และทวด (grandparent)

Tree Data Structures

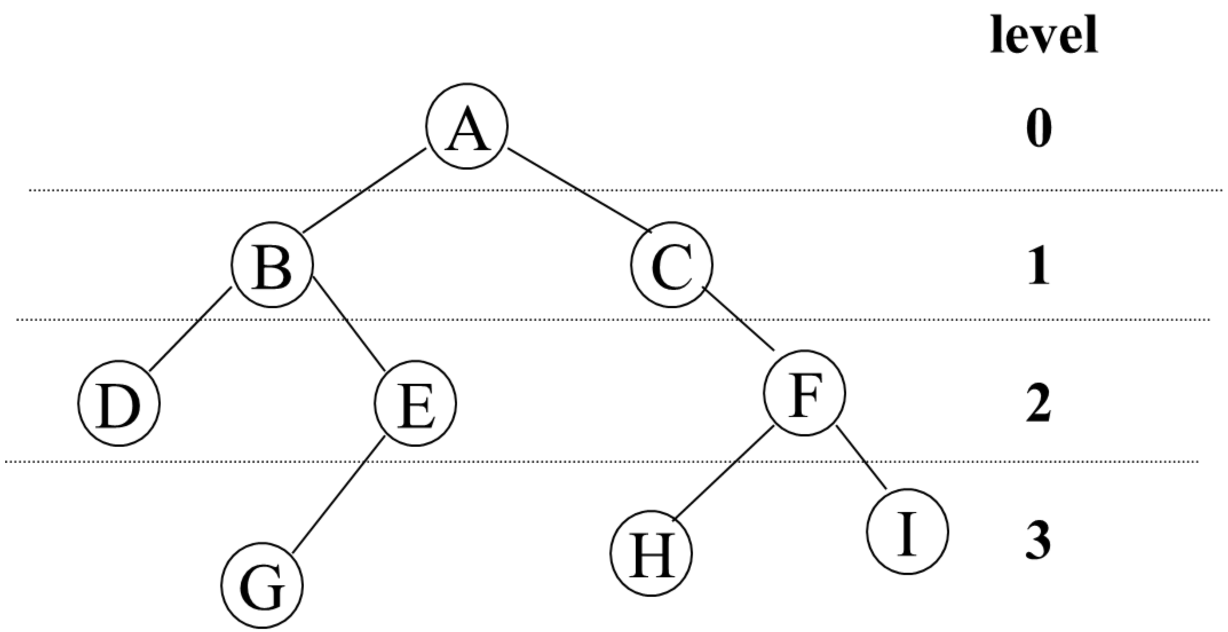


ระดับของโหนด (Level)



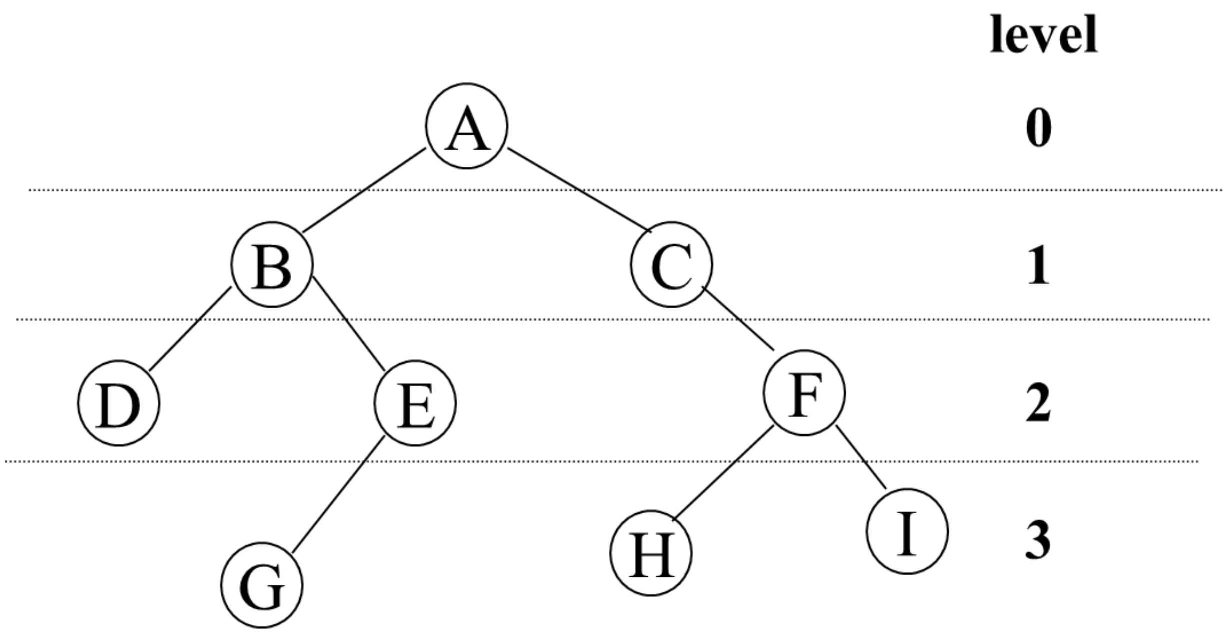
- โหนดรากของต้นไม้อยู่ที่ระดับ 0
- ส่วนค่าระดับของโหนดอื่นๆในต้นไม้บนารี จะมีค่ามากกว่าค่าระดับของโหนดผู้ปกครองอยู่หนึ่งระดับ เช่น โหนด E อยู่ที่ระดับ 2 และโหนด H อยู่ที่ระดับ 3

ความลึก (Depth)



- Path เป็นลำดับของโหนด (a_0, a_1, ..., a_n) โดย a_{k+1} เป็นลูกของโหนด a_k
- ความยาว (length) ของ path คือจำนวนเส้นที่เชื่อมโหนด เช่น path (B, E, G) มีความยาว 2
- แต่ละโหนดในต้นไม้จะต้องมีpath จาก root ไปที่โหนดนั้นเสมอ
- ความลึก (depth) ของโหนดจะเท่ากับ length ของ path จาก root ไปที่โหนดนั้น
- E มีความลึก 2, H มีความลึก 3

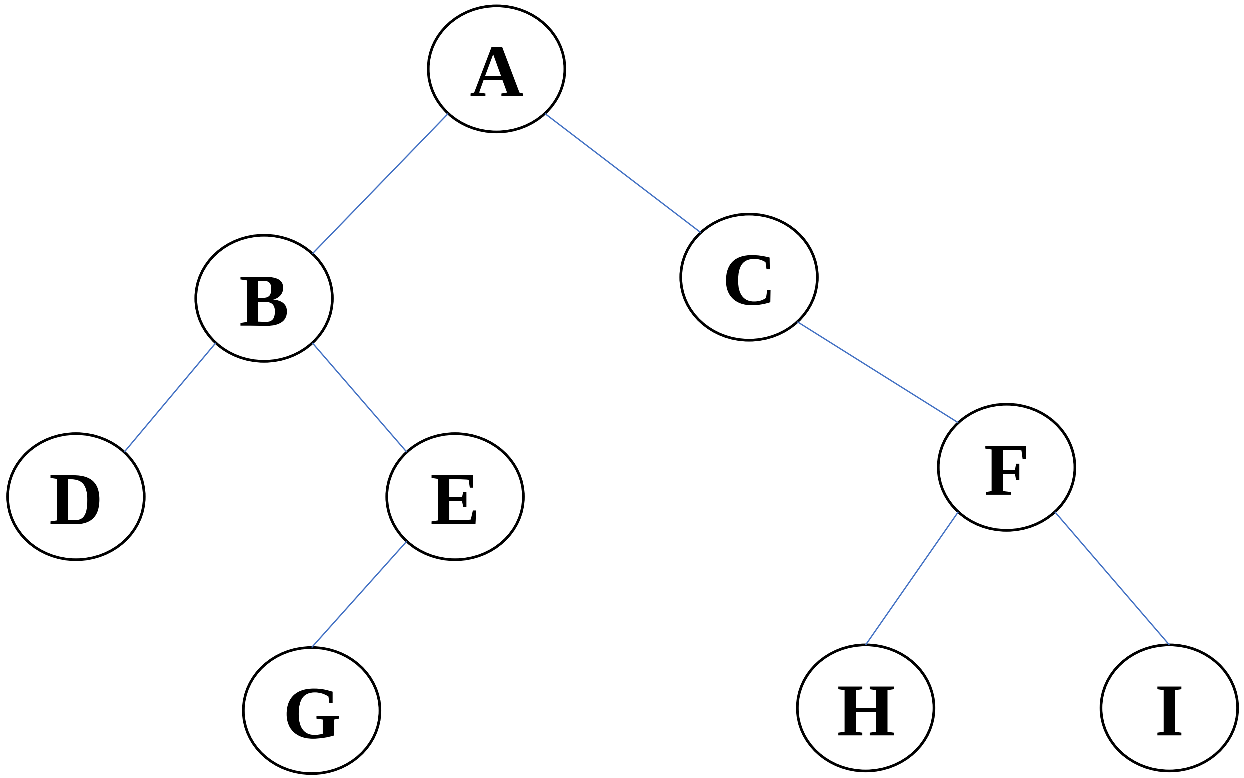
ความสูง (Heigth)



- ความสูง (height) ของต้นไม้ คือ ความลึกสูงสุดของความลึกของทุกๆ โหนดในต้นไม้
- ความสูงของต้นไม้ที่มีหนึ่งโหนดคือ 0
- ความสูงของต้นไม้ว่าง (empty tree) คือ -1

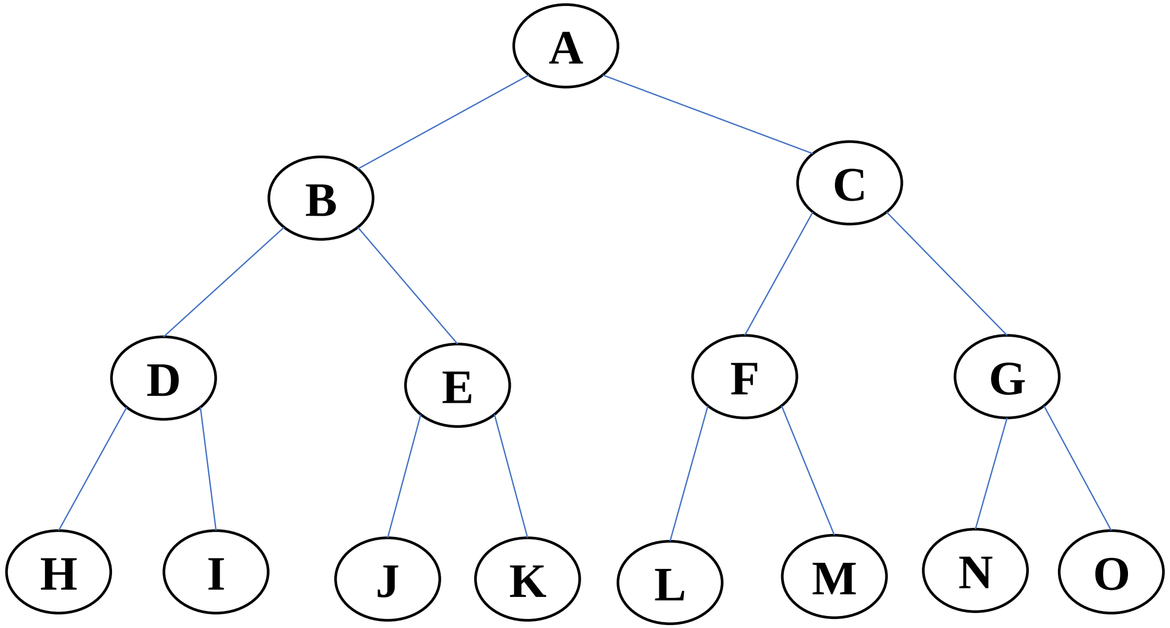
ต้นไม้ไบนารี (Binary Trees)

ต้นไม้ไบนารี คือ ต้นไม้ที่ทุกโหนดมีลูกได้ไม่เกิน 2 โหนด อาจไม่มีลูกเลยก็ได้ หรือมีลูกหนึ่งโหนด หรือมีลูกสองโหนด



ต้นไม้ไบนารีแบบสมบูรณ์

ต้นไม้ไบนารีแบบสมบูรณ์ (Complete binary tree) ที่มีความลึก d เป็นต้นไม้ไบนารีที่โหนดใบไม้ทุกๆ โหนดจะอยู่ที่ระดับเดียว กันคือ ระดับ d หรือระดับที่เป็นความลึกของต้นไม้



depth = 3

จำนวนโหนดของต้นไม้ไบนารีแบบสมบูรณ์

- ต้นไม้ไบนารีมีโหนด m โหนดที่ระดับ l จะมีจำนวนโหนดมากที่สุด 2m ที่ระดับ l+1 และเนื่องจากต้นไม้ไบนารีสามารถมีโหนดได้เพียงหนึ่งโหนดที่ระดับ 0 เราสามารถกล่าวได้ว่า ต้นไม้ต้นนี้จะมีโหนดได้มากที่สุด 2^l โหนดที่ระดับ l
- จำนวนโหนดที่ระดับ 0 คือ $2^0 = 1$ โหนด
- จำนวนโหนดที่ระดับ 1 คือ $2^1 = 2$ โหนด
- จำนวนโหนดที่ระดับ 2 คือ $2^2 = 4$ โหนด

จำนวนโหนดของต้นไม้ไบนารีแบบสมบูรณ์ (ต่อ)

- ต้นไม้ไบนารีแบบสมบูรณ์จะมีจำนวนโหนด 2^l โหนดพอดีที่ระดับ l ใดๆ โดย l มีค่าระหว่าง 0 และ d (0 <= l <= d)
- ดังนั้นจำนวนโหนดทั้งหมดในต้นไม้ จึงหาได้จากผลรวมของจำนวนโหนดในแต่ละระดับจากระดับ 0 จนถึงระดับที่เป็นความลึกหรือระดับ d

จำนวนโหนดทั้งหมด $= 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^d$

$= \sum_{j=1}^{d} 2^j$

$= 2^{d+1}-1$

จากจำนวนโหนดทั้งหมดของต้นไม้ไบนารีแบบสมบูรณ์ที่มีความลึก d เราสามารถนำมาแยกเป็นจำนวนโหนดใบไม้และจำนวนโหนดที่ไม่ใช่ใบไม้ ดังนี้

- จำนวนโหนดใบไม้ทั้งหมดคือ 2d
- จำนวนโหนดที่ไม่ใช่โหนดใบไม้ 2d –1

- ถ้าเราทราบจำนวนโหนดทั้งหมด ในต้นไม้ไบนารีแบบสมบูรณ์แล้ว เราสามารถที่จะหาความลึกของต้นไม้ได้ โดย

จำนวนโหนดทั้งหมด

$$
\begin{aligned}
tn &= 2^{d+1} - 1 \\
tn + 1 &= 2^{d+1} \\
\log_2 (tn + 1) &= d + 1 \\
d &= \log_2(tn + 1) - 1
\end{aligned}
$$

ตัวอย่าง

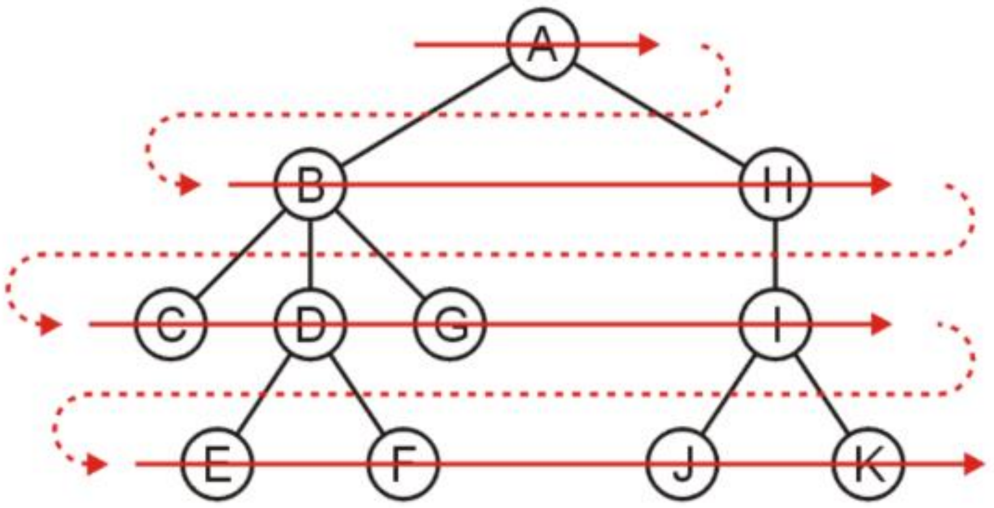
ต้นไม้ไบนารีที่สมบูรณ์มีจำนวนโหนดทั้งสิ้น 15 โหนด ต้นไม้ต้นนี้มีความลึกเท่าใด

$$
\begin{aligned}
d &= \log_2 (tn + 1) - 1 \\
&= \log_2 (15 + 1) - 1 \\
&= 3 \text{ ระดับ}
\end{aligned}
$$

การทำงานกับต้นไม้

Tree Traversal

- **การเข้าถึงข้อมูลในต้นไม้แบบไบนารี** (Tree Traversal)
- การเข้าถึงโหนดใดๆ และทำงานกับโหนดนั้นในต้นไม้ เราเรียกว่าการเยี่ยม (visiting)
- ลำดับของการเข้าถึงข้อมูลจึงขึ้นกับการนำไปใช้
- สามารถที่จะเข้าถึงโหนดได้ 2 รูปแบบ คือ
    - Breadth-First Traversal
    - Depth-First Traversal



ลำดับ : [A, B, H, C, D, G, I, E, F, J, K]

Breadth-First Traversal

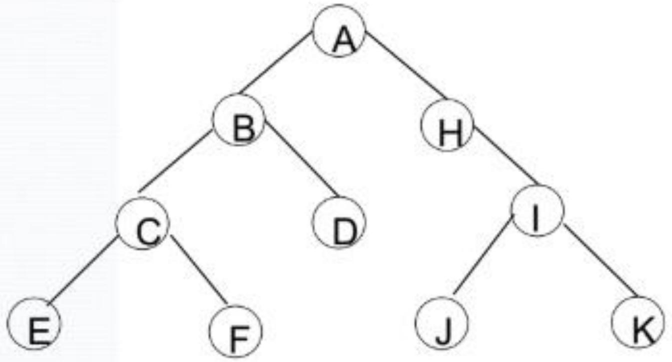
- Visit แต่ละโหนดโดยเริ่มที่ root
- เข้าถึงโหนดทีละระดับ
- ในแต่ละระดับเข้าถึงโหนดจากซ้ายไปขวา

Breadth-First Traversal: ขั้นตอน

- กำหนดให้queue ว่าง
- n เริ่มเดินจาก root โดยเพิ่ม โหนด root ไปที่ queue
- n ทำซ้ำด้านล่างนี้ถ้า queue ยังไม่ว่าง
  - n ลบหนึ่งโหนดออกจากคิว เอาลูกทั้งหมดของโหนดนี้เพิ่มเข้าไปในคิว
  - n พิมพ์โหนดที่ถูกลบออกทางหน้าจอ

Breadth-First Traversal:
ตัวอย่าง

front ค่าใน queue	ลำดับโหนดที่เข้าเยี่ยม
A	
B H	A
H C D	A B
C D I	A B H
D I E F	A B H C
I E F	A B H C D
E F J K	A B H C D I
F J K	A B H C D I E
J K	A B H C D I E F
K	A B H C D I E F J
	A B H C D I E F J K



Depth-First Traversal

- เข้าถึงโหนดตามเส้นทางจากโหนดรากไปยังลูกข้างใดข้างหนึ่งและลงไปถึงลูกหลานทั้งหมดของลูกข้างนั้นก่อนที่จะเข้าถึงโหนดของลูกอีกข้างและโหนดลูกหลานของลูกข้างที่เหลือนี้
- สามารถแบ่งการเข้าถึงได้เป็น 3 งานย่อย
  - V การเข้าถึงโหนดราก
  - L การเข้าถึง left subtree
  - R การเข้าถึง right subtree
- สามารถเข้าถึงทุกโหนดในรูปแบบนี้ได้ 6 วิธี คือ

VLR VRL LVR RVL LRV RLV

Depth-First Traversal

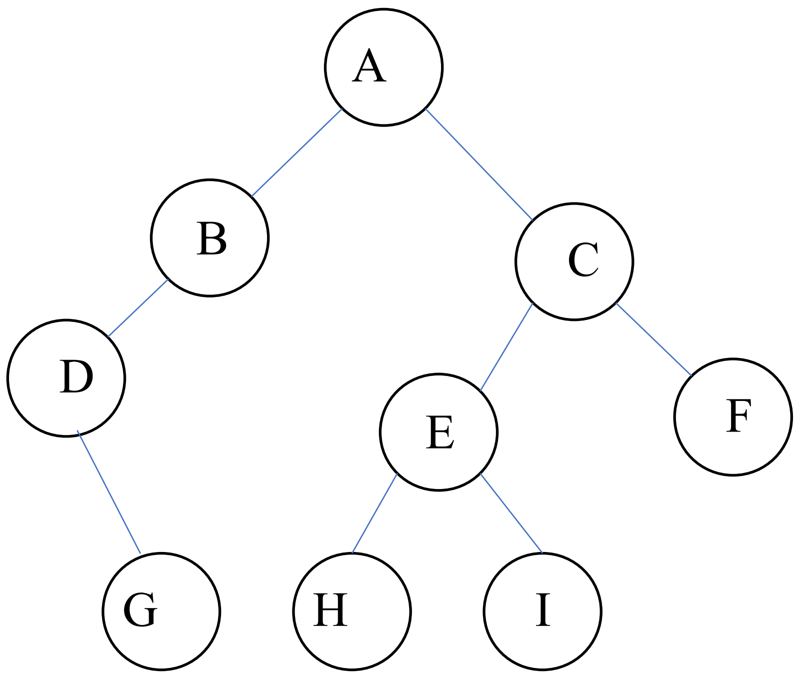
- สามารลดการ traversal ให้เหลือ 3 รูปแบบ โดยเข้าถึงโหนดทางซ้ายก่อนขวาเสมอ คือ
    - VLR -- preorder tree traversal
    - LVR -- inorder tree traversal
    - LRV -- postorder tree traversal

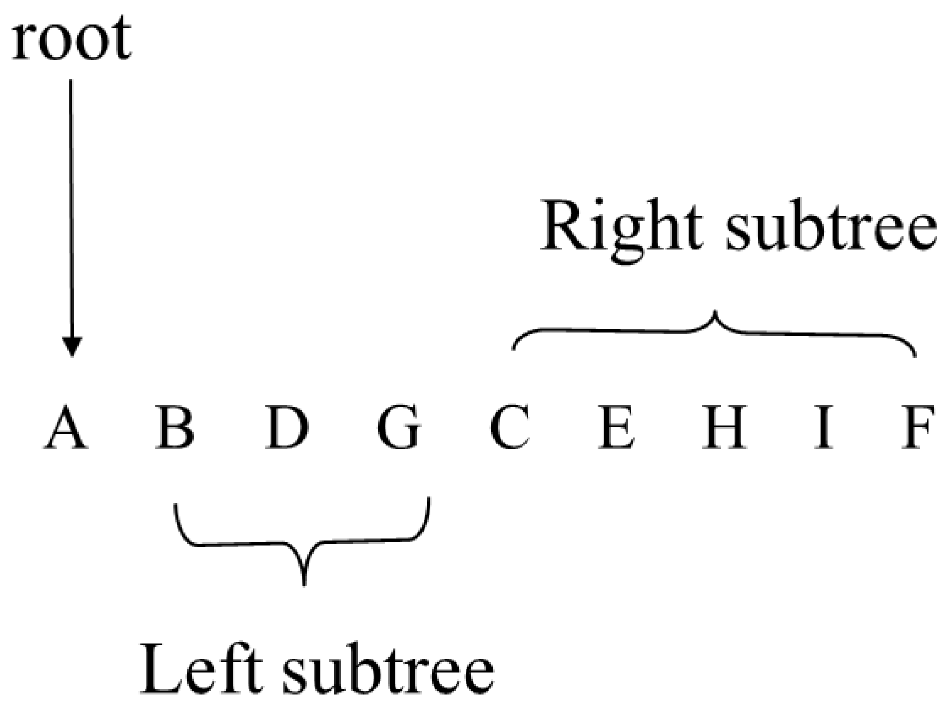
ลำดับแบบ Preorder

เป็นการเข้าถึงโหนดในต้นไม้แบบไบนารี ตามลำดับดังนี้

1. การเข้าถึงโหนดราก (root node)
2. การเข้าถึงต้นไม้ย่อยทางด้านซ้ายแบบ preorder
3. การเข้าถึงต้นไม้ย่อยทางด้านขวาแบบ preorder

ตัวอย่าง การเข้าถึงโหนดแบบ preorder



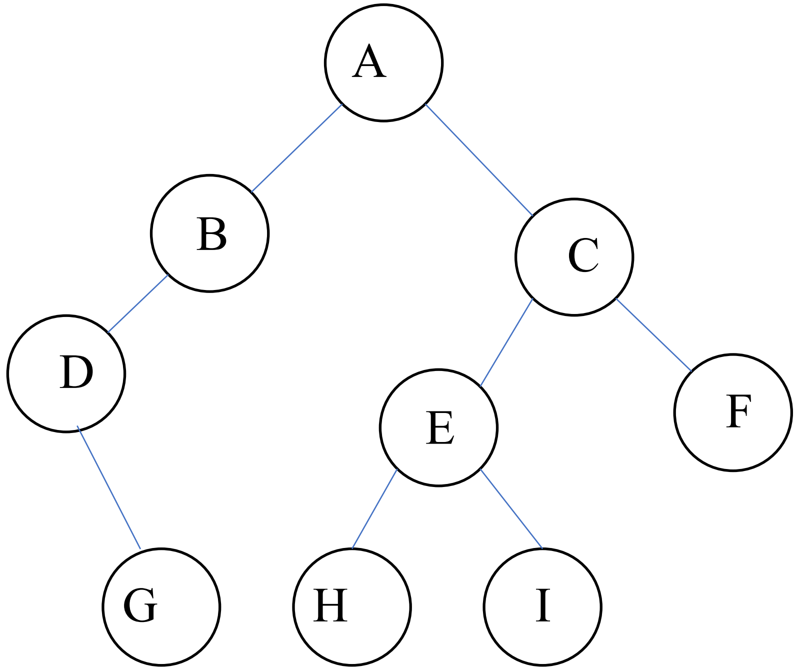


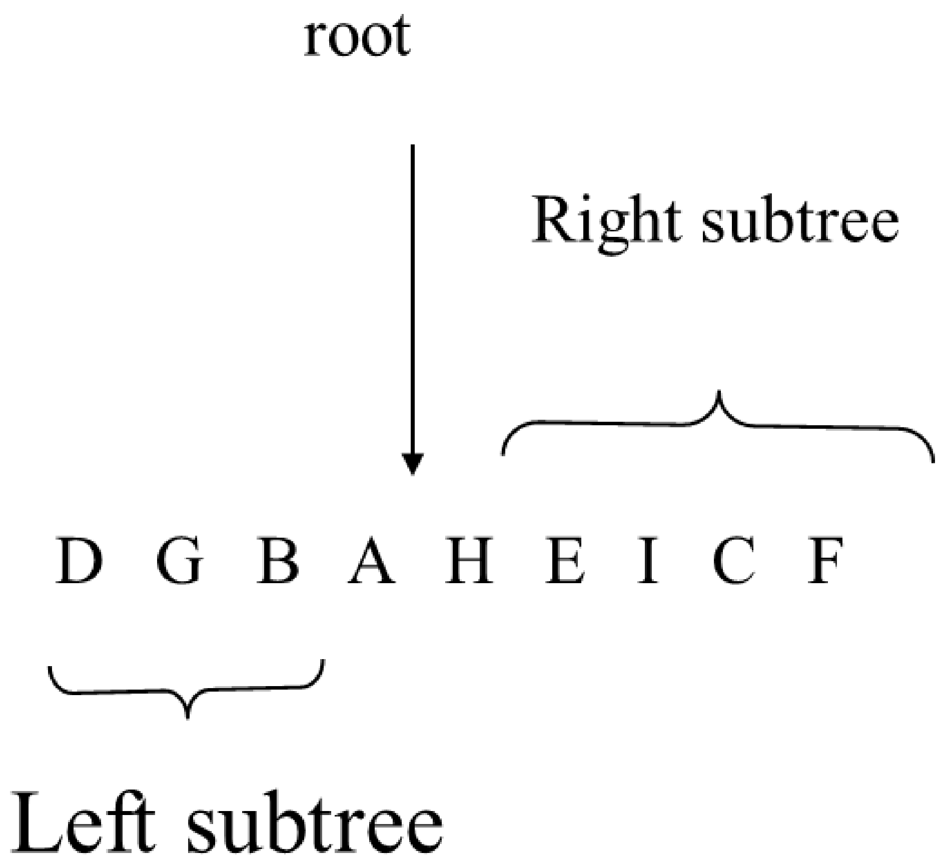
ลำดับแบบ Inorder

เป็นการเข้าถึงโหนดในต้นไม้แบบไบนารี ตามลำดับดังนี้

1. การเข้าถึงต้นไม้ย่อยทางด้านซ้ายแบบ inorder
2. การเข้าถึงโหนดราก (root node)
3. การเข้าถึงต้นไม้ย่อยทางด้านขวาแบบ inorder

ตัวอย่าง การเข้าถึงโหนดแบบ inorder



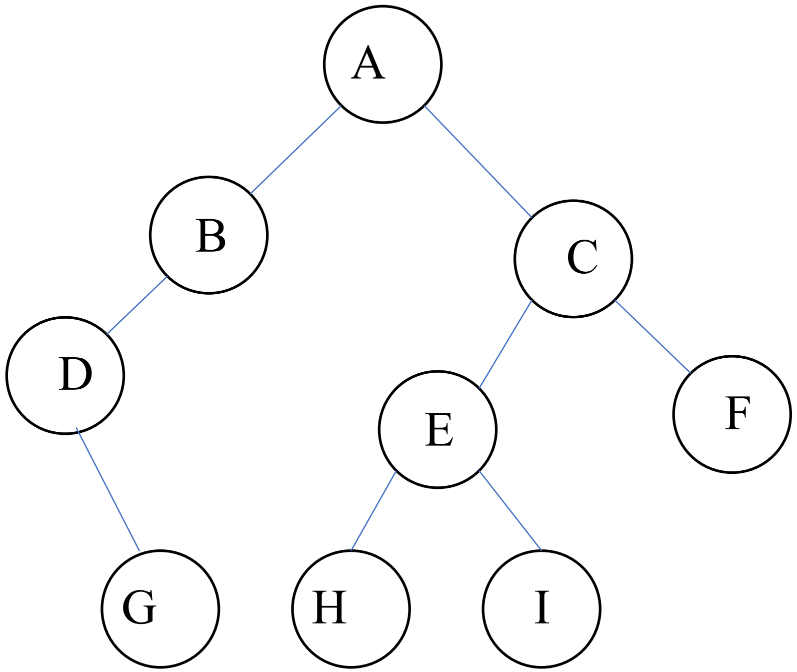


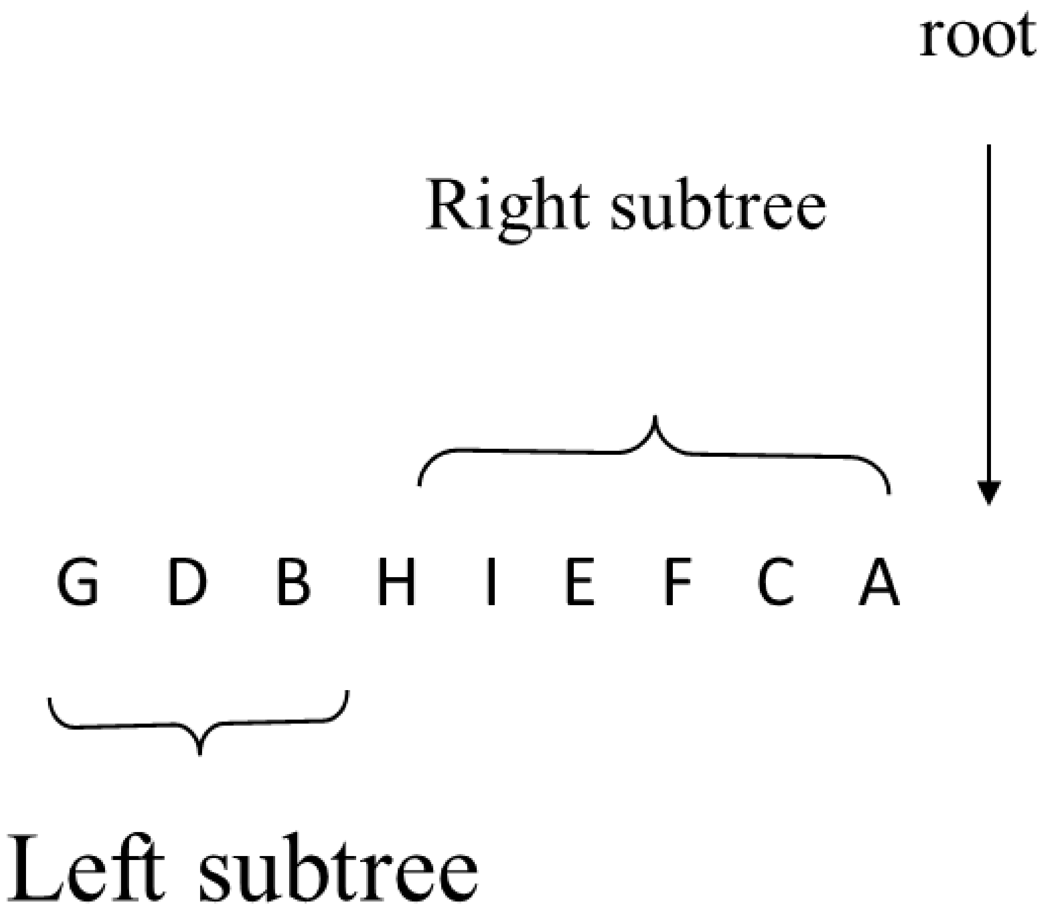
ลำดับแบบ Postorder

เป็นการเข้าถึงโหนดในต้นไม้แบบไบนารี ตามลำดับดังนี้

1. การเข้าถึงต้นไม้ย่อยทางด้านซ้ายแบบ postorder
2. การเข้าถึงต้นไม้ย่อยทางด้านขวาแบบ postorder
3. การเข้าถึงโหนดราก (root node)

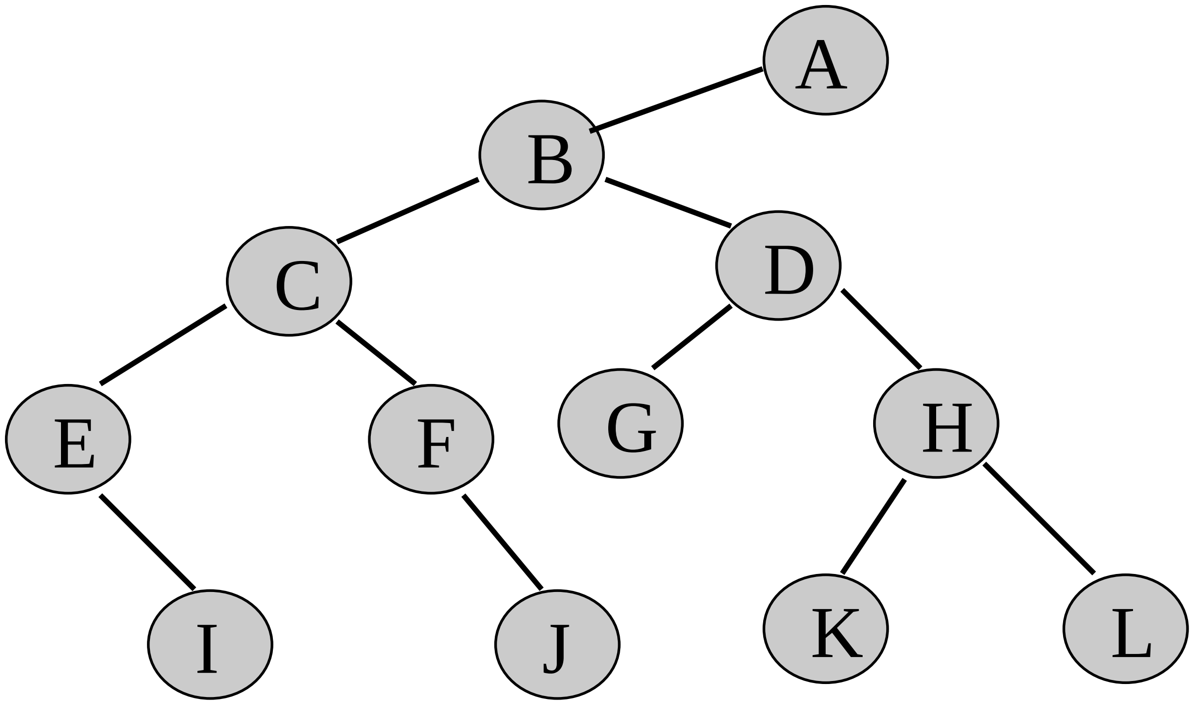
ตัวอย่าง การเข้าถึงโหนดแบบ postorder





ตัวอย่าง

- **Preorder** : *ABCEIFJDGHKL*
- **Inorder** : *EICFJBGDKHLA*
- **Postorder** : *IEJFCGKLHDBA*



ต้นไม้ไบนารีกับการแก้ปัญหา

- การหาเลขซ้ำ
- การเรียงลำดับข้อมูล

การหาตัวเลขซ้ำ

<u>ข้อมูล</u> 14, 15, 4, 9, 7, 18, 3, 5, 16, 4, 20, 17, 9, 14, 5

- วิธีการเปรียบเทียบทีละตัว
  - ต้องทำการเปรียบเทียบข้อมูลทุกตัวกับข้อมูลทั้งหมดกว่าจะทราบว่ามีข้อมูลซ้ำกี่ตัวและซ้ำจำนวนเท่าใด
  - จำนวนครั้งของการเปรียบเทียบมาก
- สามารถที่จะใช้โครงสร้างต้นไม้แบบไบนารีมาแก้ปัญหาเพื่อลดจำนวนครั้ง ของ การเปรียบ เทียบลง

การสร้างต้นไม้เพื่อหาเลขซ้ำ

- อ่านเลขเข้ามาทีละจำนวน
- เลขจำนวนแรกที่อ่านเข้ามา สร้างเป็นโหนดรากของต้นไม้
- เลขจำนวนถัดๆ มาให้ทำการเปรียบเทียบกับโหนดราก ซึ่ง

ผลของการเปรียบเทียบแบ่งเป็น 3 กรณี

1. เลขที่อ่านเข้ามาเท่ากับเลขที่โหนดรากแสดงว่าเกิดการซ้ำ
2. เลขที่อ่านเข้ามาน้อยกว่าเลขที่โหนดราก ให้พิจารณาต้นไม้ย่อยทางด้านซ้าย
3. เลขที่อ่านเข้ามามากกว่าเลขที่โหนดราก ใหพิจารณาต้นไม้ย่อยทางด้านขวา

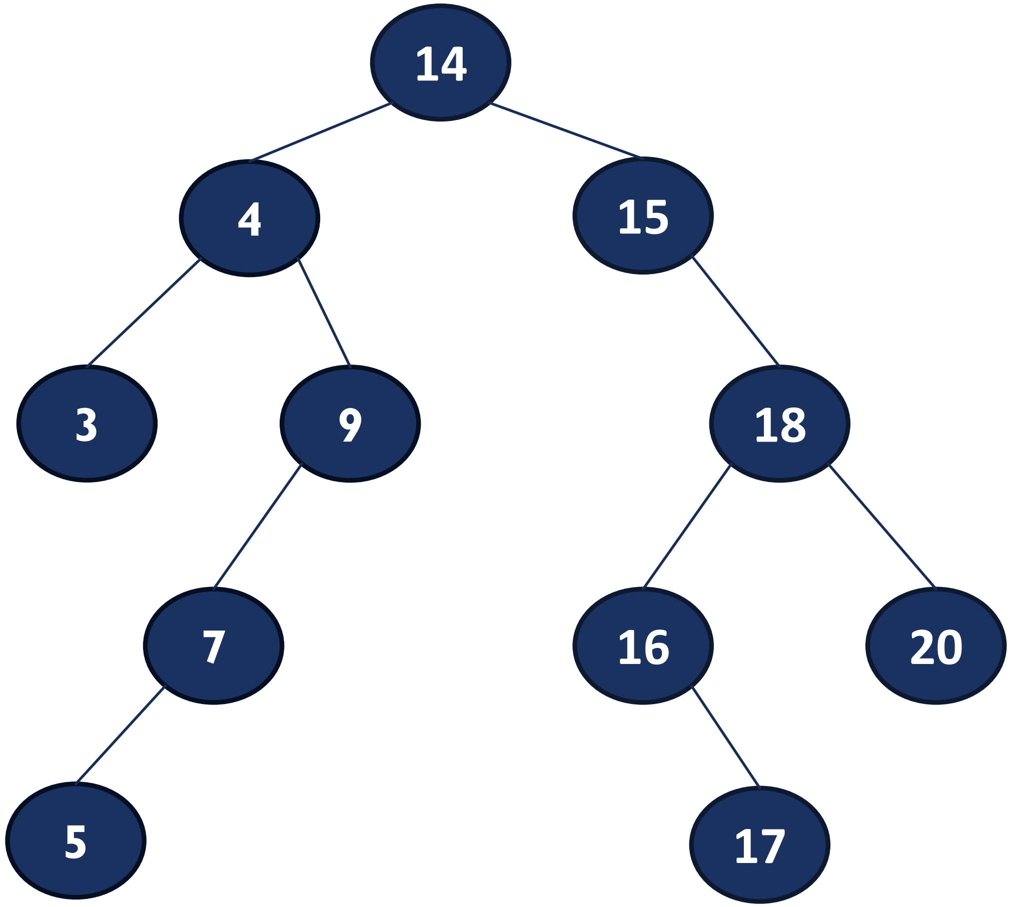
การเปรียบเทียบ

- ถ้าต้นไม้ย่อยที่ทำการเปรียบเทียบเป็นต้นไม้ว่าง และเลขที่อ่านเข้ามายังไม่ซ้ำก็ให้สร้างโหนดใหม่สำหรับเลขจำนวนนั้น ณ ตำแหน่งนั้น
- ถ้าต้นไม้ย่อยที่พิจารณาไม่ว่างเราจะทำการเปรียบเทียบเลขที่อ่านเข้ามากับโหนดรากของต้นไม้ ย่อย แล้วทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 3 จนกว่าข้อมูลจะหมด

ต้นไม้ไบนารีเพื่อหาเลขซ้ำ

Input :

14, 15, 4, 9, 7, 18, 3, 5, 16, 4, 20, 17, 9, 14, 5



การเรียงลำดับข้อมูล

- **<u>Input:</u>**14, 15, 4, 9, 7, 18, 3, 5, 16, 4, 20, 17, 9, 14, 5
  - การเรียงลำดับข้อมูลนั้นมีหลายวิธี
  - ส่วนใหญ่ต้องใช้การเปรียบเทียบข้อมูลจำนวนมาก
  - สามารถใช้ต้นไม้ไบนารีมาช่วยแก้ปัญหานี้ดังนี้

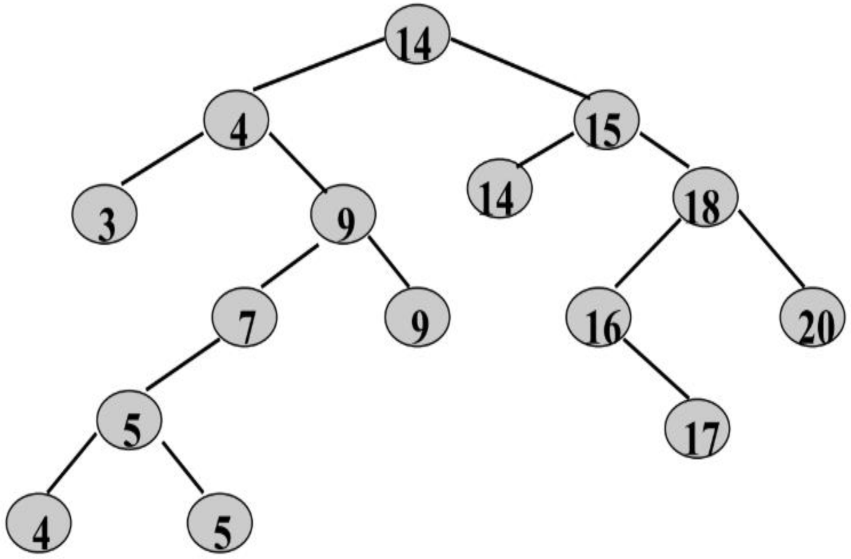
ต้นไม้ไบนารีเพื่อการเรียงลำดับ

- สร้างต้นไม้ไบนารีด้วยชุดของข้อมูลข้างต้น
- ทำการเปรียบเทียบเลขที่อ่านกับข้อมูลในโหนด
    - น้อยกว่า เปรียบเทียบต่อไปที่ต้นไม้ย่อยทางด้านซ้าย
    - มากกว่าเปรียบเทียบต่อไปที่ต้นไม้ย่อยทางทางด้านขวา เท่ากันพิจารณาที่ต้นไม้ย่อยทางด้านขวา
- เข้าถึงของข้อมูลในต้นไม้ไบนารีและพิมพ์ข้อมูลในโหนดด้วยลำดับแบบ inorder

ต้นไม้ไบนารีเพื่อการเรียงลำดับ

- Input: [14 15 4 9 7 18 3 5 16 4 20 17 9 14 5]

- ลำดับแบบ inorder คือ 3 4 4 5 6 7 9 9 14 14 15 16 17 18 20



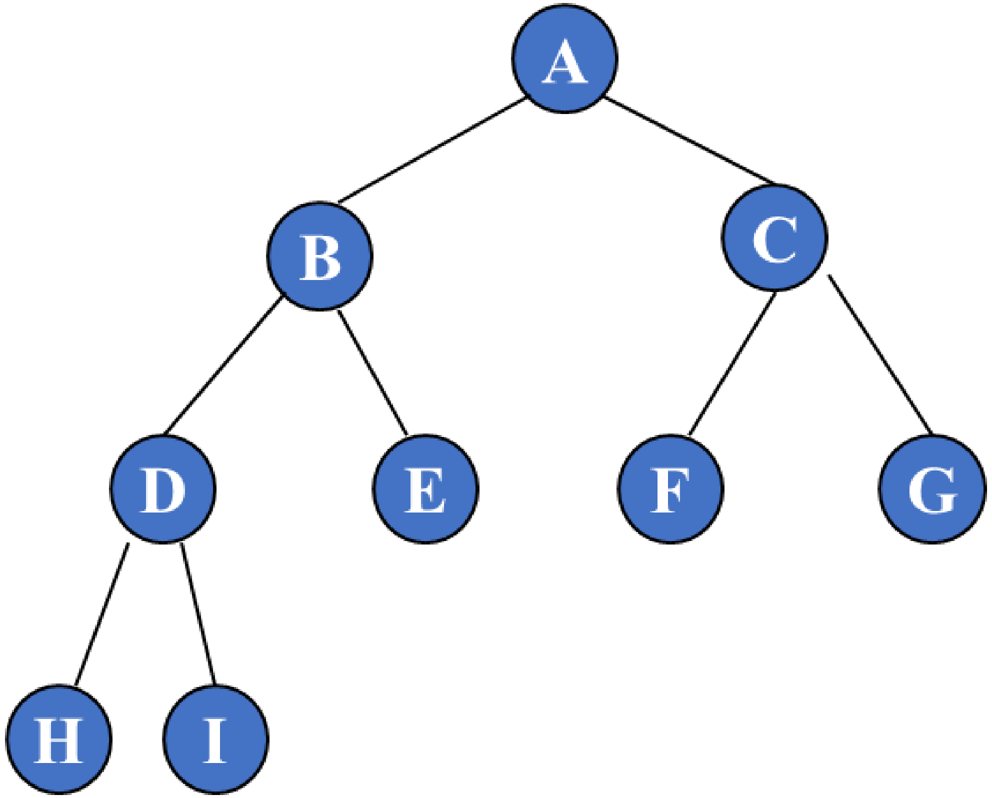
Implementation

การสร้างต้นไม้ไบนารีในภาษา C++

เราสามารถสร้างโครงสร้างต้นไม้ได้ 3 แบบ ดังนี้

1. การสร้างด้วยอะเรย์
   - อะเรย์แบบมีลิงค์ (Linked Array Representation)
   - อะเรย์แบบต่อเนื่อง (Sequential Array Representation)
2. การสร้างด้วยตัวแปรแบบพลวัตร
   (Dynamic Node Representation)

ต้นไม้ไบนารีด้วยอะเรย์แบบมีลิงค์



	left	info	father	right
0	1	A	-1	2
1	3	B	0	4
2	5	C	0	6
3	7	D	1	8
4	-1	E	1	-1
5	-1	F	2	-1
6	-1	G	2	-1
7	-1	H	3	-1
8	-1	I	3	-1
9				
10				
:				

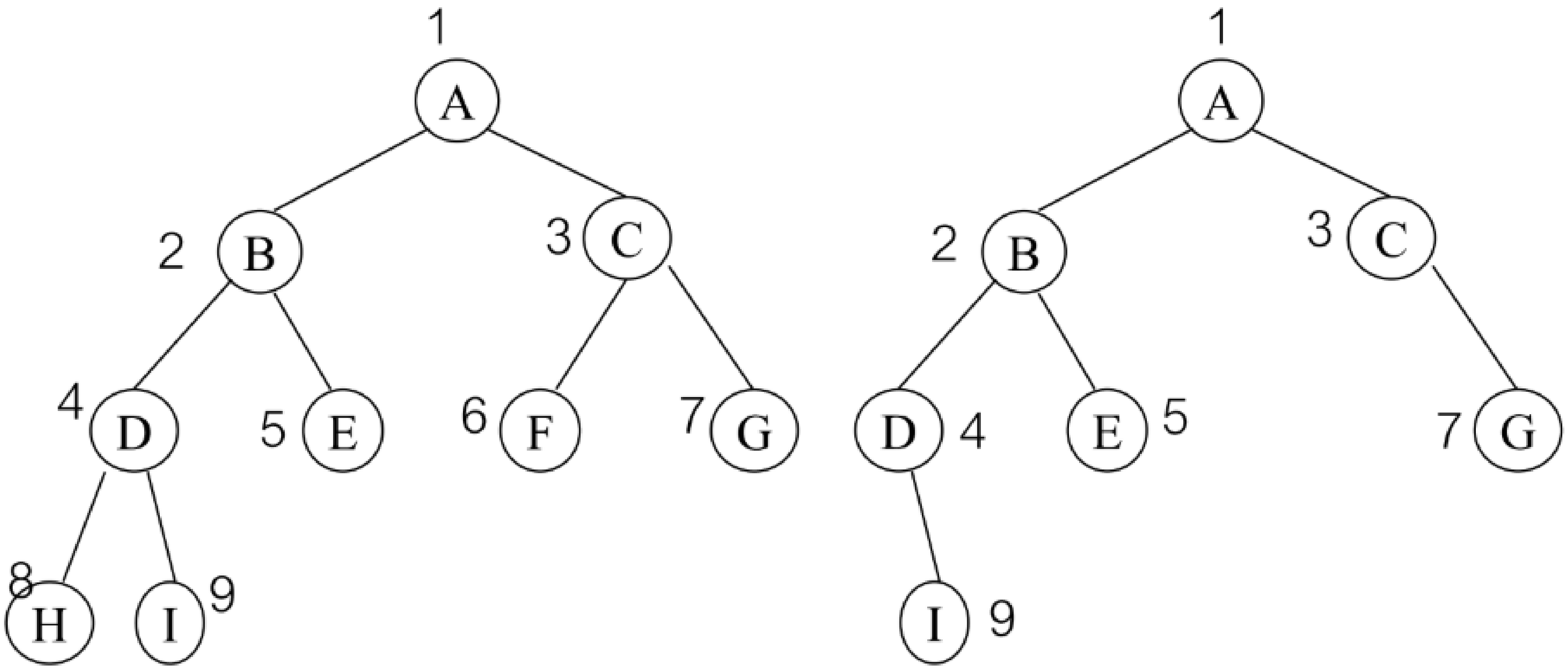
โครงสร้างของโหนด

```
const int NUMNODES 500
struct nodetype {
        char info;
        int left;
        int right;
        int father;
};
struct nodetype node[NUMNODES];
```

ต้นไม้ไบนารีด้วยอะเรย์แบบต่อเนื่อง

กำหนดหมายเลขลำดับของโหนดเพื่อเป็นตัวบอกตำแหน่งที่เก็บข้อมูลในอะเรย์

- กำหนดให้โหนดรากมีหมายเลข 1
- ลูกทางซ้ายของโหนด n ใด ๆจะมีค่าหมายเลข 2 n
- ลูกทางขวาของโหนด n ใดๆ จะมีค่าหมายเลข 2 n + 1



ตัวอย่างการให้ค่าตำแหน่งของโหนดในต้นไม้ไบนารี

อะเรย์แบบต่อเนื่องในภาษา C++

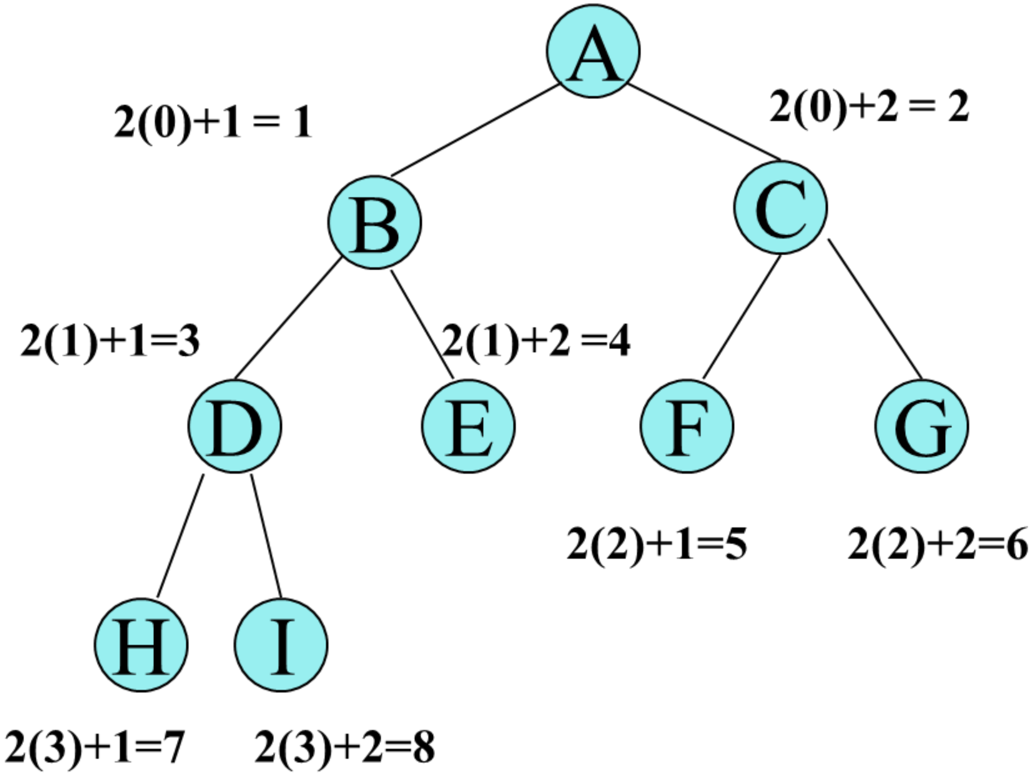
- ภาษา C++ มีการเก็บข้อมูลในอะเรย์ตั้งแต่ช่องที่ 0 แต่ไม่มีโหนดใดเลยที่มีค่าหมายเลขเป็น 0 ทั้งนี้เพื่อเป็นการใช้เนื้อที่ให้มีประสิทธิภาพ เราจึงกำหนดหมายเลขประจำโหนดใหม่ ดังนี้

    โหนดรากให้หมายเลข 0

    โหนดทางซ้ายของโหนด n ใดๆ มีหมายเลข 2n+1

    โหนดทางขวาของโหนด n ใดๆ มีค่า 2n+2

- โหนดรากของต้นไม้จะถูกเก็บในอะเรย์ที่ช่อง 0 เสมอ

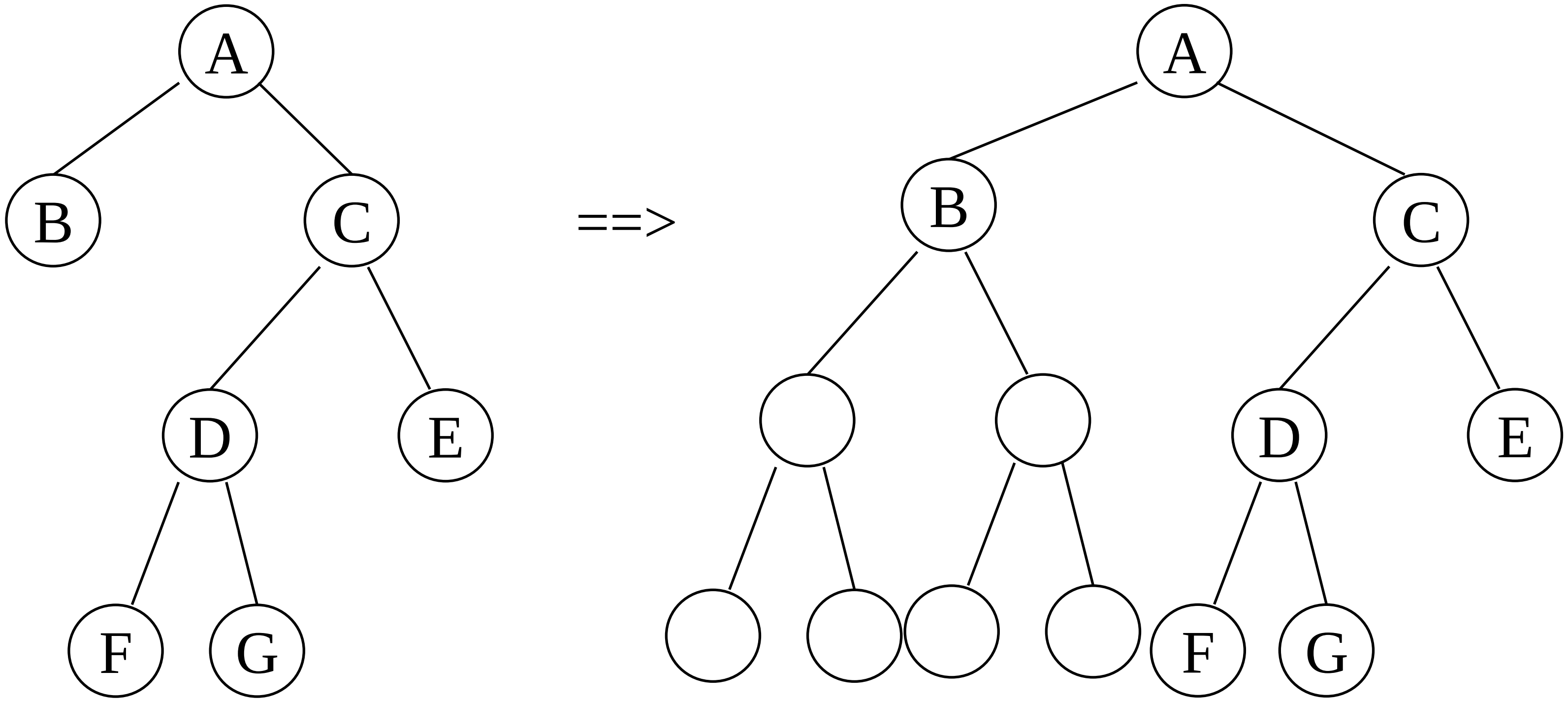


A	B	C	D	E	F	G	H	I
0	1	2	3	4	5	6	7	8

การคำนวณตำแหน่ง

- ถ้าลูกทางซ้ายอยู่ที่ตำแหน่ง p ในอะเรย์ ลูกทางขวาจะอยู่ที่ตำแหน่ง p + 1
- ถ้าลูกทางขวาอยู่ที่ตำแหน่ง p ในอะเรย์ ลูกทางซ้ายจะอยู่ที่ตำแหน่ง p - 1
- ถ้าโหนดที่ตำแหน่ง p เป็นลูกทางซ้าย โหนดพ่อจะอยู่ที่ตำแหน่ง (p – 1)/2
- ถ้าโหนดที่ตำแหน่ง p เป็นลูกทางซ้าย ก็ต่อเมื่อ p เป็นเลขคี่

การจัดเก็บแบบนี้ถ้า
ต้นไม้ไบนารีไม่ถูกเติมเต็ม
ดังรูป เราก็ต้องมีการเผื่อ
เนื้อที่สำหรับโหนดทุก
ตำแหน่งไว้

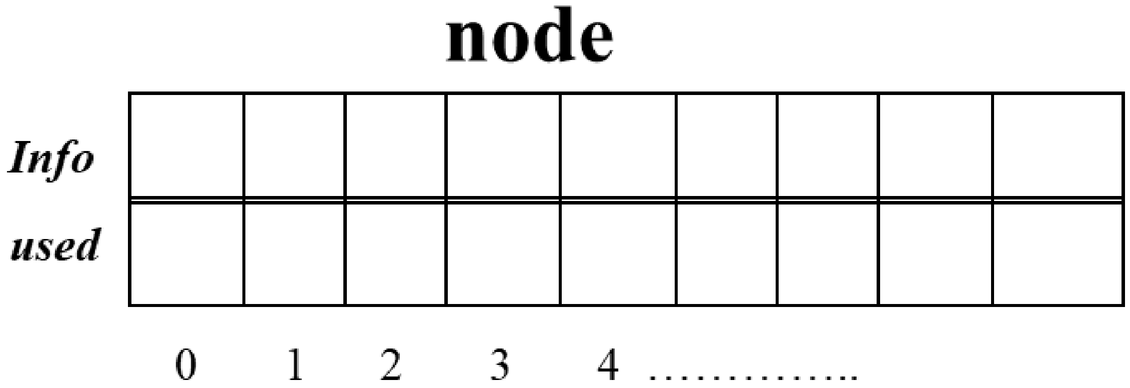


0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	C			D	E					F	G

โครงสร้างของโหนด

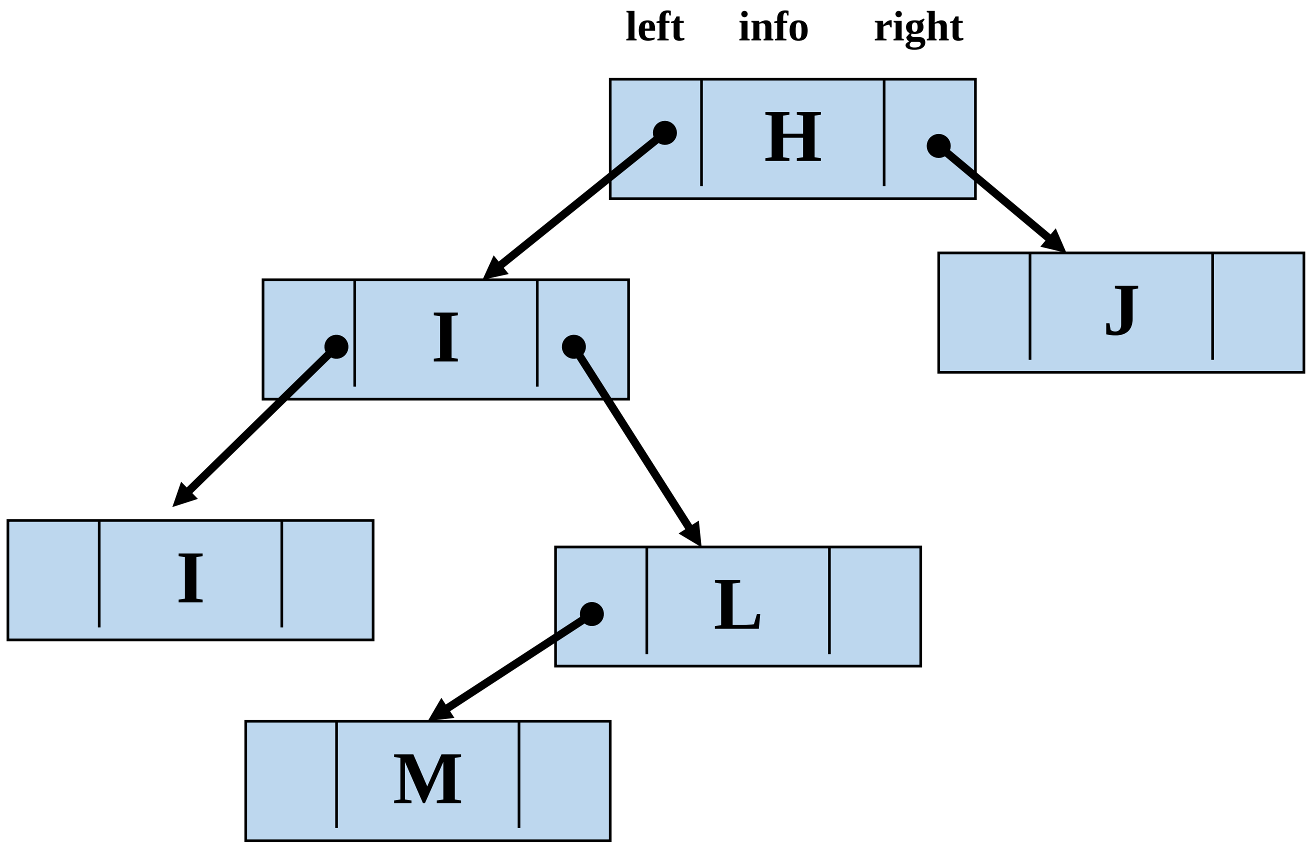
```
const int NUMNODES 500

struct nodetype {
      char  info;
      int  used;
} node[NUMNODE];
```



ต้นไม้ไบนารีด้วยตัวแปรแบบพลวัตร

การใช้ตัวแปรแบบพลวัตรไม่ต้องจองเนื้อที่ให้แต่ละโหนดล่วงหน้า



โครงสร้างของโหนด

```
struct nodetype {
    char  info;
    struct  nodetype  *left;
    struct  nodetype  *right;
    struct  nodetype  *father;     /* optional */
};
typedef struct  nodetype *NODEPTR;
```

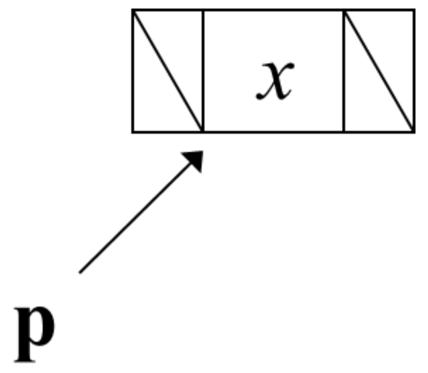
Tree operations

- **maketree(x)** – ขอที่สำหรับหนึ่งโหนดและให้โหนดนี้เป็นโหนดรากของต้นไม้
- **setleft (p, x)** – กำหนดให้โหนดมีค่า *X* และให้โหนดนี้เป็นลูกทางซ้ายของโหนด *p*
- **setright(p, x)** - กำหนดให้โหนดมีค่า *X* และให้โหนดนี้เป็นลูกทางซ้ายของโหนด *p*

maketree Function

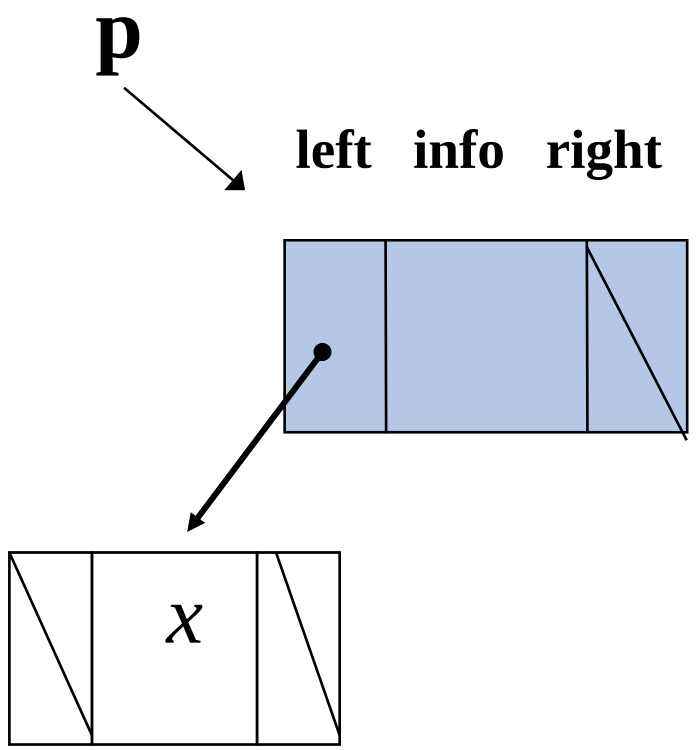
```
NODEPTR makeTree (int x)
{
    NODEPTR p;

    p = new node;
    p->info = x;
    p->left = NULL;
    p->right = NULL;
    return (p);
}
```



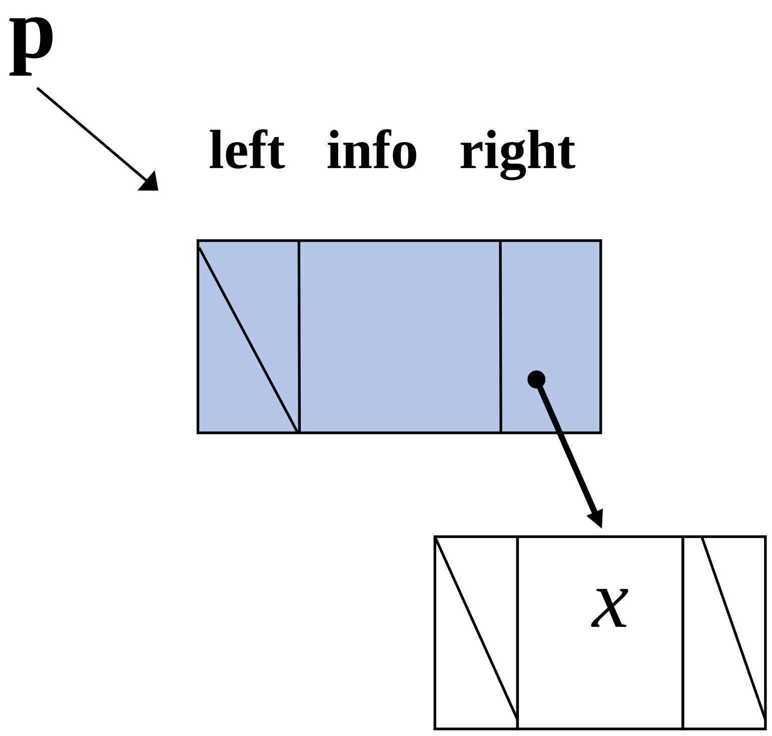
setLeft Function

```
void setLeft (NODEPTR p, int x)
{
   if (p == NULL)
         cout << "can't set left child to p" <<
         endl;
   else if (p->left != NULL)
         cout << "p already has left child" <<
         endl;
   else
         p->left = makeTree(x);
}
```



setRight Function

```
void setRight (NODEPTR p, int x)
{
   if (p == NULL)
         cout << "can't set left child to p" <<
         endl;
   else if (p->right != NULL)
         cout << "p already has left child" <<
         endl;
   else
         p->right = makeTree(x);
}
```



Preorder Traversal

```
void preOrder (NODEPTR tree) {
    if (tree != NULL) {
        cout << tree->info << " ";
        preOrder(tree->left);
        preOrder(tree->right);
    }
}
```

Inorder Traversal

```
void inOrder(NODEPTR tree)
{
    if (tree != NULL)
    {
        inOrder(tree->left);
        cout << tree->info << " ";
        inOrder(tree->right);
    }
}
```

Postorder Traversal

```
void postOrder (NODEPTR tree)
{
    if (tree != NULL)
    {
        postOrder(tree->left);
        postOrder(tree->right);
        cout << tree->info << " ";
    }
}
```

Breath-First Traversal

```
void breathFirst (NODEPTR root) {
    NODEPTR p = root;
    while (p!= NULL) {
        cout << p->info << " ";
        if (p->left != NULL)
            enqueue(p->left);
        if (p->right != NULL)
            enqueue(p->right);
        if (!emptyQ())
            p = dequeue()
        else
            p = NULL;
    }
}
```

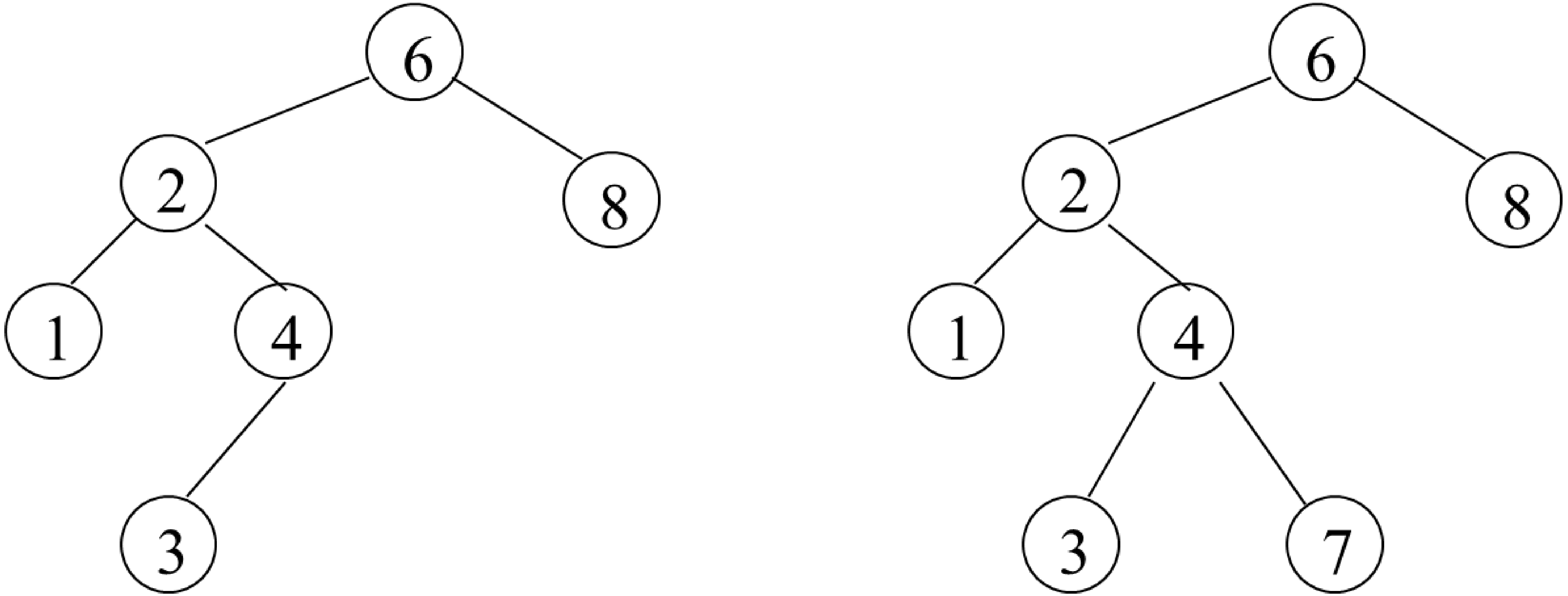
Binary Search Tree

ต้นไม้ไบนารีสำหรับการค้นหา

ต้นไม้ไบนารีสำหรับการค้นหา (Binary Search Tree) เป็นต้นไม้ไบนารีที่ สำหรับโหนด x ใดๆ

- โหนดที่อยู่ในต้นไม้ ย่อยทางด้านซ้ายของโหนด x มีค่าน้อยกว่าโหนด x
- โหนดที่อยู่ที่ต้นไม้ย่อยทางด้านขวา ของโหนด x จะมีข้อมูลที่มากกว่าหรือเท่ากับโหนด x

นอกจากนี้ ถ้าเราทำการท่องเข้าไปใน BST แบบ inorder เราจะได้ข้อมูลที่เรียงลำดับ จากน้อยไปมากเสมอ



- ต้นไม้ทั้งสองเป็นต้นไม้ไบนารีทั้งคู่
- แต่เฉพาะต้นซ้ายเท่านั้นที่มีคุณสมบัติเป็น BST

โครงสร้างของ BST

```
struct node {
    int info;
    struct node *left;
    struct node *right;

};
typedef struct node* NODEPTR;

NODEPTR root = NULL;
```

Operations of Binary Search Tree

- **searchBST** ใช้ในการค้นหาข้อมูลใน BST
- **findSmallestBST** หาข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด
- **findLargestBST** หาข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด
- **insertBST** การเพิ่มโหนดของข้อมูลใน BST
- **deleteBST** การลบโหนดของข้อมูลใน BST

```
NODEPTR searchBST (NODEPTR t, int key)
{
    if (t == NULL)   return NULL;
    if (key < t->info)
        return searchBST(t->left, key);
    else if (key > t->info)
        return searchBST(t->right, key);
    else
        return t;
}
```

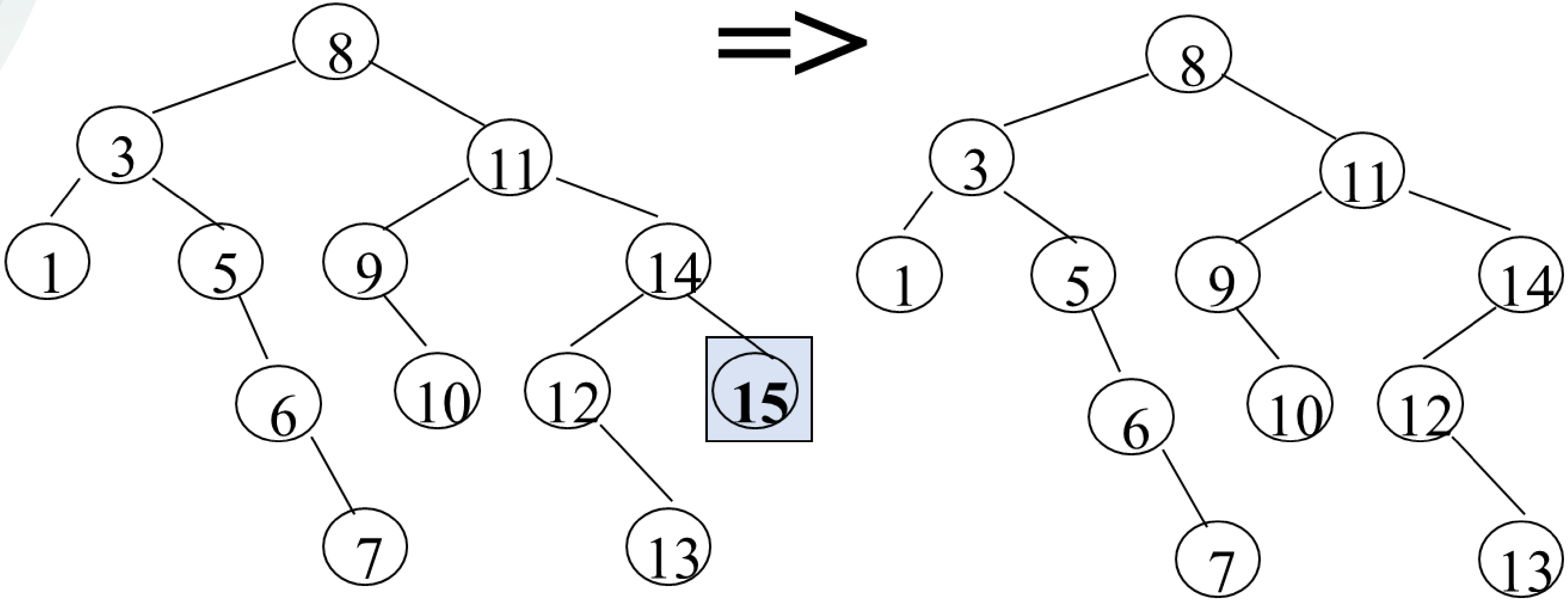
```
void findSmallest()
{
    if (root != NULL) {
        NODEPTR tmp;
        for(tmp=root; tmp->left!=NULL; tmp=tmp->left);
            cout << "The smallest is" << tmp->info << endl;
    }
}
```

```
void findLargest()
{
    if (root != NULL) {
    NODEPTR tmp;
    for(tmp=root;tmp->right!=NULL;tmp=tmp->right);
        cout << "The largest is " <<tmp->info<< endl;
    }
}
```

```
void insertBST( NODEPTR &t, int input) {
    if (t == NULL) {
        t = new node;
        t->info = input;
        t->left = NULL;
        t->right = NULL; }
    else {
        if (input < t->info)  insertBST(t->left, input);
        else insertBST(t->right, input);
    }
}
```

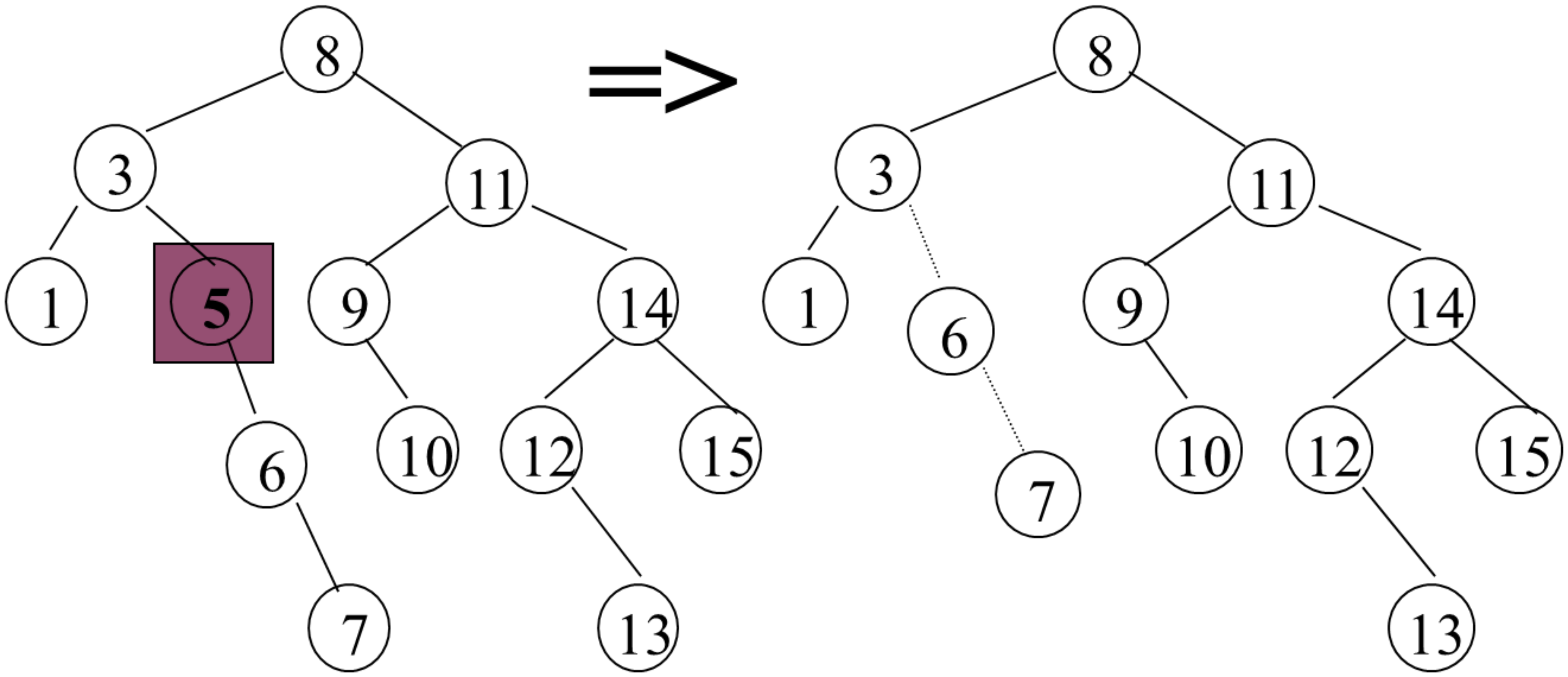
การ Delete ข้อมูล

- การลบข้อมูลใน BST ค่อนข้างจะยุ่งยาก เนื่องจากพบลบแล้วก็ต้องทำการปรับลิงค์ต่าง ๆ ซึ่งแตกต่างกันเป็นกรณีๆ ไป
- หลังจากลบแล้ว ต้นไม้ที่เหลือจะต้องคง คุณสมบัติของ BST คือโหนดทางซ้ายมีค่าน้อยกว่าโหนดกลางและโหนดทางขวา มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับโหนดกลาง
- เราแบ่งการพิจารณาออกได้เป็น 3 กรณี



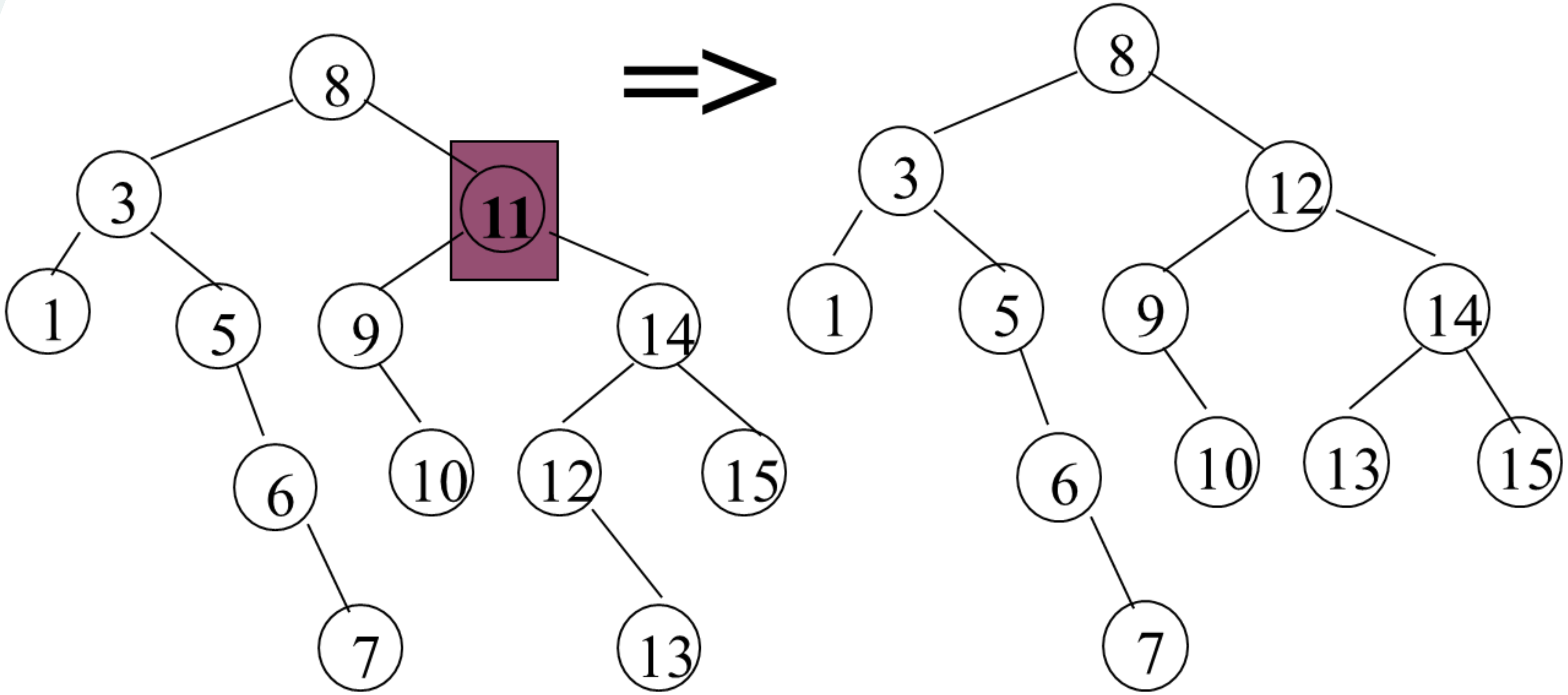
(a) deleting node with key 15.

<u>กรณีที่1</u> โหนดที่ต้องการลบเป็นโหนดใบไม้



(b) deleting node with key 5.

<u>กรณีที่ 2</u> โหนดที่ต้องการลบมีต้นไม้ย่อยเพียงข้างซ้ายข้างเดียวหรือข้างขวาเพียงข้างเดียว



(c) deleting node with key 11.

กรณีที่3 โหนดที่ต้องการลบมีต้นไม้ย่อยทั้งสองข้าง

ประสิทธิภาพการค้นหาของ BST

- ประสิทธิภาพการค้นหาข้อมูลใน BST มักจะขึ้นกับรูปร่างของต้นไม้ว่ามี ความสมดุลหรือ เอียงมากน้อยแค่ไหน