

Câu 1. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức lượng giác bậc nhất $P(x) = a + b \cos x + c \sin x$ và đánh giá sai số.

x	−4.2	0.1	1.1	1.8	2.1
y	5.3	3.8	6.0	6.2	6.2

Câu 2. Cho bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
y	0.4401	0.4983	0.5419	0.5699	0.5815	0.5767

a) Dùng công thức ba điểm, tính gần đúng f'' tại các điểm chia.

b) Tính gần đúng $I = \int_{1.0}^{2.0} f(x) dx$.

Câu 3. Xét phương trình $x = -e^x$ trên đoạn $[-3, -0.25]$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với $x_0 = -1.7$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau ba bước lặp.

Câu 4. Dùng công thức nội suy Lagrange, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	−3	0	2	3
y	−5	−2	−10	−17

Câu 5. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3.6x_1 - 0.72x_2 + 1.44x_3 = 7.2 \\ 3.04x_1 + 7.6x_2 - 2.28x_3 = -22.8 \\ 2.0x_1 + 1.2x_2 - 4.0x_3 = -8.0 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban đầu

$x^{(0)} = (3.1, 0.2, 1.5)^T$, bằng phương pháp Gauss–Seidel, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 1. Cho bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$

x	0.96	0.98	1	1.02	1.04
y	0.7825	0.7739	0.7652	0.7563	0.7473

a) Dùng công thức ba điểm, tính gần đúng f' tại các điểm chia.

b) Tính gần đúng $I = \int_{0.96}^{1.04} f(x) dx$ bằng phương pháp Simpson.

Câu 2. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức lượng giác bậc nhất $P(x) = a + b \cos x + c \sin x$ và đánh giá sai số.

x	-3.5	-3.2	-1.3	2.0	3.6	4.2
y	-5.1	-4.0	2.1	-4.8	-2.8	-0.40

Câu 3. Xét phương trình $x = -\sqrt{e^x + 2}$ trên đoạn $[-5, 0]$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với $x_0 = -1.1$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau ba bước lặp.

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x = -0.11x - 0.09y + 1.3 \\ y = -0.08x + 0.17y - 4.2 \end{cases}$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu $x_0 = 1.6, y_0 = -4.0$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 5 bước lặp.

Câu 5. Dùng công thức nội suy Newton lùi, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	$-\frac{7}{2}$	-3	$-\frac{5}{2}$
y	$-\frac{27}{4}$	-5	$-\frac{15}{4}$

Câu 1. Cho bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
y	0.4401	0.4983	0.5419	0.5699	0.5815	0.5767

a) Dùng công thức ba điểm, tính gần đúng f'' tại các điểm chia.

b) Tính gần đúng $I = \int_{1.0}^{2.0} f(x) dx$.

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 5.1x - 2.04y - 0.51z = 25.5 \\ 2.15x + 4.3y - 1.29z = 4.3 \\ -0.54x - 1.08y + 2.7z = 13.5 \end{cases}$$
 Với xấp xỉ ban đầu

$x_0 = 3.6, y_0 = 3.7, z_0 = -4.1$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-4.0	1.0	3.2	3.7	4.0
y	18.5	-1.1	-9.5	-12.5	-12.8

Câu 4. Dùng công thức nội suy Lagrange, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	-1	4	5
y	-8	-3	-8

Câu 5. Xét phương trình $x^3 - 6x + 2 = 0$ trên đoạn $[-5, -2]$. Bằng phương pháp Newton, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng trong ba bước lặp.

Đáp án

12)

1	a)	x	0.96	0.98	1	1.02	1.04
		$f'(x)$	-0.4275	-0.4325	-0.44	-0.4475	-0.4525

b) $l \simeq 0.0612$

$$2 \quad \begin{bmatrix} 6.00000 & -3.47042 & -0.959200 \\ -3.47042 & 3.16281 & -0.198786 \\ -0.959200 & -0.198786 & 2.83719 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.9961 \\ 14.0359 \\ -6.82313 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -1.21741, b = 2.93790, c = -2.61063$$

$$P(x_k): -4.88439, -4.30270, 2.08397, -4.81385, -2.69674, -0.382387$$

$$\varepsilon = 0.387900$$

3 $-1.73205 \leq g(x) \leq -1.41659, q = 0.288675$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|$$

n	x_n	ε_n
0	-1.1	
1	-1.52737	0.173440
2	-1.48899	0.0155754
3	-1.49184	0.00115644

4 $q = \|B\|_{\infty} = 0.25$

$$X_{k+1} = BX_k + g, \|X_k - X^*\|_{\infty} \leq \frac{q}{1-q} \|X_k - X_{k-1}\|_{\infty}$$

k	x_k	y_k	ε_k
1	1.48400	-5.00800	0.336000
2	1.58748	-5.17008	0.0540267
5	1.59381	-5.21357	0.000436305

$k \backslash i$	0	1	2
5	0	-27/4	-5
	1	7/4	5/4
	2	-1/2	

$$t = 2x + 5$$

$$P(x) = -\frac{t(t+1)}{4} + \frac{5t}{4} - \frac{15}{4} = -x^2 - 3x - 5$$

71)

$$1 \quad \begin{bmatrix} 5.00000 & 0.226291 & 3.69967 \\ 0.226291 & 1.74263 & -0.580765 \\ 3.69967 & -0.580765 & 3.25737 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27.5000 \\ -0.634467 \\ 21.7388 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 3.31342, b = 0.186683, c = 2.94368$$

$$P(x_k): 5.78754, 3.79305, 6.02153, 6.13770, 5.76019$$

$$\varepsilon = 0.664641$$

$$2 \quad a) \quad \begin{array}{c|cccccc} x & 1.0 & 1.2 & 1.4 & 1.6 & 1.8 & 2.0 \\ \hline f''(x) & -0.365 & -0.365 & -0.39 & -0.41 & -0.41 & -0.41 \end{array}$$

$$b) \quad I \simeq 0.54$$

$$3 \quad -0.778801 \leq g(x) \leq -0.0497871, q = 0.778801$$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|$$

n	x_n	ε_n
0	-1.7	
1	-0.182684	5.34218
2	-0.833032	2.28975
3	-0.434729	1.40235

$$4 \quad L_0(x) = -\frac{x(x-3)(x-2)}{90} = -\frac{x^3}{90} + \frac{x^2}{18} - \frac{x}{15}$$

$$L_1(x) = \frac{x^3}{18} - \frac{x^2}{9} - \frac{x}{2} + 1$$

$$L_2(x) = -\frac{x^3}{10} + \frac{9x}{10}$$

$$L_3(x) = \frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{18} - \frac{x}{3}$$

$$P(x) = -x^2 - 2x - 2$$

$$5 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.2 & -0.4 \\ -0.4 & 0.0 & 0.3 \\ 0.5 & 0.3 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 2.0 \\ -3.0 \\ 2.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.80$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$
1	1.44000	-3.12600	1.78220
2	0.661920	-2.73011	1.51193
3	0.849207	-2.88610	1.55877

76)

1	a)	x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
		$f''(x)$	-0.365	-0.365	-0.39	-0.41	-0.41	-0.41

b) $I \simeq 0.54$

$$2 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.4 & 0.1 \\ -0.5 & 0.0 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 5.0 \\ 1.0 \\ 5.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.80$$

k	x_k	y_k	z_k
1	6.07000	-2.03000	7.20000
2	4.90800	0.125000	5.40200
3	5.59020	0.166600	6.03160

3 $P(x) = a + bx$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & 7.90000 \\ 7.90000 & 56.9300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17.4000 \\ -202.950 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 2.75703, b = -3.94749$$

$$P(x_k): 18.5470, -1.19046, -9.87493, -11.8487, -13.0329$$

$$\varepsilon = 0.793372$$

$$4 \quad L_0(x) = \frac{(x-5)(x-4)}{30} = \frac{x^2}{30} - \frac{3x}{10} + \frac{2}{3}$$

$$L_1(x) = -\frac{x^2}{5} + \frac{4x}{5} + 1$$

$$L_2(x) = \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$$

$$P(x) = -x^2 + 4x - 3$$

5 $f' > 0, f'' < 0, f(-5) = -93.0000, f(-2) = 6.00000 \Rightarrow x_0 = -5.$

$$M = 30.0000, m = 6.00000.$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{M}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2$$

n	x_n	ε_n
0	-5	
1	-3.65217	4.54159
2	-2.92306	1.32903
3	-2.64612	0.191733