

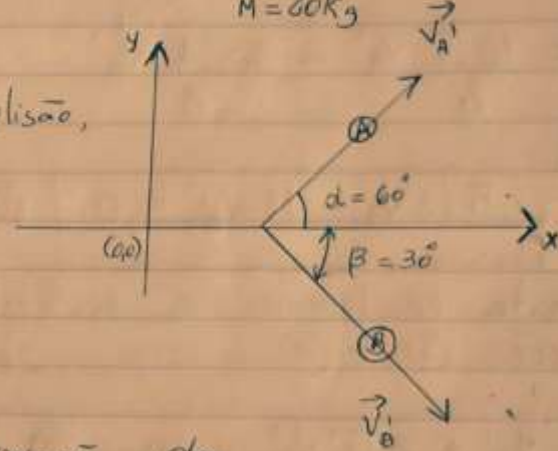
**Exercício 1** Dados:

- Antes da colisão,  
 $\vec{V}_A = 10\hat{i} \text{ (m/s)}$   
 $m = 10\text{kg}$   
 $\vec{V}_B = 0$   
 $M = 20\text{kg}$
- Após colisão,

Determine:

a)  $V_A' = ?$   
 $V_B' = ?$

b) Haverá conservação da Energia cinética durante a colisão?



a) Solução: Pela conservação do momento linear, temos que:

(i) Eixo X,

$$m V_A = m V_A' \cos \alpha + M V_B' \cos \beta$$

Substituindo

$$10 \cdot 10 = 10 V_A' \cos 60^\circ + 20 V_B' \cos 30^\circ$$

Simplificando,

$$10 = \frac{V_A'}{2} + \sqrt{3} V_B'$$

ou seja,

$$V_A' + 2\sqrt{3} V_B' = 20 \quad (1)$$

### Exercício 1 (Continuação!)

(ii) Eixo y,

$$0 = m v_A' \sin \alpha + M v_B' \sin \beta$$

Substituindo,

$$0 = 10 \cdot v_A' \sin 60^\circ - 20 v_B' \sin 30^\circ \quad (1)$$

ou seja,

$$0 = \frac{10\sqrt{3}}{2} v_A' - 20 \cdot \frac{1}{2} v_B'$$

Reescrevendo,

$$5\sqrt{3} v_A' - 10 v_B' = 0 \quad (2)$$

Agora, basta resolvermos o sistema formado pelas equações (1) e (2)

Defato,

$$\begin{cases} v_A' + 2\sqrt{3} v_B' = 20 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5\sqrt{3} v_A' - 10 v_B' = 0 & (2) \end{cases}$$

Segue de (2)

$$v_A' = 20 - 2\sqrt{3} v_B'$$

Substituindo esse resultado na equação (2), teríamos:

$$5\sqrt{3} (20 - 2\sqrt{3} v_B') - 10 v_B' = 0$$

Dai,

$$40 v_B' = 100\sqrt{3}$$

logo,

$$v_B' = \frac{5\sqrt{3}}{2} \approx 4,33 \text{ m/s}$$

### Exercício 1 (continuação 2)

Finalmente, sendo  $V_A' = 20 - 2\sqrt{3} V_B'$

$$V_B' = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

Logo,

$$V_A' = 20 - 2\sqrt{3} \left( \frac{5\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$V_A' = 20 - 15$$

Portanto,

$$V_A' = 5 \text{ m/s}$$

b) Solução: Suponhamos que há conservação da Energia Cinética. Desta forma, devemos ter:

$$\frac{1}{2} m V_A^2 = \frac{1}{2} (m V_A'^2 + M V_B'^2)$$

Substituindo, teremos:

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} (10 V_A'^2 + 20 V_B'^2)$$

ou seja,

$$V_A'^2 + 2 V_B'^2 = 100$$

No entanto,

$$(5)^2 + 2 \left( \frac{5\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 25 + \frac{75}{2} = \frac{125}{2}$$

Absurdo, pois  $\frac{125}{2} < 100$

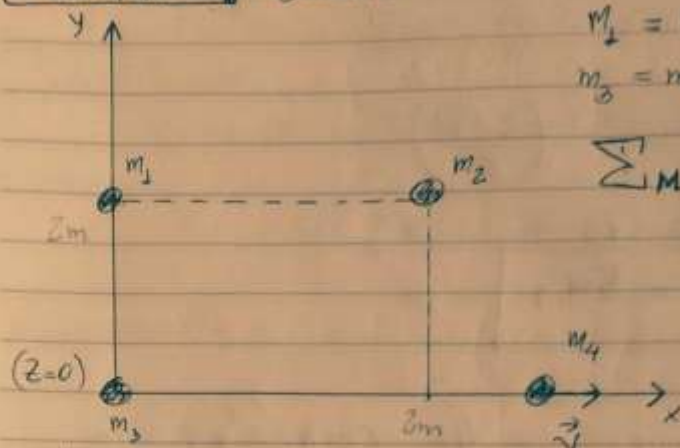
Portanto, não há conservação da Energia cinética.

**Exercício 2a** Dados:

$$m_1 = m_2 = 3 \text{ kg}$$

$$m_3 = m_4 = 2 \text{ kg}$$

$$\sum M = 3 \cdot (3+2) = 10 \text{ kg}$$



Determine:

a) A posição do centro de massa em função do tempo. Dê a resposta no caso em que  $v = \text{cte}$

b) A velocidade do centro de massa?

c) No caso de M.U com  $v_0 = 4 \text{ m/s}$ , a posição do centro de massa em  $t = 5 \text{ s}$ ?

Solução: a) Temos que,

$$x_{cm} = \frac{1}{M} \sum m_i x_i = \frac{1}{10} (m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4)$$

$$y_{cm} = \frac{1}{M} \sum m_i y_i = \frac{1}{10} (m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4)$$

Desse forma,

$$\begin{cases} x_{cm} = \frac{1}{10} \left( 3 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \int_0^t v_0 dt \right) \\ x_{cm} = 0,6 + 0,2 \int_0^t v_0 dt \end{cases}$$



### Exercício 2a (Continuação)

Na intenção,

$$x_i = \int_0^t v_i(t) dt = \int_0^t k dt = S_0 + k \cdot t$$

sendo  $x_i(0) = 2$ , então

$$x_i(t) = 2 + k \cdot t$$

Logo,

$$x_{cm} = 0,6 + 0,3 \cdot (2 + k \cdot t)$$

$$\therefore \boxed{x_{cm} = 1 + 0,3 k t}$$

Analogamente,

$$y_{cm} = \frac{1}{10} \cdot (3 \cdot 0 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 0)$$

$$\therefore \boxed{y_{cm} = 1,2}$$

além disso, para  $t=0$  temos que  $x_{cm} = 1$  e  $y_{cm} = 0,2$

### Exercício 2b Solução: Temos que,

$$\vec{R}_{cm} = \left( 0,6 + 0,3 \int_0^t v_i(t) dt; 1,2 \right) \text{ (i-ên a)}$$

Na forma,

$$\boxed{\vec{V}_{cm} = \left( \frac{d}{dt} \left[ 0,6 \left( \int_0^t v_i(t) dt \right) \right]; 0 \right)}$$

Exercício 2.6 Solução:

Por hipótese,  $V_x(t) = 4 \text{ m/s}$  constante sobre o eixo x.

Como:

$$x_{cm} = 1 + 0,2kt$$

$$y_{cm} = 1,2$$

Daí, para  $t = 5 \text{ s}$

$$\begin{cases} x_{cm} = 1 + 0,2 \times 4 \times 5 = 5 \\ y_{cm} = 1,2 \end{cases}$$

Além disso,  $\vec{V}_{cm} \Rightarrow \begin{cases} v_x = 0,2k \\ v_y = 0 \end{cases}$

Logo,  $V_{cm}(5) = \begin{cases} \boxed{v_x = 1 \text{ m/s}} \\ v_y = 0. \end{cases}$