



เอกสารประกอบการอบรม ส่วนที่ ๑ วิชาโครงสร้างข้อมูล

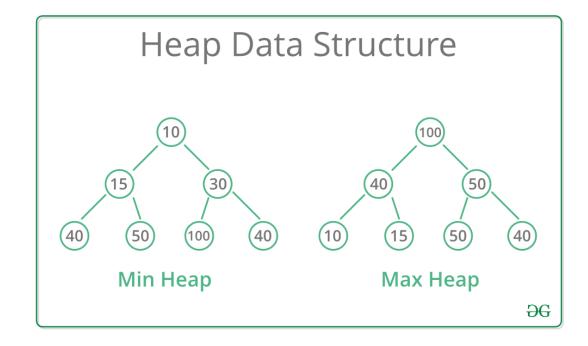
ค่ายคอมพิวเตอร์โอลิมปิก สอวน. ค่าย ๒ ๒/๒๕๖๗ ศูนย์โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย - มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ระหว่างวันที่ ๑๐-๒๕ มีนาคม ๒๕๖๘

โดย

สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

Non Linear Data Structure

- Recursion
- Tree
- Binary Tree, Binary Search Tree
- Binary Heaps
- Graph
- Hashing



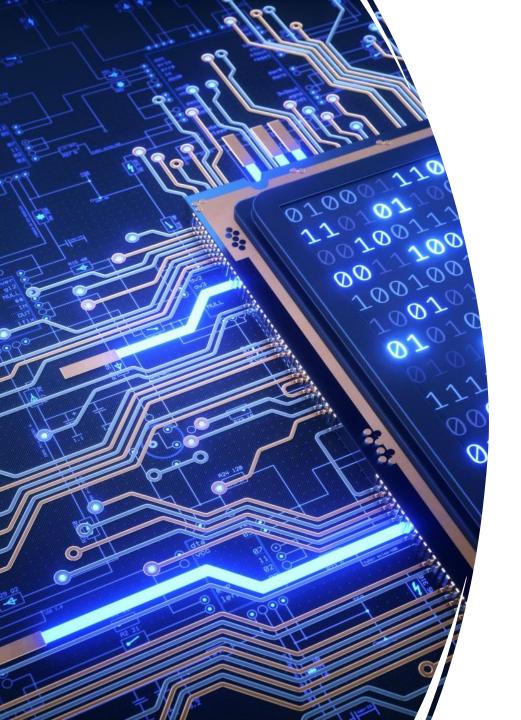
Binary Heap



DeleteMin (H) Priority Queue H Insert (H)

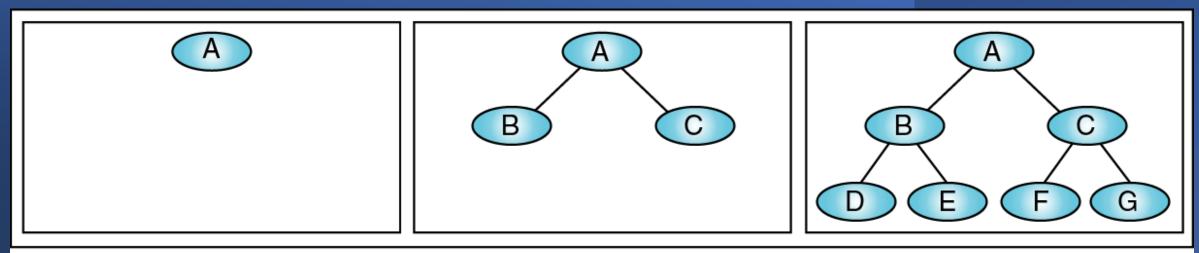
Priority Queues (Binary Heaps)

- Priority Queue คือโครงสร้างข้อมูลที่ประกอบไปด้วย ๒ operations หลัก คือ การแทรกข้อมูล (insert) และการลบ ข้อมูลตัวที่น้อยที่สุด (deleteMin)
- โครงสร้างข้อมูลที่สามารถสร้าง priority queue เช่น ลิงค์ลิสต์ อะเรย์ หรือต้นไม้ใบนารี ที่เรียกว่า binary heaps

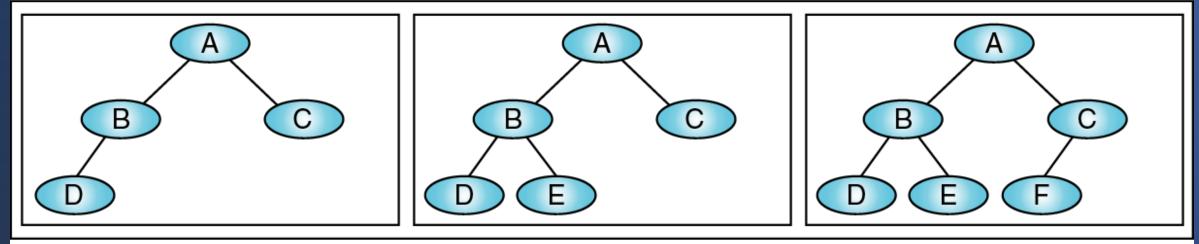


คุณสมบัติทางด้านโครงสร้าง

• Binary Heaps เป็นต้นไม้ใบนารีที่โหนดถูกเติมเต็มลง มาทีละระดับจากซ้ายไปขวา หรือเป็นต้นไม้ใบนารีที่ เกือบสมบูรณ์ (nearly complete binary tree)



(a) Complete trees (at levels 0, 1, and 2)

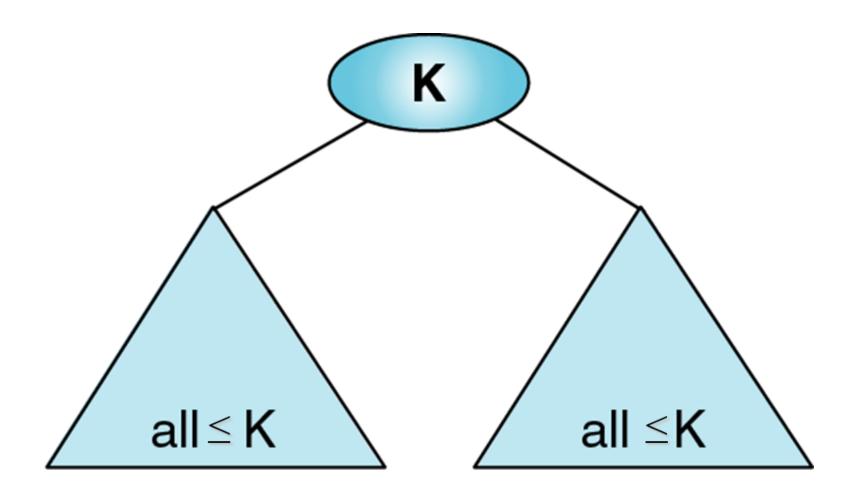


(b) Nearly complete trees (at level 2)

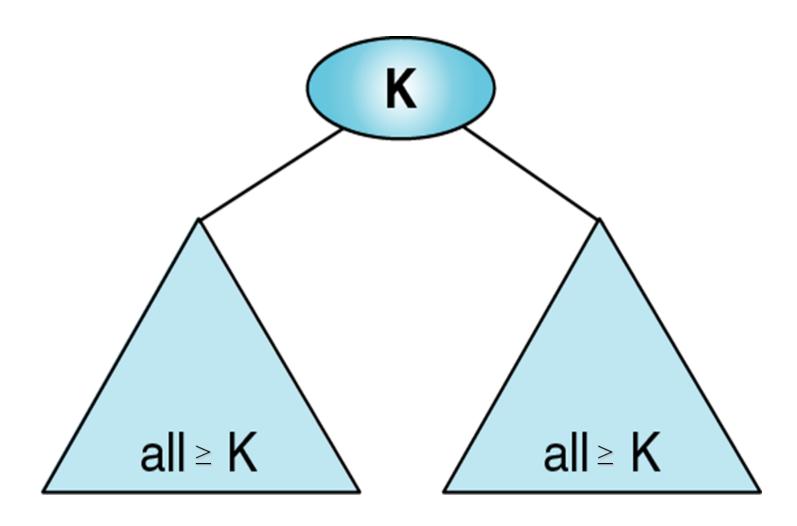
คุณสมบัติทางด้าน ลำดับของข้อมูล

- ข้อมูลใน heaps จะถูกจัดเรียงเพื่อให้การลบข้อมูลได้สะดวก ง่าย และรวดเร็ว โดย
 - ข้อมูลตัวที่เล็กที่สุด จะอยู่ที่โหนดรากหรือ root node และ ต้นไม้ย่อยต้องมีคุณสมบัติเป็น heaps ด้วยคือ ทุกๆ โหนด จะต้องมีค่าน้อยกว่าโหนดลูกโหนดหลานของตัวมันเอง Min heap
 - ข้อมูลตัวที่ใหญ่ที่สุด จะอยู่ที่โหนดรากหรือ root node และ ต้นไม้ย่อยต้องมีคุณสมบัติเป็น heaps ด้วยคือ ทุกๆ โหนด จะต้องมีค่ามากกว่าโหนดลูกโหนดหลานของตัวมันเอง → Max heap

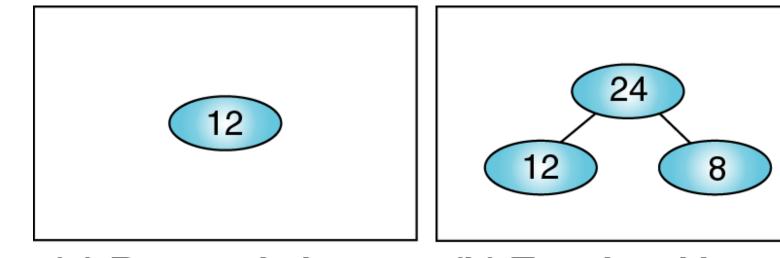
โครงสร้างของ Max-heap



โครงสร้างของ Min-heap



ตัวอย่าง Heap ที่ถูกต้อง



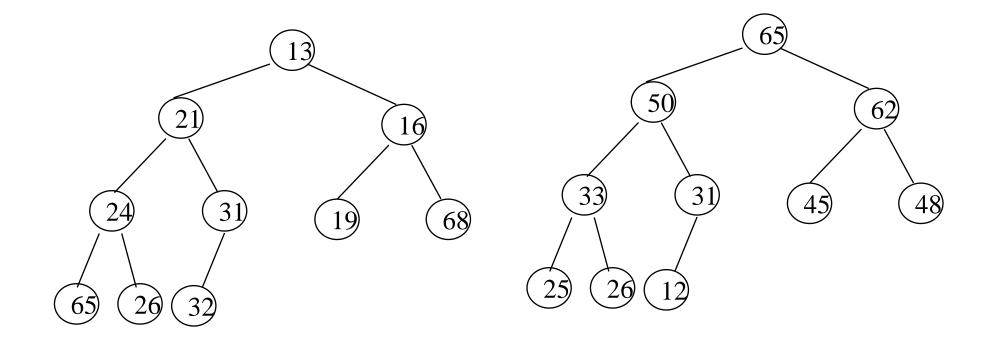
 18
 23

 6
 10

(a) Root-only heap

(b) Two-level heap

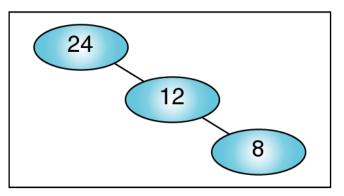
(c) Three-level heap



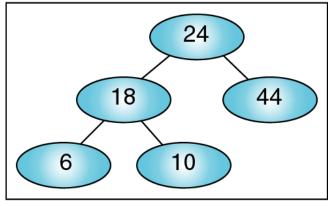
minHeap

maxHeap

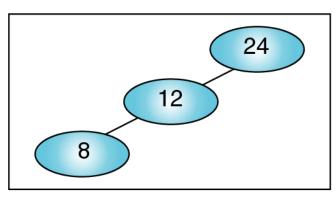
ตัวอย่าง Tree ที่ <u>ไม่ใช่ Heap</u>



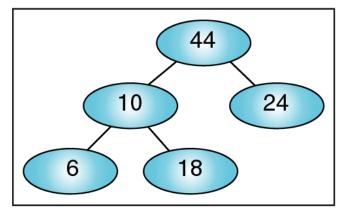
(a) Not nearly complete (rule 1)



(c) Root not largest (rule 2)



(b) Not nearly complete (rule 1)

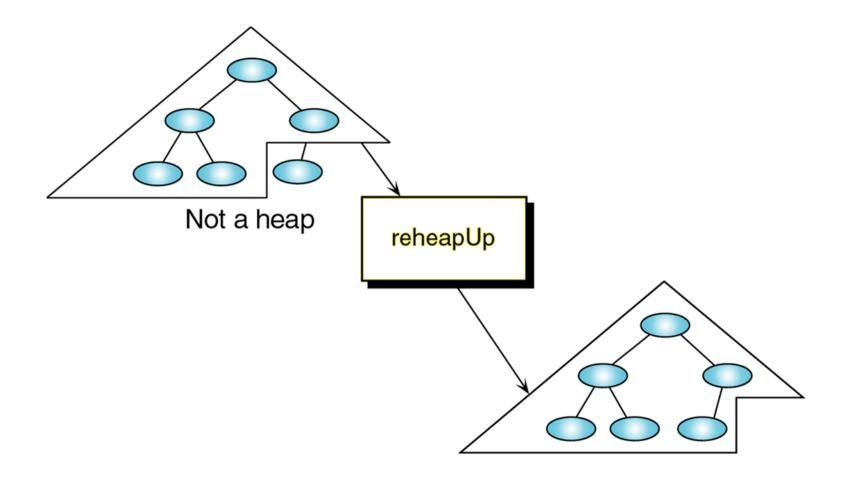


(d) Subtree 10 not a heap (rule 2)

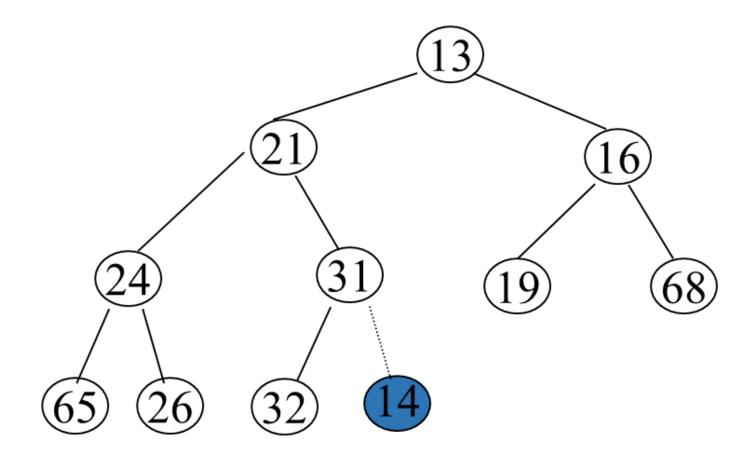
Heap Operation

- Insertion: เพิ่มข้อมูลเข้าไปใน heap
- Deletion: ลบข้อมูลออกจาก heap และจัดโครงสร้างให้ ยังคงคุณสมบัติของ heap

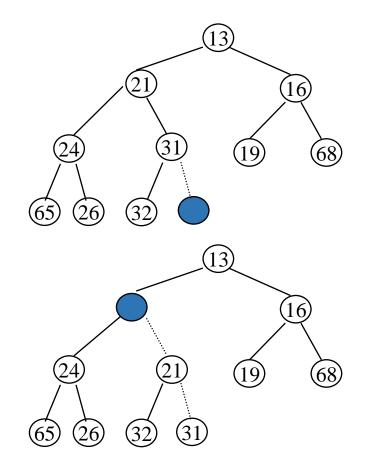
Insertion

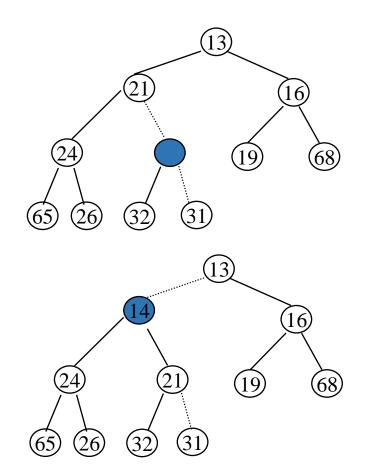


ตัวอย่างการเพิ่ม ข้อมูลใน Min-Heap

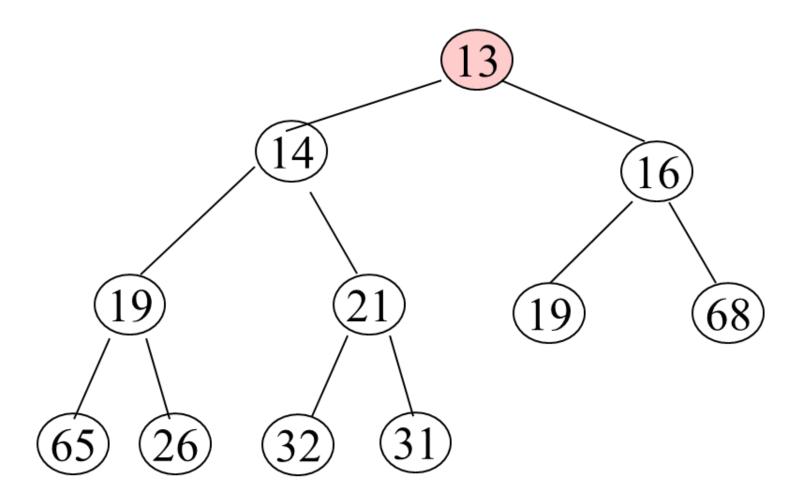


Reheap Up

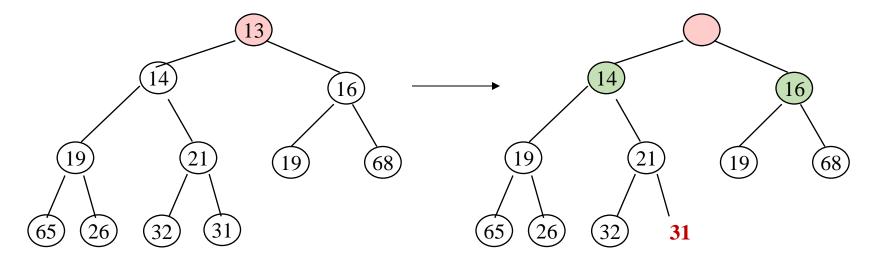


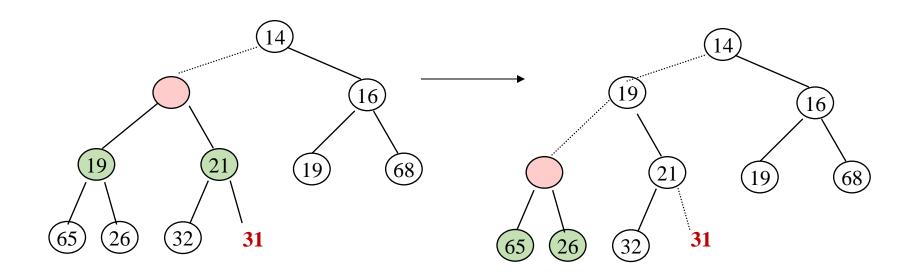


การถบข้อมูลใน Heap

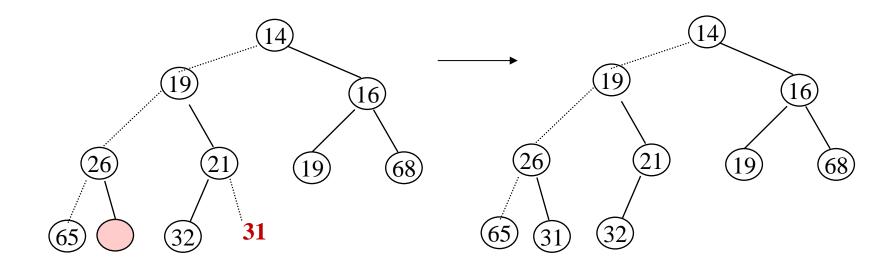


การลบข้อมูลใน Heap



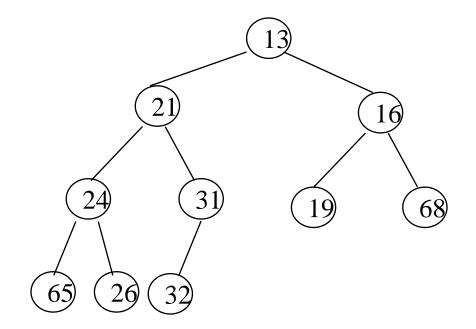


Last two steps in *DeleteMin*



การแทน heap ใน หน่วยความจำ

- การเก็บข้อมูลในไบนารีเหมาะกับการใช้อาเรย์ แบบมีลำดับ (Sequential Array Representation) เนื่องจากคุณสมบัติของการเป็น nearly complete ของตัวมันเอง จะทำให้ใช้เนื้อที่ได้เต็มประสิทธิภาพ
- ข้อมูลที่จัดเก็บลงในอาร์เรย์จะเรียงต่อกันไปตามลำดับจากซ้ายไปขวาของแต่ ละ level ใน heap
- ความสัมพันธ์ของตำแหน่งข้อมูลใน heap คือ
 - O parent ของโหนด i ใดๆ = i/2 ถ้า i ≠ 1
 - O left child ของโหนด i ใดๆ = 2i
 - O right child ของโหนด i ใดๆ = 2i + 1



A heap in its logical form

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	13	21	16	24	31	19	68	65	26	32		

A heap in an array



Visualization

• ไปที่

https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Heap.html

จงสร้าง min-heap จากข้อมูลต่อไปนี้
23 15 17 13 31 10 2 4 29 14 5



โครงสร้างของ Heap Node

```
heap <array> // ตัวแปรที่ใช้เก็บข้อมูล size <integer> //เก็บขนาดของ heap
```

Heap Algorithms

- insertHeap แทรกโหนดใหม่ โดยเริ่มที่ตำแหน่งท้าย เปรียบเทียบ โหนด ใหม่ กับ parent node ถ้าโหนดใหม่มีค่าน้อยกว่า จะมีการสลับค่ากับ parent node ทำไปเรื่อยๆ จนถึงตำแหน่งที่เหมาะสม
- deleteHeap ลบโหนดที่ root เลือกโหนดเพื่อมาแทน โดยการเปรียบเทียบ child node เพื่อหาค่าที่น้อยที่สุดลำดับถัดมาขึ้นมาแทน



hole = size + 1

parent = hold/2

loop (heap[parent] >newVal)

heap[hold] = heap[parent]

hold = parent

parent = hole/2

heap[hold] = newVal

return

end insertHeap



algorithm deleteHeap (val heap <array>, val size <integer>)

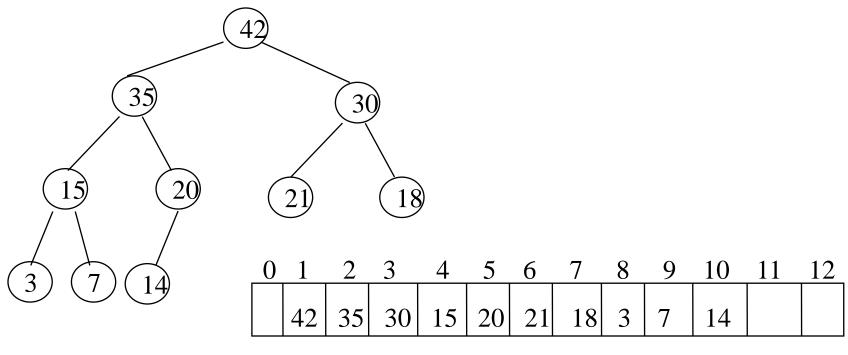
Deletes root of heap and passes data back to caller

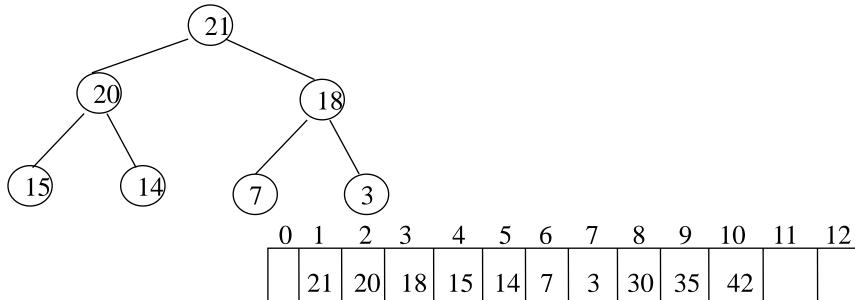
Pre heap is array containing a heap and size is heap size **Return** return the key at root node

```
minElement = heap[1]
     lastElement = heap[size]
     size = size - 1
     hold = 1
     Loop (hold*2 <= size)
       leftChild = hold * 2
       rightChild = hold * 2 + 1
       if (heap[rightChild] > heap[leftChild])
            child = heap[leftChild]
       else
            child = heap[rightChild]
       if (lastElement > heap[child])
          heap[hold] = heap[child]
       else
          break
     heap[hold] = lastElement
     return minElement
end deleteHeap
```

การนำ Heap ไปแก้ปัญหา

- การหาข้อมูลลำดับที่ k ในลิสต์ของข้อมูลแบบไม่มีลำดับ
- วิธีการแก้ปัญหา
 - เรียงลำดับข้อมูลในลิสต์ แล้วเลือกข้อมูลลำดับที่ k
 - สร้าง heap และลบข้อมูลออก k-1 จำนวน เหลือข้อมูลตัว ที่ต้องการที่ตำแหน่ง root แล้วค่อยแทรกข้อมูลตัวที่ลบ ออกกลับเข้าไปใน heap







STL Functions for Heap Operations

- make_heap(): Converts given range to a heap.
- push_heap(): Arrange the heap after insertion at the end.
- pop_heap(): Moves the max element at the end for deletion.
- sort_heap(): Sort the elements of the max_heap to ascending order.
- is_heap(): Checks if the given range is max_heap.
- is_heap_until(): Returns the largest sub-range that is max_heap.

**All of the above functions are defined inside the <algorithm> header file. ตัวอย่างการใช้งานไปที่ https://www.geeksforgeeks.org/cpp-stl-heap/