

# 航天器姿态控制的一种自适应方法

韩艳铎 徐 波

南京航空航天大学航天学院, 南京 210016



**摘 要** 针对航天器转动惯量参数未知恒定或缓慢时变, 以及外部扰动力矩未知恒定或缓慢时变, 基于非线性系统的无源性理论, 给出了姿态控制的一种自适应方法。事先不需要不确定性的任何信息, 控制过程中可根据自适应律给出其估值。理论分析和数值仿真都表明, 该方法在保证参数估计误差有界的同时实现航天器对姿态角指令的快速无静差跟踪。

**关键词** 航天器; 姿态控制; 无源性理论; 自适应控制

**中图分类号**: V448.22 **文献标识码**: A

**文章编号**: 1006-3242 (2009) 02-0062-04

## An Adaptive Attitude Control Law for Spacecraft

HAN Yanhua XU Bo

College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

**Abstract** A passive-based adaptive attitude control law is proposed for spacecraft considering its rotary inertia uncertainty and the disturbance of external moments. The estimated value of unknown parameter is offered on line by adaptive estimator. It is proved by Lyapunov theory that the attitude tracking error may converge at zero while parameter estimation error keeping bounded. Numerical simulation proves the effectiveness of the control law.

**Key words** Spacecraft; Attitude control; Passivity theory; Adaptive control

航天器在轨运行中由于燃料的消耗、太阳帆板的转动、有效载荷的运动等引起转动惯量参数的变化, 另外各种干扰力矩如重力梯度力矩、太阳光压力矩、剩磁干扰力矩等也影响其姿态运动。传统线性控制方法很难高效、高精度完成姿态控制任务, 必须采用具有鲁棒性和适应性的现代非线性控制方法。

文献 [1] 用非线性系统精确线性化方法设计了航天器姿态控制律, 并基于小增益原理分析了转动惯量参数摄动情形下闭环系统的鲁棒性, 得出了有益的结论。文献 [2 - 4] 基于滑模变结构控制理论设计航天器姿态控制系统。但是文献 [2] 采用转动惯量标称值的一阶近似代替真实值, 当惯量变化较

大时这个假设不成立。文献 [3 - 4] 需事先知道不确定性的界, 在实际中这一条件未必满足。另外, 包括变结构控制在内的鲁棒控制方法有保守性的缺点。文献 [5] 给出一种自适应姿态控制方法, 可以在线辨识航天器转动惯量参数, 但是一般应用中可辨识条件未必满足。

本文针对航天器转动惯量参数未知恒定或缓慢时变, 以及外部扰动力矩未知恒定或缓慢时变, 给出一种自适应姿态控制律。事先不需要转动惯量参数和外部扰动范围的任何信息, 控制器可以根据自适应律在线估计转动惯量参数和外部扰动, 按照所设计的控制律给出控制力矩, 保证姿态跟踪误差趋零,

收稿日期: 2008-11-20

**作者简介**: 韩艳铎 (1976 - ), 男, 山西兴县人, 博士, 讲师, 研究方向为现代控制理论在导弹及航天器制导与控制中的应用; 徐 波 (1966 - ), 男, 哈尔滨人, 博士, 副教授, 研究方向为航天器精密定轨、卫星编队自主导航与控制。

并对参数及外部扰动力矩的估计误差保持有界。

## 1 航天器姿态运动方程

设航天器的滚转角、偏航角、俯仰角分别为  $\varphi, \theta, \psi$ , 滚转角速度、偏航角速度、俯仰角速度分别为  $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ , 则有

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \dot{\varphi} - \dot{\theta} \cos \varphi \tan \psi + \dot{\psi} \sin \varphi \tan \psi \\ \dot{\theta} = \dot{\theta} \frac{\cos \varphi}{\cos \psi} - \dot{\psi} \frac{\sin \varphi}{\cos \psi} \\ \dot{\psi} = \dot{\psi} \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \frac{J_2 - J_3}{J_1} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{1}{J_1} (L_1 + f_1) \\ \dot{\theta} = \frac{J_3 - J_1}{J_2} \dot{\psi} \dot{\varphi} + \frac{1}{J_2} (L_2 + f_2) \\ \dot{\psi} = \frac{J_1 - J_2}{J_3} \dot{\varphi} \dot{\theta} + \frac{1}{J_3} (L_3 + f_3) \end{cases} \quad (2)$$

式中

$$\begin{cases} J_1 = J_1^* + \Delta J_1 \\ J_2 = J_2^* + \Delta J_2 \\ J_3 = J_3^* + \Delta J_3 \end{cases}$$

分别是航天器关于 3 根惯性主轴的转动惯量,  $J_1^*, J_2^*, J_3^*$  是其标称值,  $\Delta J_1, \Delta J_2, \Delta J_3$  是相对于标称值的偏差量。  $L_1, L_2, L_3$  是控制力矩,  $f_1, f_2, f_3$  是扰动力矩。

式 (1) 和式 (2) 具有积分串联形式, 因此可考虑将航天器姿态控制分为外环和内环分别设计。外环是航天器姿态运动学和外环控制器构成的闭环, 内环是航天器姿态动力学和内环控制器构成的闭环。外环控制器产生的控制信号被内环当作指令去跟踪。采用双环设计可有效降低系统阶次, 简化设计工作。

## 2 外环控制器设计

设航天器的滚转角指令、偏航角指令、俯仰角指令分别为  $\varphi_c, \theta_c, \psi_c$ , 定义滚转角指令、偏航角指令、俯仰角指令跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1 \triangleq \varphi - \varphi_c \\ e_2 \triangleq \theta - \theta_c \\ e_3 \triangleq \psi - \psi_c \end{cases} \quad (3)$$

设计跟踪误差服从如下动态特性

$$\begin{cases} \dot{e}_1 + \mu_1 e_1 = 0 \\ \dot{e}_2 + \mu_2 e_2 = 0 \\ \dot{e}_3 + \mu_3 e_3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  均为大于零的常数, 确定跟踪误差趋零的速度。

式 (1)、式 (3) 和式 (4) 联立解得

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = -\mu_1 (\varphi - \varphi_c) - \mu_2 (\theta - \theta_c) \sin \psi \\ \dot{\theta} = -\mu_2 (\theta - \theta_c) \cos \varphi \cos \psi - \mu_3 (\psi - \psi_c) \sin \varphi \\ \dot{\psi} = \mu_2 (\theta - \theta_c) \sin \varphi \cos \psi - \mu_3 (\psi - \psi_c) \cos \varphi \end{cases} \quad (5)$$

令

$$\begin{cases} \varphi_c = \varphi_1 \\ \theta_c = \varphi_2 \\ \psi_c = \varphi_3 \end{cases} \quad (6)$$

作为内环指令。只要内环控制器的设计保证式 (6) 给出的姿态角速度指令被快速跟踪, 那么式 (4) 所描述的外环姿态角指令跟踪误差的动态特性就能实现。

## 3 内环自适应控制器设计

内环是航天器姿态动力学和内环控制器构成的闭环。航天器姿态方程中的参数不确定性发生在此环。内环控制器设计目标是使其具有适应性, 当航天器转动惯量参数和外部扰动力矩存在不确定性时, 式 (6) 给出的姿态角速度指令仍能被快速跟踪。

定义内环跟踪误差

$$\begin{cases} e_1 \triangleq \dot{\varphi} - \dot{\varphi}_c \\ e_2 \triangleq \dot{\theta} - \dot{\theta}_c \\ e_3 \triangleq \dot{\psi} - \dot{\psi}_c \end{cases} \quad (7)$$

设计理想条件下, 即航天器转动惯量参数和外部扰动力矩均确知条件下, 跟踪误差动态特性

$$\begin{cases} \dot{e}_1 + k_1 e_1 = 0 \\ \dot{e}_2 + k_2 e_2 = 0 \\ \dot{e}_3 + k_3 e_3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $k_1, k_2, k_3$  均为大于零的常数, 确定跟踪误差趋零的速度。

式 (2)、式 (7) 和式 (8) 联立解得内环控制输入

$$\begin{cases} L_1 = J_1 \ddot{\varphi}_c - (J_2 - J_3) \dot{\theta} \dot{\psi} - f_1 \\ L_2 = J_2 \ddot{\theta}_c - (J_3 - J_1) \dot{\psi} \dot{\varphi} - f_2 \\ L_3 = J_3 \ddot{\psi}_c - (J_1 - J_2) \dot{\varphi} \dot{\theta} - f_3 \end{cases} \quad (9)$$

式中,

$$\begin{cases} \tilde{z}_1 \triangleq \dot{z}_{1c} - k_1 e_1 \\ \tilde{z}_2 \triangleq \dot{z}_{2c} - k_2 e_2 \\ \tilde{z}_3 \triangleq \dot{z}_{3c} - k_3 e_3 \end{cases} \quad (10)$$

但事实上三轴转动惯量  $J_1, J_2, J_3$  和外部扰动力矩  $f_1, f_2, f_3$  未知, 从而式 (9) 难以实现, 只能用不确定参数的估计值  $\hat{J}_1, \hat{J}_2, \hat{J}_3, \hat{f}_1, \hat{f}_2, \hat{f}_3$  代替真实值, 所以内环控制律成为

$$\begin{cases} L_1 = \hat{J}_1 \tilde{z}_1 - (\hat{J}_2 - \hat{J}_3) \tilde{z}_2 \tilde{z}_3 - \hat{f}_1 \\ L_2 = \hat{J}_2 \tilde{z}_2 - (\hat{J}_3 - \hat{J}_1) \tilde{z}_3 \tilde{z}_1 - \hat{f}_2 \\ L_3 = \hat{J}_3 \tilde{z}_3 - (\hat{J}_1 - \hat{J}_2) \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 - \hat{f}_3 \end{cases} \quad (11)$$

式 (2)、式 (7)、式 (10) 和式 (11) 联立解得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 + k_1 e_1 = \frac{1}{J_1} (\tilde{z}_1 \tilde{J}_1 - \tilde{z}_2 \tilde{z}_3 \tilde{J}_2 + \tilde{z}_2 \tilde{z}_3 \tilde{J}_3 - \tilde{f}_1) \\ \dot{e}_2 + k_2 e_2 = \frac{1}{J_2} (\tilde{z}_3 \tilde{J}_1 + \tilde{z}_2 \tilde{J}_2 - \tilde{z}_3 \tilde{J}_3 - \tilde{f}_2) \\ \dot{e}_3 + k_3 e_3 = \frac{1}{J_3} (-\tilde{z}_1 \tilde{J}_1 + \tilde{z}_1 \tilde{J}_2 + \tilde{z}_3 \tilde{J}_3 - \tilde{f}_3) \end{cases} \quad (12)$$

式中

$$\begin{cases} \tilde{J}_1 \triangleq \hat{J}_1 - J_1 \\ \tilde{J}_2 \triangleq \hat{J}_2 - J_2 \\ \tilde{J}_3 \triangleq \hat{J}_3 - J_3 \\ \tilde{f}_1 \triangleq \hat{f}_1 - f_1 \\ \tilde{f}_2 \triangleq \hat{f}_2 - f_2 \\ \tilde{f}_3 \triangleq \hat{f}_3 - f_3 \end{cases} \quad (13)$$

表示估计误差。

为了将式 (12) 写成比较简洁的矩阵形式, 定义

$$E \triangleq (e_1, e_2, e_3)^T \quad (14)$$

$$K \triangleq \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$J \triangleq \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$W \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 & -\tilde{z}_2 \tilde{z}_3 & \tilde{z}_2 \tilde{z}_3 & -1 & 0 & 0 \\ \tilde{z}_3 \tilde{z}_1 & \tilde{z}_2 & -\tilde{z}_3 \tilde{z}_1 & 0 & -1 & 0 \\ -\tilde{z}_1 \tilde{z}_2 & \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 & \tilde{z}_3 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\tilde{p} \triangleq (\tilde{J}_1, \tilde{J}_2, \tilde{J}_3, \tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \tilde{f}_3)^T \quad (18)$$

则式 (12) 成为

$$\dot{E} + KE = J^{-1} W \tilde{p} \quad (19)$$

因为  $K$  和  $J^{-1}$  是正定的, 所以式 (19) 表示联结输入信号  $W \tilde{p}$  和输出信号  $E$  的系统是损耗型的。根据非线性系统的无源性理论<sup>[6]</sup>, 只要构造从输入  $W^T E$  到输出  $\tilde{p}$  的无源系统, 并将它同原系统负反馈联结起来, 就可保证闭环系统是损耗型的, 从而是李亚普诺夫稳定的。因此设计参数估计自适应律

$$\dot{\tilde{p}} = -W^T E \quad (20)$$

式中  $\tilde{p}$  是任意  $6 \times 6$  维对称正定阵。为简单起见, 可取为对角阵

$$\tilde{p} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (21)$$

对于航天器三轴转动惯量和外部扰动力矩是未知恒定或缓慢时变的情形, 将式 (10)、式 (13)、式 (14)、式 (17)、式 (18) 和式 (21) 代入式 (20) 可写出参数自适应律具体形式如下

$$\begin{cases} \dot{\tilde{J}}_1 = -\tilde{z}_1 (\tilde{z}_1 e_1 + \tilde{z}_3 \tilde{z}_1 e_2 - \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 e_3) \\ \dot{\tilde{J}}_2 = -\tilde{z}_2 (-\tilde{z}_2 \tilde{z}_3 e_1 + \tilde{z}_2 e_2 + \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 e_3) \\ \dot{\tilde{J}}_3 = -\tilde{z}_3 (\tilde{z}_2 \tilde{z}_3 e_1 - \tilde{z}_3 \tilde{z}_1 e_2 + \tilde{z}_3 e_3) \\ \dot{\tilde{f}}_1 = \tilde{z}_4 e_1 \\ \dot{\tilde{f}}_2 = \tilde{z}_5 e_2 \\ \dot{\tilde{f}}_3 = \tilde{z}_6 e_3 \end{cases} \quad (22)$$

其积分形式为

$$\begin{cases} \hat{\tilde{J}}_1(t) = -\int_0^t \tilde{z}_1 (\tilde{z}_1 e_1 + \tilde{z}_3 \tilde{z}_1 e_2 - \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 e_3) dt + \hat{\tilde{J}}_1(0) \\ \hat{\tilde{J}}_2(t) = -\int_0^t \tilde{z}_2 (-\tilde{z}_2 \tilde{z}_3 e_1 + \tilde{z}_2 e_2 + \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 e_3) dt + \hat{\tilde{J}}_2(0) \\ \hat{\tilde{J}}_3(t) = -\int_0^t \tilde{z}_3 (\tilde{z}_2 \tilde{z}_3 e_1 - \tilde{z}_3 \tilde{z}_1 e_2 + \tilde{z}_3 e_3) dt + \hat{\tilde{J}}_3(0) \\ \hat{\tilde{f}}_1(t) = \int_0^t \tilde{z}_4 e_1 dt + \hat{\tilde{f}}_1(0) \\ \hat{\tilde{f}}_2(t) = \int_0^t \tilde{z}_5 e_2 dt + \hat{\tilde{f}}_2(0) \\ \hat{\tilde{f}}_3(t) = \int_0^t \tilde{z}_6 e_3 dt + \hat{\tilde{f}}_3(0) \end{cases} \quad (23)$$

积分初值  $\hat{J}_1(0), \hat{J}_2(0), \hat{J}_3(0), \hat{f}_1(0), \hat{f}_2(0), \hat{f}_3(0)$  理论上可任取, 实际中可取其标称值作为初值,

有助于缩短适应时间。航天器姿态自适应控制系统原理如图 1 所示。

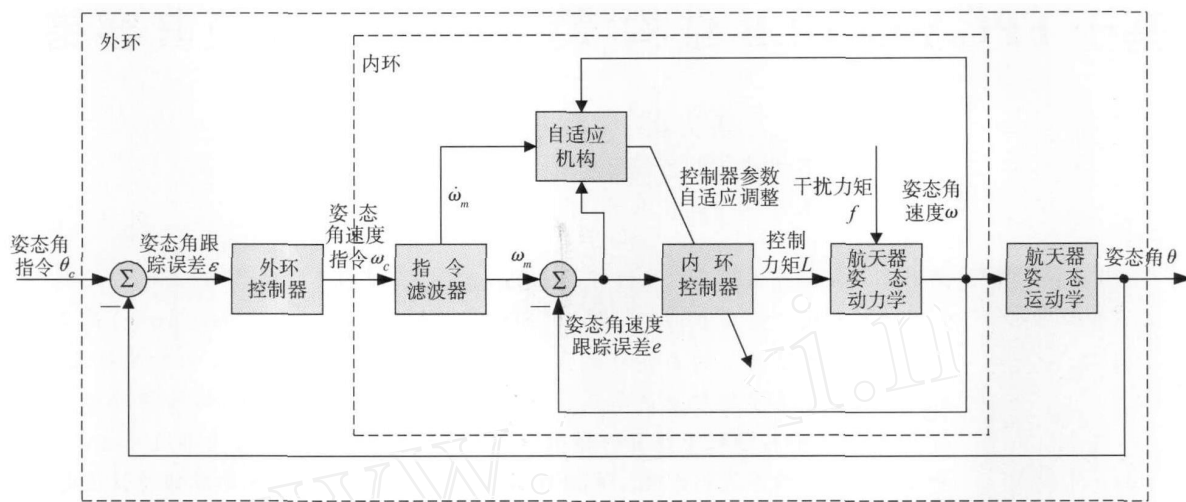


图 1 航天器姿态自适应控制系统原理

## 4 内环稳定性分析

如前所述, 本文将航天器姿态运动按照运动学作为外环和动力学作为内环分别设计控制器, 外环的控制信号作为内环的指令信号。外环方程反映了航天器姿态角与角速度之间运动学数学关系, 不存在不确定性。内环方程由于涉及航天器转动惯量和外部扰动力矩等因素而存在不确定性, 需要设计具有适应能力的控制器。只要内环控制器能够使得航天器姿态角速度稳定快速跟踪角速度指令信号, 那么外环姿态角指令跟踪误差就能按式 (4) 所期望的动态特性衰减至零, 因此, 只需对内环作稳定性分析。实质上是运用动态系统奇异摄动理论中的时标分离原则, 降低系统分析的复杂度。

取李亚普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{E}^T \mathbf{J} \mathbf{E} + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{p}}^T \mathbf{P}^{-1} \tilde{\mathbf{p}} \quad (24)$$

式 (24) 两边同时对时间  $t$  求导并将式 (19)、式 (20) 代入得

$$\frac{dV}{dt} = -\mathbf{E}^T \mathbf{J} \mathbf{K} \mathbf{E} \leq 0 \quad (25)$$

由式 (24)、式 (25) 并根据 Barbalat 引理<sup>[7]</sup> 可得结论: 跟踪误差  $\mathbf{E} \triangleq (e_1, e_2, e_3)^T$  趋零, 参数估计误差  $\tilde{\mathbf{p}} \triangleq (\tilde{J}_1, \tilde{J}_2, \tilde{J}_3, \tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \tilde{f}_3)^T$  保持有界。

## 5 数值仿真

为检验本文给出的自适应控制的有效性, 进行了数值仿真研究。仿真中三轴姿态角指令采用  $60^\circ$  幅值的方波信号, 因为方波是一种比较苛刻的指令, 系统对方波指令的跟踪情况能很好地反映其性能。仿真结果如图 2~图 4 所示。

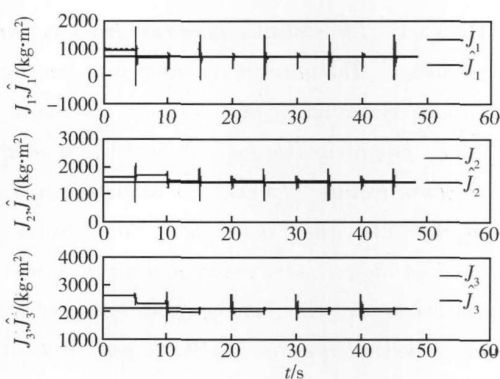


图 2 三轴转动惯量的真实值和估计值

仿真结果显示, 航天器三轴姿态能快速无静差地跟踪指令, 且参数估计误差保持有界, 证实了前文的理论分析。参数估计误差只能保证有界却不一定 (下转第 71 页)

- [5] Streeter M J, Keane M A, Koza J R. Automatic Synthesis Using Genetic Programming of Both the Topology and Sizing for Five Post-2000 Patented Analog and Mixed Analog-Digital Circuits [C] // Southwest Symposium on Mixed-Signal Design, IEEE, Feb 23-25, 2003: 5-10.

- [6] Keymeulen D, Zebulum R S, Jin Y, Stolica A. Fault-Tolerant Evolvable Hardware Using Field-Programmable Transistor Arrays [J]. IEEE Transactions on Reliability, Sept, 2000, 49 (3): 305-316.

(上接第 65 页)

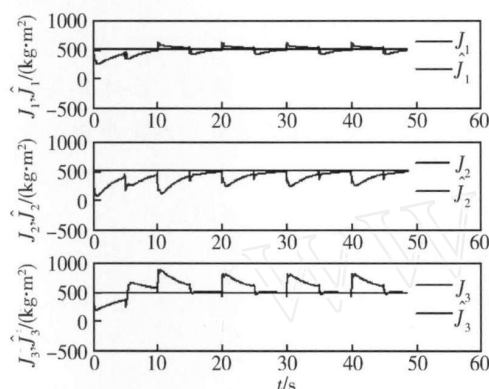


图 3 外部扰动力矩的真实值和估计值

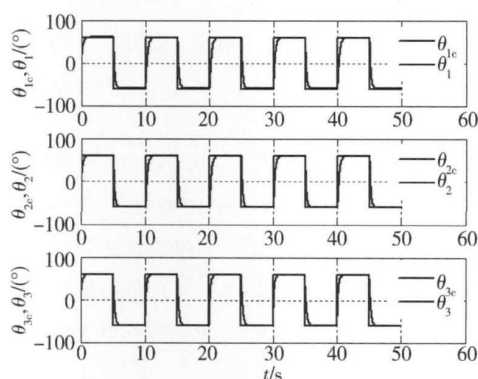


图 4 三轴姿态角的指令和响应

为零的原因是待估参数向量  $\hat{p} \triangleq (\hat{J}_1, \hat{J}_2, \hat{J}_3, \hat{f}_1, \hat{f}_2, \hat{f}_3)^T$  的维数大于姿态角跟踪误差向量  $E \triangleq (e_1, e_2, e_3)^T$  的维数, 导致式 (19) 中的矩阵  $W$  列不满秩。事实上即便待估参数减少 3 个, 使得式 (19) 中的矩阵  $W$  成为方阵, 也不能保证其满秩, 因为系统输入信号并不总是满足“持续激励”条件。但参数估计误差收敛到零无碍于系统对指令信号的无静差跟踪。

## 6 结论

通过理论分析和数值仿真可得如下结论:

1) 本文给出的航天器姿态自适应控制方法是

有效的, 可保证姿态角跟踪误差趋零和参数估计误差有界;

2) 参数估计误差不能保证收敛到零的原因是待估参数多于所需跟踪的变量的个数, 以及系统输入信号不满足“持续激励”条件, 但这并不影响控制性能;

3) 本文方法适用于系统参数未知恒定或缓慢时变, 以及外部扰动力矩未知恒定或缓慢时变的情形, 事先不需要不确定参数变化范围的任何信息。当内部参数和外部扰动快速时变时, 如何实现参数快速辨识和对姿态指令的快速跟踪是需要进一步研究的课题;

4) 本文方法简单易行, 可作为工程应用的参考。

## 参 考 文 献

- [1] 周凤岐, 韩艳铎, 周军. 空间飞行器姿态控制设计和鲁棒性分析 [J]. 中国空间科学技术, 2007, (2): 36-41.
- [2] Georee B B, Fasse D E. Sliding Mode Attitude Control of a Small Satellite for Ground Tracking Maneuvers [C] // Proceedings of the American Control Conference, Chicago, June, 2000: 1134-1138.
- [3] Ding Shihong, Li Shihua. Sliding Mode Control of Spacecraft Attitude with Finite-time Convergence [C] // Proceedings of 6<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, China, June, 2006: 830-834.
- [4] Jin Yongqiang, Liu Xiangdong, Qiu Wei, etc. Time-varying Sliding Mode Controls in Rigid Spacecraft Attitude Tracking [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21: 352-360.
- [5] Ahmed J, Coppola V T, Bernstein D S. Adaptive Asymptotic Tracking of Spacecraft Attitude Motion with Inertia Matrix Identification [J]. Journal of Guidance Control and Dynamic, 1998, 21 (5): 684-691.
- [6] Khalil K H 著. 朱义胜, 董辉, 李作洲, 等译. 非线性系统 (第三版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [7] Slotine E J, Li W eiping. Applied Nonlinear Control [M]. Beijing: China Machine Press, 2004.