

空间平台发射服务器动力学与双脉冲最优交会*

韩艳铎^{1†} 李伟康¹ 张勇^{2,3}

(1. 南京航空航天大学 航天学院, 南京 211106) (2. 南京航空航天大学 无人机研究院, 南京 210016)

(3. 南京航空航天大学 中小型无人机先进技术工业和信息化部重点实验室, 南京 210016)

摘要 本文研究了空间平台发射服务器的两体耦合动力学, 以及服务器与目标星交会对接的双脉冲能耗最省制导问题。平台首先与目标星形成绕飞关系, 保持其发射筒轴线瞄准目标星。接到发射指令后, 服务器从发射筒中射出。本文采用凯恩方法建立了发射过程平台-服务器两体动力学模型。因为两体耦合影响, 平台姿态偏转, 服务器出筒时的速度已经不能瞄准目标星。通过小型火箭发动机给其施加初始和末端共两次速度脉冲。初始脉冲发生于服务器出筒瞬间, 改变其航向, 保证其与目标星准确交会; 末端脉冲发生于服务器与目标星交会瞬间, 将其相对于目标星的速度减为零, 实现软对接。优化指标是能耗最省, 即两次速度脉冲幅值的平方和最小。本文将其归结为非线性规划问题。在服务器交会飞行时间远小于平台绕飞目标星周期的情况下, 可将平台绕飞平均角速度视作小参数, 采用摄动法求出上述非线性规划的一阶近似解, 然后以此作为迭代初值, 快速可靠地找到精确最优解。最后进行了数值仿真验证。

关键词 多体动力学, 凯恩方法, 在轨服务, C-W 方程, 交会对接, 双脉冲制导, 小参数摄动法
中图分类号: V448.2 **文献标志码**: A

引言

基于交会对接的在轨维护技术对于航天工程意义重大, 是当前和今后航天领域重要研究课题。脉冲法制导, 因其原理和算法相对简单, 易于工程实现, 在推力作用时间远小于航天器惯性滑行时间条件下, 制导误差很小, 故在空间交会对接领域颇受重视^[1-5]。空间交会对接任务中, 能量和时间是宝贵资源, 吸引了众多学者开展了最优制导的研究^[6-11]。其中, 文献[6]针对同时受时间与燃料约束的航天器多轨道间机动问题, 研究了变轨机动方式四种特殊情况的边界问题; 文献[7]研究了时间最优多脉冲交会问题中最优交会时间和脉冲数随各因素的变化规律, 并根据最优交会时间随各因素变化曲线较为“平缓”的事实, 提出可以利用较少的特征点通过插值方法快速求解最优交会的策略; 文献[8]研究了多脉冲燃耗最省圆轨道调相

问题, 以线性近似模型的精确最优解作为真实非线性动力学情形下优化解的迭代初值, 以提高收敛速度; 文献[10]针对燃料受限多脉冲时间最优轨道控制, 提出一种解析法和数值法相结合的方法, 解决了最优控制间接法微分方程两点边值问题协态变量的初值猜测问题, 能够得到充分接近真实最优解的近似解, 然后用数值法求解, 并以深空探测变轨控制作了仿真验证。

无论是脉冲制导还是连续推力制导, 凡涉及最优策略往往计算量较大, 难以在线实现, 基于小参数摄动的近似优化制导在航天领域应运而生, 譬如文献[12-13]将大气标高与地球半径之比作为小参数, 用正则摄动法研究了拦截弹道导弹的时间最优制导律。采用摄动法得到的近似优化解与真实最优解非常接近, 但计算量大大减轻, 容易在线实现。

空间平台装载多个服务航天器(譬如空间机器人, 下文简称服务器), 平时在轨驻留, 接到任务指

2021-08-13 收到第1稿, 2021-11-05 收到修改稿。

* 中央高校基本科研业务费青年科技创新基金(NT2020025)

† 通信作者 E-mail: hanyanhua@nuaa.edu.cn

令后机动到目标星附近,与目标星形成近距离绕飞关系,然后发射服务器到目标星,与目标星交会对接,执行维护任务.完成任务后,平台继续在轨待命为下一次任务做准备.本文研究这种场景下空间平台发射服务器动力学以及服务器分离后与目标星的最优交会制导问题.从国内外研究动态来看,专门针对服务器与目标星近距离相对飞行特点,引入小参数正则摄动的方法进行双脉冲优化制导的研究还未见诸报道.

平台绕飞目标星的椭圆相对轨道的尺度一般在数十米至数百米,以保证平台上的光学等导航设备可实时测得相对于目标星的飞行状态信息.绕飞过程中平台的姿控系统维持其发射筒轴线始终瞄准目标星.服务器从发射筒分离后,自身的小型火箭发动机给其施加首末两次速度脉冲:首次脉冲修正其飞行速度,保证服务器凭惯性飞达目标星,末次脉冲将其相对速度减为零,实现与目标星的软对接,如图1所示.

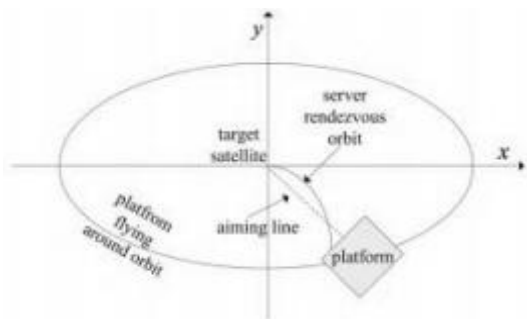


图1 平台绕飞并瞄准目标星示意图

Fig. 1 Sketch of the platform flying around and aiming at the target satellite

图2给出了服务器在平台中的装载几何.一个平台可以装载多个服务器,形成一个矩阵,满载服务器的列数和行数分别为 n_x 和 n_y .安装有机机械手的一面表示发射方向.图中: l_r 的意义如图所示; d_r 表示服务器的直径,并且定义每个服务器的质心到其底部的距离为 l_{cg} ; d_y 表示服务器与所在发射筒底部之间的间隙; d_x 表示发射筒壁的厚度.假设平台本体质心在其几何中心.

服务器双脉冲交会对接制导的性能指标是能耗最省,即两次脉冲速度幅值的平方和最小,构成一个非线性规划问题.文本采用小参数摄动法,快速求解出最优双脉冲的一阶近似解,并以此为迭代初值,用非线性规划方法快速可靠地收敛到最优真解.

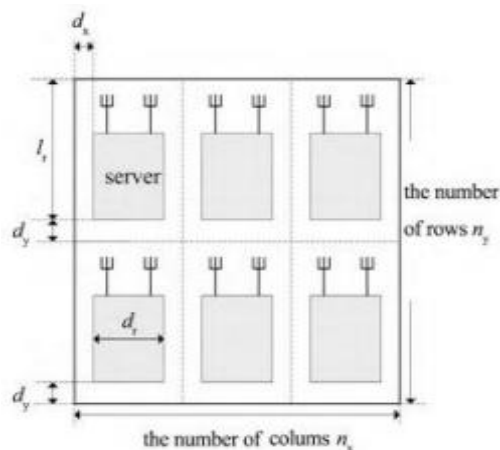


图2 平台装载服务器示意图

Fig. 2 Sketch of platform carrying servers

1 发射过程平台-服务器两体动力学

首先建立目标星轨道坐标系 $O_A x_A y_A$:原点固定于目标星, x_A 轴正方向沿着目标星绕地速度方向, y_A 轴垂直于 x_A 轴且背离地心方向为正.再建立平台本体系 $O_B x_B y_B$:原点在平台质心, y_B 轴沿平台上的发射筒轴线方向,且以发射方向为正, x_B 轴垂直于 y_B 轴,且在图2中向右为正.以上两坐标系在下文中分别简称为A系和B系.以目标星轨道坐标系的 y_A 轴表示平台姿态偏航角的参考方向,且以右手规则定义偏航角的正负,在图1和2中即逆时针偏航为正.

相应于两个坐标系,定义基矢量组(下文简称基组)如下

$$A \triangleq (a_1 \ a_2) \quad (1)$$

$$B \triangleq (b_1 \ b_2) \quad (2)$$

其中 a_1 a_2 和 b_1 b_2 分别是坐标系A和B的 x y 两轴上的单位矢量,指向与相应的坐标轴正向一致.

两个基组之间的过渡关系如下:

$$B = A T_{AB} \quad (3)$$

其中

$$T_{AB} = \begin{pmatrix} \cos \eta & -\sin \eta \\ \sin \eta & \cos \eta \end{pmatrix} \quad (4)$$

η 是平台的姿态偏航角.

我们知道,A系以角速度 n 旋转,其中 n 是目标星绕地圆轨道的角速度.根据近距离航天器相对运动的C-W方程理论, n 也是平台绕飞目标星的平均角速度,故严格说来A系是非惯性系.但在建

立平台发射服务器的动力学方程时, 因为发射过程耗时与 A 系的旋转周期 $T = 2\pi/n$ 相比是很小的数, 或等价地说, 非惯性系 A 的旋转角速度 n 很小, 可视 A 系为惯性系, 由此引起的建模误差极小.

设平台质心相对于 A 系原点的位矢为

$$\mathbf{r}_p \triangleq \mathbf{A} (x \ y)^T \quad (5)$$

从平台左下角数起, 服务器所在列数的递增方向是从左往右, 所在行数的递增方向是从下往上.

第 i 列 j 行的服务器若固定在平台上, 则其质心相对于平台质心的位矢为

$$\mathbf{r}_{ij}^p \triangleq \mathbf{B} (x_{ij}^p \ y_{ij}^p)^T \quad (6)$$

根据图 2 不难算出

$$\begin{cases} x_{ij}^p = (i - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}n_x)(d_r + 2d_x) \\ y_{ij}^p = l_{cg} - l_r + (j - \frac{1}{2}n_y)(l_r + d_y) \end{cases} \quad (7)$$

平台与所有固定的服务器形成一个刚体, 称作总刚体, 记作 Σ .

设平台和单个服务器的质量分别为 m_p 和 m_r , 则根据多系统质心的定义, 总刚体质心相对于平台质心的位矢为

$$\mathbf{r}_\Sigma^p = \frac{m_r}{m_\Sigma} \sum_{ij} \delta_{ij} \mathbf{r}_{ij}^p \quad (8)$$

其中

$$m_\Sigma = m_p + m_r \sum_{ij} \delta_{ij} \quad (9)$$

是总刚体的质量.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{(若 } i \text{ 列 } j \text{ 行的服务器固定)} \\ 0 & \text{(若 } i \text{ 列 } j \text{ 行的服务器已发射,} \\ & \text{相应位置发射筒空)} \end{cases} \quad (10)$$

下面计算总刚体关于自身质心的转动惯量.

设平台关于自身质心的转动惯量为 J_p , 则根据平行移轴定理, 平台关于总刚体质心的转动惯量为

$$J_\Sigma^p = J_p + m_p \mathbf{r}_\Sigma^p \cdot \mathbf{r}_\Sigma^p \quad (11)$$

第 i 列 j 行的服务器质心相对于总刚体质心的位矢

$$\mathbf{r}_{ij}^\Sigma = \mathbf{r}_{ij}^p - \mathbf{r}_\Sigma^p \quad (12)$$

设单个服务器关于自身质心的转动惯量为 J_r , 则根据平行移轴定理, 其关于总刚体质心的转动惯量

$$J_{ij}^\Sigma = J_r + m_r \mathbf{r}_{ij}^\Sigma \cdot \mathbf{r}_{ij}^\Sigma \quad (13)$$

总刚体关于自身质心的转动惯量

$$J_\Sigma = J_p^\Sigma + \sum_{ij} \delta_{ij} J_{ij}^\Sigma \quad (14)$$

总刚体质心相对于 A 系原点的位矢

$$\mathbf{r}_\Sigma = \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_\Sigma^p \quad (15)$$

将相关各式代入上式得

$$\mathbf{r}_\Sigma = \mathbf{A} (x_{\Sigma A} \ y_{\Sigma A})^T \quad (16)$$

其中

$$\begin{cases} x_{\Sigma A} = x + \frac{m_r}{m_\Sigma} (\cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij}^p - \sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij}^p) \\ y_{\Sigma A} = y + \frac{m_r}{m_\Sigma} (\sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij}^p + \cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij}^p) \end{cases} \quad (17)$$

式(16)对时间求两阶导, 得总刚体质心相对于 A 系原点的加速度

$$\mathbf{a}_\Sigma \triangleq \mathbf{A} (a_{\Sigma A} \ a_{y\Sigma A})^T \quad (18)$$

其中

$$\begin{cases} a_{\Sigma A} = \ddot{x} - \frac{m_r}{m_\Sigma} \dot{\omega} (\sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij}^p + \cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij}^p) - \frac{m_r}{m_\Sigma} \omega^2 \times \\ \quad (\cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij}^p - \sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij}^p) \\ a_{y\Sigma A} = \ddot{y} + \frac{m_r}{m_\Sigma} \dot{\omega} (\cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij}^p - \sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij}^p) - \frac{m_r}{m_\Sigma} \omega^2 \times \\ \quad (\sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij}^p + \cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij}^p) \end{cases} \quad (19)$$

式中

$$\omega \triangleq \dot{\eta} \quad (20)$$

表示平台的姿态偏航角速率.

设第 u 列 w 行的服务器正在发射筒里发射滑行, 其沿发射筒轴向的滑行位移为 s (相对于初始固定时的位置), 其质心相对于平台质心的位矢为

$$\mathbf{r}_{uw}^p \triangleq \mathbf{B} (x_{uw}^p \ y_{uw}^p)^T \quad (21)$$

根据图 2 不难算出

$$\begin{cases} x_{uw}^p = (u - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}n_x) \times (d_r + 2d_x) \\ y_{uw}^p = l_{cg} - l_r + (w - \frac{1}{2}n_y) \times \\ \quad (l_r + d_y) + s \end{cases} \quad (22)$$

其相对于惯性系原点的位矢

$$\mathbf{r}_{uw} = \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_{uw}^p \quad (23)$$

将相关各式代入上式得

$$\mathbf{r}_{uw} = \mathbf{A} (x_{uw, A} \ y_{uw, A})^T \quad (24)$$

其中

$$\begin{cases} x_{uw, A} = x + x_{uw, B}^p \cos \eta - y_{uw, B}^p \sin \eta \\ y_{uw, A} = y + x_{uw, B}^p \sin \eta + y_{uw, B}^p \cos \eta \end{cases} \quad (25)$$

式(24)对时间求两阶导,得运动服务器质心相对于A系原点的加速度

$$\mathbf{a}_{uw} \triangleq \mathbf{A} (a_{xuw, A} \ a_{yuw, A})^T \quad (26)$$

其中

$$\begin{cases} a_{xuw, A} = \ddot{x} - \dot{\omega} (x_{uw, B}^p \sin \eta + y_{uw, B}^p \cos \eta) - \\ \ddot{y} \sin \eta - \omega^2 (x_{uw, B}^p \cos \eta - y_{uw, B}^p \sin \eta) - \\ 2\omega \dot{x} \cos \eta \\ a_{yuw, A} = \ddot{y} + \dot{\omega} (x_{uw, B}^p \cos \eta - y_{uw, B}^p \sin \eta) + \\ \ddot{x} \cos \eta - \omega^2 (x_{uw, B}^p \sin \eta + y_{uw, B}^p \cos \eta) - \\ 2\omega \dot{y} \sin \eta \end{cases} \quad (27)$$

下面分析系统中的主动力.

设平台受到的主发动机推力为

$$\mathbf{F} \triangleq \mathbf{B} (F_x \ F_y)^T \quad (28)$$

并假设其过平台质心.

姿态控制力矩为

$$\mathbf{M} \triangleq \mathbf{b}_3 \mathbf{M} \quad (29)$$

其中

$$\mathbf{b}_3 \triangleq \mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2 \quad (30)$$

平台对正在发射滑行的服务器的推力为

$$\mathbf{f} \triangleq \mathbf{B} (0 \ f)^T \quad (31)$$

根据前文给出的基组间的过渡关系,上式变换到A系下

$$\mathbf{f} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} -f \sin \eta \\ f \cos \eta \end{pmatrix} \quad (32)$$

总刚体受到的主动力为

$$\mathbf{F}_\Sigma = \mathbf{F} - \mathbf{f} \quad (33)$$

将相关各式代入该式并变换到A系下

$$\mathbf{F}_\Sigma = \mathbf{A} \begin{pmatrix} F_x \cos \eta - F_y \sin \eta + f \sin \eta \\ F_x \sin \eta + F_y \cos \eta - f \cos \eta \end{pmatrix} \quad (34)$$

总刚体受到的主动力矩为

$$\mathbf{M}_\Sigma = \mathbf{M} + \mathbf{M}_F + \mathbf{M}_f \quad (35)$$

其中 \mathbf{M}_F 和 \mathbf{M}_f 分别表示 \mathbf{F} 和 $-\mathbf{f}$ 关于总刚体质心的力矩,计算公式如下

$$\mathbf{M}_F = -\mathbf{r}_\Sigma^p \times \mathbf{F} \quad (36)$$

$$\mathbf{M}_f = \mathbf{r}_{uw}^\Sigma \times (-\mathbf{f}) \quad (37)$$

其中

$$\mathbf{r}_{uw}^\Sigma = \mathbf{r}_{uw}^p - \mathbf{r}_\Sigma^p \quad (38)$$

将相关各式代入式(35)得

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_\Sigma = \mathbf{b}_3 \left[\mathbf{M} + \frac{m_r}{m_\Sigma} \left(F_x \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij, B}^p - \right. \right. \\ \left. \left. F_y \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij, B}^p \right) - \left(x_{uw, B}^p - \frac{m_r}{m_\Sigma} \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij, B}^p \right) f \right] \end{aligned} \quad (39)$$

定义广义坐标

$$\mathbf{q} \triangleq (q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4)^T \triangleq (x \ y \ \eta \ s)^T \quad (40)$$

凯恩方法中的投影因子(偏速度和偏角速度)为

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{r}_\Sigma}{\partial q_1} = \mathbf{A} (1 \ 0)^T, \quad \frac{\partial \mathbf{r}_\Sigma}{\partial q_2} = \mathbf{A} (0 \ 1)^T \\ \frac{\partial \mathbf{r}_\Sigma}{\partial q_3} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} -\frac{m_r}{m_\Sigma} (\sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij, B}^p + \\ \cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij, B}^p) \\ \frac{m_r}{m_\Sigma} (\cos \eta \sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij, B}^p - \\ \sin \eta \sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij, B}^p) \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{r}_\Sigma}{\partial q_4} = \mathbf{A} (0 \ 0)^T \end{cases} \quad (41)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{r}_{uw}}{\partial q_1} = \mathbf{A} (1 \ 0)^T, \quad \frac{\partial \mathbf{r}_{uw}}{\partial q_2} = \mathbf{A} (0 \ 1)^T \\ \frac{\partial \mathbf{r}_{uw}}{\partial q_3} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} -x_{uw, B}^p \sin \eta - y_{uw, B}^p \cos \eta \\ x_{uw, B}^p \cos \eta - y_{uw, B}^p \sin \eta \end{pmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{r}_{uw}}{\partial q_4} = \mathbf{A} (-\sin \eta \ \cos \eta)^T \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial q_1} = 0, \quad \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial q_2} = 0 \\ \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial q_3} = \mathbf{b}_3, \quad \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial q_4} = 0 \end{cases} \quad (43)$$

其中

$$\omega \triangleq \mathbf{b}_3 \omega = \mathbf{a}_3 \omega \quad (44)$$

根据凯恩方法,把系统中所有主动力(矩)、惯性力(矩)分别投影在四个广义坐标曲线的切线方向:

$$(m_{\Sigma} \mathbf{a}_{\Sigma} - \mathbf{F}_{\Sigma}) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{\Sigma}}{\partial q_i} + (m_r \mathbf{a}_{ur} - \mathbf{f}) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{ur}}{\partial q_i} + \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (45)$$

将相关各式代入式(45)得

$$[(J_{\Sigma} + J_r) \dot{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{M}_{\Sigma}] \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial q_i} = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} & (m_{\Sigma} + m_r) \ddot{x} - m_r \dot{\omega} \left[\left(\sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij,B}^p + x_{ur,B}^p \right) \sin \eta + \left(\sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij,B}^p + y_{ur,B}^p \right) \cos \eta \right] - m_r \ddot{s} \sin \eta = \\ & m_r \omega^2 \left[\left(\sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij,B}^p + x_{ur,B}^p \right) \cos \eta - \left(\sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij,B}^p + y_{ur,B}^p \right) \sin \eta \right] + 2m_r \dot{\omega} \cos \eta + F_x \cos \eta - F_y \sin \eta \\ & (m_{\Sigma} + m_r) \ddot{y} + m_r \dot{\omega} \left[\left(\sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij,B}^p + x_{ur,B}^p \right) \cos \eta - \left(\sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij,B}^p + y_{ur,B}^p \right) \sin \eta \right] + m_r \ddot{s} \cos \eta = \\ & m_r \omega^2 \left[\left(\sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij,B}^p + x_{ur,B}^p \right) \sin \eta + \left(\sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij,B}^p + y_{ur,B}^p \right) \cos \eta \right] + 2m_r \dot{\omega} \sin \eta + F_x \sin \eta + F_y \cos \eta \\ & m_r \ddot{x} \left[\left(\sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij,B}^p + x_{ur,B}^p \right) \sin \eta + \left(\sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij,B}^p + y_{ur,B}^p \right) \cos \eta \right] - m_r \ddot{y} \left[\left(\sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij,B}^p + x_{ur,B}^p \right) \cos \eta - \right. \\ & \left. \left(\sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij,B}^p + y_{ur,B}^p \right) \sin \eta \right] - \dot{\omega} \left[J_{\Sigma} + J_r + \frac{m_r^2}{m_{\Sigma}} \left(\sum_{ij} \delta_{ij} x_{ij,B}^p \right)^2 + \frac{m_r^2}{m_{\Sigma}} \left(\sum_{ij} \delta_{ij} y_{ij,B}^p \right)^2 + m_r (x_{ur,B}^p + y_{ur,B}^p) \right] - \\ & m_r x_{ur,B}^p \ddot{s} = 2m_r \omega y_{ur,B}^p \dot{s} - M \\ & m_r \ddot{x} \sin \eta - m_r \ddot{y} \cos \eta - m_r \dot{\omega} x_{ur,B}^p - m_r \ddot{s} = -m_r \omega^2 y_{ur,B}^p - f \end{aligned} \right. \quad (46)$$

2 服务器与目标星交会对接最优双脉冲制导

我们知道,当目标星在绕地圆轨道上且追踪星与其距离较近时,追踪星相对于目标星的运动满足 C-W 方程

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2n\dot{y} = 0 \\ \ddot{y} - 3n^2 y - 2n\dot{x} = 0 \end{cases} \quad (47)$$

该方程是在 A 系建立的,其中 n 是目标星绕地圆轨道的角速度,如果追踪星与目标星形成绕飞关系,则 n 也是追踪星环绕目标星的平均角速度。

式(47)的解析解为

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \left(\frac{4}{n} v_{x0} + 6y_0 \right) \sin nt + \\ & \frac{2v_{y0}}{n} \cos nt - (3v_{x0} + 6ny_0)t + \\ & x_0 - \frac{2v_{y0}}{n} \\ y &= \left(-\frac{2}{n} v_{x0} - 3y_0 \right) \cos nt + \\ & \frac{v_{y0}}{n} \sin nt + \frac{2}{n} v_{x0} + 4y_0 \end{aligned} \right. \quad (48)$$

和

$$\begin{cases} v_x = (4v_{x0} + 6ny_0) \cos nt - \\ 2v_{y0} \sin nt - (3v_{x0} + 6ny_0) \\ v_y = v_{y0} \cos nt + \\ (2v_{x0} + 3ny_0) \sin nt \end{cases} \quad (49)$$

其中, (x_0, y_0) 表示追踪星初始相对位置坐标, (v_{x0}, v_{y0}) 表示其初始相对速度。

若初始状态满足

$$\begin{cases} v_{x0} = -2ny_0 \\ v_{y0} = \frac{n}{2} x_0 \end{cases} \quad (50)$$

则追踪星在以目标星为中心的相对椭圆轨道上绕飞。

当服务器从正在绕飞目标星的平台中发射分离出来后,将服务器视作追踪星,并且设此时其相对于目标星的位置坐标为 (x_0, y_0) ,速度为 (v_{x0}^*, v_{y0}^*) 。此时给服务器施加一个速度脉冲 $(\Delta v_{x0}, \Delta v_{y0})$,使其速度瞬间变为

$$\begin{cases} v_{x0} = v_{x0}^* + \Delta v_{x0} \\ v_{y0} = v_{y0}^* + \Delta v_{y0} \end{cases} \quad (51)$$

该速度能保证服务器精准飞达目标星.

在服务器飞达目标星瞬间,再给其施加速度脉冲 $(\Delta v_{xf}, \Delta v_{yf})$,使其相对速度减为零,与目标星软对接.

本文的任务是,寻求最优的速度双脉冲 $(\Delta v_{x0}, \Delta v_{y0})$ 和 $(\Delta v_{xf}, \Delta v_{yf})$,保证服务器与目标星精准交会和软对接的前提下,所需能耗最省,即两次速度

脉冲幅值平方和最小. 用最优控制语言描述,即

$$\begin{cases} \min J = \Delta v_{x0}^2 + \Delta v_{y0}^2 + \Delta v_{xf}^2 + \Delta v_{yf}^2 \\ \text{s. t.} \\ \varphi_1 = 0 \quad \varphi_2 = 0, \\ \varphi_3 = 0 \quad \varphi_4 = 0 \end{cases} \quad (52)$$

其中

$$\begin{cases} \varphi_1 = \left[\frac{4}{n} (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6y_0 \right] \sin nt_f + \frac{2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0})}{n} \cos nt_f - [3(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] t_f + \\ x_0 - \frac{2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0})}{n} \\ \varphi_2 = \left[-\frac{2}{n} (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) - 3y_0 \right] \cos nt_f + \frac{(v_{y0}^* + \Delta v_{y0})}{n} \sin nt_f + \frac{2}{n} (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 4y_0 \\ \varphi_3 = [4(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] \cos nt_f - 2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \sin nt_f - [3(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] + \Delta v_{xf} \\ \varphi_4 = (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \cos nt_f + [2(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 3ny_0] \sin nt_f + \Delta v_{yf} \end{cases} \quad (53)$$

引入拉格朗日乘子 $\mu_1 \sim \mu_4$,则上述约束优化问题解的必要条件如下

$$\begin{cases} 2\Delta v_{x0} + \mu_1 \left(\frac{4}{n} \sin nt_f - 3t_f \right) + \mu_2 \frac{2}{n} (1 - \cos nt_f) + \mu_3 (4 \cos nt_f - 3) + 2\mu_4 \sin nt_f = 0 \\ 2\Delta v_{y0} + \mu_1 \frac{2}{n} (\cos nt_f - 1) + \mu_2 \frac{1}{n} \sin nt_f - 2\mu_3 \sin nt_f + \mu_4 \cos nt_f = 0 \\ 2\Delta v_{xf} + \mu_3 = 0 \\ 2\Delta v_{yf} + \mu_4 = 0 \\ \mu_1 \{ [4(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] \cos nt_f - 2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \sin nt_f - [3(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] \} \\ + \mu_2 \{ [2(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 3ny_0] \sin nt_f + (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \cos nt_f \} - \mu_3 \{ [4n(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + \\ 6n^2 y_0] \sin nt_f + 2n(v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \cos nt_f \} - \mu_4 \{ n(v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \sin nt_f - [2n(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + \\ 3n^2 y_0] \cos nt_f \} = 0 \\ \left[\frac{4}{n} (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6y_0 \right] \sin nt_f + \frac{2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0})}{n} \cos nt_f - [3(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] t_f + \\ x_0 - \frac{2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0})}{n} = 0 \\ \left[-\frac{2}{n} (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) - 3y_0 \right] \cos nt_f + \frac{(v_{y0}^* + \Delta v_{y0})}{n} \sin nt_f + \frac{2}{n} (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 4y_0 = 0 \\ [4(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] \cos nt_f - 2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \sin nt_f - [3(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 6ny_0] + \Delta v_{xf} = 0 \\ (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) \cos nt_f + [2(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) + 3ny_0] \sin nt_f + \Delta v_{yf} = 0 \end{cases} \quad (54)$$

当小参数 $n = 0$ 时,优化问题式(52)退化为

$$\begin{cases} \min J = \Delta v_{x0}^2 + \Delta v_{y0}^2 + \Delta v_{xf}^2 + \Delta v_{yf}^2 \\ \text{s. t.} \\ \begin{cases} (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}) t_f + x_0 = 0 \\ (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}) t_f + y_0 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \Delta v_{xf} = -v_{x0} \\ \Delta v_{yf} = -v_{y0} \end{cases} \end{cases} \quad (55)$$

很容易得到优化问题式(55)的解,称为原优化问题的零阶近似解,如下

$$\begin{cases} \Delta v_{x0}^0 = \frac{x_0 y_0 v_{y0}^* - v_{x0}^* (x_0^2 + 2y_0^2)}{2(x_0^2 + y_0^2)} \\ \Delta v_{y0}^0 = \frac{x_0 y_0 v_{x0}^* - v_{y0}^* (y_0^2 + 2x_0^2)}{2(x_0^2 + y_0^2)} \\ \Delta v_{xf}^0 = -\frac{x_0 (x_0 v_{x0}^* + y_0 v_{y0}^*)}{2(x_0^2 + y_0^2)} \\ \Delta v_{yf}^0 = -\frac{y_0 (x_0 v_{x0}^* + y_0 v_{y0}^*)}{2(x_0^2 + y_0^2)} \\ t_f^0 = -\frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{x_0 v_{x0}^* + y_0 v_{y0}^*} \end{cases} \quad (56)$$

$$\begin{cases} 2\delta\Delta v_{x0} + t_f^0 \delta\mu_1 + \delta\mu_3 + \mu_1^0 \delta t_f + (\mu_2^0 t_f^{02} + 2\mu_4^0 t_f^0) n = 0 \\ 2\delta\Delta v_{y0} + t_f^0 \delta\mu_2 + \delta\mu_4 + \mu_2^0 \delta t_f - (\mu_1^0 t_f^{02} + 2\mu_3^0 t_f^0) n = 0 \\ 2\delta\Delta v_{xf} + \delta\mu_3 = 0 \\ 2\delta\Delta v_{yf} + \delta\mu_4 = 0 \\ \mu_1^0 \delta\Delta v_{x0} + \mu_2^0 \delta\Delta v_{y0} + (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}^0) \delta\mu_1 + (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}^0) \delta\mu_2 - 2[\mu_1^0 (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}^0) t_f^0 - \mu_2^0 (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}^0) t_f^0 + \mu_3^0 (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}^0) - \mu_4^0 (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}^0)] n = 0 \\ t_f^0 \delta\Delta v_{x0} + (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}^0) \delta t_f - (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}^0) t_f^{02} n = 0 \\ t_f^0 \delta\Delta v_{y0} + (v_{y0}^* + \Delta v_{y0}^0) \delta t_f + (v_{x0}^* + \Delta v_{x0}^0) t_f^{02} n = 0 \\ \delta\Delta v_{x0} + \delta\Delta v_{xf} - 2(v_{y0}^* + \Delta v_{y0}^0) t_f^0 n = 0 \\ \delta\Delta v_{y0} + \delta\Delta v_{yf} + 2(v_{x0}^* + \Delta v_{x0}^0) t_f^0 n = 0 \end{cases} \quad (59)$$

这是一个线性方程组,很易从中解出 $\delta\Delta v_{x0}$, $\delta\Delta v_{y0}$, $\delta\Delta v_{xf}$, $\delta\Delta v_{yf}$, $\delta\mu_1 \sim \delta\mu_4$, δt_f , 然后对式(56)表示的零阶近似优化解进行修正,得到一阶近似优化解,如下

$$\begin{cases} \Delta v_{x0}^1 = \Delta v_{x0}^0 + \delta\Delta v_{x0} \\ \Delta v_{y0}^1 = \Delta v_{y0}^0 + \delta\Delta v_{y0} \\ \Delta v_{xf}^1 = \Delta v_{xf}^0 + \delta\Delta v_{xf} \\ \Delta v_{yf}^1 = \Delta v_{yf}^0 + \delta\Delta v_{yf} \\ t_f^1 = t_f^0 + \delta t_f \end{cases} \quad (60)$$

其中右上角标0表示“零阶近似”

令方程组(54)中头四式中的 $n = 0$, 并将上述零阶近似优化解代入得

$$\begin{cases} 2\Delta v_{x0}^0 + t_f^0 \mu_1^0 + \mu_3^0 = 0 \\ 2\Delta v_{y0}^0 + t_f^0 \mu_2^0 + \mu_4^0 = 0 \\ 2\Delta v_{xf}^0 + \mu_3^0 = 0 \\ 2\Delta v_{yf}^0 + \mu_4^0 = 0 \end{cases} \quad (57)$$

从中解得原优化问题拉格朗日乘子的零阶近似解如下

$$\begin{cases} \mu_1^0 = -\frac{2}{t_f^0} (\Delta v_{x0}^0 - \Delta v_{xf}^0) \\ \mu_2^0 = -\frac{2}{t_f^0} (\Delta v_{y0}^0 - \Delta v_{yf}^0) \\ \mu_3^0 = -2\Delta v_{xf}^0 \\ \mu_4^0 = -2\Delta v_{yf}^0 \end{cases} \quad (58)$$

式(54)在变量 Δv_{x0} , Δv_{y0} , Δv_{xf} , Δv_{yf} , t_f , $\mu_1 \sim \mu_4$ 的零阶近似解上和小参数 $n = 0$ 取值点上作一阶摄动(即一阶微分,用 δ 表示),得

在服务器交会对接飞行时间远小于平台环绕目标星的周期(等于目标星绕地周期)即 $t_f \ll T = \frac{2\pi}{n}$ 的条件下, n 可视作小参数,式(60)表示的一阶近似优化解与真解很接近,以此为迭代初值,用非线性规划算法能快速可靠地找到式(52)所描述优化问题的真解.

3 仿真计算

仿真入口参数如表1所示.

表1 仿真入口参数
Table 1 Input parameters for simulation

Input parameters	values
n_x	3
n_y	2
l_r/m	1.2
l_{cg}/m	0.6
d_r/m	0.3
d_x/m	0.05
d_y/m	0.1
m_p/kg	900
$J_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	615
m_t/kg	300
$J_t/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	36
F_x/N	0
F_y/N	0
$M/(\text{N} \cdot \text{m})$	0
f/N	500
$G/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1})$	6.67×10^{-11}
M_e/kg	5.965×10^{24}
R_e/m	6.371×10^6
h/m	4×10^5
$\mu/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2})$	3.979×10^{14}
$n/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	1.132×10^{-3}
b/m	500
a/m	1000

其中, G 是万有引力恒量, M_e 是地球质量, R_e 是地球半径, h 是目标星绕地圆轨道对应的飞行高度, $\mu = GM_e$ 是地球引力常数, 参数 $n = \sqrt{\mu/(R_e + h)^3}$. b 和 a 分别表示平台绕飞目标星的椭圆半短轴和半长轴的长度.

另外, 本文所研究的是共面轨道内的交会制导问题, 设目标星、平台、服务器所在轨道共面, 其升交点赤经均为 115° , 轨道倾角均为 45° . 目标星圆轨道的半径为 6.7710×10^6 (m); 平台所在椭圆轨道的半长轴、偏心率、近地点角距分别为 6.7720×10^6 (m)、 2.2153×10^{-4} 、 60° , 发射服务器瞬间其真近点角为 0° ; 服务器在获得首次速度脉冲后所在椭圆轨道的半长轴、偏心率、近地点角距分别为 6.7716×10^6 (m)、 2.1755×10^{-4} 、 20.24° , 并且此刻服务器的真近点角为 39.76° .

不失一般性, 本仿真以图2中发射第1列第2

行服务器为例. 仿真结果如图3~10所示.

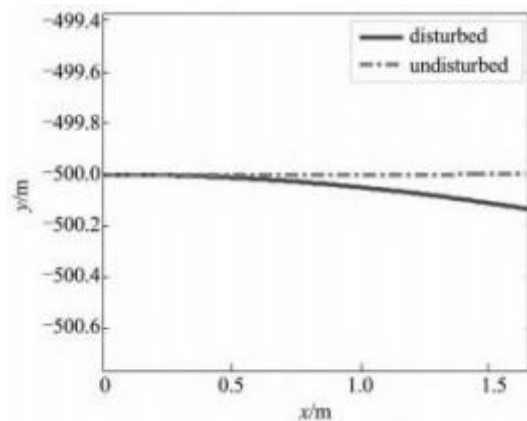


图3 发射过程平台运动轨迹
Fig. 3 Platform movement trajectory during launch

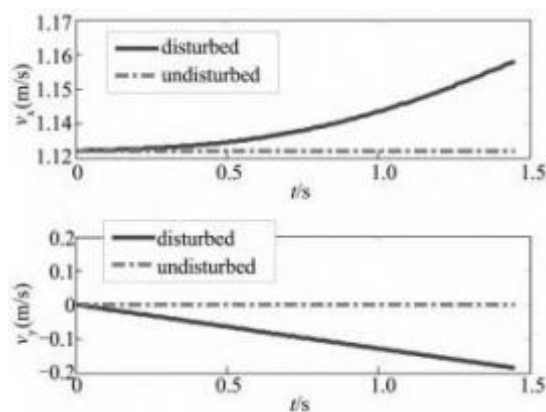


图4 发射过程平台速度
Fig. 4 Platform velocity during launch

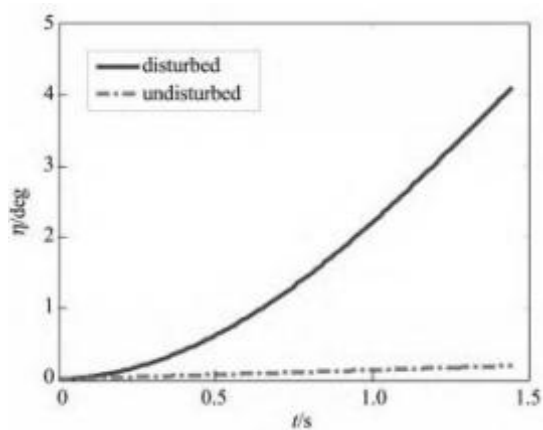


图5 发射过程平台姿态偏航角
Fig. 5 Platform attitude yaw angle during launch

图3~图6中的点划线表示假设平台未发射服务器, 围绕目标星作相对椭圆运动, 并且时刻保持发射筒轴线瞄准目标星时的运动情况, 实线表示平台发射服务器, 两体干扰下的实际运动状态, 两种曲线分别用“undisturbed”和“disturbed”标识.

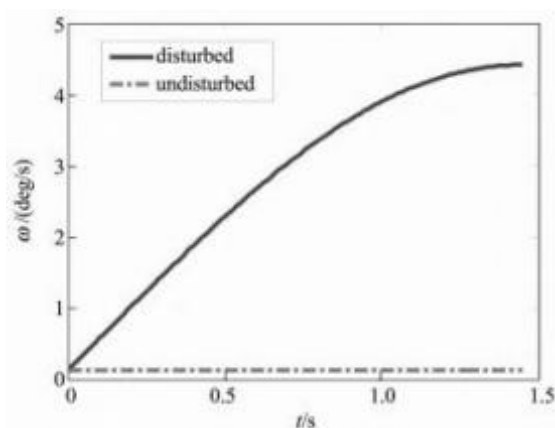


图6 发射过程平台姿态偏航角速率
Fig.6 Platform attitude yaw rate during launch

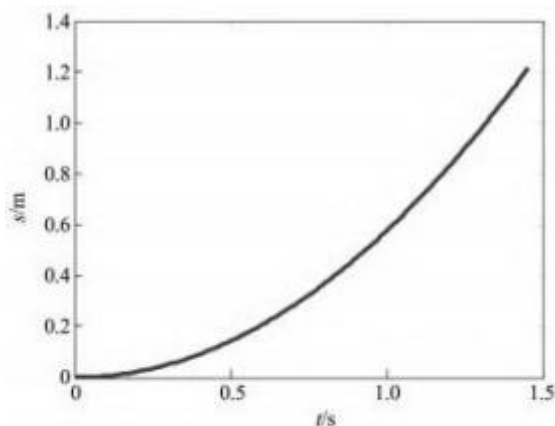


图7 服务器在平台发射筒中的滑行位移
Fig.7 The sliding displacement of the server in the platform launch tube

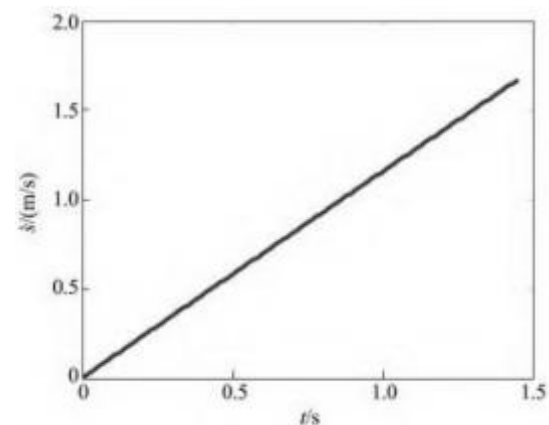


图8 服务器在平台发射筒中的滑行速率
Fig.8 The sliding rate of the server in the platform launch tube

图3~图6显示,由于发射过程服务器对平台的反作用力,在服务器分离瞬间,平台的实际轨迹相对于未受扰的轨迹沿 y 轴负方向偏离了0.13(m),平台的 x 轴向相对速度增加了0.03(m/s), y 轴向相对速度减小了0.19(m/s),姿态偏航角增加了 3.91° ,姿态偏航角速率增加了 $4.29(\text{deg/s})$ 。考虑到平台相对于目标星的环绕椭

圆的几何尺度和相对环绕速度,可认为服务器发射过程对平台位置坐标影响甚微,但对平台绕飞速度以及姿态的影响不容忽视。

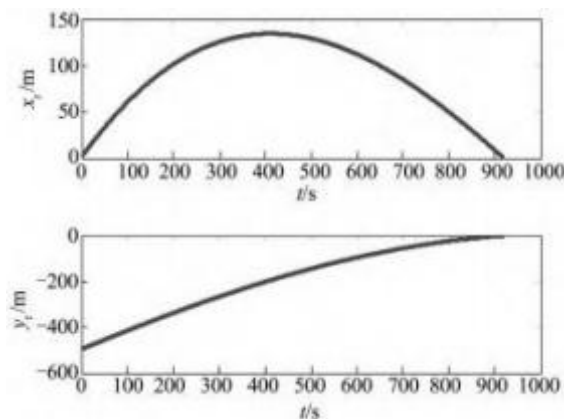


图9 服务器分离后在交会轨道上的位置坐标
Fig.9 Position coordinates of the server on the rendezvous orbit after separation

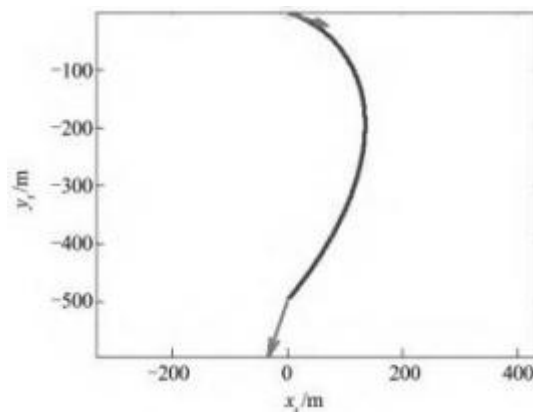


图10 服务器分离后的交会轨道和速度脉冲
Fig.10 Server rendezvousing orbit after separation and velocity pulses

图8显示服务器加速滑离平台,离开平台瞬间的相对速度约为 $1.67(\text{m/s})$ 。考虑到平台本身绕飞目标星的径向速度甚小,所以服务器相对于平台的分离速度在很大程度上近似代表了其飞向目标星的速度,且据此可粗略估算交会飞行时间。精确的交会飞行时间在图9中给出,为 $t_f^{\text{opti}} = 920.72(\text{s})$,该图显示服务器相对于目标星的位置坐标在 t_f^{opti} 时刻变为零,表示交会成功。

图10直观显示了服务器从分离点到交会点之间的飞行轨迹,轨迹末端的小圆圈表示目标星。轨迹首末两端点的箭头分别表示两次速度脉冲矢量,其幅值分别为 $\Delta v_0^{\text{opti}} = 0.64(\text{m/s})$ 和 $\Delta v_f^{\text{opti}} = 0.46(\text{m/s})$ 。两者的平方和即优化性能指标为 $J_{\min} = 0.62(\text{m}^2/\text{s}^2)$ 。

计算表明,首次速度脉冲与服务器离开平台瞬

间的速度矢量夹角为 167° 。夹角为钝角表明,首次速度脉冲在改变服务器飞行速度方向的同时,在很大程度上起到减速制动作用。至于末端的二次速度脉冲,因为要将服务器相对于目标星的速度减为零,故其与服务器飞抵目标星瞬间的速度矢量必然等幅反向,夹角为 180° ,从图10也可以直观看出来。

两次速度脉冲均起到减速作用,这是由交会问题特殊的末端约束条件(相对速度为零)和能耗最省的性能指标共同导致的。

最后补充说明,本文算出的 $t_f^{\text{opti}}/T = 0.16 \ll 1$,说明将 n 视作小参数,采用小参数正则摄动方法计算一阶近似最优解的前置条件是成立的。并且这个比值越小,一阶近似优化解就越接近最终优化解,以此为寻优迭代初值的收敛过程越可靠且快速。

4 结论

本文针对空间平台绕飞目标星,对发射服务器与目标星实现精准交会和软对接的动力学与脉冲最优控制问题开展研究。在平台与目标星已形成绕飞关系的条件下,服务器从平台中射出,分离瞬间给其施加一个速度脉冲修正其飞行速度,然后服务器在C-W方程支配下凭惯性飞行,直至与目标星交会,此时再给其施加末端速度脉冲,使其相对速度减为零以实现软对接。本文采用凯恩方法建立了平台发射服务器过程的两体耦合动力学模型,然后基于小参数正则摄动法给出了最优速度脉冲的一阶近似优化解,并以此为迭代初值,采用非线性规划方法算得能耗最省双脉冲最优解。最后用数值仿真验证了本文所提方法的有效性。

参 考 文 献

- 1 李晨光,肖业伦. 多脉冲C-W交会的优化方法. 宇航学报, 2006, 27(2): 172~176, 186(Li C G, Xiao Y L. Optimization methods of multi-pulse C-W rendezvous. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(2): 172~176, 186 (in Chinese))
- 2 姬晓琴,肖利红,陈文辉. 基于T-H方程的多脉冲最优交会方法. 北京航空航天大学学报, 2014, 40(7): 905~909(Ji X Q, Xiao L H, Chen W H. Optimal multi-impulse rendezvous based on T-H equations. *Jour-*

nal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(7): 905~909(in Chinese))

- 3 李革非,宋军. 交会对接寻的段水平双脉冲交会轨道精确求解. 飞行器测控学报, 2014, 33(2): 140~147(Li G F, Song J. Exact solution of the rendezvous orbit of horizontal double impulses for the homing phase of spacecraft rendezvous and docking. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2014, 33(2): 140~147 (in Chinese))
- 4 Yang K Y, Qi R, Wang J S, et al. Robustness analysis of the impulse orbit control method. AIAA-2016-5331: 1~13
- 5 Duan J H, Liu Y F, Ding R X. Simple method to determine reachable domain of spacecraft with a single impulse. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, 42(1): 168~174
- 6 刘冰雁,于鸿源,马新意,等. 航天飞行器在共面多轨道间的机动规划方法研究. 动力学与控制学报, 2021, 19(4): 81~88(Liu B Y, Yu H Y, Ma X Y, et al. Research on maneuver planning method of space vehicle in coplanar multi-orbit. *Journal of Dynamics and Control*, 2021, 19(4): 81~88(in Chinese))
- 7 刘滔,赵育善. 燃料受限的时间最优多脉冲交会问题. 北京航空航天大学学报, 2009, 35(4): 476~479(Liu T, Zhao Y S. Time-optimal fuel-fixed orbital rendezvous with multiple impulses. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2009, 35(4): 476~479(in Chinese))
- 8 S. P. Trofimov, M. Y. Ovchinnikov. Optimal multiple-impulse circular orbit phasing. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, 39(7): 1675~1678
- 9 池贤彬,许琦,李之强,等. 非合作空间目标自主交会凸优化制导技术. 宇航学报, 2018, 39(11): 1248~1257(Chi X B, Xu Q, Li Z Q, et al. Autonomous rendezvous for a non-cooperative space target based on convex optimization guidance. *Journal of Astronautics*, 2018, 39(11): 1248~1257(in Chinese))
- 10 J. A. Fogel, M. Widner, J. Williams, et al. Multi-impulse to time optimal finite burn trajectory conversion. AIAA-2020-1691: 1~27
- 11 D. Malyuta, T. P. Reynolds, M. Szmuk, et al. Fast trajectory optimization via successive convexification for spacecraft rendezvous with integer constraints. AIAA-2020-0616: 1~24
- 12 J. J. Dougherty, J. L. Speyer. Improved approximations

for near-optimal interceptor guidance. AIAA-95-3324: 1384 ~ 1394

13 J. J. Dougherty, J. L. Speyer. Near-optimal guidance

law for ballistic missile interception. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997 20(2): 355 ~ 361

DYNAMICS OF SPACE PLATFORM LAUNCHING SERVER AND OPTIMAL DOUBLE PULSE RENDEZVOUS*

Han Yanhua^{1†} Li Weikang¹ Zhang Yong^{2,3}

(1. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

(2. UAV Research Institute, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(3. Key Laboratory of UAV Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Ministry of Industry and Information Technology, Nanjing 210016, China)

Abstract The paper studies the two-body coupling dynamics between the space platform and server while launching process, as well as energy saving optimization of the double pulse control of the server during rendezvousing and docking to the target satellite. Firstly, the space platform forms an orbiting relationship with the target satellite, keeping its launch tube axis aiming at the target satellite. After receiving the launch command, the server shoots out from the launch tube. The Kane method is used to establish the platform-server two-body dynamics model. Due to the effect of the coupling of the two bodies, the attitude of the platform is perturbed, causing the server unable to accurately aim at the target satellite while separating the tube. Two velocity pulses are applied to the server through its small rocket engine. The initial pulse occurs at the moment when the server is separating the tube, changing its course to ensure accurate rendezvous with the target satellite; the end pulse occurs at the moment when the server rendezvous to the target satellite, reducing its relative velocity to zero to achieve soft docking. The optimization index is the least energy-efficient, that is to minimize the sum of the squares of the two pulse amplitudes. The paper summarizes it as a nonlinear programming problem. Under the condition that the rendezvous flight time is small compared to the period of the platform orbiting the target satellite, the average angular velocity of the orbiting flight can be regarded as a small parameter, and the canonical perturbation method can be used to obtain the first-order approximate solution of the nonlinear programming. Then the optimizing iteration process is started from the approximate solution as its initial guess. Finally, a numerical simulation verification is carried out.

Key words multi-body dynamics, Kane method, on-orbit service, C-W equation, rendezvous and docking, double pulse guidance, small parameter perturbation method

Received 13 August 2021, revised 5 November 2021.

* The project supported by the Youth Science and Technology Innovation Fund of Fundamental Research Funds for the Central Universities (NT2020025)

† Corresponding author E-mail: hanyanhua@nuaa.edu.cn