

# Mục lục

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Chuẩn bị</b>                            | <b>1</b>  |
| 1.1 Kiến thức giải tích                      | 1         |
| 1.2 Sai số làm tròn và số học máy tính       | 3         |
| 1.3 Thuật toán và sự hội tụ                  | 3         |
| 1.4 MATLAB: ngôn ngữ tính toán và lập trình  | 3         |
| 1.5 MATLAB: giải tích và đại số              | 5         |
| <b>2 Giải phương trình một biến</b>          | <b>19</b> |
| 2.1 Phương pháp chia đôi                     | 19        |
| 2.2 Phương pháp Newton và mở rộng            | 21        |
| 2.3 Lặp điểm bất động                        | 27        |
| 2.4 Phân tích sai số của các phương pháp lặp | 31        |
| 2.5 Tăng tốc độ hội tụ                       | 31        |
| 2.6 Nghiệm của đa thức và phương pháp Müller | 32        |
| <b>3 Nội suy và xấp xỉ bằng đa thức</b>      | <b>27</b> |
| 3.1 Nội suy tổng quát                        | 27        |
| 3.2 Đa thức nội suy                          | 28        |
| 3.3 Xấp xỉ số liệu và phương pháp Neville    | 32        |
| 3.4 Sai phân chia                            | 32        |
| 3.5 Nội suy Hermite                          | 32        |
| 3.6 Nội suy Newton                           | 32        |
| 3.7 Nội suy spline bậc ba                    | 36        |
| 3.8 Đường cong tham số                       | 36        |

# Chương 1

# Chuẩn bị

|     |   |   |
|-----|---|---|
| 1.1 | Kiến thức giải tích . . . . .                     | 1 |
| 1.2 | Sai số làm tròn và số học máy tính . . . . .      | 3 |
| 1.3 | Thuật toán và sự hội tụ . . . . .                 | 3 |
| 1.4 | MATLAB: ngôn ngữ tính toán và lập trình . . . . . | 3 |
| 1.5 | MATLAB: giải tích và đại số . . . . .             | 5 |

## 1.1 Kiến thức giải tích

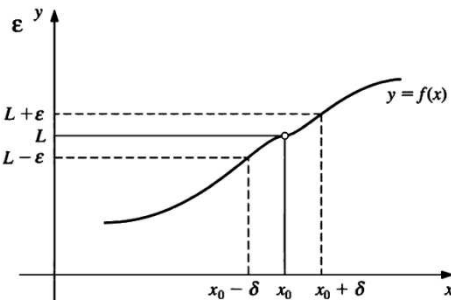
### 1.1.1 Giới hạn và tính liên tục

**Định nghĩa 1.1.** Hàm  $f$  xác định trên tập  $X$  các số thực có **giới hạn**  $L$  tại  $x_0$ , ký hiệu

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

nếu với mọi  $\varepsilon > 0$ , tồn tại  $\delta > 0$  sao cho

$$|f(x) - L| < \varepsilon \quad \text{với mọi } x \in X \quad \text{và} \quad 0 < |x - x_0| < \delta.$$



**Định nghĩa 1.2.** Cho hàm  $f$  xác định trên tập  $X$  các số thực và  $x_0 \in X$ .  $f$  **liên tục** tại  $x_0$  nếu

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

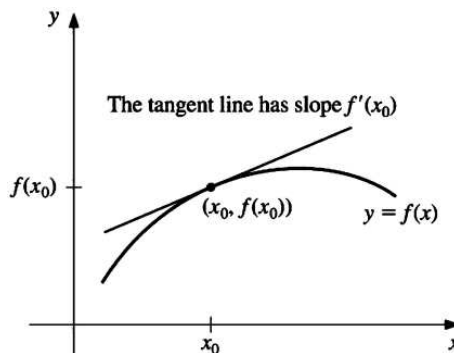
$f$  **liên tục trên  $X$**  nếu nó liên tục tại mọi điểm của  $X$ .

### 1.1.2 Tính khả vi

**Định nghĩa 1.3.** Cho hàm  $f$  xác định trên khoảng mở chứa  $x_0$ .  $f$  **khả vi** tại  $x_0$  nếu tồn tại

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

$f'(x_0)$  gọi là **đạo hàm** của  $f$  tại  $x_0$ . Hàm có đạo hàm tại mọi điểm của  $X$  gọi là **khả vi trên  $X$** .



**Định lý 1.1.** Giả sử  $f \in C^n[a, b]$ , tồn tại  $f^{(n+1)}$  trên  $[a, b]$ , và  $x_0 \in [a, b]$ . Khi đó, với mọi  $x \in [a, b]$ , tồn tại số  $\xi(x)$  ở giữa  $x_0$  và  $x$  sao cho

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x)$$

trong đó

$$\begin{aligned} P_n(x) &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n \\ &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k \end{aligned}$$

và

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}.$$

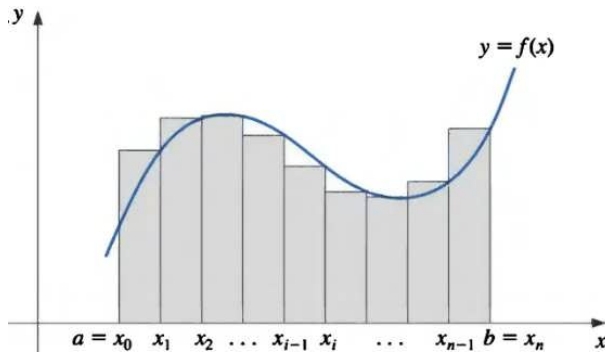
$P_n(x)$  là **đa thức Taylor bậc  $n$**  của  $f$  quanh  $x_0$ , và  $R_n(x)$  là **phần dư** (hay **sai số cắt**) của  $P_n(x)$ .

### 1.1.3 Tích phân

**Định nghĩa 1.4.** *Tích phân Riemann* của hàm  $f$  trên đoạn  $[a, b]$  là giới hạn sau, miễn là nó tồn tại

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\max \Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(z_i) \Delta x_i$$

trong đó  $a = x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n = b$ ,  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$  với  $i = 1, 2, \dots, n$ , và  $z_i \in [x_{i-1}, x_i]$  tùy ý.



## 1.2 Sai số làm tròn và số học máy tính

### 1.2.1 Số nhị phân máy

### 1.2.2 Số thập phân máy

### 1.2.3 Số học hữu hạn chữ số

### 1.2.4 Số học lồng nhau

## 1.3 Thuật toán và sự hội tụ

## 1.4 MATLAB: ngôn ngữ tính toán và lập trình

### 1.4.1 Lý do chọn MATLAB

Các ngôn ngữ tính toán và lập trình mạnh và phổ biến như MATLAB, Mathematica, Python, Maple, tích hợp các lệnh, gói lệnh giải các bài toán phổ biến. Nắm vững thuật toán giúp ta triển khai giải bài toán trên các ngôn ngữ khác như C, C++, Java, FORTRAN,...

| Thông tin   | MATLAB                         | Mathematica                          | Python                |
|---|--------------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| Năm ra đời  | 1989                           | 1986                                 | 1989                  |
| Tác giả, công ty  | MathWorks                      | Wolfram Research                     | Guido van Rossum      |
| Hệ điều hành: Windows (1), macOS (2), Linux (3), Android (4), iOS (5), Raspberry Pi (6) | 1, 2, 3                        | 1, 2, 3, 6                           | tất cả                |
| Phiên bản năm 2021  | R2021a (9.10)                  | 12.2                                 | 3.9.5                 |
| Giá   | 49 – 2 150\$ không kèm Toolbox | 177 – 5 780\$/năm, miễn phí trên (6) | miễn phí, mã nguồn mở |
| Dung lượng tải – cài đặt trên Windows   | 20.8 – 30.5GB                  | 4.3 – 11.9GB                         | 27 – 100.6MB          |
| Độ phổ biến theo chỉ số PYPL*   | 1.71%                          |                                      | 29.9%                 |
| Độ phổ biến theo chỉ số TIOBE   | 1.23%                          |                                      | 11.87%                |

MATLAB có khả năng tính toán mạnh mẽ, ngôn ngữ dễ hiểu, dễ lập trình, được cộng đồng khoa học kỹ thuật, kinh tế,... đón nhận và sử dụng rộng rãi. Hầu hết các bài toán đề cập trong cuốn sách, với sự hỗ trợ của MATLAB, đều được giải quyết ngắn gọn, mà không đòi hỏi ta phải nhớ quá nhiều kiến thức toán học.

Có hai cách tiếp cận và sử dụng MATLAB

**Cách 1:** Đăng ký và sử dụng online tại [matlab.mathworks.com](https://matlab.mathworks.com). Với tài khoản chưa mua bản quyền, được dùng miễn phí 20 giờ / tháng.

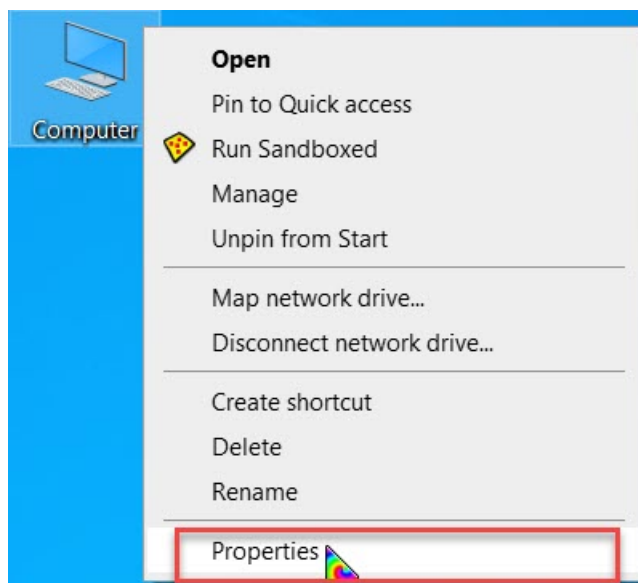
**Cách 2:** Tải về từ [mathworks.com/products/get-matlab.html?s\\_tid=gn\\_getml](https://mathworks.com/products/get-matlab.html?s_tid=gn_getml). Trước khi tải, cần kiểm tra tính tương thích của phiên bản MATLAB với hệ điều hành tại

[mathworks.com/support/requirements/matlab-system-requirements.html](https://mathworks.com/support/requirements/matlab-system-requirements.html)

Để tìm phiên bản của hệ điều hành, nhấp chuột phải vào biểu tượng Computer

---

\*Số liệu từ <https://statisticstimes.com/>



## View basic information about your computer

### Windows edition

Windows 10 Pro  
© Microsoft  
Corporation. All rights  
reserved.



# Windows 10

### System

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Processor:              | Intel(R) Core(TM) i5 CPU M 520 @ 2.40GHz 2.40 GHz   |
| Installed memory (RAM): | 4.00 GB (3.87 GB usable)                            |
| System type:            | 64-bit Operating System, x64-based processor        |
| Pen and Touch:          | No Pen or Touch Input is available for this Display |

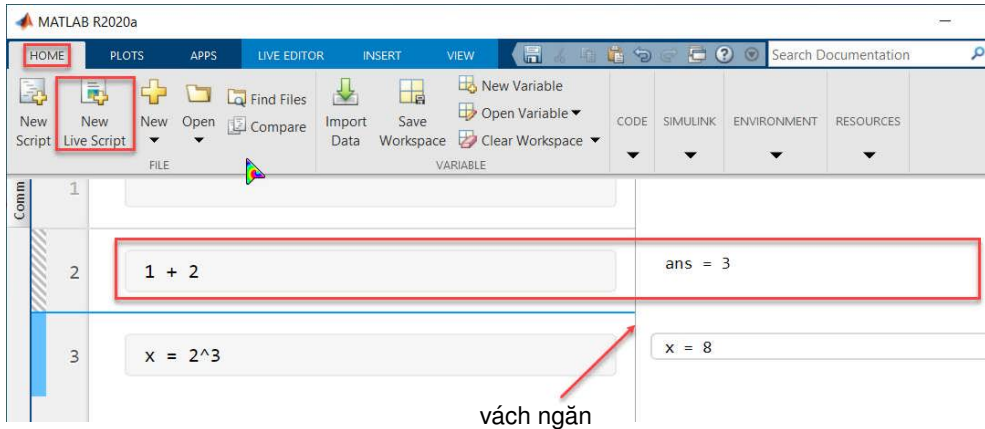
### Computer name, domain and workgroup settings

|                       |                  |
|-----------------------|------------------|
| Computer name:        | NDT              |
| Full computer name:   | NDT              |
| Computer description: | Thinh's Computer |
| Workgroup:            | WORKGROUP        |



## 1.5 MATLAB: giải tích và đại số

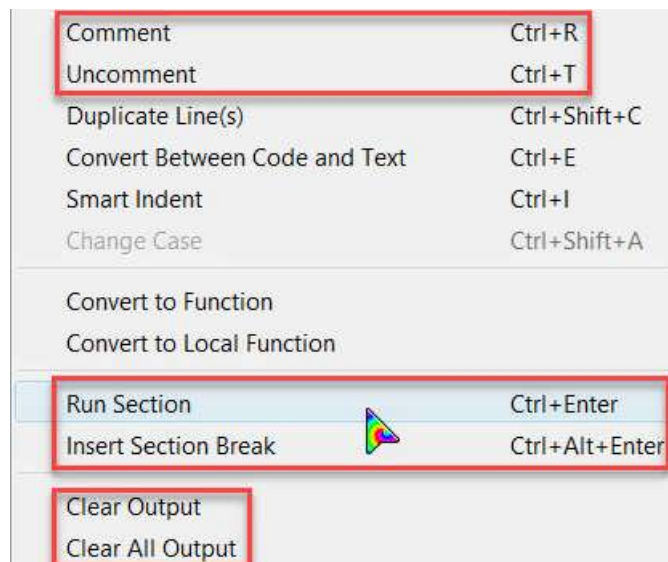
Chọn [Menu]HOME → *New Live Script* để tạo sổ tay \*.mlx.



Mỗi sổ tay có thể chia thành nhiều phần, mỗi phần chia thành hai cột: ô lệnh bên trái và kết quả bên phải, được điều chỉnh độ rộng bằng vách ngăn. Các sổ tay là liên thông, tức là tức là đối tượng nhận giá trị nào trên sổ tay này, thì cũng nhận giá trị đó trên các sổ tay khác, hay sổ tay này có thể gọi đối tượng trong sổ tay khác\*.

- Để chạy lệnh trong một ô, (1) nhấn *Chuột phải* → *Run Section*, hoặc (2) nhấn phím tắt tương ứng *Ctrl Enter*.

Các ô nhớ sẽ lưu giá trị của đối tượng theo thứ tự được chạy của ô, chứ không phải theo thứ tự từ trên xuống.



Để chạy toàn bộ sổ tay, (1) chọn *[Menu]LIVE EDITOR* → *Run*, hoặc (2) nhấn *F5*.

\* Các sổ tay trong Mathematica cũng liên thông giống MATLAB, nhưng trong Python, các sổ tay là độc lập

- Để ngắt sang ô mới
  - Đưa con trỏ tới vị trí cần ngắt, thường là tại cuối ô
  - (1) Nhấn *Chuột phải* → *Insert Section Break*, hoặc (2) *Ctrl + Alt + Enter*

Mỗi lệnh nên đặt trong một ô, trừ khi các lệnh tham gia vào việc thay đổi giá trị của biến.

Trong phần này, các cú pháp trong MATLAB được diễn đạt tổng quát, hoặc minh họa bằng ví dụ cụ thể.

1.5.1 Hằng số / logic

| Hằng     | MATLAB              |
|----------|---------------------|
| $e$      | <code>exp(1)</code> |
| $\pi$    | <code>pi</code>     |
| $\infty$ | <code>inf</code>    |
| -----    |                     |
| TRUE, 1  | <code>true</code>   |
| FALSE, 0 | <code>false</code>  |

1.5.2 Phép toán số học / logic / so sánh

| Phép toán     | MATLAB                 | Phép so sánh | MATLAB                 |
|---------------|------------------------|--------------|------------------------|
| $a + b$       | <code>a + b</code>     | $a < b$      | <code>a &lt; b</code>  |
| $a - b$       | <code>a - b</code>     | $a > b$      | <code>a &gt; b</code>  |
| $ab$          | <code>a * b</code>     | $a \leq b$   | <code>a &lt;= b</code> |
| $\frac{a}{b}$ | <code>a / b</code>     | $a \geq b$   | <code>a &gt;= b</code> |
| $a^b$         | <code>a ^ b</code>     | $a = b$      | <code>a == b</code>    |
| -----         |                        | $a \neq b$   | <code>a ~= b</code>    |
| $\neg p$      | <code>~p</code>        |              |                        |
| $p \wedge q$  | <code>p &amp; q</code> |              |                        |
| $p \vee q$    | <code>p   q</code>     |              |                        |

theo thứ tự ưu tiên  $\wedge \rightarrow *, / \rightarrow +, -, \text{ và } \neg, \wedge, \vee$ . Ngoài ra, với biểu thức phức tạp, ta dùng dấu nhóm biểu thức ( ).

1.5.3 Hàm sơ cấp

| Hàm        | MATLAB               |
|------------|----------------------|
| $\sqrt{x}$ | <code>sqrt(x)</code> |



|  |  |
|--|--|
| $\sqrt[n]{x}$  | $x \wedge (1/n)$ hoặc <code>nthroot(x, n)</code> |
| $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$                           | <code>sin(x), cos(x), tan(x), cot(x)</code>      |
| $\arcsin x, \arccos x, \arctan x, \operatorname{arccot} x$ | <code>asin(x), acos(x), atan(x), acot(x)</code>  |
| $\ln x, \log_2 x, \lg x$                                   | <code>log(x), log2(x), log10(x)</code>           |
| $\log_a x \rightarrow$ đổi cơ số                           | <code>log(x) / log(a)</code>                     |

1.5.4 Lệnh thường dùng

| Hàm                          | Kết quả    | Mô tả   |
|------------------------------|------------|---|
| <code>round(7.019, 2)</code> | 7.0200     | làm tròn lấy 2 chữ số sau dấu phẩy                          |
| <code>abs(-3)</code>         | $ -3  = 3$ |   |
| <code>min(1, -2)</code>      | -2         | số nhỏ nhất trong <b>hai số</b>                             |
| <code>min([3, 1, -2])</code> | -2         | số nhỏ nhất của dãy (véc tơ). Tương tự với <code>max</code> |
| <code>min([3; 1; -2])</code> | -2         |   |
| <code>sum([0, 4, 1])</code>  | 5          | tổng của dãy  |
| <code>factorial(3)</code>    | $3! = 6$   |   |

1.5.5 Biến

Cú pháp khai báo biến

```
var = expr
```

trong đó `expr` có thể là biểu thức toán học, xâu,... Chẳng hạn, lệnh

```
1 x = 1
2 x = x + 2
```

cho kết quả của biến `x` là 3.

1.5.6 Khai báo hàm

Khai báo hàm giúp làm việc với hàm đó đơn giản, ngắn gọn, dễ hiểu hơn, mang tính tự động hóa nhiều hơn.

- Hàm toán học thường khai báo tại bất cứ chỗ nào bằng từ khóa `@`
- Hàm có tính toán phức tạp trước khi trả về kết quả được khai báo bằng từ khóa `function`, và đặt tại
  - phần cuối của số tay\*, hoặc
  - trong tệp `*.m`. Mục này sẽ được trình bày chi tiết ở dưới.

\*không cần chạy ô này, lệnh gọi hàm ở ô trên sẽ tự tìm

**Ví dụ 1.1.**  $f(x) = x^2$ .

**Cách 1:**

```
1 f = @(x) x^2
```

**Cách 2:**

```
1 function y = f(x)
2 y = x^2;
3 end
```

Khi đó lệnh

```
1 f(-3)
```

cho kết quả là 9.

**Ví dụ 1.2.** Hàm nhiều biến  $f(x, y) = x + y$ .

**Cách 1:**

```
1 f = @(x, y) x + y
```

**Cách 2:**

```
1 function z = f(x, y)
2 z = x + y;
3 end
```

Khi đó lệnh

```
1 f(1, 2)
```

cho kết quả là 3

**Ví dụ 1.3.** Hàm có đối số là vectơ  $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$ .

**Cách 1:**

```
1 f = @(x) x(1) - x(2)
```

**Cách 2:**

```
1 function y = f(x)
2 y = x(1) - x(2);
3 end
```

Khi đó, hai lệnh

```
1 f([1, 2])
2 f([1; 2])
```

đều cho kết quả là  $-1$ .

**Ví dụ 1.4.** Hàm vectơ  $f(x, y) = (x + y, x - y)$ .

**Cách 1:**

```
1 f = @(x, y) [x + y, x - y]
2 f(1, 2) % → (3, -1)
```

**Cách 2:**

```
1 function [cong, tru] = g(x, y)
2 cong = x + y;
3 tru = x - y;
4 end
```

Khi đó

```
1 [a, b] = f(1, 2)
```

cho kết quả  $a = 3, b = -1$ , còn

```
1 a = f(1, 2)
```

cho kết quả  $a = 3$ , ứng với thành phần đầu tiên cong của hàm.

**Cách 3:**

```
1 function z = f(x, y)
2 z(1) = x + y;
3 z(2) = x - y;
4 end
```

Khi đó lệnh

```
1 f(1, 2)
```

cho kết quả  $(3, -1)$ .

**Khai báo hàm trong m-file**

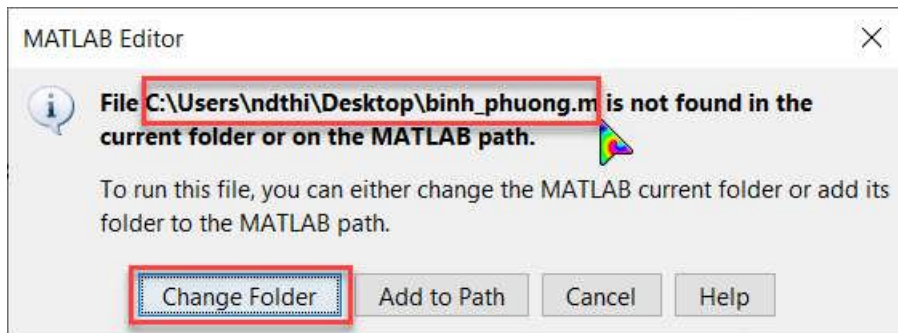
1. Vào *[Menu]HOME* → *New Script*, và lưu thành file *binh\_phuong.m*, và soạn mã

```

1 function y = f(x)
2 y = x^2;
3 end

```

2. Nhấn *F5* để chạy file này. Hộp thoại sau yêu cầu thay đổi hoặc nạp đường dẫn của thư mục chứa file vào môi trường thực thi → chọn *Change Folder* hoặc *Add to Path*.



3. Khi đó, trong sổ tay, lệnh

```

1 binh_phuong(-3) % tên hàm trùng tên file

```

cho kết quả là 9.

Với cách này, mỗi tệp chỉ nạp được một hàm. Tệp \*.m chứa nhiều hàm được viết mã kiểu hướng đối tượng. Tên lớp trùng với tên tệp. Chẳng hạn, với tệp *my\_functions.m* có mã

```

1 classdef my_functions
2     methods(Static)
3         function z = cong(x, y)
4             z = x + y;
5         end
6
7         function z = tru(x, y)
8             z = x - y;
9         end
10    end

```

Khi đó, trong sổ tay, lệnh

```

1 my_functions.cong(1, 2)

```

cho kết quả là 3.

### 1.5.7 MATLAB: tính toán trong giải tích

#### Biến, biểu thức symbolic

Đặc điểm nổi bật của các ngôn ngữ lập trình tính toán là khả năng làm việc với biến và biểu thức **symbolic**. Không như biến thông thường trong các ngôn ngữ lập trình khác, biến symbolic không có giá trị cụ thể, ta có thể gọi là biến bất định. Biểu thức toán học chứa biến symbolic gọi là biểu thức symbolic. Để làm việc với biểu thức symbolic, trước hết cần khai báo các biến symbolic có trong biểu thức đó.

- Khai báo một hoặc vài biến cụ thể

##### Cách 1:

```
1 syms x
2 syms x y % các biến cách nhau dấu cách
```

##### Cách 2: Hiển thị bằng tên hay ký hiệu khác

```
1 l = sym('lambda') % λ
```

- Khai báo vectơ hàng  $x$  chứa các biến symbolic  $x = (x_1, x_2, x_3)$

```
1 x = sym('x', [1, 3]) % 1 hàng, 3 cột
```

- Khai báo một ma trận symbolic  $A$  cỡ  $2 \times 3$

```
1 A = sym('a', [2, 3]) % A =  $\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \end{bmatrix}$ 
2 A(1, 2) %  $a_{1,2}$ 
3 A(5) %  $a_{1,3}$ , duyệt theo cột
```

- Khai báo hàm bất định  $f$

```
1 syms f(x)
2 syms f(x) g(x, y) % tự động khai báo biến symbolic x, y
```

#### Xử lý biểu thức

| MATLAB                      | Kết quả             | Mô tả  |
|-----------------------------|---------------------|--|
| vpa(x/2, 6)                 | $0.5x$              | đưa các số trong biểu thức về số thập phân với 6 chữ số có nghĩa |
| simplify( sin(x) * cos(x) ) | $\frac{\sin 2x}{2}$ | rút gọn  |
| factor( x^2 - 3*x + 2 )     | $(x - 1)(x - 2)$    | phân tích thành nhân tử  |
| expand( (x + 1)^2 )         | $x^2 + 2x + 1$      | khai triển đa thức   |

Tính giá trị của biểu thức

| MATLAB   | Kết quả                             |
|--|-------------------------------------|
| <code>subs(x^3, x, 2)</code>                     | $2^3 = 8$                           |
| <code>subs(x^3, x, [1, 2])</code>                | $(1, 8)$                            |
| <code>subs(x + y, {x, y}, {1, -2})</code>        | $1 + (-2) = -1$                     |
| <code>subs(x + y, [x, y], [1, -2])</code>        |                                     |
| <code>subs(x*y, {x, y}, {[1, 2], [3, 4]})</code> | $(1 \times 3, 2 \times 4) = (3, 8)$ |

Khi biểu thức đã được khai báo bởi hàm, xem lại phần 1.5.6.

Đạo hàm

| MATLAB                       | Kết quả                                      |
|------------------------------|--|
| <code>diff(x^3)</code>       | $\frac{\partial}{\partial x} (x^3) = 3x^2$   |
| <code>diff(x^3, 2)</code>    | $\frac{\partial^2}{\partial x^2} (x^3) = 6x$ |
| <code>diff(x^3, x, 2)</code> |  |

Tích phân

| Python                         | Kết quả                         |
|--------------------------------|---------------------------------|
| <code>int(x^2, 0, 1)</code>    | $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ |
| <code>int(x^2, x, 0, 1)</code> |                                 |

Giải phương trình, hệ phương trình

**Ví dụ 1.5.** a) Phương trình  $x^3 - 3x + 2 = 0$  có hai nghiệm là  $x_1 = 1$  (nghiệm kép) và  $x_2 = -2$ .

```
1 solve( x^3 - 3*x + 2 == 0) %  $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 
```

b) Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y^2 = 5 \\ 2x - y^2 = 2 \end{cases}$  có nghiệm  $(x_1 = 3, y_1 = -2)$  và  $(x_2 = 3, y_2 = 2)$ .

```
1 sol = solve(3*x - y^2 == 5, 2*x - y^2 == 2)
```

cho thông báo

```
1 sol = struct with fields:
2   x: [2x1 sym]
3   y: [2x1 sym]
```

nói rằng hệ có hai nghiệm. Ta dùng tiếp lệnh

```
1 sol.x %  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ 
2 sol.y %  $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ 
```

để thu được nghiệm của hệ.

### Giải phương trình vi phân

**Ví dụ 1.6.** Bài toán giá trị ban đầu  $y' = y - x$ ,  $y(0) = 2$  có nghiệm  $y = e^x + x + 1$ .

```
1 syms y(x)
2 dsolve(diff(y) == y - x , y(0) == 2)
```

### Vẽ đồ thị

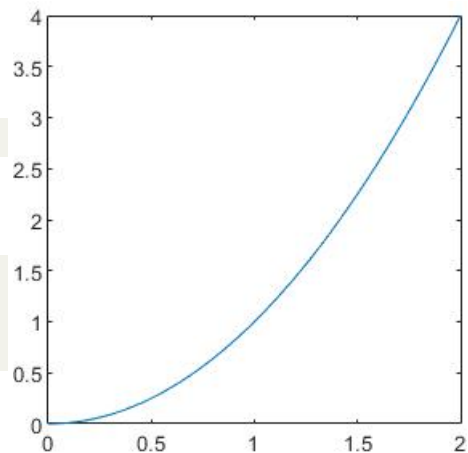
**Ví dụ 1.7.** Vẽ đồ thị hàm số  $y = x^2$  trên đoạn  $[0, 2]$ .

**Cách 1:**

```
1 fplot(x^2, [0, 2])
```

**Cách 2:**

```
1 X = 0:0.1:2
2 Y = subs(x^2, X)
3 plot(X, Y)
```



## 1.5.8 MATLAB: tính toán trong đại số

### Véc tơ

| MATLAB           | Kết quả | Mô tả  |
|------------------|---------|--|
| $x = [4, 1, -2]$ |         | véc tơ hàng $x = (4, 1, -2)$   |
| $x = [4; 1; -2]$ |         | véc tơ cột $x = (4, 1, -2)^T = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ |

|                        |                   |                                      |
|------------------------|-------------------|--------------------------------------|
| <code>length(x)</code> | 3                 | số phần tử, hay độ dài, cỡ của $x$   |
| <code>x(1)</code>      | 4                 | phần tử đầu của $x$ , có chỉ số là 1 |
| <code>x'</code>        | $x^T$             | chuyển vị của $x$                    |
| <code>x(:)</code>      |                   | véc tơ cột ứng với $x$               |
| <hr/>                  |                   |                                      |
| <code>i = 1:5</code>   |                   | $i = (1, 2, 3, 4, 5)$                |
| <code>1:2:10</code>    |                   |                                      |
| <code>2*i - 1</code>   | [1, 3, 5, 7, 9]   |                                      |
| <code>i.^2</code>      | [1, 4, 9, 16, 25] |                                      |

Xếp hai véc tơ thành ma trận

```
1 X = [1, 2, 3]
2 Y = [4, 5, 6]
3 [X; Y] %  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ 
```

và

```
1 X = [1; 2; 3]
2 Y = [4; 5; 6]
3 [X, Y] %  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ 
```

Nếu véc tơ  $a$  độ dài  $n$ , gồm các phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , thì với  $1 \leq i \leq j \leq n$ , lệnh

$$a(i:j)$$

là véc tơ gồm  $a_i, a_{i+1}, \dots, a_j$ , cùng kiểu hàng / cột với  $a$ .

Với hai véc tơ  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n$

| Phép toán   | MATLAB                 | Ghi chú            |
|---|------------------------|--------------------|
| $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)^T$      | <code>x + y</code>     |                    |
| $x - y = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, \dots, x_n - y_n)^T$      | <code>x - y</code>     |                    |
| $kx = (kx_1, kx_2, \dots, kx_n)^T$                        | <code>k * x</code>     | $k \in \mathbb{R}$ |
| $\langle x, y \rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n$ | <code>dot(x, y)</code> | tích vô hướng      |

Ma trận

Đối với ma trận  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ :

| MATLAB                               | Kết quả | Ghi chú                  |
|--------------------------------------|---------|--------------------------|
| <code>A = [3, -1, 2; 0, 4, 1]</code> |         | kết thúc hàng bằng dấu ; |



|                          |          |  |
|--------------------------|----------|--|
| <code>size(A)</code>     | $(2, 3)$ | số hàng và số cột của $A$              |
| <code>A(1, 2)</code>     | $-1$     | hàng 1 cột 2 của $A$                   |
| <code>length(A)</code>   | $3$      | số hàng của $A$                        |
| <code>A(5)</code>        | $2$      | phần tử thứ 5 của $A$ , duyệt theo cột |
| <code>A'</code>          | $A^T$    | chuyển vị của $A$                      |
| <hr/>                    |          |  |
| <code>eye(n)</code>      | $I_n$    | ma trận đơn vị cấp $n$                 |
| <code>zeros(m, n)</code> |          | ma trận không cỡ $m \times n$          |

Với hai ma trận  $A, B$ , và cỡ tương thích, tức là, cỡ phù hợp để thực hiện được phép toán

| Phép toán | MATLAB                                     | Ghi chú                    |
|-----------|--|----------------------------|
| $A + B$   | <code>A + B</code>                         |                            |
| $A - B$   | <code>A - B</code>                         |                            |
| $kA$      | <code>k * A</code>                         | $k \in \mathbb{R}$         |
| $AB$      | <code>A*B</code>                           |                            |
| $A^{-1}$  | <code>A^-1</code> hoặc <code>inv(A)</code> | ma trận nghịch đảo của $A$ |

Giải hệ phương trình tuyến tính

Ví dụ 1.8. Hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$  với nghiệm  $x = 3, y = 4$ , có thể viết dưới dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

```
1 A = [3, -1; 2, -1]
2 b = [5; 2]
3 linsolve(A, b) %  $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ 
```

1.5.9 Cấu trúc điều khiển

if: rẽ nhánh

Trường hợp 1:

```
1 if 1 < 2 % điều kiện
2     'đúng' % thực hiện lệnh nếu điều kiện đúng
3 end
```

**Trường hợp 2:**

```

1  if 1 < 2
2      'đúng'
3  else
4      'sai'    % thực hiện nếu điều kiện sai
5  end

```

**for: lặp xác định**

**Ví dụ 1.9.** In ra các số nguyên từ 0 tới 9, mỗi số một dòng.

*Giải.*

```

1  for i = 0:9
2      i
3  end

```

□

**Ví dụ 1.10.** In ra các biểu thức  $x^5, x^6, \dots, x^{10}$ , mỗi biểu thức một dòng.

*Giải.*

```

1  syms x
2  for i = 5:10
3      x^i
4  end

```

□

**while: lặp không xác định**

**Ví dụ 1.11.** Viết đoạn mã trong [Ví dụ 1.9](#) dưới dạng vòng lặp không xác định.

*Giải.*

```

1  i = 0
2  while i < 10    % lặp khi điều kiện còn đúng
3      i = i + 1  % có chức năng thay đổi giá trị của điều kiện
4  end

```

□

Tóm tắt MATLAB

---

**Dấu** . , ; : ( [ ' %

|                |          |          |        |         |        |
|----------------|----------|----------|--------|---------|--------|
| <b>Từ khóa</b> | classdef | function | else   | end     | Static |
|                | for      | if       | elseif | methods | while  |

|                   |      |           |          |          |       |
|-------------------|------|-----------|----------|----------|-------|
| <b>Hàm / lệnh</b> | abs  | dot       | int      | pi       | sqrt  |
|                   | acos | dsolve    | inv      | plot     | subs  |
|                   | acot | exp       | length   | round    | sum   |
|                   | asin | eye       | linsolve | simplify | sym   |
|                   | atan | expand    | log      | sin      | syms  |
|                   | cos  | factor    | max      | size     | tan   |
|                   | cot  | factorial | min      | simplify | vpa   |
|                   | diff | fplot     | nthroot  | solve    | zeros |

# Tài liệu tham khảo

- [1] Phạm Kỳ Anh. *Giải tích số*. Đại học Quốc gia Hà Nội, 2002. 284 trang.
- [2] Richard L. Burden, Douglas J. Faires **and** Annette M. Burden. *Numerical Analysis*. phiên bản 10. Cengage Learning, 2016. 918 trang.
- [3] Phan Văn Hạp **and** Lê Đình Thịnh. *Phương pháp tính và các thuật toán*. Nhà xuất bản Giáo dục, 2000. 400 trang.
- [4] Doãn Tam Hòe. *Toán học tính toán*. Đại học Quốc gia Hà Nội, 2009. 240 trang.

