

Câu 1. a) Cho dãy Fibonacci $\{F_n\}$, $n \in \mathbb{N}$. Chứng minh $F_n > \varphi^{n-2}$, $\forall n \geq 3$, trong đó $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ là tỷ lệ vàng.

b) Trình bày thuật toán Euclid tìm ước chung lớn nhất của hai số nguyên dương.

c) Phát biểu, chứng minh định lý Lamé về đánh giá độ phức tạp của thuật toán Euclid.

d) Minh họa thuật toán Euclid để tính $\gcd(2023, 847)$.

Câu 2. Cho dãy Fibonacci $\{F_n\}$, $n \in \mathbb{N}$. Bằng quy nạp toán học, chứng minh

$$F_{2n}^2 = F_1 F_2 + F_2 F_3 + F_3 F_4 + \cdots + F_{2n-1} F_{2n}, \quad \forall n \in \mathbb{Z}^+.$$

Câu 3. Cho công thức mệnh đề $P = (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$.

a) Lập bảng chân lý của P . Từ đó nhận xét P tương đương logic với công thức mệnh đề nào?

b) Chứng minh nhận xét ở ý (a) bằng luật logic.

Câu 4. Cho tập $A = \{a, b, c, d, e\}$ và quan hệ \mathcal{R} trên A :

$$\mathcal{R} = \{(a, b), (a, c), (b, d), (c, b), (c, d), (d, c), (e, a), (e, e)\}$$

a) Lập ma trận biểu diễn M của \mathcal{R}

b) Tìm các ma trận biểu diễn M^k của \mathcal{R}^k , với $k = \overline{2, 5}$

c) Tìm ma trận biểu diễn M^* của bao đóng bắc cầu \mathcal{R}^* của \mathcal{R} . Từ đó xác định \mathcal{R}^* .

Câu 5. Cho đoạn chương trình giả mã:

```
1 for i = 1 to n do
2     for j = i to n do
3         for k = j to n do
4             print i, j, k
```

a) **Python:** với $n = 11$, lệnh **print** được thực thi bao nhiêu lần?

b) Với $n \in \mathbb{Z}^+$ bất kỳ, lệnh **print** thực hiện bao nhiêu lần? Từ đó cho biết chương trình có độ phức tạp loại nào?