

**Bài tập môn :** **Toán học tính toán, Toán kinh tế**  
**Đối tượng :** Lớp TH, IT, LGT  
**Công cụ tính :** MATLAB, Mathematica, Python, Máy tính bỏ túi  
**Thời gian :** 30 giờ

① Giải các phương trình sau bằng **phương pháp Newton**: tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

1.  $x^3 + 2x = 4, x \in [1, 3]$
2.  $x^3 + \sin x = 2, x \in [0, 2]$
3.  $xe^x = 5, x \in [1, 3]$
4.  $x(e^x + x) = 6, x \in [1, 2]$
5.  $2^x + \sqrt[3]{x^2 + 1} = 5, x \in [1, 5]$
6.  $x^2 = e^x + 2, x \in [-5, 0]$
7.  $x \ln x + 2^x = 5, x \in [1, 4]$
8.  $x^3 + \ln x = 3, x \in [1, 4]$

② Giải các phương trình sau bằng **phương pháp điểm bất động (lặp đơn)** với xấp xỉ ban đầu cho trước: tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

9.  $x = \sqrt[5]{32 - x}, x \in [0, 10]$
10.  $x = \sqrt{2 - \sin x}, x \in [0, 2]$
11.  $x = \frac{x \sin x + \cos x}{2}, x \in [-1, 1]$
12.  $x = \frac{x^4 + \sin x - 1}{10}, x \in [-1, 1]$
13.  $x + \lg x = 2, x \in [1, 4]$
14.  $x^5 - x - 1 = 0, x \in [1, 3]$
15.  $x^2 - 10 \lg x - 3 = 0, x \in [2, 5]$
16.  $2x = e^{\sin x}, x \in [0, 3]$

③ Tìm nội suy  $P(x)$  sinh bởi hệ hàm và thỏa mãn điều kiện cho trước:

17.  $\{1, x\}: P(1) = -2, \int_0^\pi P(x) \sin x dx = 7$
18.  $\{x, \cos x, e^x\}: P(0) = -1, P'(0) = 2, \int_{-1}^1 P(x) dx = 5$

④ Trình bày các phương pháp tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng:

19. 

$x$	-2	1
$y$	8	-1
20. 

$x$	-1	1	2
$y$	7	-1	1
21. 

$x$	-3	-1	1	3
$y$	-16	2	4	-10
22. 

$x$	0	0.5	1	1.5	2
$y$	-1	0.125	1	2.375	5

⑤ Trình bày các phương pháp tìm đa thức nội suy của hàm số tại các mốc nội suy cho trước:

23.  $y = 2^x$  tại  $-1, 1, 3$
24.  $y = \sin x$  tại  $0, \frac{\pi}{2}, \pi$
25.  $y = \ln(x^2 + 1)$  tại  $0, 0.5, 1, 2$
26.  $y = \arctan x$  tại  $-1, 0, 1, 2, 3$

27. Cho các mốc nội suy cách đều  $x_0, x_1, \dots, x_n$ . Tìm đa thức nội suy  $P(x)$  biết  $P(x_i) = y_i \forall i = \overline{0, n}$  trong các trường hợp  $n = 3, 4$ .

⑥ Cho hàm số  $f(x)$  dưới dạng bảng. Bằng công thức sai phân tiến, tính gần đúng  $f'(x)$  tại các giá trị  $x$  trong bảng.

28. 

$x$	0.5	0.6	0.7
$f(x)$	0.479	0.565	0.644
29. 

$x$	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	9.03	11.02	13.46	16.44
30. 

$x$	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
$f(x)$	-1.71	-1.37	-1.12	-0.92	-0.75	-0.60

⑦ Cho hàm số  $f(x)$  dưới dạng bảng. Bằng công thức ba điểm, tính gần đúng  $f'(x)$  tại các giá trị  $x$  trong bảng.

31.

$x$	0.0	0.2	0.4
$f(x)$	0.00	0.74	1.37

32.

$x$	8.1	8.3	8.5	8.7
$f(x)$	16.94	17.56	18.19	18.82

33.

$x$	-3.0	-2.8	-2.6	-2.4	-2.2	-2.0
$f(x)$	9.37	8.23	7.18	6.21	5.32	4.51

⑧ Cho hàm số  $f(x)$  dưới dạng bảng. Bằng công thức ba điểm, tính gần đúng  $f''(x)$  tại các giá trị  $x$  trong bảng.

34.

$x$	-0.3	-0.1	0.1
$f(x)$	1.95	2.04	2.06

35.

$x$	2.9	3.0	3.1	3.2
$f(x)$	-4.83	-4.24	-3.50	-2.60

36.

$x$	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30
$f(x)$	-1.71	-1.37	-1.12	-0.92	-0.75	-0.60

⑨ Cho hàm số  $f(x)$  dưới dạng bảng. Dùng công thức hình thang và công thức Simpson, tính gần đúng  $\int_a^b f(x) dx$ .

37.

$x$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
$f(x)$	1.00	0.98	0.92	0.83	0.70

,  $\int_0^{0.8} f(x) dx$ 

38.

$x$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	0.69	0.87	1.07	1.29	1.52	1.77	2.03	2.31	2.60

,  $\int_0^{0.8} f(x) dx$ 

39.

$x$	$a = -0.5$	-0.3	-0.1	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9 = $b$
$f(x)$	0.56	0.23	0.03	0.03	0.28	0.78	1.45	2.24	3.09	3.92	4.71	5.42	6.03

⑩ Bằng phương pháp hình thang, với số khoảng chia đều  $n$ , tính gần đúng các tích phân và đánh giá sai số.

40.  $\int_1^2 x \ln x dx, \quad n = 4$

41.  $\int_0^2 \frac{2}{x^2 + 4} dx, \quad n = 6$

42.  $\int_0^2 e^{2x} \sin 3x dx, \quad n = 8$

⑪ Bằng phương pháp Simpson, với số khoảng chia đều  $2n$ , tính gần đúng các tích phân và đánh giá sai số.

43.  $\int_{-0.5}^{0.5} \cos^2 x dx, \quad 2n = 4$

44.  $\int_{-0.5}^{0.5} x \ln(x + 1) dx, \quad 2n = 6$

45.  $\int_{0.75}^{1.75} (\sin^2 x - 2x \sin x + 1) dx, \quad 2n = 8$

⑫ Trong các phương trình vi phân:

• Giải gần đúng bằng **phương pháp xấp xỉ liên tiếp Picard** (nếu có thể) và **chuỗi nguyên**: tính  $y_3(x)$ .

• Giải gần đúng bằng **phương pháp Euler** và **Runge – Kutta RK4** với lưới cho trước.

46.  $y' = 3x - 2y + 1, y(0) = \frac{3}{4}; x_n = 0.1n, n = \overline{1, 5}$

50.  $\begin{cases} y_1' = x + y_1 y_2 \\ y_2' = x^2 - y_1^2 \end{cases}, \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 0 \end{cases}; \text{ tại } 0.1, 0.3$

47.  $y' = x^2 + y^2, y(0) = 0; \text{ tại } 0.2, 0.3, 0.5$

51.  $\begin{cases} y' = \frac{z - y}{z + y} \\ z' = \frac{x}{z} \end{cases}, y(1) = 1, z(1) = 0; \text{ tại } 1.2, 1.4$

49.  $y' = \sqrt[3]{\frac{y^2 + 1}{x^4 + 1}}, y(0) = 1; \text{ tại } x_n = 0.2n, n = \overline{1, 3}$

52.  $y'' + xy' + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1; \text{ tại } 0.1, 0.2, 0.3$

Giải các hệ phương trình tuyến tính bằng **phương pháp lập điểm bất động (lập đơn)**:

• Câu hỏi như phần giải phương trình đại số bằng phương pháp lập điểm bất động, với mục 3 thực hiện với sai số  $10^{-3}$ .

• Bằng **phương pháp Seidel** tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

$$53. \begin{cases} x = -0.04x + 0.05y + 3.17 \\ y = -0.19x + 0.14y - 0.41 \end{cases}$$

$$54. \begin{cases} x = 0.28x - 0.05y - 1.7 \\ y = 0.36x - 0.26y + 3.9 \end{cases}$$

$$55. \begin{cases} x = 0.15x - 0.11y - 0.01z + 3.54 \\ y = -0.265x + 0.1y + 0.215z - 1.16 \\ z = 0.075x - 0.185y - 0.29z + 3.74 \end{cases}$$

$$56. \begin{cases} x = -0.295x - 0.215y + 0.21z + 4.76 \\ y = 0.255x + 0.13y - 0.01z + 3.16 \\ z = 0.055x + 0.1y - 0.095z + 3.52 \end{cases}$$

$$57. \begin{cases} x = 0.15x - 0.205y - 0.155z + 0.155t - 0.63 \\ y = -0.01x + 0.08y + 0.18t + 0.68 \\ z = 0.055x + 0.05z - 0.115t - 2.27 \\ t = -0.045x - 0.21y - 0.01z - 0.08t - 2.11 \end{cases}$$

$$58. \begin{cases} 2x_1 + 0.7x_2 = -1.2 \\ 1.9x_1 - 3.1x_2 = 2.5 \end{cases}$$

$$59. \begin{cases} 2.5x_1 + 0.9x_2 = 3.4 \\ x_1 + 2.8x_2 = -0.6 \end{cases}$$

$$60. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 7x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

$$61. \begin{cases} 4.1x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_3 = -2 \\ 1.3x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 1.5 \end{cases}$$

$$62. \begin{cases} 7.2x_1 - x_2 + 1.2x_3 = 2 \\ x_1 + 12x_2 - x_3 + 3.2x_4 = -1 \\ -1.4x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 2.1x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 17x_4 = 3 \end{cases}$$

Tìm xấp xỉ của hàm số  $y = f(x)$  có giá trị cho trong bảng bởi không gian hàm có cơ sở cho trước và đánh giá sai số:

$$63. \begin{array}{c|ccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ y & 1 & 3.85 & 6.5 & 9.35 & 12.05 \end{array}, \text{bởi đa thức bậc nhất}$$

$$64. \begin{array}{c|cccc} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ y & 7.5 & 2 & 4.5 & 14 \end{array}, \text{bởi đa thức bậc 2}$$

$$65. \begin{array}{c|ccccc} x & 1.1 & 1.3 & 1.6 & 1.8 & 2 \\ y & 0.74 & 1.57 & 2.8 & 3.6 & 4.35 \end{array}, \{1, \cos x, \ln x\}$$

$$66. \begin{array}{c|ccccccc} x & -1.2 & -0.9 & -0.6 & -0.3 & 0 & 0.3 & 0.6 \\ y & 7 & 6.32 & 5.8 & 5.34 & 5.04 & 4.9 & 5.02 \end{array}, \{1, x, e^x\}$$

Tìm xấp xỉ của hàm số  $y = f(x)$  bởi không gian hàm có cơ sở cho trước và đánh giá sai số:

$$67. y = e^{\sin x}, x \in [-1, 1], \text{bởi đa thức bậc nhất}$$

$$69. y = \sin x, x \in [0, 1], \{1, x, e^x\}$$

$$68. y = e^x, x \in [0, 2], \text{bởi đa thức bậc 2}$$

$$70. y = |1 - x|, x \in [0, 2], \{1, \cos x, \sin x\}$$