

เอกสารประกอบการอบรม ส่วนที่ 1 วิชาโครงสร้างข้อมูล

ค่ายคอมพิวเตอร์โอลิมปิก สอวน. ค่าย 2 2/2567
ศูนย์โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย - มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
ระหว่างวันที่ 10 -25 มีนาคม 2568

โดย

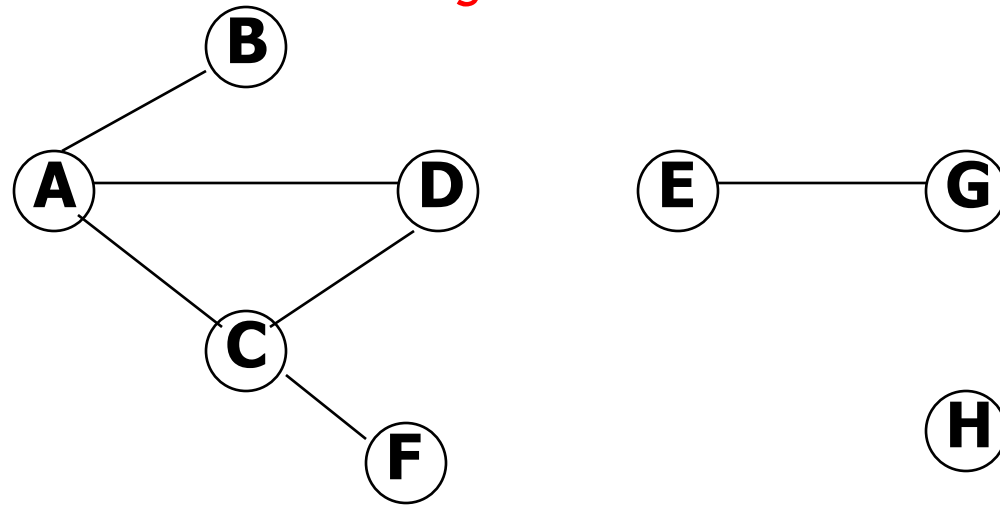
สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์



กราฟ (Graph)

กราฟ (Graph)

- **กราฟ** ประกอบไปด้วยกลุ่มของโนด (node) ที่เรียกว่า **vertices** และเส้นเชื่อมระหว่างโนดเรียกว่า **edges** ดังภาพ



เซตของ vertices คือ $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$

เซตของ edges คือ $\{(A, B), (A, D), (A, C), (C, D), (C, F), (E, G), (A, A)\}$

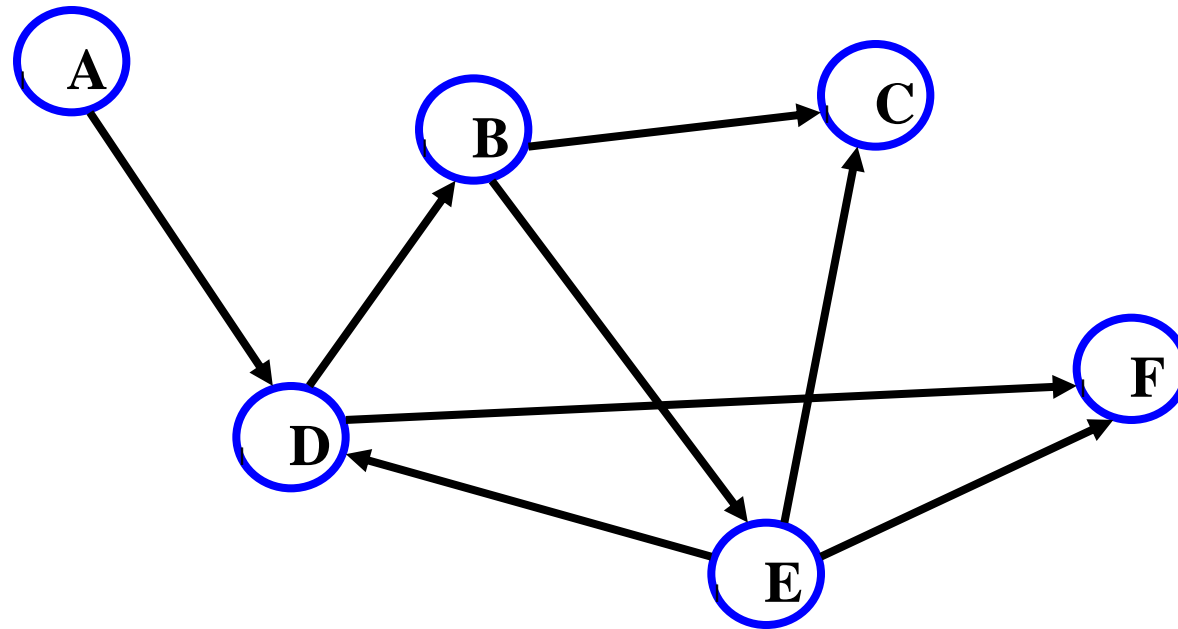


กราฟ (Graph)

- กราฟไม่จำเป็นต้องเป็น tree แต่ tree เป็นกราฟ
- ไม่จำเป็นที่ทุก vertex ต้องมี edge มาเชื่อม
- vertex ในกราฟอาจจะชี้ไปยัง vertex อื่นๆ ในกราฟก็ได้ ไม่จำกัด
- เราจะกล่าวว่าโหนด n *incident* กับ edge x เมื่อ n เป็นหนึ่งในสองโหนดที่เชื่อมกับ edge x
- *degree* ของโหนด หมายถึงจำนวน edge ที่เชื่อมเข้ามาที่โหนดนั้น

กราฟแบบมีทิศทาง

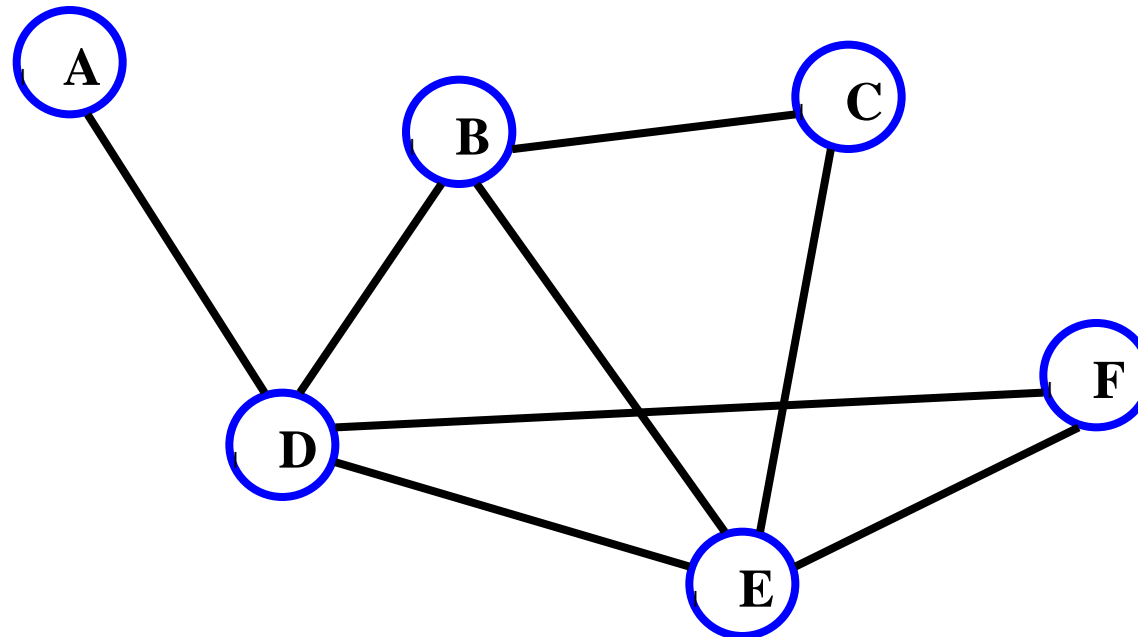
(A Directed Graph หรือ Digraph)



Directed graph หรือ digraph เป็นกราฟที่เส้นเชื่อม (edge) ระหว่างคู่ของโนดมีลูกศร (arrow) แสดงทิศทางจากโนดแรกในคู่ ไปยังโนดที่สอง (ถูกชี้ด้วยลูกศร) และ เราเรียก edge ของ digraph ว่า *arcs*

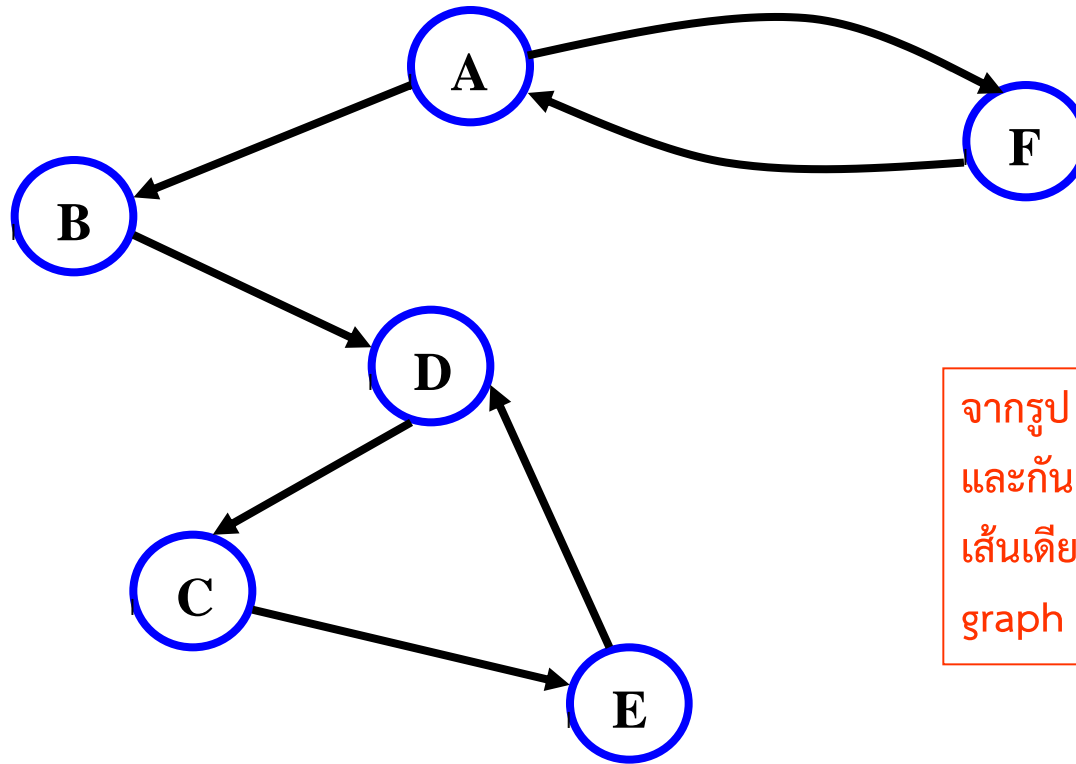
กราฟไม่มีทิศทาง

(An Undirected Graph)



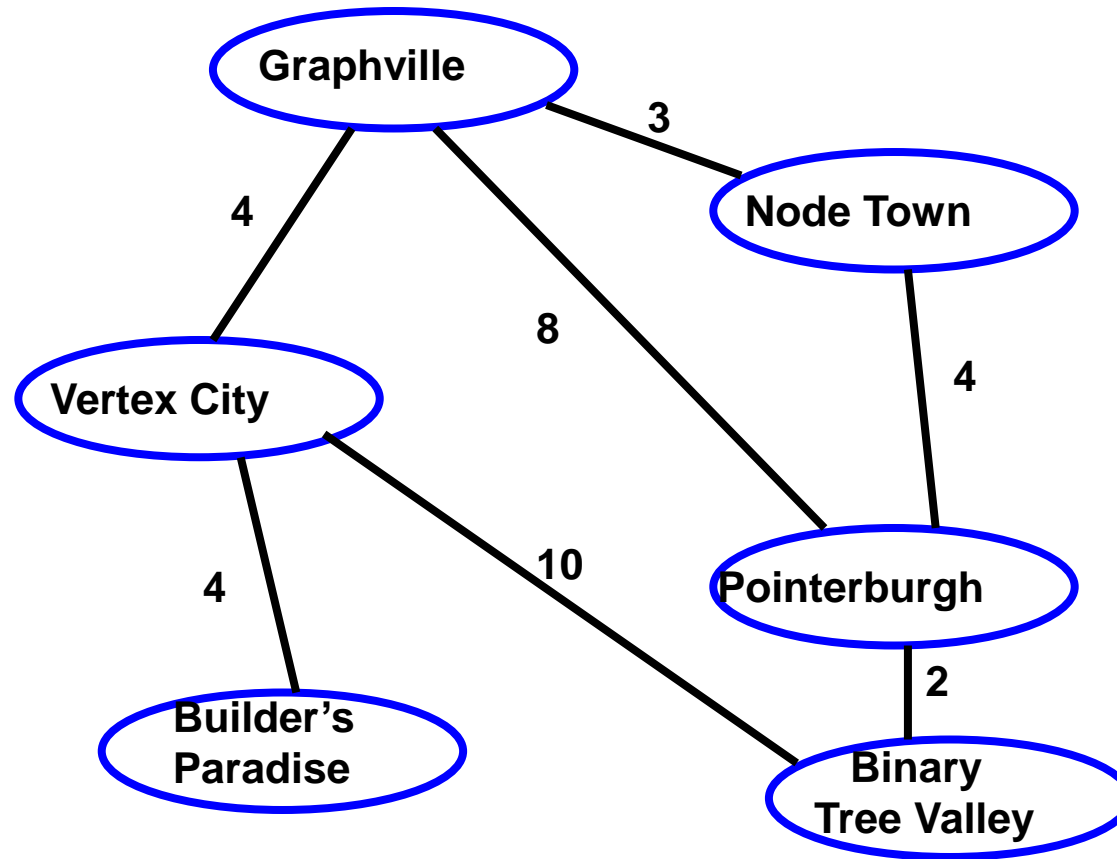
Undirected graph เป็นกราฟที่ไม่มีทิศทางระหว่าง 2 vertices โดยสามารถไปได้ทั้ง 2 ทิศทาง จากภาพ แต่ละ edge จะชี้ไปสองทิศทาง กล่าวคือ A ชี้ไปที่ D และ D ชี้ไปที่ A

รูปแบบอื่นของ Digraph



จากรูป โหนด A และ F ชี้ไปซึ่งกัน
และกัน – เราจะไม่วาดเส้นตรงเพียง
เส้นเดียวเหมือนกับ undirected
graph

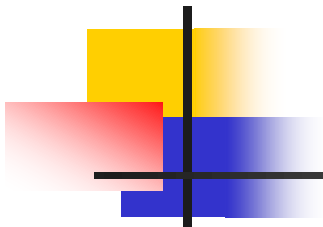
กราฟแบบมีน้ำหนัก (Weighted Graph)





Path

- **Path** หมายถึง เส้นทางที่มีการเชื่อมต่อกันของโนด หรือ ลำดับของ edge ที่เชื่อมต่อไปในทิศทางเดียวกัน
- path จากโนดหนึ่งไปยังตัวมันเองเรียกว่า *cycle*.
- ถ้ากราฟมี cycle จะเป็น *cyclic graph* ถ้าไม่มีเป็น *acyclic graph*



จากรูปมี

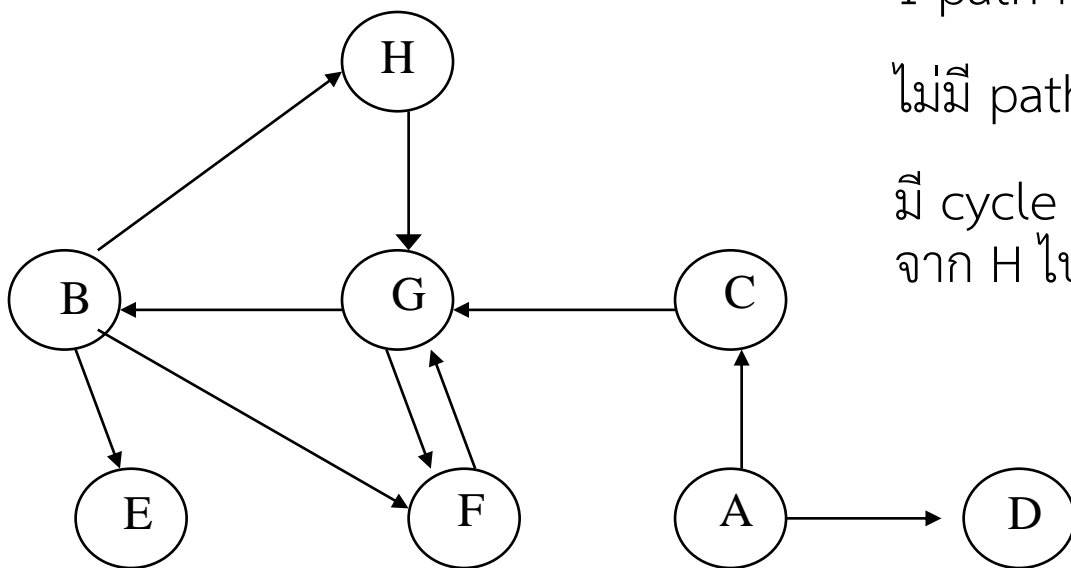
1 path ความยาว 1 จาก A ไป C

2 paths ความยาว 2 จาก B ไป G

1 path ความยาว 3 จาก A ไป F

ไม่มี path จาก B ไป C

มี cycle จาก B ไป B จาก F ไป F และ
จาก H ไป H





การนำกราฟไปใช้แก้ปัญหา

โจทย์ : หาเส้นทางบินตรงจากเมืองหนึ่งไปเมืองหนึ่งโดยผ่านเมืองอื่นน้อยที่สุด

วิธีการแก้ปัญหา : ใช้ directed graph ในการโมเดลเครือข่ายของเส้นทางการบินของสายการบิน โดย

- ให้ vertices แทนชื่อเมืองที่มีสนามบิน
- direct arcs แสดงเส้นทางบินที่เชื่อมระหว่างเมือง
- การหาเส้นทางบินตรงเท่ากับการหา shortest path หรือหาจำนวน arcs ที่น้อยที่สุดจาก vertex เริ่มต้นไปยัง vertex ปลายทาง



โครงสร้างที่ใช้เก็บ Graph

- **Adjacent vertices** คือ 2 vertices ใดๆในกราฟที่ถูกเชื่อมต่อด้วย edge เรากล่าวว่า vertex A *adjacent* กับ vertex B เมื่อมี edge ชี้จาก A ไป B
- โครงสร้างที่นิยมใช้ในการสร้างกราฟได้แก่
 - adjacency matrix
 - adjacency list



Adjacency Matrix

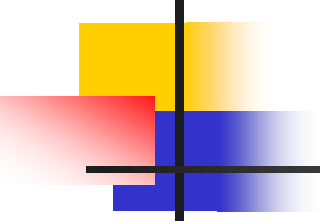
- **Adjacency matrix**

เป็นอะเรย์สองมิติของตัวแปรที่มีค่าเป็น Boolean

- โหนดในกราฟจะถูกให้ค่าตั้งแต่ 0 ถึง $n-1$ โดยที่ n เป็นจำนวนโหนดทั้งหมดในกราฟ

	0	1	2	3	4	5
0	T	T	F	F	F	F
1	F	T	T	F	F	T
2	F	F	T	T	T	F
3	F	F	F	T	F	F
4	F	T	F	T	T	T
5	F	F	F	F	F	T

Adjacency Matrix (cont.)



	0	1	2	3	4	5
0	T	T	F	F	F	F
1	F	T	T	F	F	T
2	F	F	T	T	T	F
3	F	F	F	T	F	F
4	F	T	F	T	T	T
5	F	F	F	F	F	T

- แถวแสดงหมายเลขของ vertex ที่มี edge ซึ่ออก
- คอลัมน์แสดงหมายเลขของ vertex ที่มี edge ซึ่เข้า
- ค่าในจุดตัดของแถวและคอลัมน์
 - ถ้าเป็น T แสดงว่ามี edge ระหว่างโหนดหมายเลข (แถว) ซึ่ไปยังโหนดหมายเลข (คอลัมน์)
 - ถ้าเป็น F แสดงว่าไม่มี edge ระหว่างโหนดหมายเลข (แถว) ซึ่ไปยังโหนดหมายเลข (คอลัมน์)

Adjacency Matrix (cont.)

	0	1	2	3	4	5
0	T	T	F	F	F	F
1	F	T	T	F	F	T
2	F	F	T	T	T	F
3	F	F	F	T	F	F
4	F	T	F	T	T	T
5	F	F	F	F	F	T

ตัวอย่าง :

โหนด 1 ซึ่ไปยังโหนด 2 (ค่าเป็น T) แต่
โหนด 2 ไม่ได้ซึ่ไปยังโหนด 1

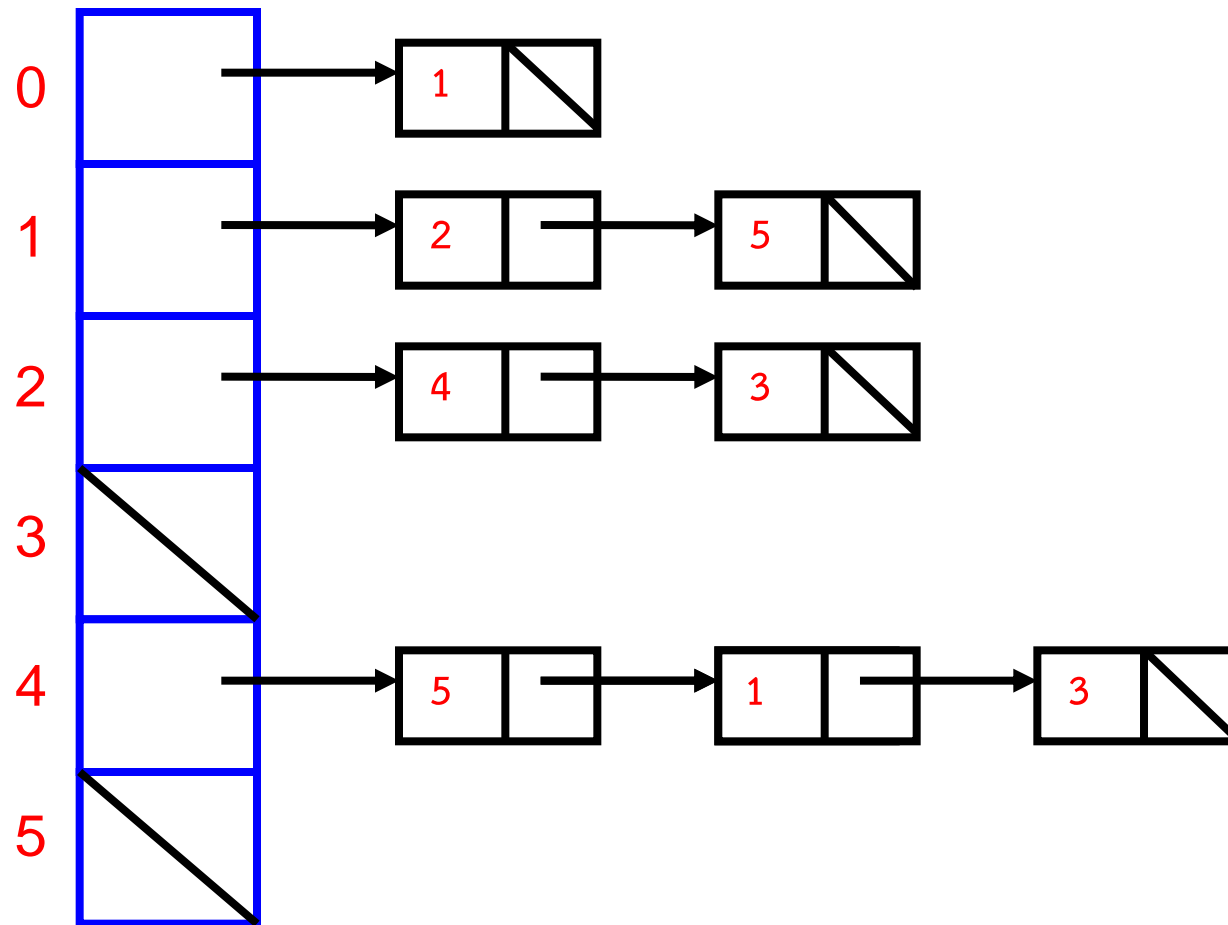
หมายเหตุ : เราสามารถวาดกราฟได้
จาก adjacency matrix โดยตำแหน่ง
ของโหนดอาจไม่ได้เรียงลำดับ
เหมือนเดิมแต่เส้นทางเชื่อมของโหนด
ต้องเหมือนกัน



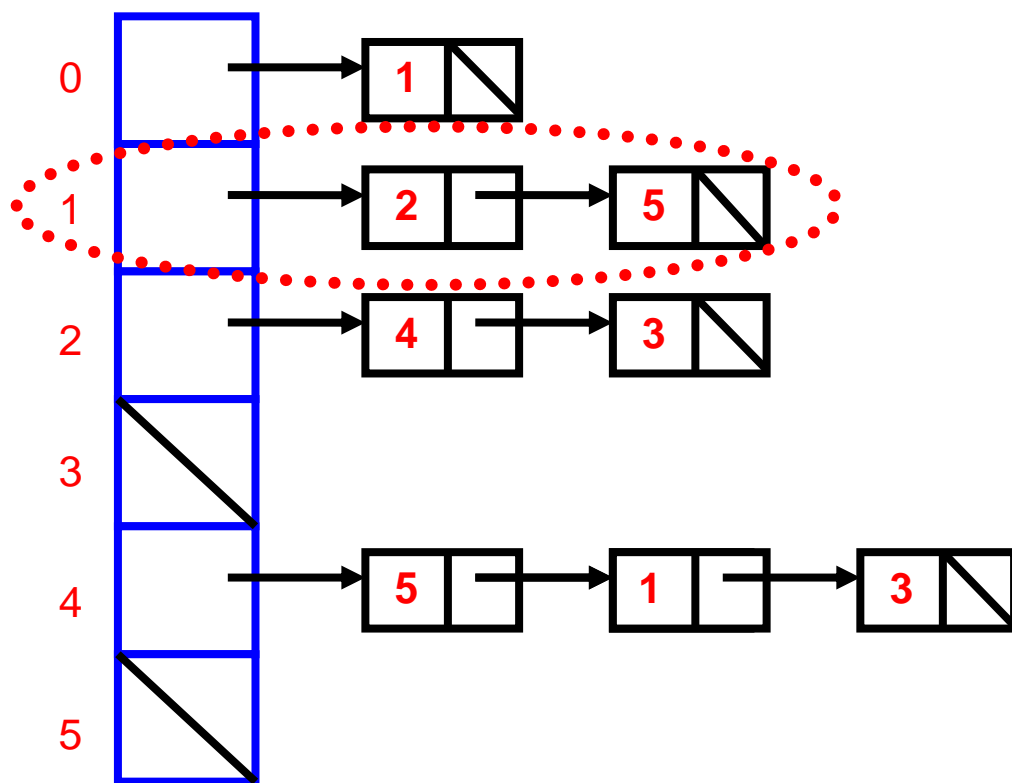
Adjacency List

- Adjacency list เป็นอะเรย์ของ linked lists
- Vertices จะถูกให้หมายเลขตั้งแต่ 0 ถึง $n - 1$
- หมายเลข index ในอะเรย์จะเป็นที่เก็บข้อมูลของ vertex หมายเลขเดียวกัน
- Vertex ที่อะเรย์ช่องใดๆ จะเชื่อมต่อกับโหนดที่อยู่ใน linked list ของช่องนั้น

Adjacency List (cont.)



Adjacency List (cont.)

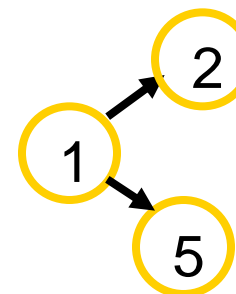


จากรูป:

Vertex 1 is **adjacent** to vertex 2

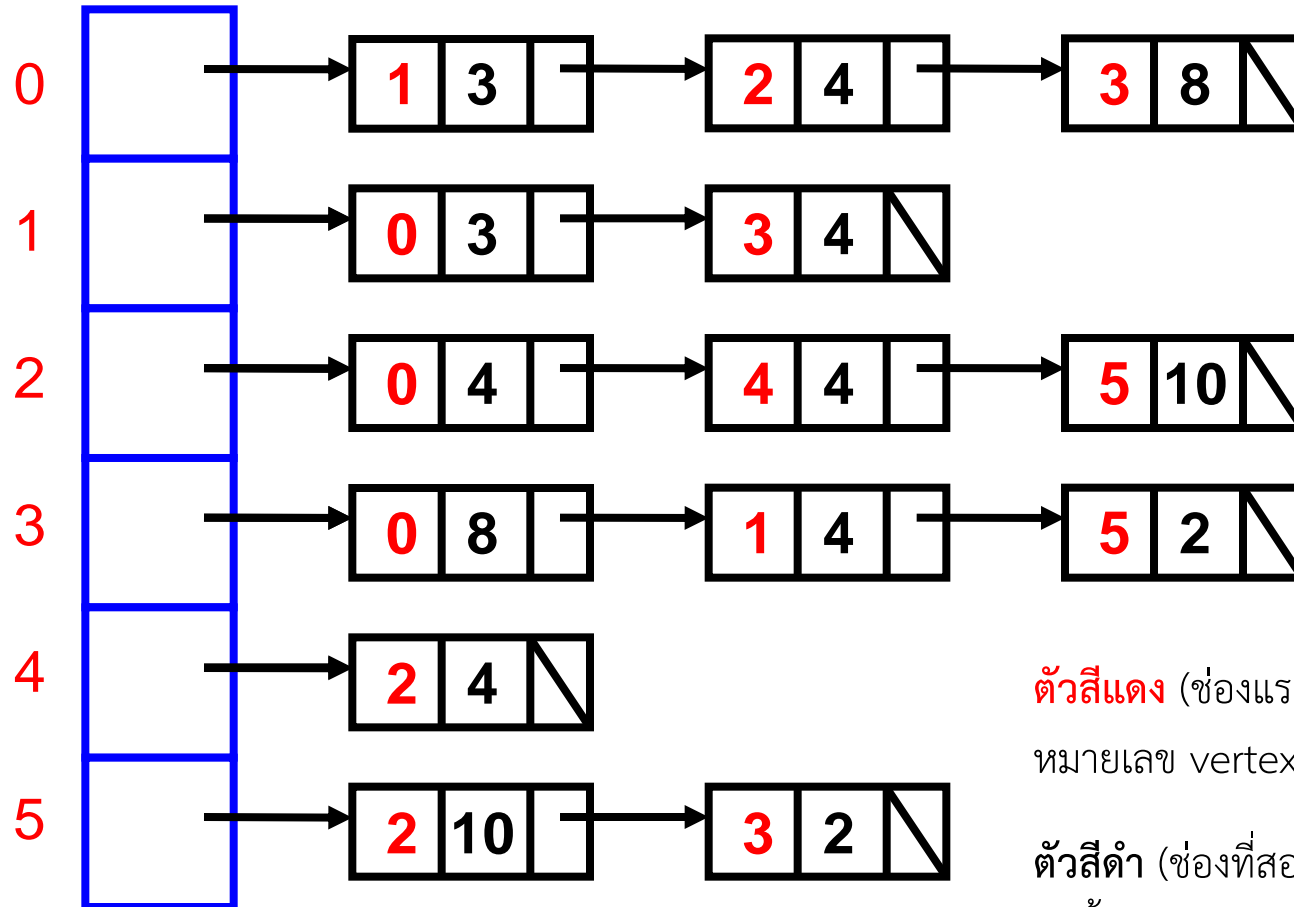
Vertex 1 is **adjacent** to vertex 5

Vertex 2 อาจจะเชื่อมหรือไม่เชื่อมต่อกับ Vertex 5 ก็ได้ ดังภาพด้านล่างนี้



Vertex 3 ลิสต์เป็นลิสต์ว่างหมายถึงไม่เชื่อมต่อกับ vertex ใดเลย

Adjacency List for Weighted Graph



ตัวสีแดง (ช่องแรกของโนด) หมายถึง
หมายเลข vertex

ตัวสีดำ (ช่องที่สองของโนด) หมายถึง
ค่าน้ำหนัก(weights)



การเก็บข้อมูลของ Vertex

- โดยปกติแล้ว เราจะไม่เก็บข้อมูลอื่นๆ นอกจากหมายเลขของ vertex ไว้ในโนดของลิสต์ใน adjacency list เนื่องจากข้อมูลอื่นของ vertex อาจจะใช้เนื้อที่ขนาดใหญ่ และจะเกิดความซ้ำซ้อนของข้อมูลใน adjacency list เพราะในหลายลิสต์ลิสต์อาจจะเก็บข้อมูลของ vertex เดียวกันทำให้เกิดความซ้ำซ้อนและเปลืองเนื้อที่
- ดังนั้น ถ้าต้องการเก็บข้อมูลอื่นของ vertex เรามักจะแยกเก็บในอะเรย์ต่างหาก โดยใช้หมายเลข index ของอะเรย์นี้เป็นตัวเชื่อมโยงไปยัง vertex ที่เก็บอยู่ในอะเรย์ของ adjacency list



Adjacency Matrix vs. Adjacency List

- ความเร็วของการใช้ adjacency matrix หรือ adjacency list ขึ้นกับอัลกอริทึมที่ใช้
 - ถ้าอัลกอริทึมที่ใช้ต้องการรู้ว่ามีเส้นทางเชื่อมตรงระหว่างสอง vertices หรือไม่ การใช้ adjacency matrix จะทำงานได้เร็วกว่า
 - ถ้าอัลกอริทึมที่ใช้ถูกเขียนมาเพื่อประมวลผลลิงค์ลิสต์ใน adjacency list แบบที่ละโหนด การใช้ adjacency list จะทำงานได้เร็วกว่า
- ถ้าความเร็วของการใช้ adjacency matrix หรือ adjacency list ใกล้เคียงกัน ให้พิจารณาจากพื้นที่หน่วยความจำที่ต้องใช้ (space complexity)
 - **Space complexity** จะเป็นการพิจารณาถึงเนื้อที่ของหน่วยความจำที่ต้องใช้เมื่อขนาดของปัญหา (ขนาดของข้อมูล) เปลี่ยนไป

Graph Traversal

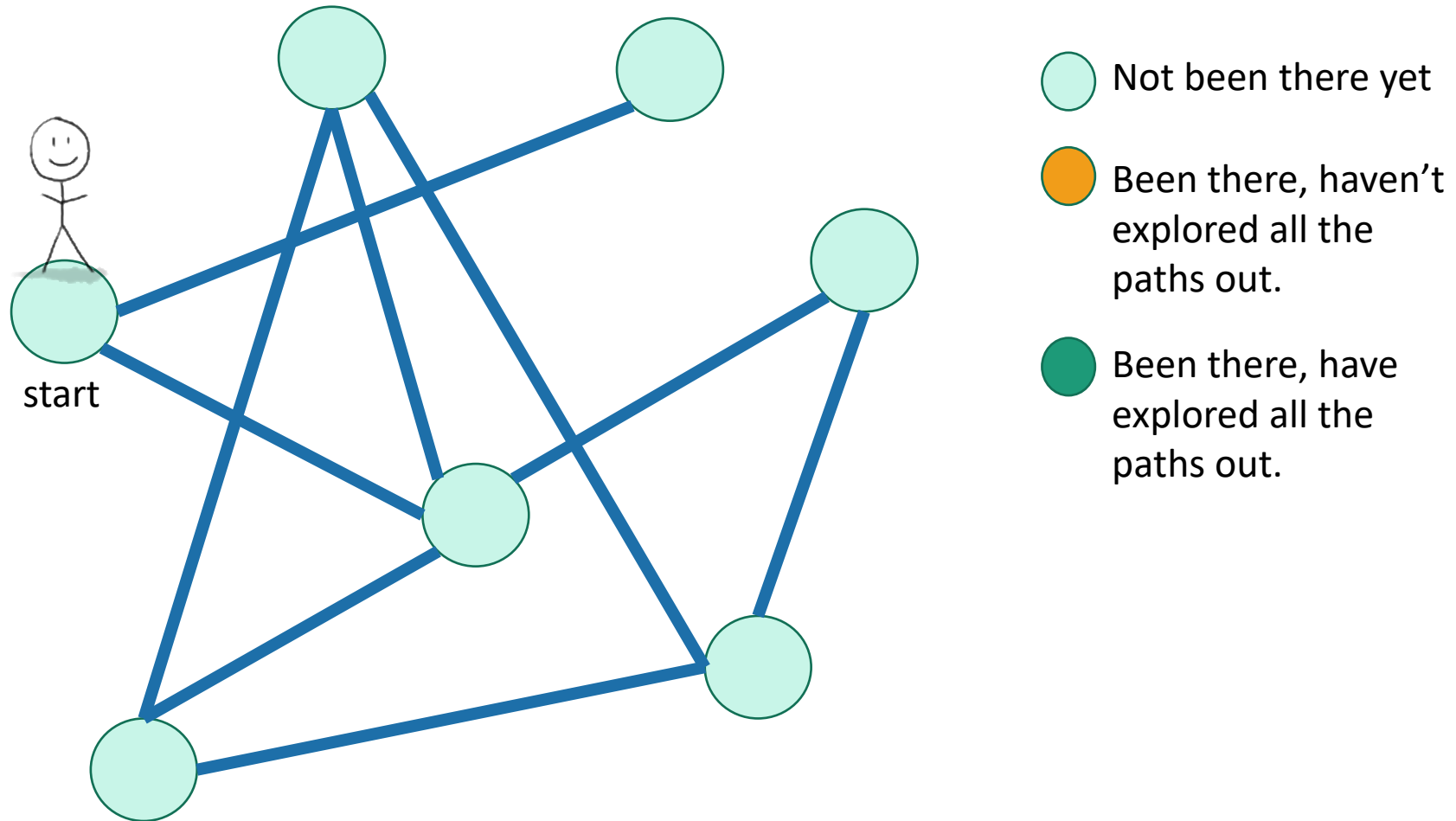
- The most basic graph algorithm that visits nodes of a graph in certain order
- Used as a subroutine in many other algorithms
- We will cover two algorithms
 - ✓ Depth-First Search (DFS): uses recursion (stack)
 - ✓ Breadth-First Search (BFS): uses queue

Depth First Search



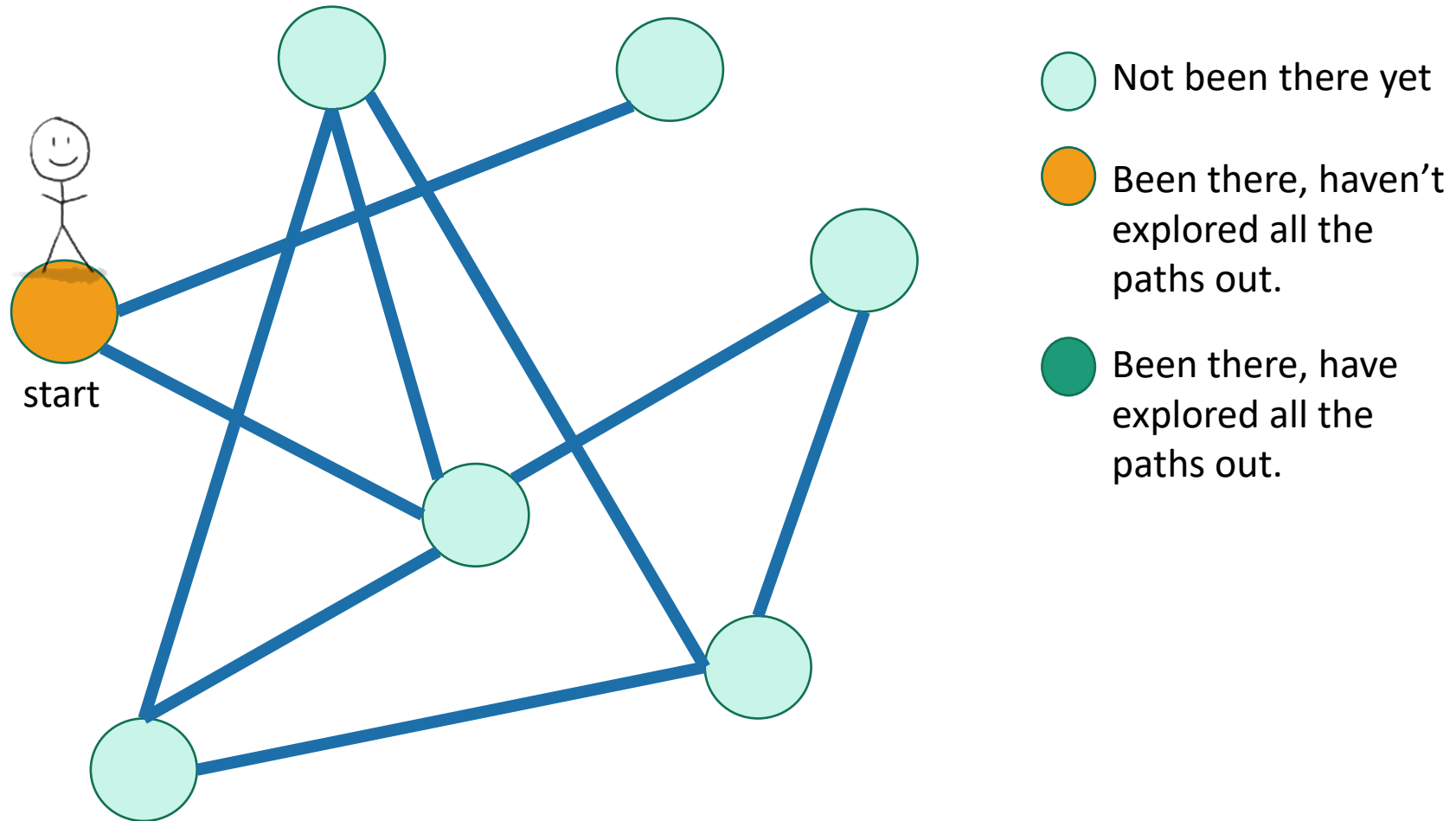
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



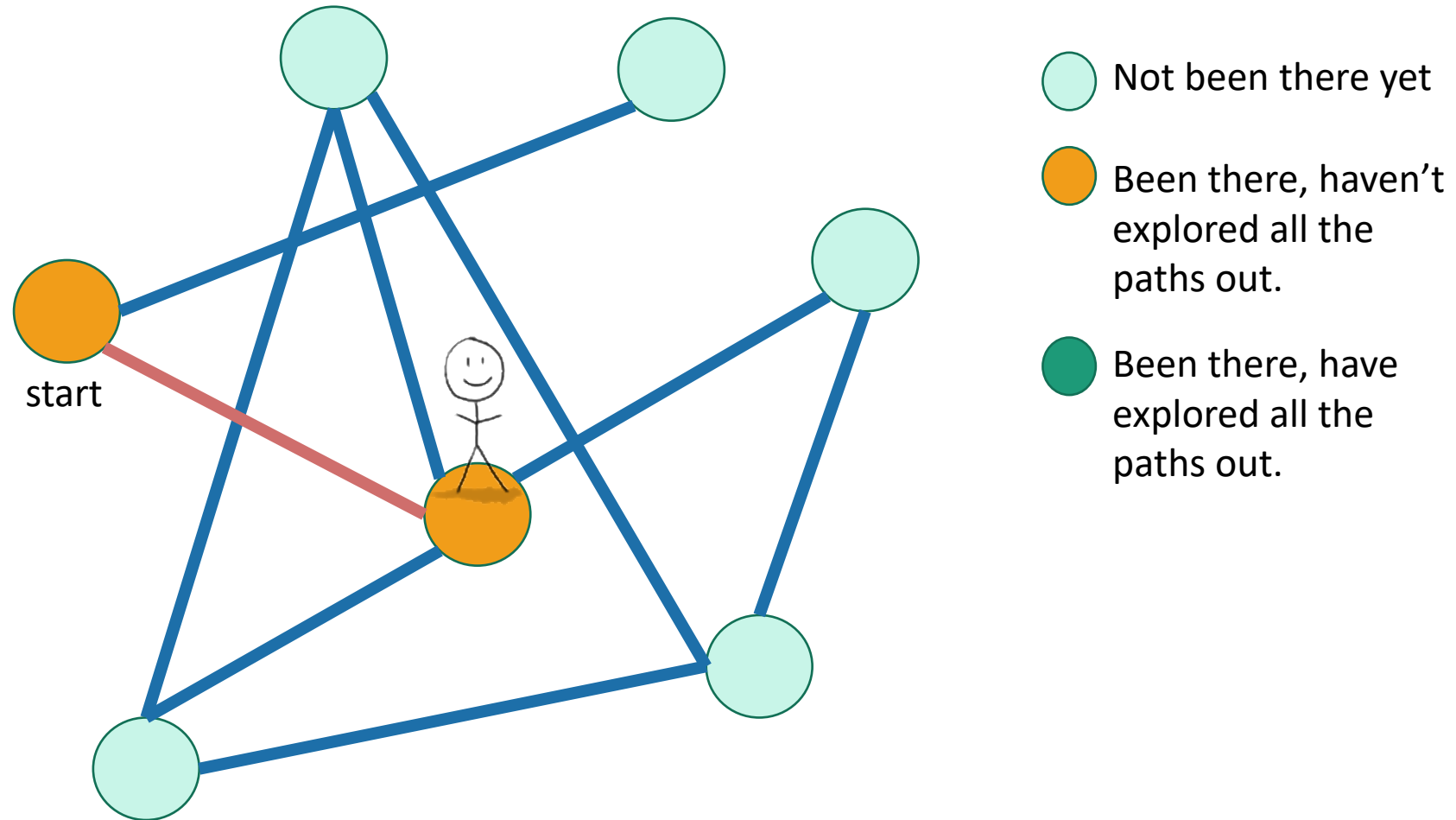
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



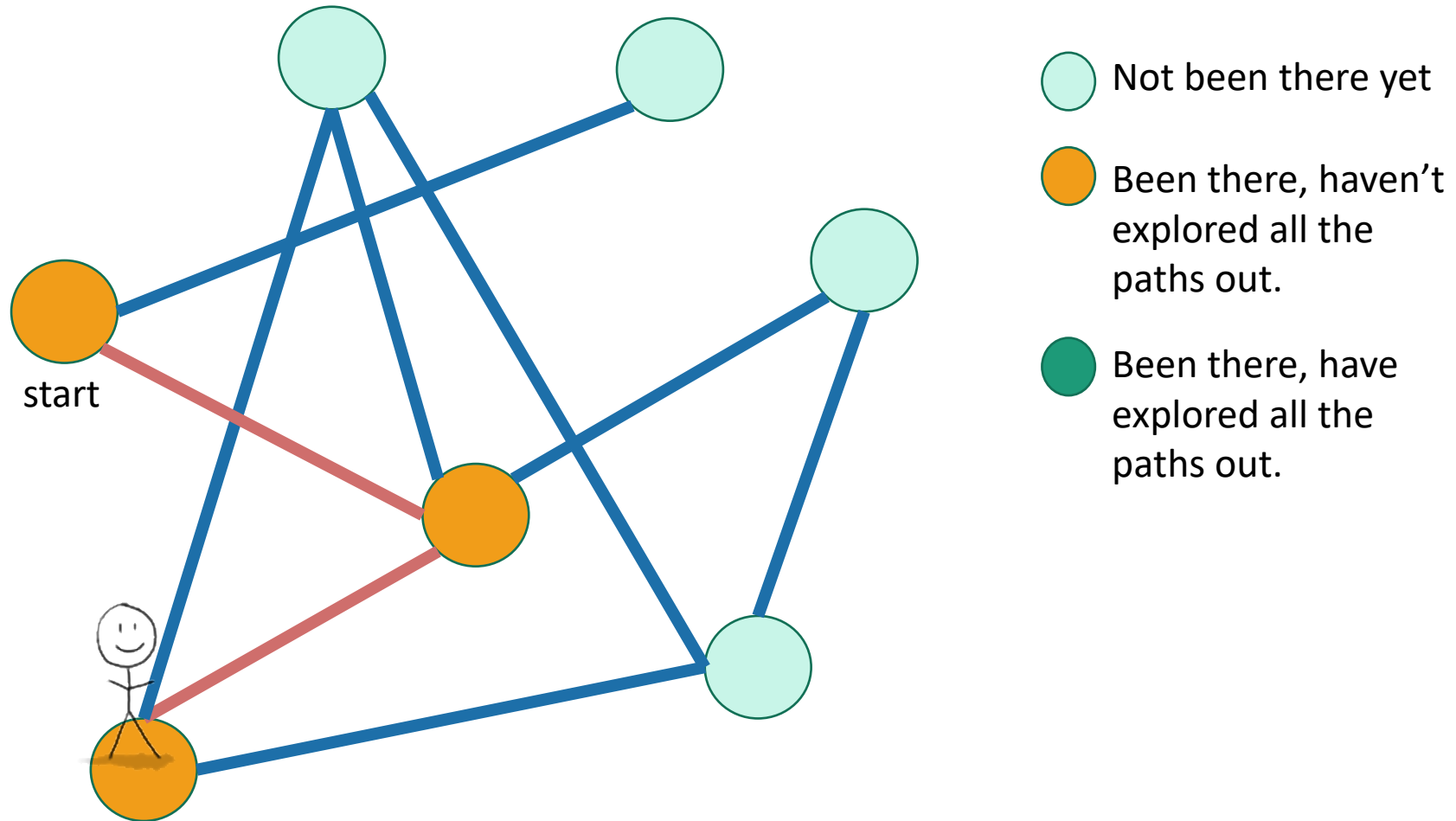
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



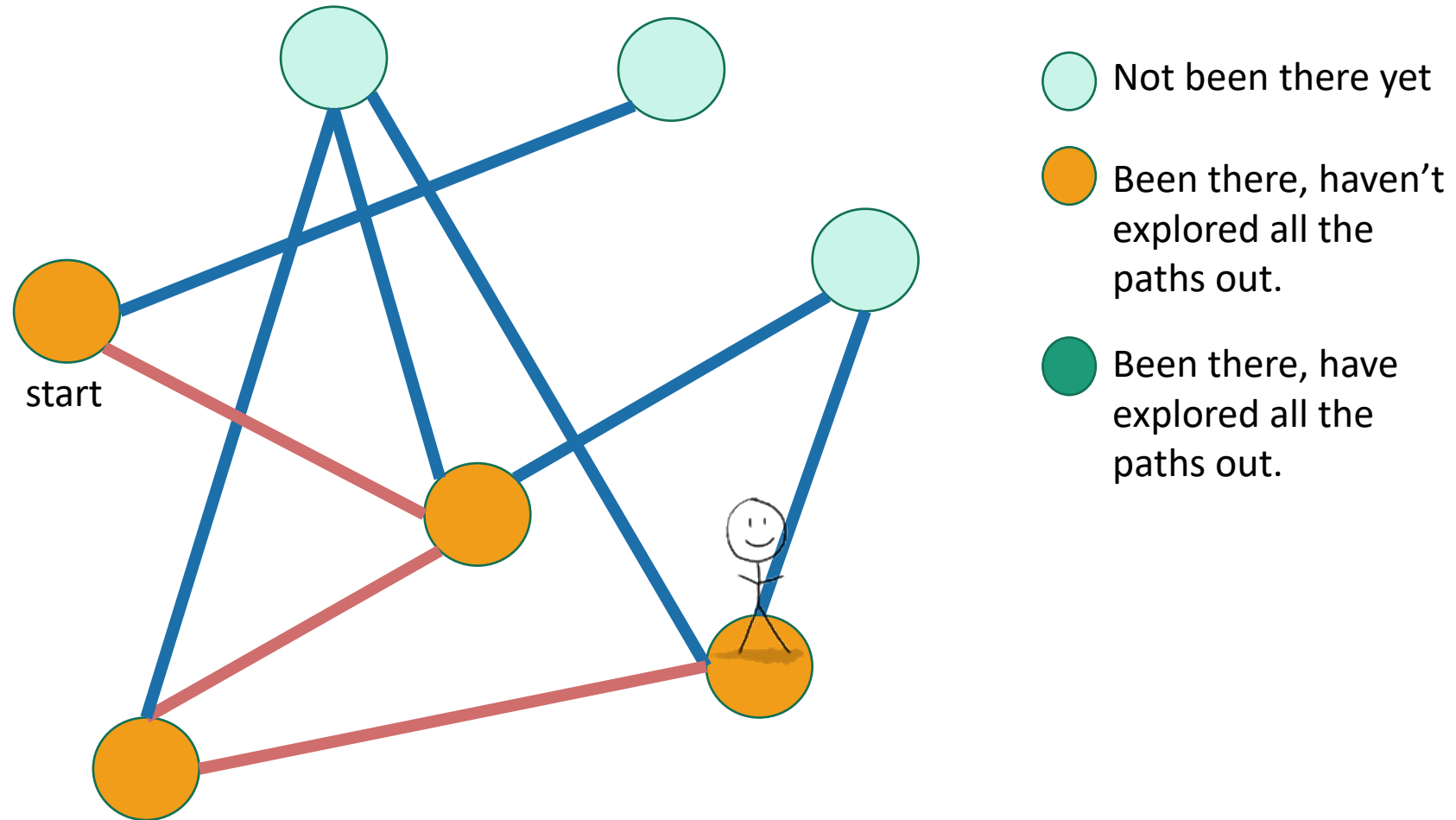
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



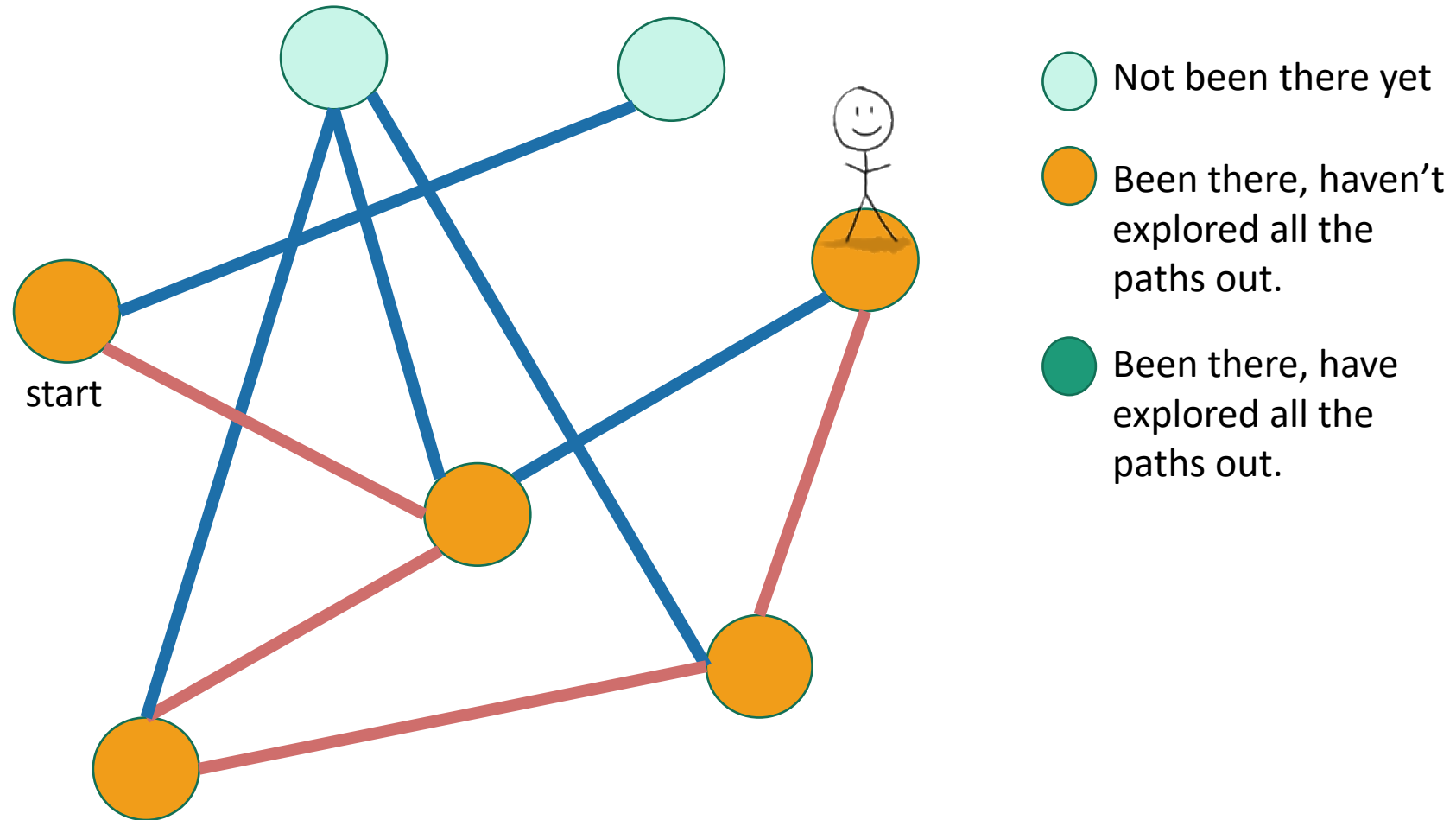
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



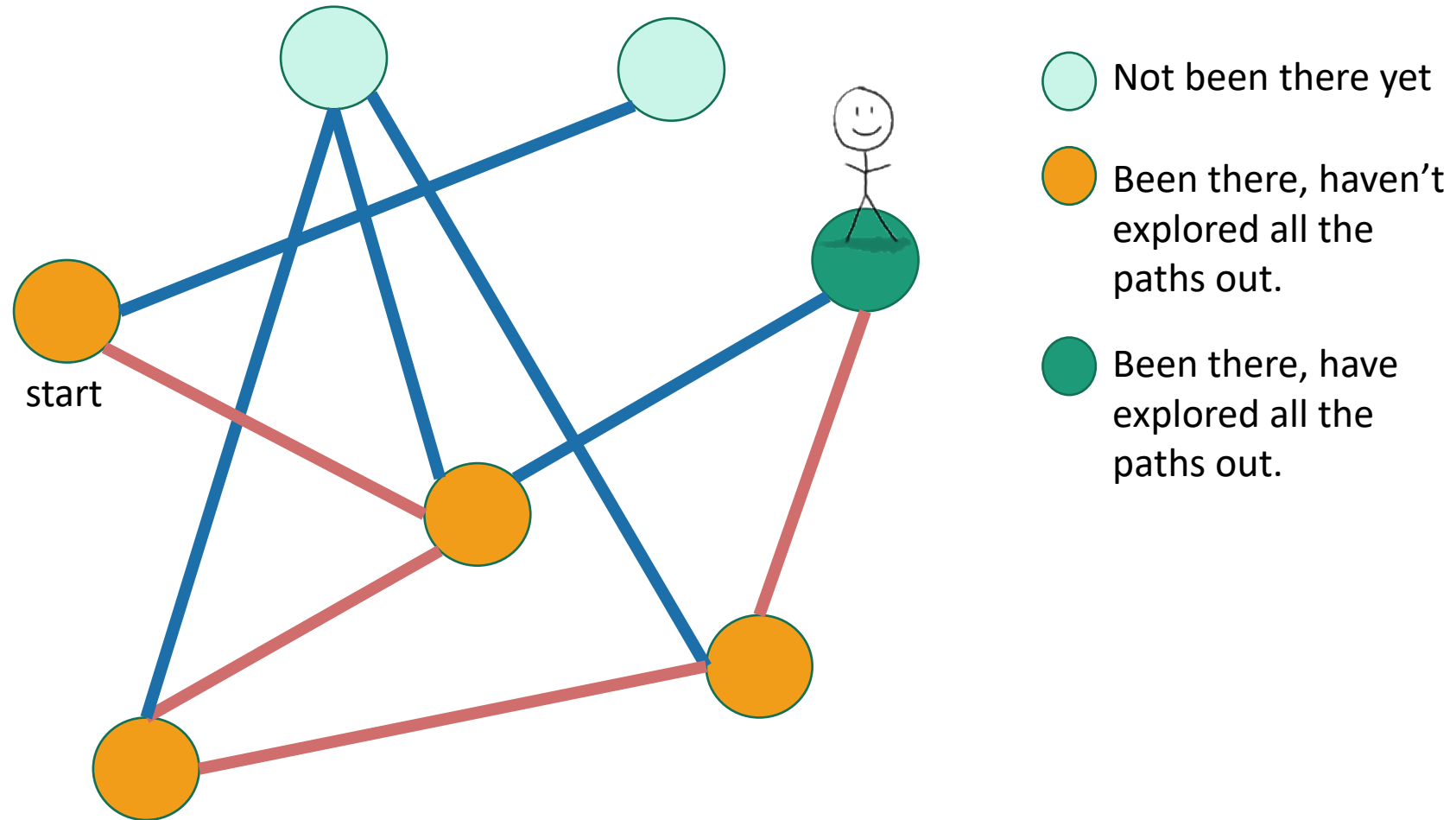
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



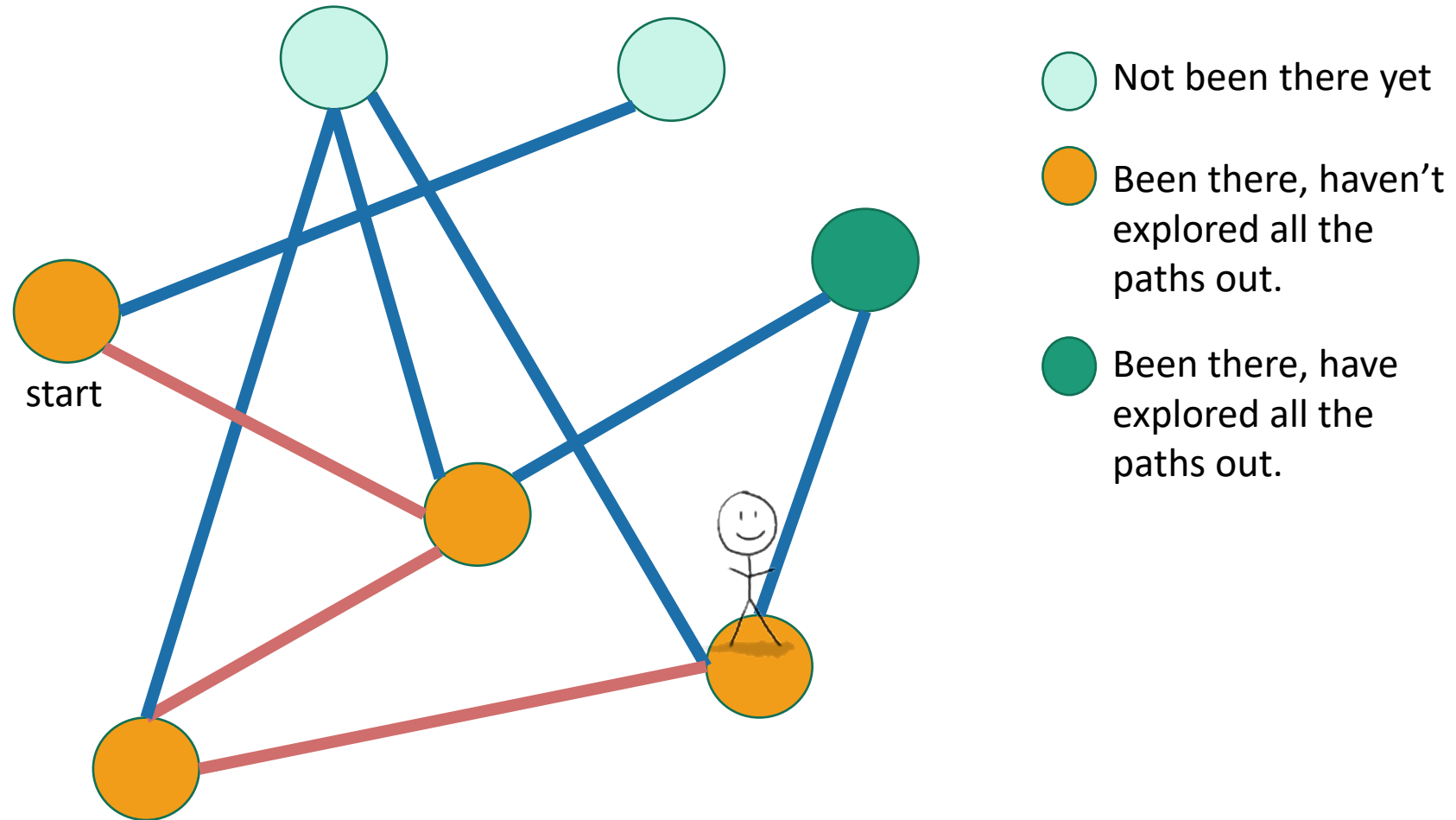
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



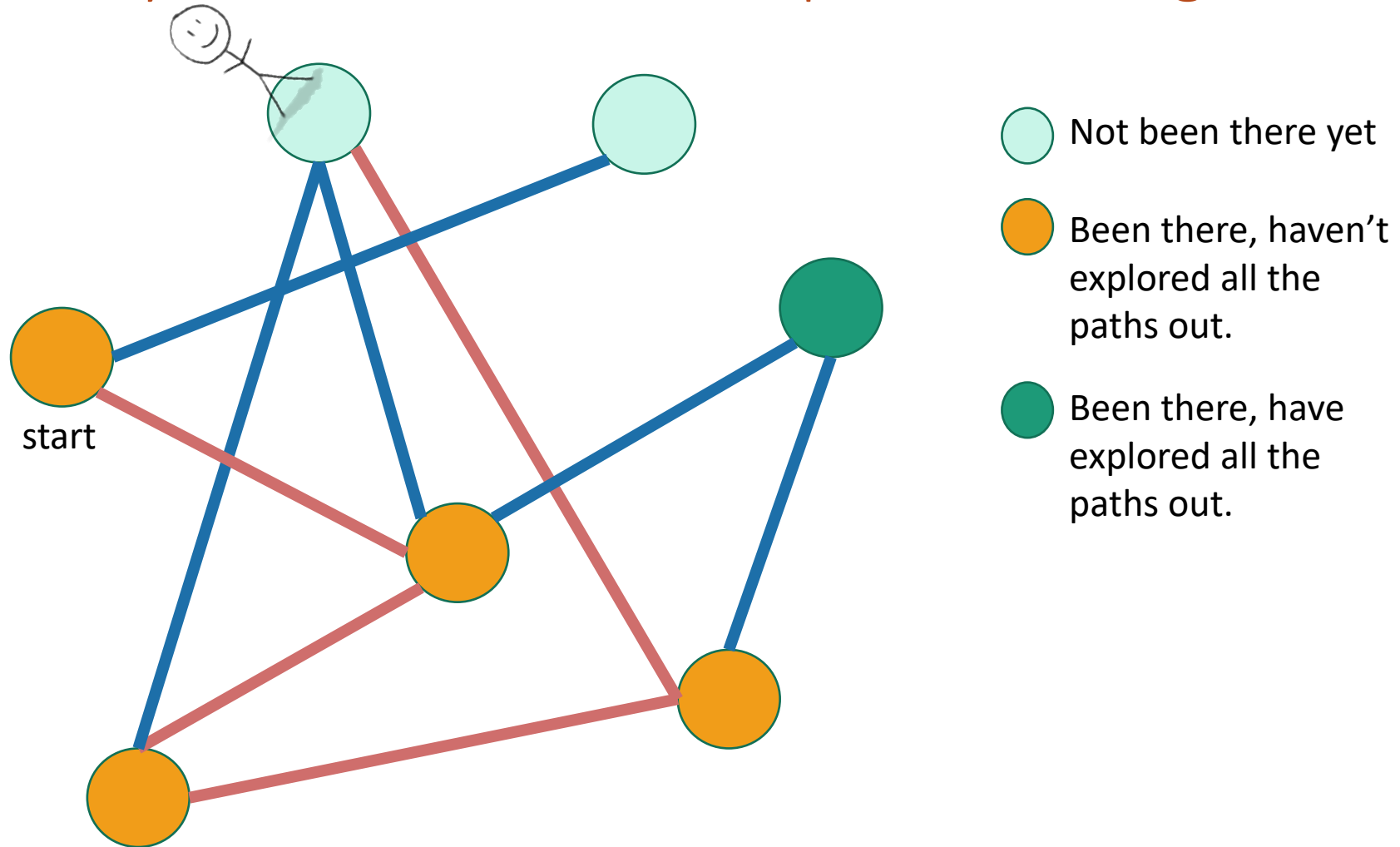
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



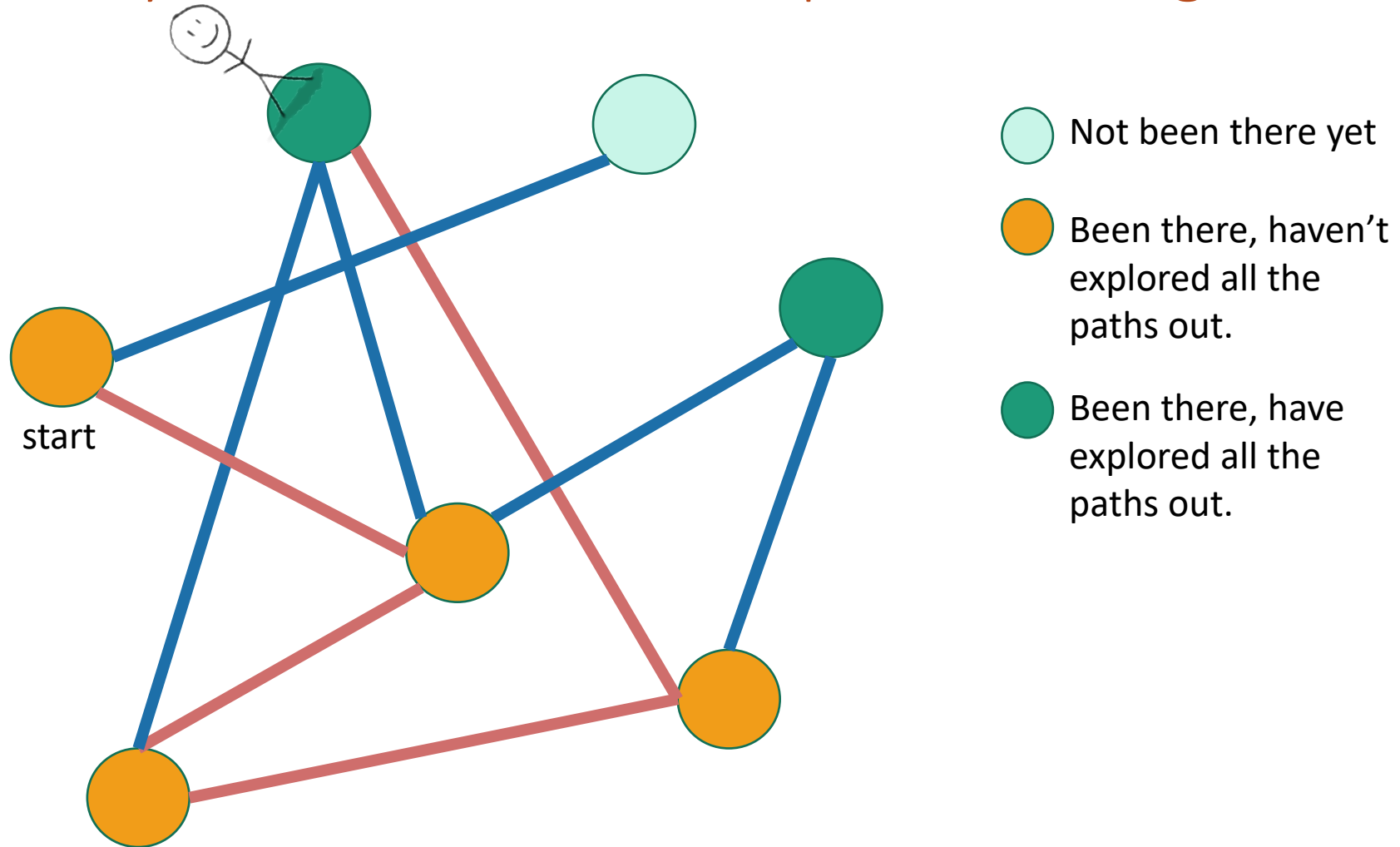
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



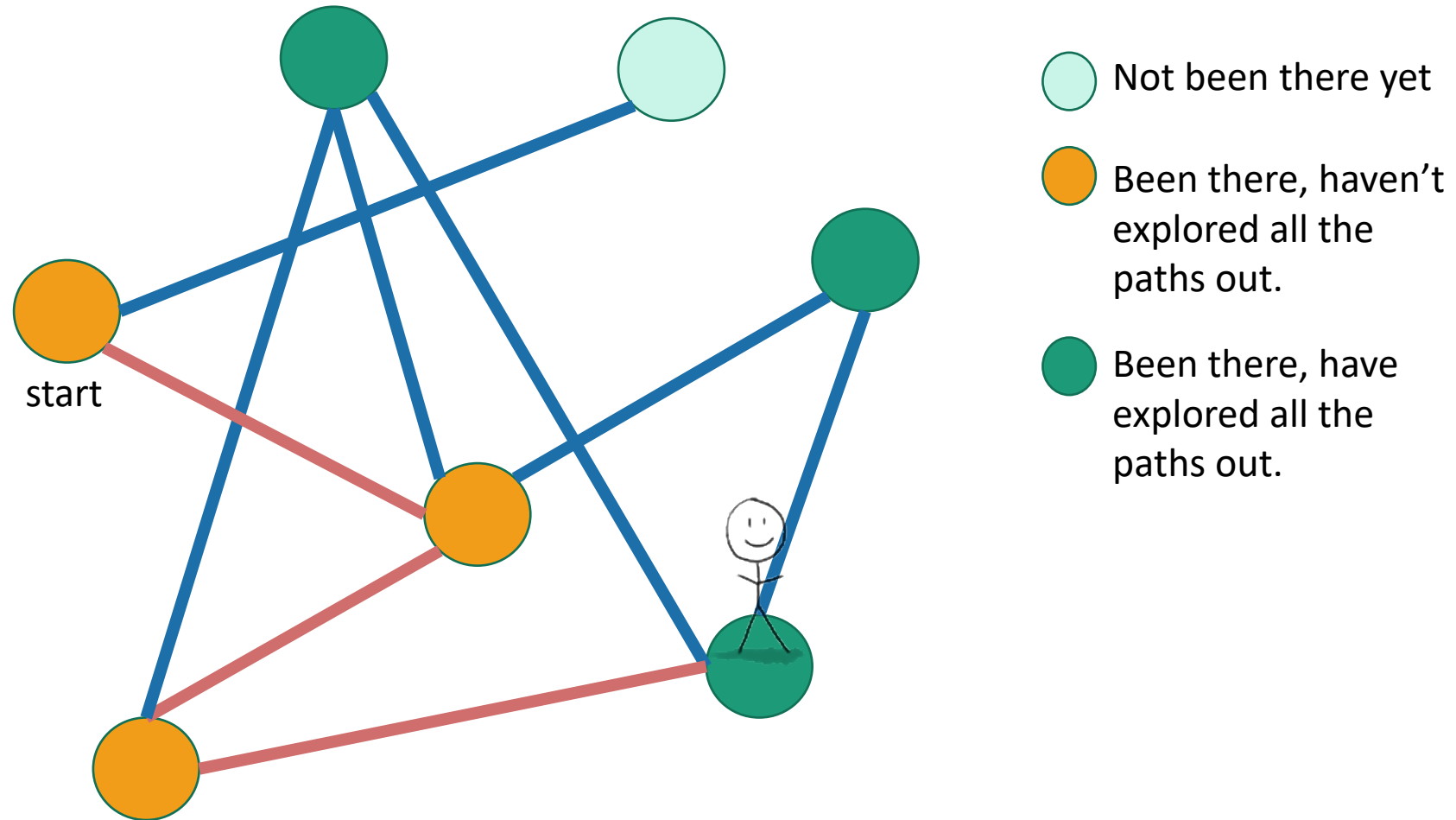
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



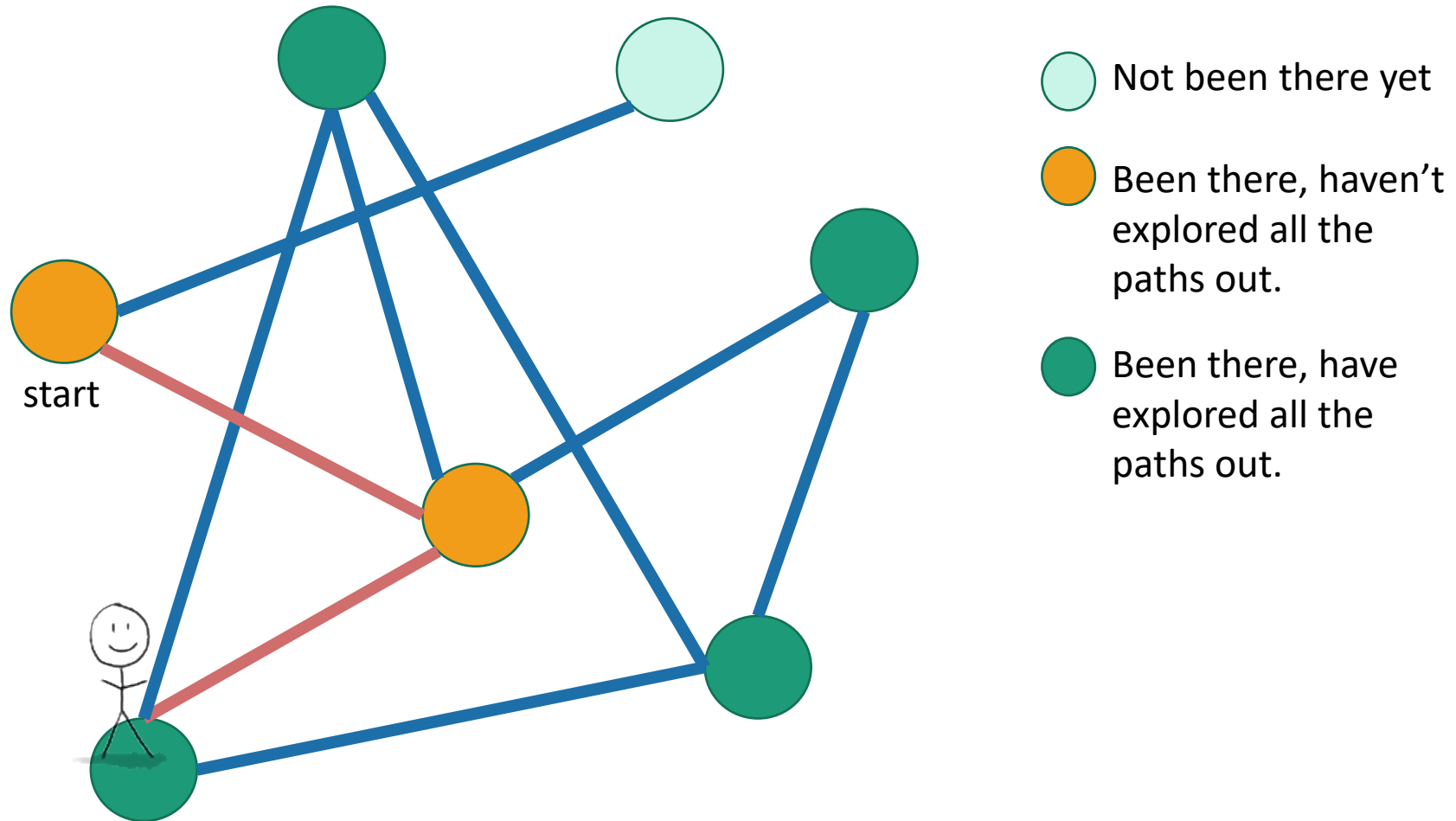
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



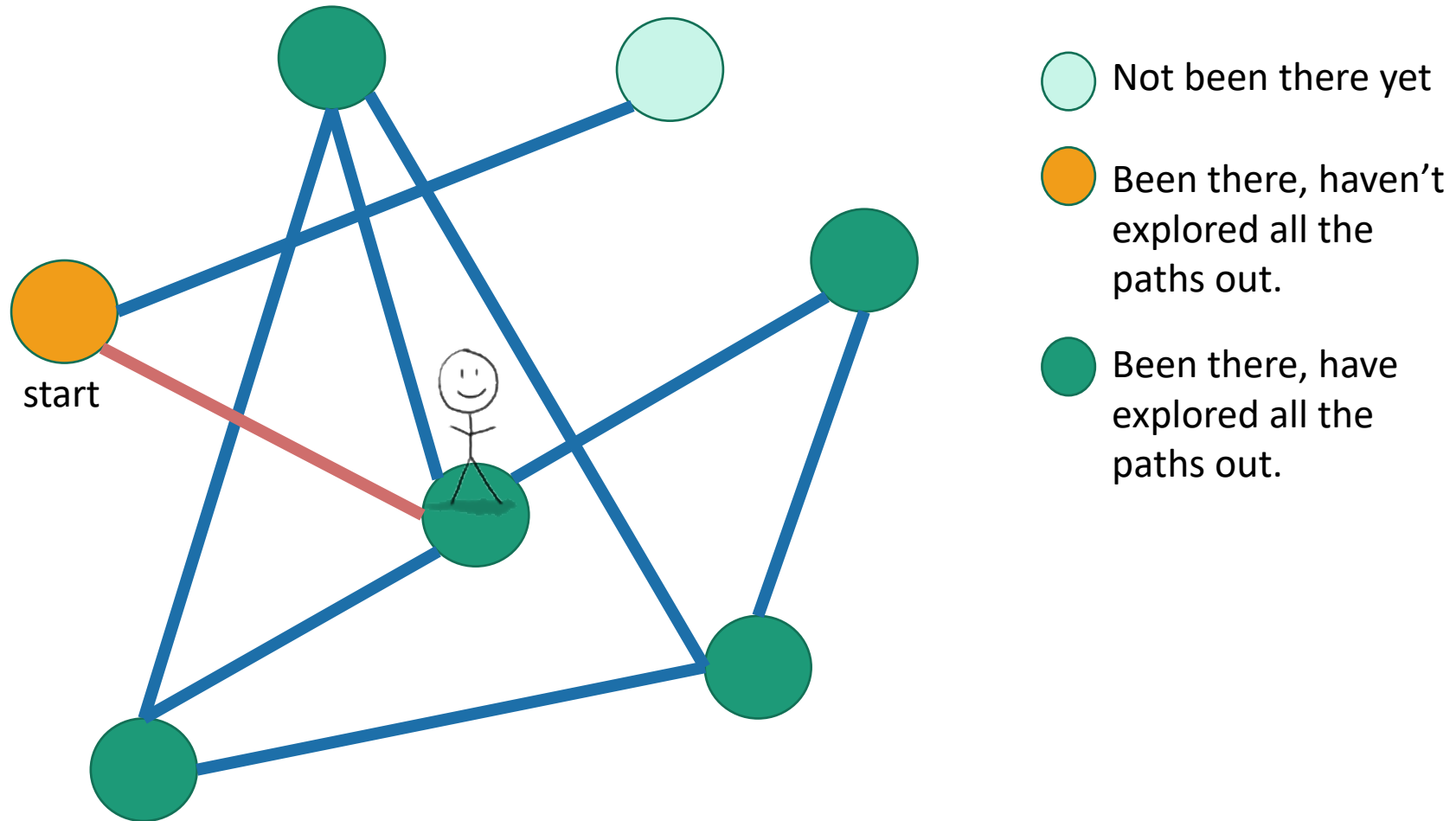
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



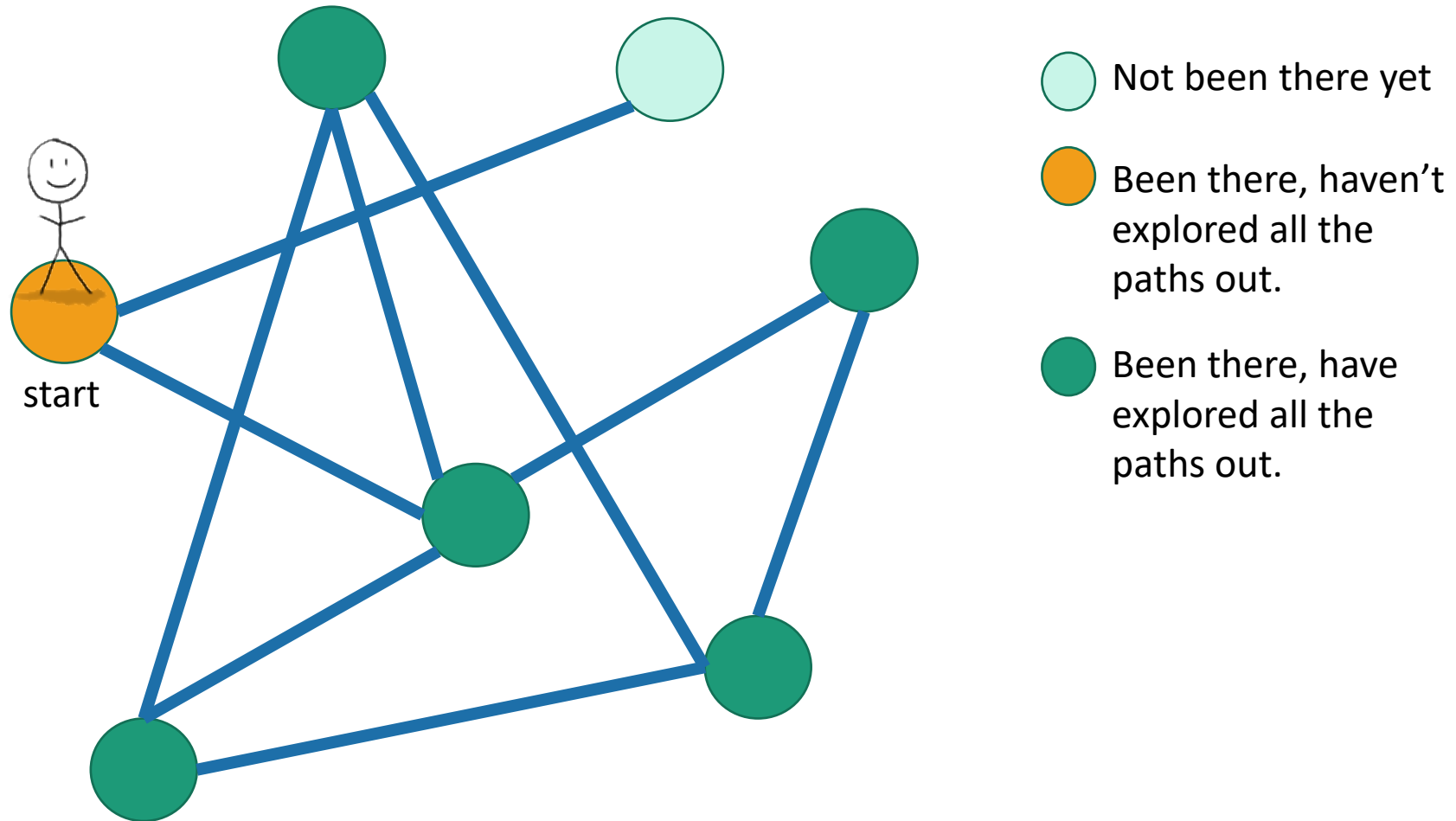
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



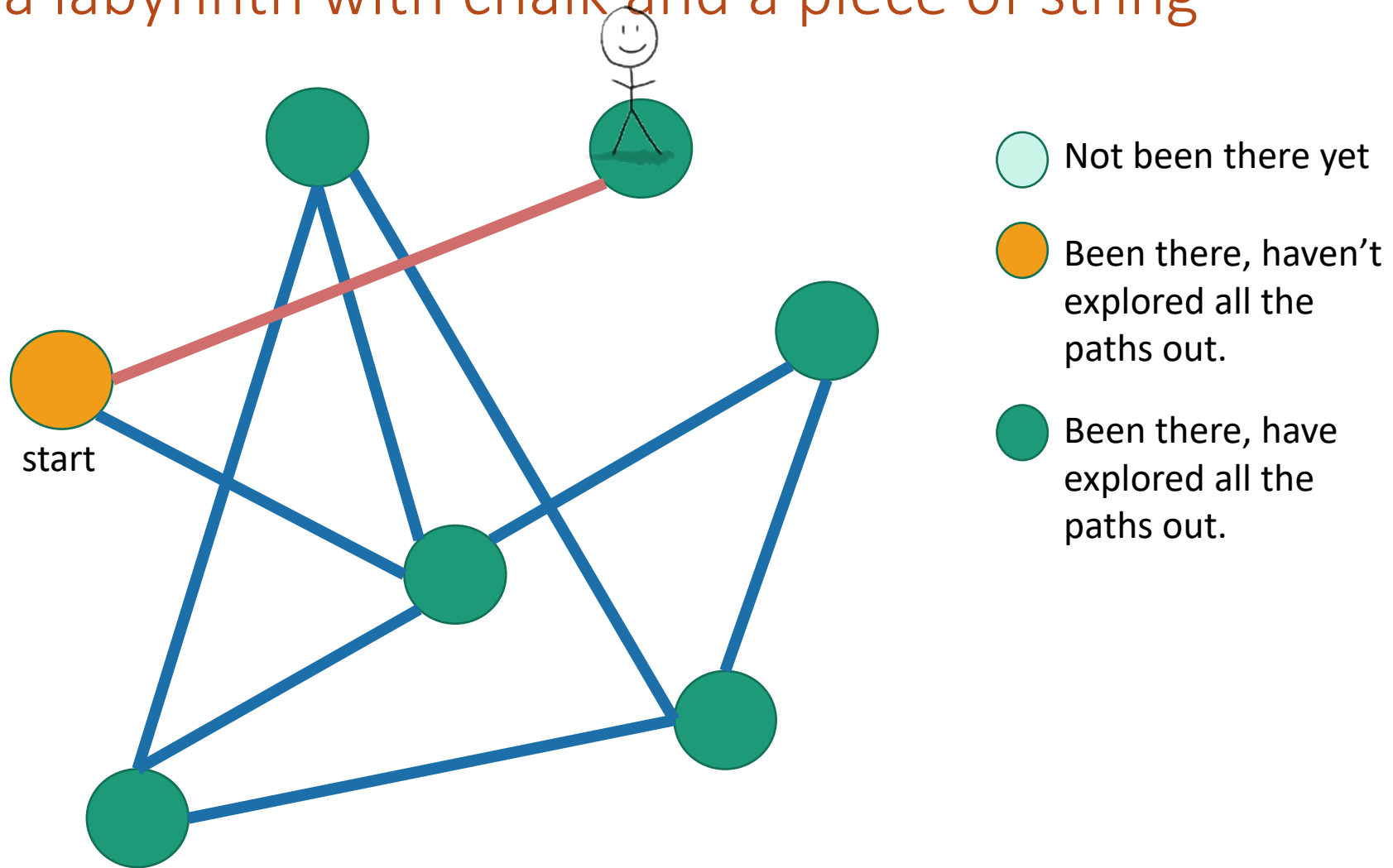
Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



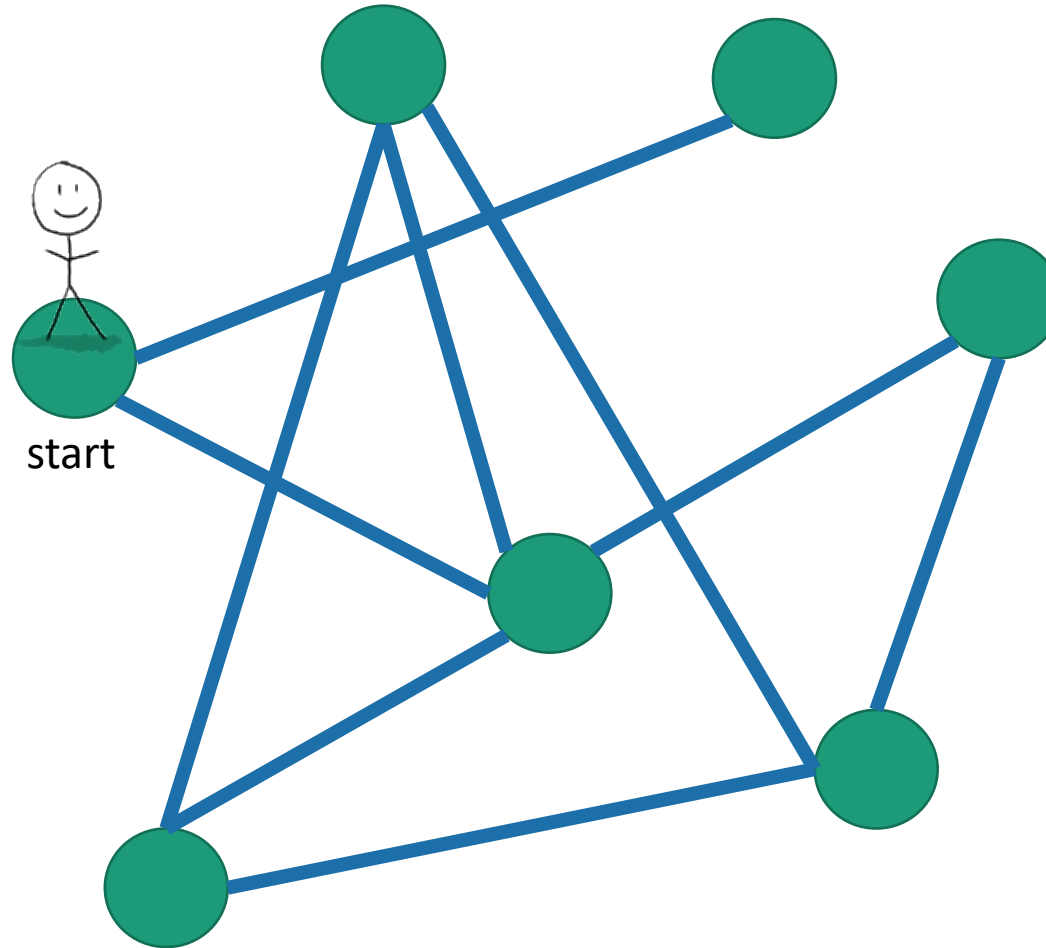
Depth First Search




Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



Depth First Search

Exploring a labyrinth with chalk and a piece of string



-  Not been there yet
-  Been there, haven't explored all the paths out.
-  Been there, have explored all the paths out.

*Labyrinth:
explored!*



Depth-First Search Algorithm

DFS(v): visits all the nodes reachable from v in depth-first order

- Mark v as visited
- For each edge $v \rightarrow u$:
 - If u is not visited, call DFS(u)
- Use non-recursive version if recursion depth is too big (over a few thousands)
 - Replace recursive calls with a stack



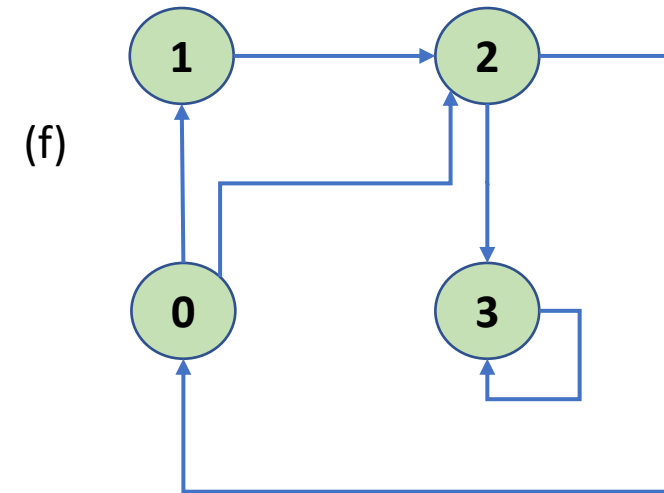
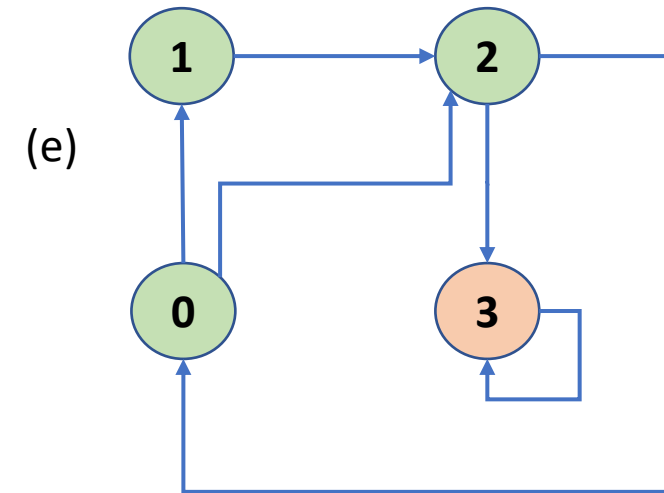
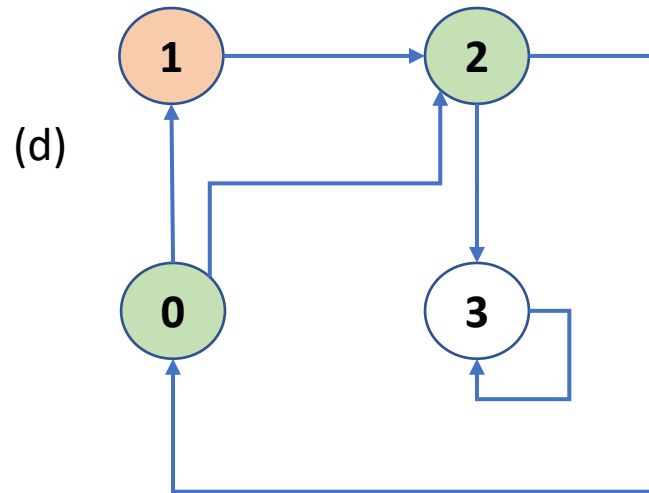
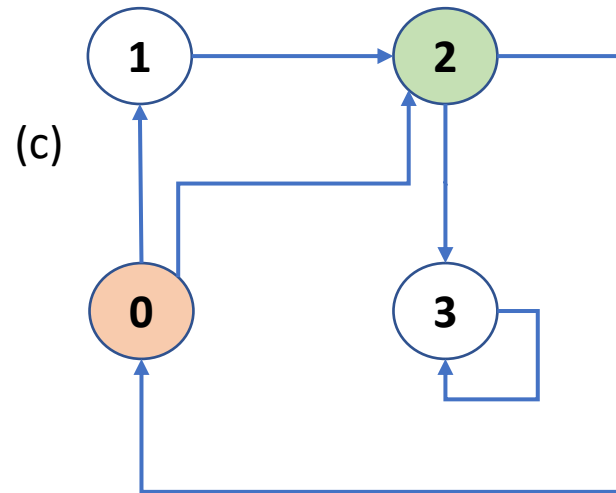
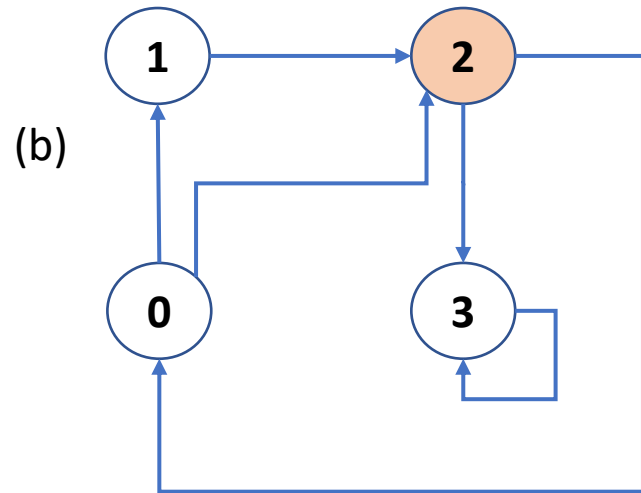
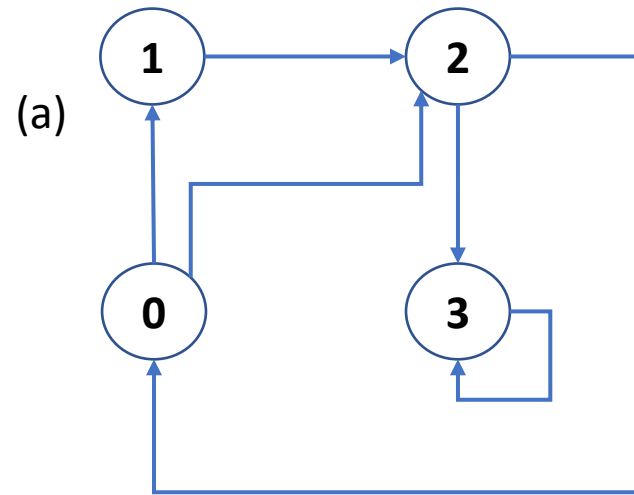
DFS()

```
void Graph::DFS(int v)
{
    // Mark the current node as visited and
    // print it
    visited[v] = true;
    cout << v << " ";

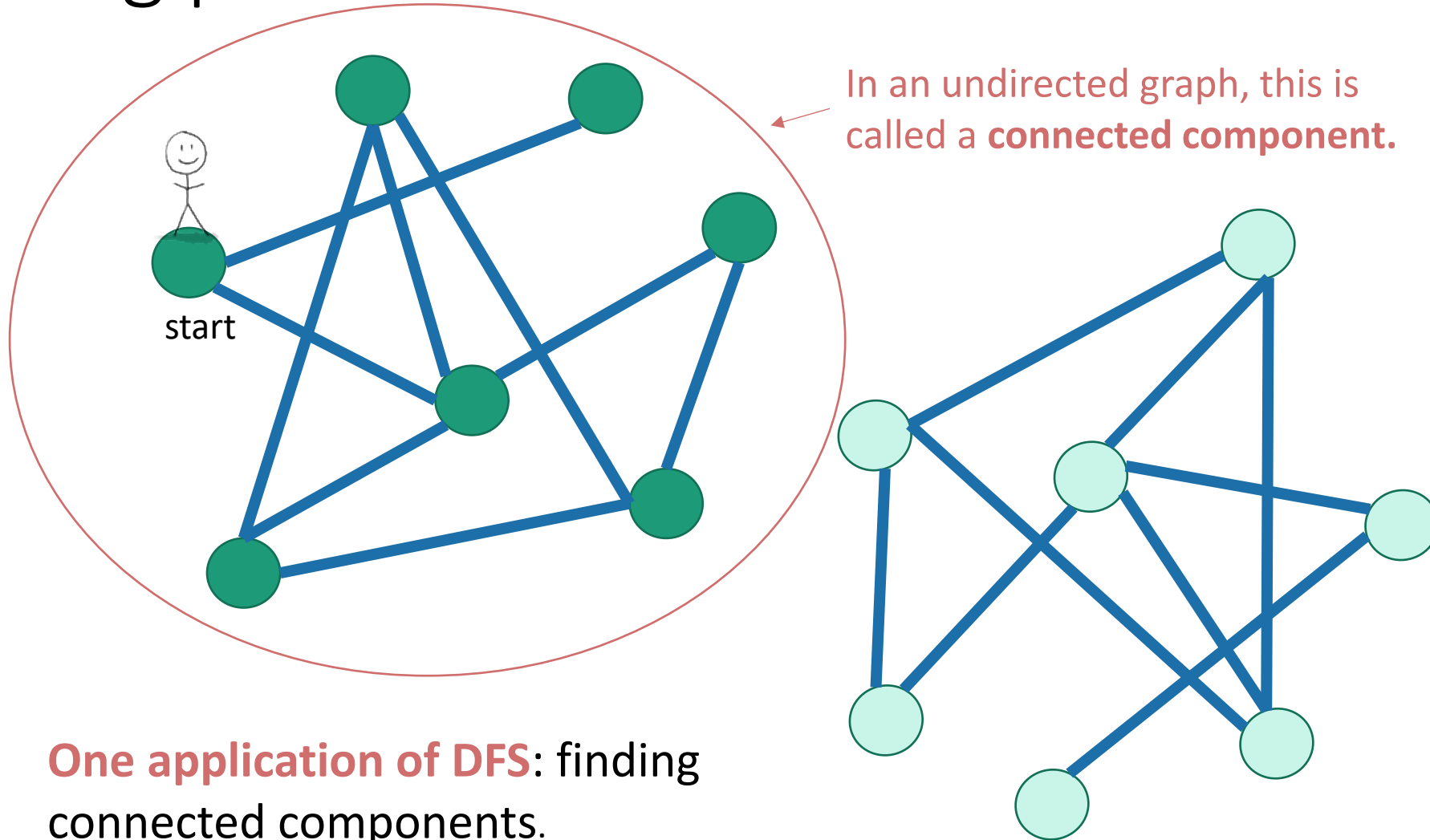
    // Recur for all the vertices adjacent
    // to this vertex
    list<int>::iterator i;
    for (i = adj[v].begin(); i != adj[v].end(); ++i)
        if (!visited[*i])
            DFS(*i);
}
```

DFS

Source	Destination	
0	1	2
1	2	
2	0	3
3	3	

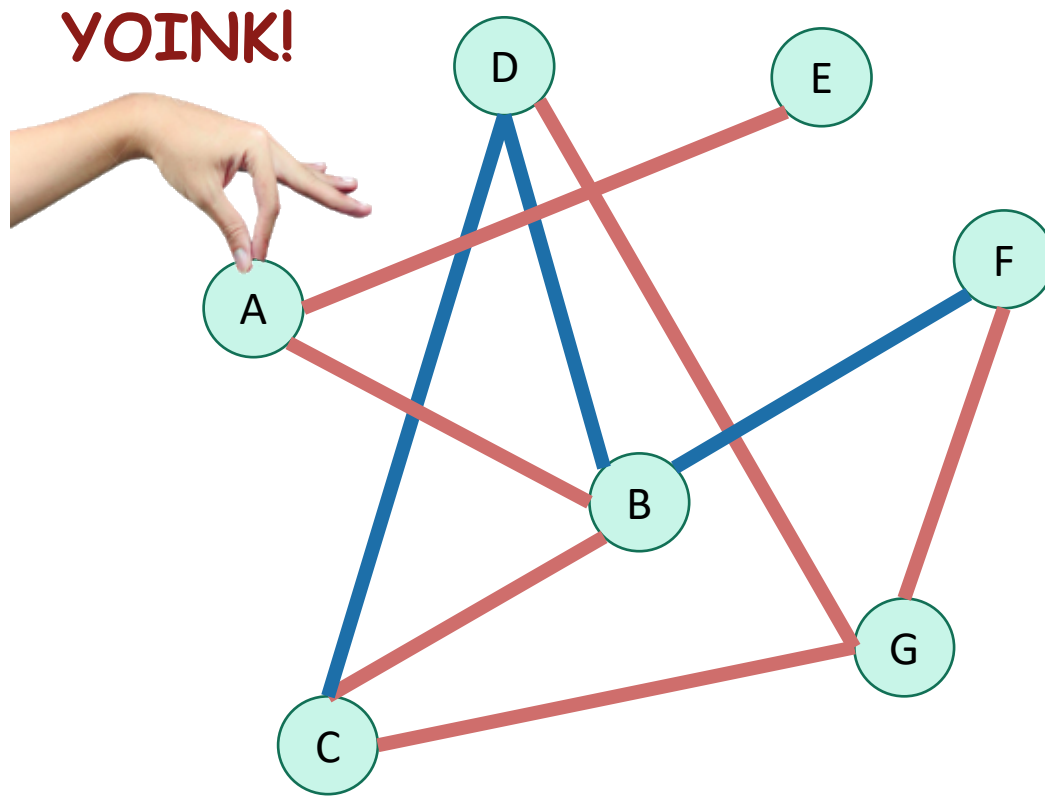


DFS finds all the nodes reachable from the starting point

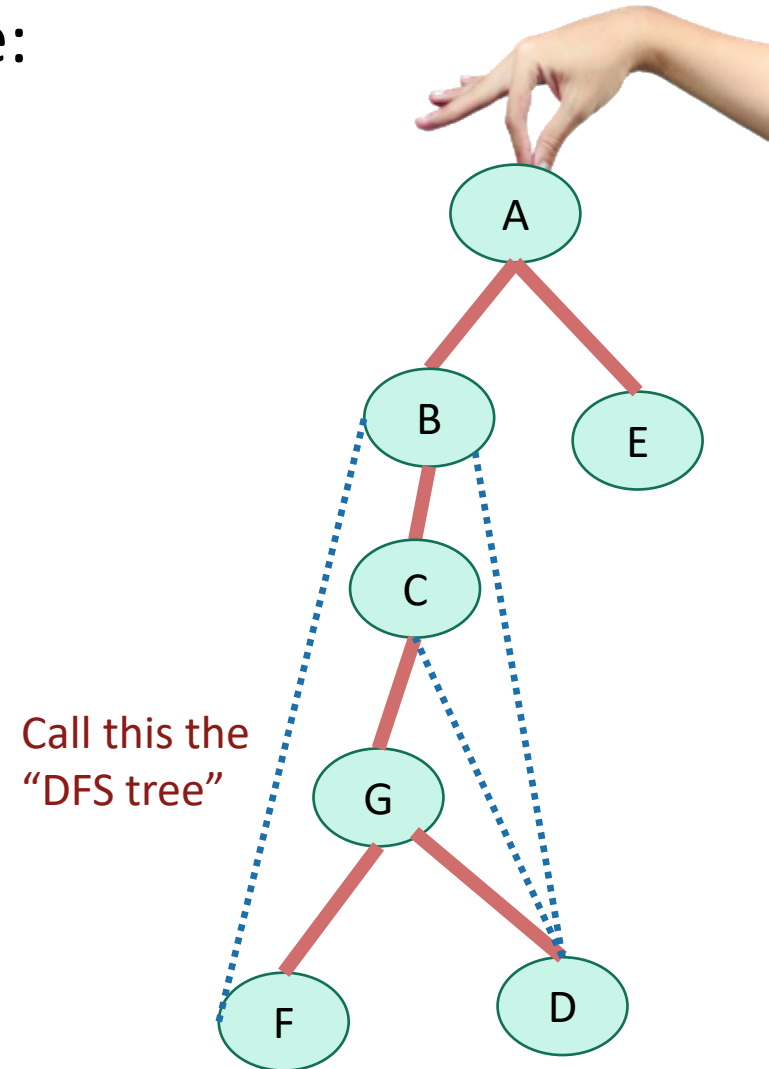


Why is it called depth-first?

- We are implicitly building a tree:



- First, we go as deep as we can.



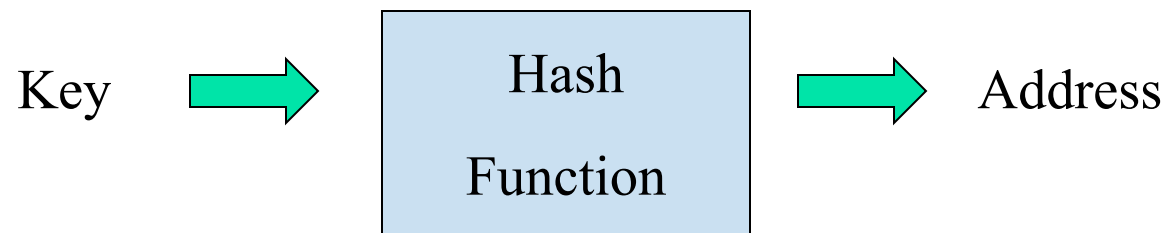


Hashing



แนวคิด

- วิธีการค้นหาข้อมูลส่วนใหญ่ต้องการการเปรียบเทียบข้อมูลหลายครั้งกว่าจะได้พบข้อมูลที่ต้องการ
- ถ้าเป็นไปได้เราต้องการรู้ว่าข้อมูลที่ต้องการเก็บอยู่ที่ใด แล้วไปที่ตำแหน่งนั้นโดยตรง
- วิธีการข้างต้น เรียกว่า hash search ซึ่งจะมีอัลกอริทึมเพื่อกำหนดตำแหน่งที่เก็บข้อมูล

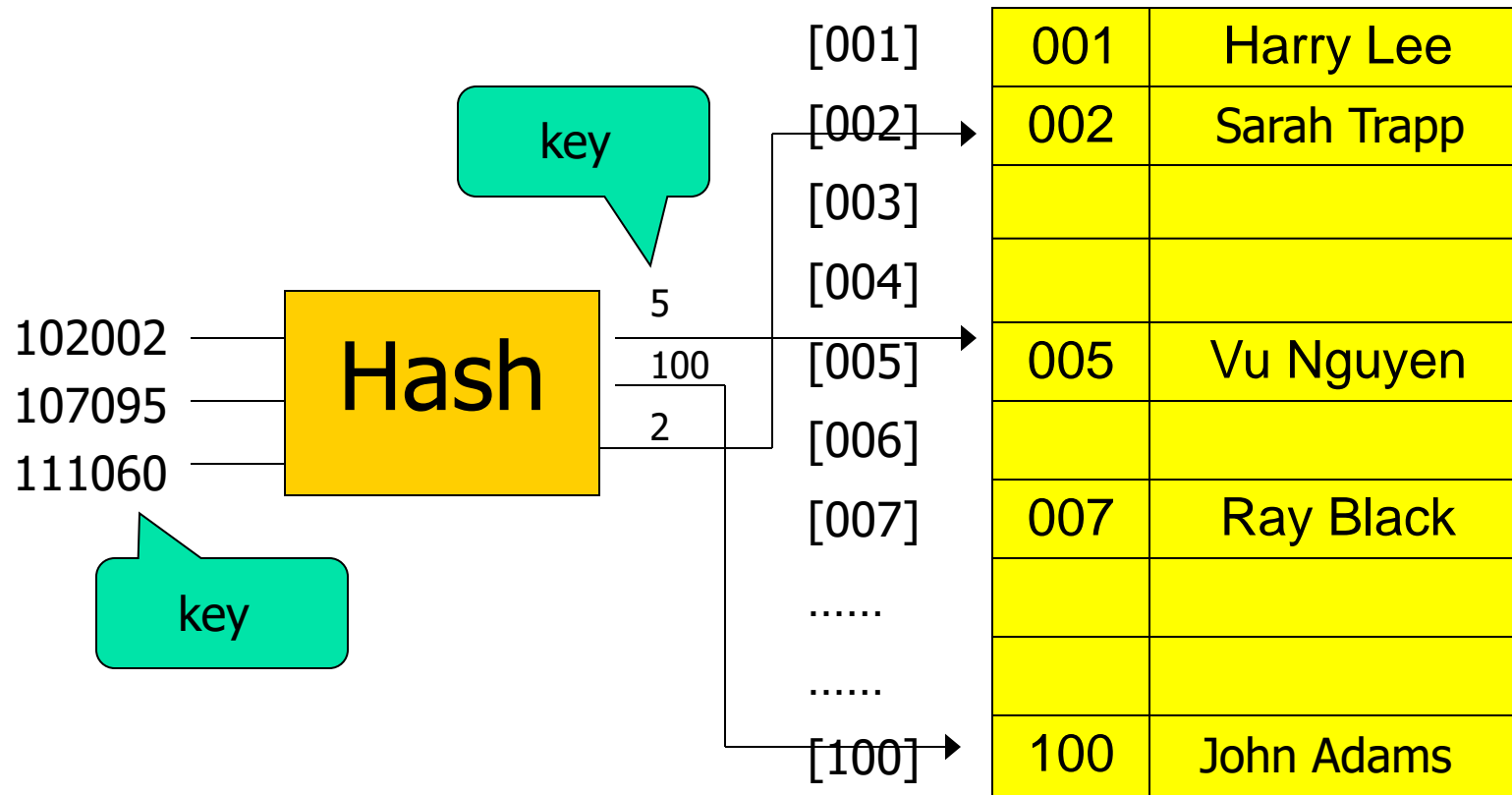


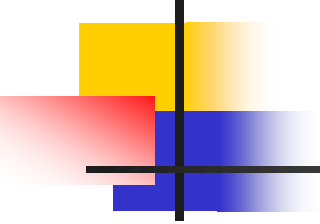


นิยาม

- Hash table เป็นโครงสร้างอะเรย์ที่เก็บข้อมูล
โดยทั่วไปจะใช้ *key* (บางส่วนของข้อมูล) เพื่อกำหนดตำแหน่งที่จะ
จัดเก็บในตาราง
- Hashing เป็นเทคนิคที่ใช้ในการแทรก ลบและค้นหาข้อมูลด้วยเวลาเฉลี่ยคงที่
- Hash function เป็นฟังก์ชันการแปลง *key* ให้เป็นจำนวนที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0
to $\text{TableSize} - 1$ และจัดวางข้อมูลในตำแหน่งที่ได้
 TableSize หมายถึงขนาดของ hash table.

ตัวอย่าง Hash Table



- 
- เนื่องจากจำนวนช่องที่จะเก็บข้อมูลมีจำนวนจำกัด ดังนั้น hash function ที่ดีควรจะสามารถกระจาย keys ไปได้ทั่วตาราง
 - ปัญหาชวนคิด:
 - เราจะสามารถแปลง key ที่อาจเป็นข้อความให้เป็นตำแหน่งซึ่งเป็นตัวเลขได้อย่างไร
 - เราจะสามารถแก้ปัญหาคollision ได้อย่างไร
 - ขนาดของ table size ควรเป็นเท่าใด



เทคนิคการทำ Hashing

สามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม

- **Simple**
 - Direct (and subtraction)
 - Modulo Division
 - Random Number Generation
- **Permuting** (มักใช้ร่วมกับวิธี modulo division)
 - Digit Extraction
 - Midsquare
 - Folding
 - Rotation



Direct and Subtraction Hashing

- สมมติว่าคีย์ทั้งหมดเป็นตัวเลขและมีลำดับ
- ใช้ keys สำหรับบอกตำแหน่งโดยตรง หรือลบ (subtract) ด้วยเลขบางตัว เพื่อให้ได้ตำแหน่งใน hash table.
-



Direct and Subtraction Hashing

ตัวอย่าง

- สมมติว่าต้องการเก็บยอดขายสินค้าในแต่ละวันของเดือน เราต้องการอะเรย์เพื่อเก็บข้อมูลขนาด 31 ช่อง เราสามารถใช้วันที่ของยอดขายนั้นเป็น key เช่น ยอดขายของวันที่ 1 เก็บในช่องที่ 1 เป็นต้น
- องค์กรที่มีจำนวนพนักงานไม่เกิน 100 คน และเลขที่พนักงานอยู่ระหว่าง 1-100 สามารถใช้อะเรย์ขนาด 100 ช่องในการเก็บข้อมูลโดยใช้เลขที่พนักงานเป็นตัวบอกตำแหน่ง
- หมายเลขเช็คมักจะเริ่มต้นด้วย 101 หมายเลขเช็คสามารถถูก hash ด้วยการลบด้วย 100 เพื่อให้ได้ตำแหน่ง



Modulo Division

- มักใช้ในกรณีที่ค่าของ key มากกว่าขนาดของ hash table เช่น เราต้องการ hash ข้อมูลที่เป็นตัวเลข 4 หลักให้สามารถเก็บลงในตารางข้อมูลที่มีเพียง 100 ช่อง

ตำแหน่ง = $\text{key} \text{ MODULUS}$ ขนาดของ hash table

เช่น $1234 / 100 = 12$ ได้เศษ 34 ตำแหน่งที่ใช้เก็บ คือ 34

- โดยปกติแล้ว ถ้าให้ขนาดของ hash table เป็น prime number โอกาสที่เกิด collision มีน้อยลง จากตัวอย่างข้างต้นขนาดควรเป็น 101



Pseudorandom Number Generation

- วิธีนี้ใช้วิธีเดียวกับที่พวก “random number” generators ส่วนใหญ่ใช้
- โดยใช้ฟังก์ชัน ดังต่อไปนี้

$$\text{position} = (a * \text{key} + c) \bmod m$$

โดย a , c และ m เป็นตัวเลขที่เลือกขึ้นมาเพื่อให้ผลลัพธ์

ออกมาเป็น random

ตัวเลขที่เลือกมาควรจะเป็น prime numbers ทั้งหมด



Pseudorandom Number Generation

ตัวอย่าง: ให้ $a = 17$, $c = 7$, $m = 101$

Keys		results
123456	$(17 * 123456 + 7) \bmod 101$	80
348572	$(17 * 348572 + 7) \bmod 101$	61
298476	$(17 * 298476 + 7) \bmod 101$	61
340857	$(17 * 340857 + 7) \bmod 101$	4



Digit Extraction

- เลือกตัวเลขหรือกลุ่มของตัวเลขจาก key และใช้เป็น hash position.
- ตัวอย่าง
 - key เป็นตัวเลข 6 หลัก
 - เราสามารถดึงตัวเลขตำแหน่งที่หนึ่ง สามและห้า เพื่อให้เหลือตัวเลขสามหลักซึ่งสามารถเก็บในตาราง 1000 ช่อง

.....Keys.....	Digit extraction.....	Key mod 101...
123456	135	34
348572	387	21
298476	287	21
340857	305	83



Midsquare

- นำค่า key มายกกำลังสอง แล้วเลือกตัวเลขบางตัวจากผลที่ได้ (โดยปกติจะเลือกกลุ่มตัวเลขที่อยู่ตรงกลาง) เพื่อใช้เป็น hash position.

ค่า key ไม่ควรเกิน 4 หลักเนื่องจากเมื่อทำการยกกำลังแล้วอาจจะมีขนาดเกินขนาดของ 32-bit integer.

- ตัวอย่าง
 - 6-digit keys.
 - เลือกตัวเลขตรงกลางสี่ตำแหน่งเพื่อนำมายกกำลังสอง และเลือกสี่ตำแหน่งกลางจากผลที่ได้เพื่อเป็น hash position



Midsquare

Keys	Take the key	Square the result	Pick the digits
123456	2345	$2345 * 2345 = 05499025$	4990
348572	4857	$4857 * 4857 = 23590449$	5904
298476	9847	$9847 * 9847 = 96963409$	9634
340857	4085	$4085 * 4085 = 16687225$	6872



Folding

- นำ key มาแบ่งเป็นกลุ่มของตัวเลขที่มีจำนวนหลักเท่าๆ กัน
- นำตัวเลขของทุกกลุ่มมาบวกเข้าด้วยกัน
- วิธีการ folding มี 2 วิธี
 - shift folding : เอา key มาแบ่งเป็นกลุ่มของตัวเลขที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ position ที่ต้องการ แล้วนำค่าของแต่ละกลุ่มมาบวกกัน ถ้าผลที่ได้มีขนาดเกิน ให้ตัดเลขตัวหน้าทิ้ง
 - boundary folding : เมื่อแบ่งกลุ่มแล้ว นำตัวเลขที่ขอบด้านซ้ายและขวาพับมาหรือสลับกันก่อนที่จะบวกแต่ละกลุ่ม



Folding

- ตัวอย่าง แบ่งเป็นกลุ่มละสองหลัก

Keys	Shift Folding	Boundary Folding
123456	$12 + 34 + 56 = 102 \rightarrow 02$	$12 + 43 + 56 = 111 \rightarrow 11$
348572	$34 + 85 + 72 = 191 \rightarrow 91$	$34 + 58 + 72 = 164 \rightarrow 64$
298476	$29 + 84 + 76 = 189 \rightarrow 89$	$29 + 48 + 76 = 153 \rightarrow 53$
340857	$34 + 08 + 57 = 99 \rightarrow 99$	$34 + 80 + 57 = 171 \rightarrow 71$



Rotation

- นำตัวเลข n ตำแหน่ง จากด้านหน้าหรือด้านหลังของ key แล้วหมุนไปยังด้านอีกด้านหนึ่ง
- โดยปกติแล้ว จะตามด้วยการทำ modulo division เพื่อให้ผลลัพธ์อยู่ในขอบเขตของอะเรย์ที่ใช้เก็บ
- ตัวอย่าง ($n = 2$)

Keys	Front --> rear	Rear --> front
123456	345612	561234
348572	857234	723485
298476	847629	762984
340857	085734	573408



Collision

- เกิดเมื่อ keys ที่แตกต่างกันให้ค่า hashing position เดียวกัน
- เช่น ถ้าเราใช้ hash table ที่มีขนาด 101 ช่อง และใช้วิธี modulo division ในการ hash คีย์ที่มีขนาดตัวเลข 6 หลัก เช่น 348572 และ 298476 จะให้ค่า hashing position เดียวกันคือ 21
- ค่า keys ไม่สามารถเก็บไว้ในช่องเดียวกันได้

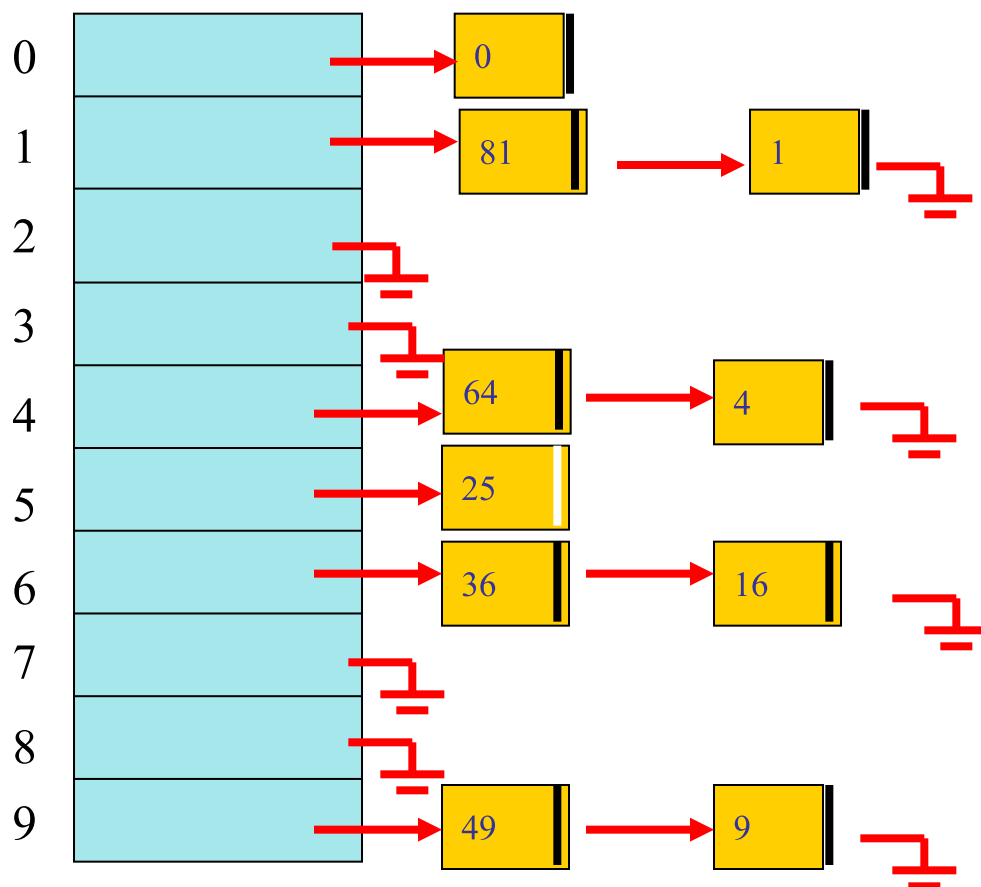


การแก้ปัญหา Collision

- การแก้ปัญหา Collision จะทำโดยหาตำแหน่งใหม่ให้กับ key ถ้าตำแหน่ง hash position ของ key นั้นมีข้อมูลอยู่แล้ว
- สามารถแก้ปัญหาได้หลายวิธี เช่น
 - Separate Chaining
 - Open Addressing
 - Linear probe
 - Quadratic probe
 - Double hashing

Separate Chaining

สร้างลิงค์ลิสต์เพื่อเก็บค่าของข้อมูลที่มี hash position เดียวกัน



สมมติ :

- hashing function คือ $\text{hash}(x) = x \bmod 10$.



Operations on Separate Chaining

- ค้นหาข้อมูล : ใช้ hash function ในการหาว่าควรจะเริ่มค้นหาที่ลิสต์ใด
- การแทรกข้อมูล (insert):
 - ค้นหาก่อนว่าข้อมูลนั้นมีอยู่แล้วในลิสต์หรือไม่
 - ถ้าไม่มี ค่อยแทรกเข้าไปในลิสต์นั้น



Insertion Function

กำหนดให้

TABLESIZE ขนาดของตาราง

KEYTYPE ชนิดของ key

h (KEYTYPE key) : hash function

getnode : ฟังก์ชันสำหรับขอเนื้อที่สำหรับโหนดใหม่

bucket : อะเรย์ที่เก็บ pointers ที่ชี้ไปยังลิสต์ของข้อมูล

แต่ละโหนดมีข้อมูล 2 อย่างคือ

- k : key
- next : pointer ไปยังโหนดถัดไปในลิสต์



Insertion Function

```
struct nodetype *insert (KEYTYPE key)
{
    struct nodetype *p, *q, *s;
    i = h(key);
    for (p = bucket[i]; p != NULL && p->k != key; p = p->next;);
    if (p->k == key) return(p); /* key is already exist, do nothing */
    /* insert a new record */
    s = getnode( );
    s->k = key;
    s->next = bucket[i];
    bucket[i] = s;
    return(s);
}
```



Insertion Function

- สามารถแทรกโหนดที่หัวของลิสต์ เนื่องจากง่าย และข้อมูลที่เพิ่งแทรก มักจะมีโอกาสถูกเข้าถึงในอนาคตอันใกล้
- อาจมีการเรียงลำดับข้อมูลในลิสต์ใหม่เพื่อประสิทธิภาพของการค้นหา
- เวลาที่ใช้ในการค้นหาแล้วไม่เจอ จะลดลงถ้ามีการเรียงลำดับข้อมูลในลิสต์ คือเหลือประมาณครึ่งหนึ่งโดยเฉลี่ย
- ข้อเสียของวิธีนี้คือ เปลืองที่สำหรับ pointers และตารางมีขนาดใหญ่



Load Factor

- Load factor เป็นค่าที่วัดว่าตารางใกล้เต็มแล้วหรือยัง

$$\text{Load Factor} = \frac{\text{จำนวนข้อมูลในตาราง}}{\text{ขนาดของตาราง}}$$



Open Addressing

- Open addressing เป็นอีกวิธีที่แก้ปัญหา collisions ด้วย linked list.
- ไม่มีการขยายขนาดของตาราง
- เมื่อเกิด collision จะทำการหาช่องว่างภายในตาราง
- แบ่งวิธีเป็น

Linear probe

Quadratic probe

Double hashing



Linear Probing

- เป็นเทคนิคการแก้ปัญหา collision ที่ง่ายที่สุด
- ข้อดีคือข้อมูลจะถูกเก็บใกล้กับตำแหน่งเดิม
- ถ้า hash position ถูกใช้แล้ว ก็หาตำแหน่งถัดไปเรื่อยๆ จนกว่าจะพบช่องว่าง
- ตัวอย่างเช่น การแทรก keys { 89, 18, 49, 58, 69} เข้าไปใน hash table โดยใช้ hash function คือ

$$\text{hash}(x) = x \bmod 10$$



Empty Table

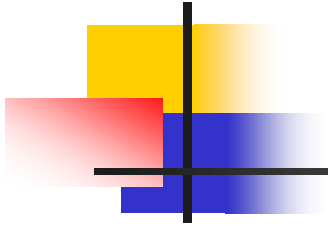
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Insert 89

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	89

Insert 18

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89



Insert 49

0	49
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89

Insert 58

0	49
1	58
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89

Insert 69

0	49
1	58
2	69
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89



Quadratic Probing

- วิธีนี้จะช่วยลดปัญหาการกระจุกตัวของข้อมูล (primary clustering problem) เมื่อใช้วิธี linear probing.
- ทุกครั้งที่มีการซ้ำ จะหาช่องถัดไปที่ i^2 โดยที่ i เริ่มจาก 1 และเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ทีละ 1 ถ้ายังไม่พบช่องว่าง
- สมมติ hashing function คือ

$$\text{hash}(x) = x \bmod 10$$



Empty Table

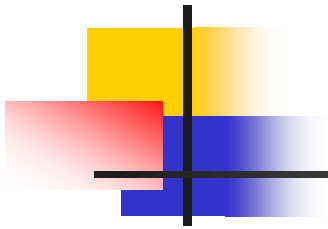
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Insert 89

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	89

Insert 18

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89



Insert 49

0	49
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89

Insert 58

0	49
1	
2	58
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89

Insert 69

0	49
1	
2	58
3	69
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89



Quadratic Probing (cont.)

- วิธี linear probing ถ้าปล่อยให้ hash table โกงเต็ม ประสิทธิภาพจะลดลงมาก
- วิธี quadratic probing จะยังแย่งในสถานการณ์ดังกล่าว
- ถ้าขนาดของตารางไม่ใช่ prime อาจทำให้ไม่สามารถหาช่องว่างได้หลังจากที่ตารางเต็มประมาณครึ่งหนึ่งแล้ว
- เป็นเพราะครึ่งหนึ่งของตารางจะถูกใช้ช่องเก็บข้อมูลที่เกิดจากการ collisions.
- ถ้าตารางว่างครึ่งหนึ่งและขนาดเป็นเลข prime จึงจะรับประกันได้ว่าจะสามารถหาที่ว่างสำหรับข้อมูลใหม่ได้



Double Hashing

- ถ้าเกิด collision ก็ทำ hashing อีกครั้งหนึ่ง ส่วนมากจะใช้ second hash function
- ถ้าเลือก $\text{hash}_2(x)$ ไม่ดีก็จะยิ่งแย่ไปใหญ่
- Hash function ต้องไม่ให้ค่า 0
- Hash function ที่นิยมใช้ครั้งที่สองคือ

$$\text{hash}_2(x) = R - (x \bmod R)$$

- R เป็น prime ที่มีขนาดเล็กกว่า TableSize.

สมมติ : hashing function คือ $\text{hash}(x) = x \bmod 10$

Empty Table

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Insert 89

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	89

Insert 18

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	18
9	89


$$\text{hash}_2(x) = R - (x \bmod R), \quad R = 7$$

Insert 49

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	49
7	
8	18
9	89

Insert 58

0	
1	
2	
3	58
4	
5	
6	49
7	
8	18
9	89

Insert 69

0	69
1	
2	
3	58
4	
5	
6	49
7	
8	18
9	89



Rehashing

- ถ้าค่า load factor มากเกินไป แสดงว่าตารางใกล้เต็มแล้ว อาจใช้เทคนิค rehashing เพื่อแก้ปัญหา ทำโดย
 - สร้างตารางใหม่ที่มีขนาดเป็นสองเท่าของของเดิม และใช้ hash function ใหม่สำหรับตารางใหม่
 - เอาค่าในตารางเดิมมาทำ hashing ใหม่ เพื่อหา hash position ในตารางใหม่
- การทำ Rehashing สามารถทำได้หลายวิธี

ตัวอย่าง

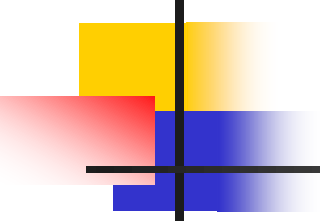
- แทรกค่า 13, 15, 24, 6
- hash function คือ $h(x) = x \bmod 7$
- Linear probing ถูกใช้ในการแก้ปัญหา collisions.

0	6
1	15
2	
3	24
4	
5	
6	13

Load factor = 0.57

0	6
1	15
2	23
3	24
4	
5	
6	13

Load factor = 0.71

- 
- หลังจาก 23 ถูก insert ตารางจะมีข้อมูลเกิน 70%
 - ตารางมีข้อมูลมากเกินไป จึงต้องสร้างตารางใหม่
 - ขนาดขงตารางใหม่ควรจะใหญ่เป็นสองเท่าของตารางเดิม และควรเป็น prime (17)
 - hashing function ใหม่คือ
$$h(x) = x \bmod 17$$
 - อ่านข้อมูลตารางเก่าทีละช่อง หา hash position และใส่ในตารางใหม่

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	6
7	23
8	24
9	
10	
11	
12	
13	13
14	
15	15
16	



เมื่อไหร่ต้องทำ Rehashing

- ☐ เมื่อตารางเต็มครึ่งหนึ่งแล้ว
- ☐ เมื่อไม่สามารถแทรกข้อมูลใหม่ได้แล้ว
- ☐ เมื่อค่า **load factor** ของตารางเกินค่าที่กำหนดไว้



String Hashing

- หาค่า ASCII ของแต่ละตัวอักษรเพื่อแปลงเป็นตัวเลข
- นำค่าที่แปลงได้ของแต่ละตัวมาพับรวมกัน หรือบวกกันเพื่อให้ได้
- หลักของตัวเลขน้อยลง แล้วจึงนำไปใช้กับ hash function
- ตัวอย่างการ hash ข้อมูล “Hello”.
 - Hello มีลำดับค่า ASCII คือ 72, 101, 108, 108, 111
 - พับหรือบวกชุดของตัวเลขเข้าด้วยกัน ได้ค่า 500
 - นำค่านี้เป็นจุดเริ่มต้นเพื่อใช้กับ hashing function ที่เลือก



Hashing กับ Binary Search Tree

	Binary search tree	Hash table
<input type="checkbox"/> <i>insert</i> and <i>find</i> operation.	Yes	Fastest
<input type="checkbox"/> Support routine that require order	Powerful	-
<input type="checkbox"/> Find minimum/ maximum element.	Yes	-
<input type="checkbox"/> Quickly find all item in a certain range	Yes	-
<input type="checkbox"/> Worst case	Sorted Input	Implementation Error