

# 运输机超低空空投重物动力学分析与H $\infty$ 鲁棒控制设计

韩艳铎 陆宇平

(南京航空航天大学航天学院, 南京, 210016)

**摘要:** 运输机超低空空投重型货物是一个对控制精度要求较高的复杂技术过程。本文针对飞机-货物间约束力的理想特性, 采用拉格朗日分析力学的第二类方程, 建立了机-货两体系统的耦合动力学方程, 比起牛顿矢量力学方法, 受力和建模过程简洁方便。在定义飞机及货物状态变量的基础上, 将上述方程组转化为状态空间描述。为了有效抵抗货物移动对运输机姿态的影响, 基于现代鲁棒控制理论, 设计了状态反馈H $\infty$ 最优控制律。最后, 对空投过程进行了无控和闭环控制两种条件下的数值仿真对比。结果显示, 本文设计的H $\infty$ 最优控制能有效抑制货物移动对运输机姿态的影响, 改善了飞行品质, 且控制量在工程允许的范围内, 该控制律是有效的。

**关键词:** 运输机; 空投; 飞行控制系统; H $\infty$ 控制; 拉格朗日分析力学

中图分类号: V249; V212; TP273

文献标识码: A

文章编号: 1005-2615(2012)01-0075-06

## Dynamics Analysis for Transport Airdropping Heavy Cargo at Super-Low-Altitude and Design of H $\infty$ Robust Control

Han Yanhua, Lu Yuping

(College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** Transport airdropping heavy cargo at super-low-altitude is a complex technical procedure demanding high precision control. The second class equations of Lagrange analytical mechanics are used for establishing the dynamics model for transport-cargo-two-body systems. The model is simpler than Newtonian mechanics since the constraint force between transport and cargo is ideal. State space description is obtained then and state feedback H $\infty$  flight control law is designed in order to suppress transport's attitude response to heavy cargo's moving in airdropping procedure. Numerical simulation is carried out in the conditions of open-loop and closed-loop respectively and the results show that the proposed H $\infty$  closed-loop flight control law is effective.

**Key words:** transport; airdrop; flight control system; H $\infty$  control; Lagrange analytical mechanics

重装空投对于军事力量快速部署和展开以及抢险救灾等行动具有重要意义。近年来重装空投技术吸引了众多研究者的兴趣。从国内外文献来看, 大多数研究集中于货物的运动规律<sup>[1-6]</sup>。文献[7, 8]考虑了货物对运输机的影响, 其中文献[7]针对重物空投前后运输机飞行特性的突变, 基于滑模变结构控制理论设计了具有较强鲁棒性的飞行控制律,

取得了较好的效果。

本文将拉格朗日分析力学为工具, 建立重装空投过程运输机-货物多体系统动力学模型。考虑到重装空投通常是在超低空条件下进行的, 为了最大程度抑制重物对运输机的影响, 保障飞行安全, 本文将基于H $\infty$ 控制理论设计飞行控制律。最后将通过数值仿真进行检验。

基金项目: 南京航空航天大学2010年基本科研业务费专项科研(W1013-HT)资助项目。

收稿日期: 2010-11-23; 修订日期: 2011-06-01

通讯作者: 韩艳铎, 男, 副教授, 1976年生, E-mail: hanyanhua@nuaa.edu.cn

Copyright © 2012 CNKI. All rights reserved. http://www.cnki.net

1 动力学建模

重装空投的基本过程是,载着货物的运输机超低空平飞,货舱后门打开,牵引伞迅即展开,货物在牵引伞拉力下沿舱内导轨向后滑行,直至脱离运输机,然后运输机拉起,脱离空投区域。空投过程示意图如图 1 所示。导轨通常非常光滑,对货物的摩擦力非常小,可以忽略,但是货物较重,在舱内滑行会对运输机形成巨大的俯仰干扰力矩。本文将空投过程视为机-货多体系统动力学过程。多体系统动力学建模可采用牛顿矢量力学方法和拉格朗日分析力学方法。考虑到货物在导轨上的滑行运动是有约束的,约束力是货物和导轨之间的正压力,且它是理想约束,采用拉格朗日动力学第二类方程可以不计入理想约束,从而简化计算,故本文采用拉格朗日分析力学建模。

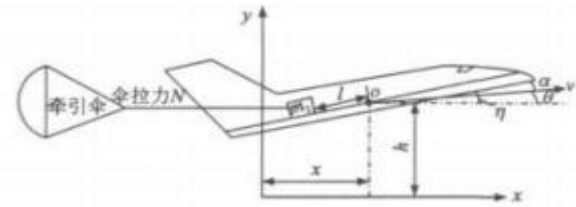


图 1 空投过程示意图

为便于描述和推导,定义主要符号如表 1 所示。

表 1 主要符号说明

符号	物理意义	符号	物理意义
$L$	机-货系统拉格朗日函数	$P$	发动机推力
$q_j(j=1\sim4)$	机-货系统位形广义坐标	$Q$	运输机气动阻力
$Q_j(j=1\sim4)$	广义力	$Y$	运输机气动升力
$T$	机-货系统动能	$M_R$	运输机气动俯仰力矩
$V$	机-货系统重力势能	$N$	牵引伞拉力
$x$	运输机质心位置在地惯系下的 $x$ 坐标,即飞行纵程	$v$	运输机飞行速度
$h$	运输机质心位置在地惯系下的 $y$ 坐标,即飞行高度	$\theta$	航迹倾角
$\eta$	机体俯仰角	$\alpha$	机体迎角
$l$	货物在导轨上的位移量	$\omega$	机体俯仰角速率
$T_1$	运输机动能	$v_1$	货物沿导轨的滑行速率
$T_2$	货物动能	$\rho$	当地大气密度
$m_1$	运输机质量	$S$	牵引伞迎风面积
$J$	运输机关于俯仰轴的转动惯量	$q$	动压头
$m_2$	货物质量	$S$	运输机气动特征面积
$g$	当地重力加速度	$b$	运输机气动特征长度

对于机-货两体系统,其拉格朗日动力学第二类方程可表示为<sup>[9]</sup>

$$\left[ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial}{\partial q_j} \right] L = Q_j$$

(1)

$$L = T - V$$

(2)

取广义坐标如下

$$\begin{cases} q_1 = x \\ q_2 = h \\ q_3 = \eta \\ q_4 = l \end{cases}$$

(3)

机-货两体系统总动能

$$T = T_1 + T_2$$

(4)

式中

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}^2 + \dot{h}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\eta}^2$$

(5)

货物在地面惯性系下的位置坐标为

$$r_2 = \begin{bmatrix} x + l \cos \eta \\ h + l \sin \eta \end{bmatrix}$$

(6)

则货物动能

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 [\dot{x}^2 + \dot{h}^2 + \dot{l}^2 + l^2 \dot{\eta}^2 + 2 \dot{l} (\dot{x} \cos \eta + \dot{h} \sin \eta) - 2 l \dot{\eta} (\dot{x} \sin \eta - \dot{h} \cos \eta)]$$

(7)

定义地平面为零势能位置,则机-货系统重力势能

$$V = m_1 g h + m_2 g (h + l \sin \eta)$$

(8)

下面计算广义力  $Q_1 \sim Q_4$ 。

令系统广义坐标  $q_1 = x$  作等时变分  $\delta x$ , 而其余广义坐标  $q_2 \sim q_4$  保持不变, 则无势主动力所做的虚功为

$$\delta W_1 = (P \cos \eta - Q \cos \theta - Y \sin \theta - N \cos \theta) \delta x \tag{9}$$

广义力

$$Q_1 = P \cos \eta - Q \cos \theta - Y \sin \theta - N \cos \theta \tag{10}$$

同理, 可得其余广义力

$$Q_2 = P \sin \eta - Q \sin \theta + Y \cos \theta - N \sin \theta \tag{11}$$
$$Q_3 = M_R + N l \sin \alpha \tag{12}$$
$$Q_4 = -N \cos \alpha \tag{13}$$

联立式(1~5, 7, 8, 10~13), 得

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) \ddot{x} + m_2(\ddot{l} \cos \eta - 2\dot{l} \dot{\eta} \sin \eta - l \ddot{\eta} \sin \eta - l \dot{\eta}^2 \cos \eta) = P \cos \eta - Q \cos \theta - Y \sin \theta - N \cos \theta \\ (m_1 + m_2) \ddot{h} + m_2(\ddot{l} \sin \eta + 2\dot{l} \dot{\eta} \cos \eta + l \ddot{\eta} \cos \eta - l \dot{\eta}^2 \sin \eta) + (m_1 + m_2)g = P \sin \eta - Q \sin \theta + Y \cos \theta - N \sin \theta \\ (J + m_2 l^2) \ddot{\eta} - m_2 l(\ddot{x} \sin \eta - \ddot{h} \cos \eta) + 2m_2 \dot{l} \dot{\eta} + m_2 g l \cos \eta = M_R + N l \sin \alpha \\ m_2(\ddot{l} + \ddot{x} \cos \eta + \ddot{h} \sin \eta - l \dot{\eta}^2 + g \sin \eta) = -N \cos \alpha \end{cases} \tag{14}$$

下面以飞行力学中常用的运动参数来表示上述动力学方程, 并将运动学方程补齐, 形成完整的系统运动方程。

根据飞行力学<sup>[10]</sup>, 有

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{h} = v \sin \theta \end{cases} \tag{15}$$

另外, 令

$$\begin{cases} \omega \triangleq \dot{\eta} \\ v_1 \triangleq \dot{l} \end{cases} \tag{16}$$

式(15)两边同时对时间求导并联立式(14, 16), 得

$$\begin{bmatrix} (m_1 + m_2) \cos \theta & -(m_1 + m_2) v \sin \theta & -m_2 l \sin \eta & m_2 \cos \eta \\ (m_1 + m_2) \sin \theta & (m_1 + m_2) v \cos \theta & m_2 l \cos \eta & m_2 \sin \eta \\ -m_2 l \sin \alpha & m_2 v \cos \alpha & J + m_2 l^2 & 0 \\ m_2 \cos \alpha & m_2 v \sin \alpha & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{v}_1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} m_2 l \omega^2 \cos \eta + 2m_2 v_1 \omega \sin \eta + P \cos \eta - Q \cos \theta - Y \sin \theta - N \cos \theta \\ m_2 l \omega^2 \sin \eta - 2m_2 v_1 \omega \cos \eta - (m_1 + m_2)g + P \sin \eta - Q \sin \theta + Y \cos \theta - N \sin \theta \\ -2m_2 l v_1 \omega + M_R - m_2 g l \cos \eta + N l \sin \alpha \\ m_2 l \omega^2 - m_2 g \sin \eta - N \cos \alpha \end{bmatrix} \tag{17}$$

式中

$$\alpha = \eta - \theta \tag{18}$$
$$N = \frac{1}{2} \rho (v + v_1 \cos \alpha - l \omega \sin \alpha)^2 S \tag{19}$$

式(19)中  $v + v_1 \cos \alpha - l \omega \sin \alpha$  表示忽略紊流影响后伞相对于气流的速度, 容易从飞机和货物的速度及坐标变换关系导出。

重装空投技术中, 定义量纲一的量

$$K = \frac{N}{m_2 g} \tag{20}$$

式中  $K$  为牵引比, 该参数很大程度上决定货物出舱速率。

式(15~17)共同组成机-货两体系统运动的状态空间方程。

## 2 运输机 H 鲁棒飞行控制律设计

### 2.1 系统小扰动线性化方程

空投前货物固定在运输机质心处时可将其视作运输机的固有部分, 根据飞行力学<sup>[10]</sup>不难导出

$$\begin{cases} \dot{h} = v \sin(\eta - \alpha) \\ \dot{v} = -g \sin(\eta - \alpha) + \frac{P \cos \alpha - Q}{m_1 + m_2} \\ \dot{\alpha} = \omega + \frac{(m_1 + m_2)g \cos(\eta - \alpha) - P \sin \alpha - Y}{(m_1 + m_2)v} \\ \dot{\omega} = \frac{M_R}{J} \\ \dot{\eta} = \omega \end{cases} \tag{21}$$

另外发动机推力、气动阻力、气动升力、气动俯仰力矩按如下简化模型计算<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} P = P_0 + P^{\delta_{th}} \delta_{th} \\ Q = qS [C_{Q0} + C_Q^\alpha \alpha^2 + C_Q^{\delta_{stb}} (\alpha + \delta_{stb})^2] \\ Y = qS (C_{Y0} + C_Y^\alpha \alpha + C_Y^{\delta_{stb}} \delta_{stb} + C_Y^{\delta_e} \delta_e) \\ M_R = qSb (m^\alpha \alpha + m^{\delta_{stb}} \delta_{stb} + m^\omega \omega + m^{\delta_e} \delta_e) \end{cases} \tag{22}$$

式中:  $\delta_{th}$ ,  $\delta_{stb}$ ,  $\delta_e$  分别表示油门偏角、水平尾翼偏角、升降舵偏角, 空投过程中油门和水平尾翼均固定在相应的配平值  $\delta_{th}^0$  和  $\delta_{stb}^0$  上, 升降舵偏角  $\delta_e$  是唯一

一的实时控制输入量;  $P_0, P^{\delta_{th}}, C_{Q0}, C_Q^\alpha, C_Q^{\delta_{sh}}, C_{Y0}, C_Y^\alpha, C_Y^{\delta_{sh}}, C_Y^{\delta_e}, m^\alpha, m^{\delta_{sh}}, m^\omega, m^\delta$  为发动机模型系数和飞机气动系数。

将式(22)代入式(21), 并根据空投时的标称飞行高度  $h^* = 5\text{ m}$  和标称飞行速度  $v^* = 75\text{ m/s}$ , 以及相关的其他参数可以算得飞机迎角、油门、水平尾翼的配平值如下

$$\begin{cases} \alpha^* = 2.01^\circ \\ \delta_{th}^* = 23.68^\circ \\ \delta_{sh}^* = -11.41^\circ \end{cases}$$

据此可进一步计算出货物固定于运输机质心处时在配平状态下的小扰动线性化方程

$$\dot{X} = AX + B_2U \tag{23}$$

式中

$$X = (\Delta h, \Delta v, \Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\eta)^T \tag{24}$$

$$U = \delta_e \tag{25}$$

状态矩阵和控制矩阵的计算结果为

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -75 & 0 & 75 \\ 0 & -0.032\ 8 & 12.485\ 4 & 0 & -9.8 \\ 0.000\ 3 & -0.003\ 4 & -0.676\ 5 & 1 & 0 \\ 0.004\ 5 & -0.000\ 2 & -1.604\ 4 & -9.344\ 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$B_2 = (0, 0, -0.031\ 2, -0.793\ 1, 0)^T$$

因重型货物沿机舱导轨向后滑行会对运输机产生较大的俯仰干扰力矩, 直接影响运输机俯仰角速率, 所以考虑重物干扰的小扰动线性化方程可近似写作

$$\dot{X} = AX + B_1W + B_2U \tag{26}$$

式中

$$W = \frac{M}{J} \tag{27}$$

式中:  $W$  表示重物所致的运输机俯仰角加速度;  $M$  表示重型货物对运输机正压力所产生的关于运输机质心的抬头干扰力矩。则干扰输入矩阵

$$B_1 = (0, 0, 0, 1, 0)^T$$

2.2 H 鲁棒控制器设计

针对式(26)所描述的受扰线性系统, 设计状态反馈H 最优控制器。

取如下性能指标

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t (X^T QX + U^T RU) dt = \frac{1}{2} \int_0^t Z^T Z dt = \frac{1}{2} \int_0^t Z^T Z dt \tag{28}$$

其中性能加权阵

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 20 \end{pmatrix}$$

$$R = 1$$

根据式(28), 可得性能评价信号

$$Z = \begin{pmatrix} \overline{Q} \\ 0_{1 \times 5} \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0_{5 \times 1} \\ R \end{pmatrix} U \tag{29}$$

将其表为状态反馈H 控制器存在性定理<sup>[11]</sup>所要求的标准形式

$$Z = C_1X + D_{11}W + D_{12}U \tag{30}$$

与式(29)比较, 可得

$$C_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.472\ 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_{11} = 0_{6 \times 1}$$

$$D_{12} = (0, 0, 0, 0, 0, 1)^T$$

经检验满足定理<sup>[11]</sup>的全部条件, 所以定理适用本问题。经折半搜索得到使Riccati 方程<sup>[11]</sup>

$$PA + A^T P - P(B_2B_2^T + \gamma^{-2} B_1B_1^T)P + C_1^T C_1 = 0 \tag{31}$$

有正定解  $P > 0$  的最小扰动抑制度指标  $\gamma_{\min} = 1.5$ , 相应的状态反馈矩阵

$$K = -B_2^T P = (0.37, 1.06, -41.6, 11.3, 148)$$

所以, H 最优控制器为

$$\delta_e = 0.37\Delta h + 1.06\Delta v - 41.6\Delta\alpha + 11.3\omega + 148\Delta\eta \tag{32}$$

此时闭环系统特征值

$$\text{eig}(A + B_2K) = (-9.11, -7.58, -0.75, -0.06, -0.21)^T$$

全部位于  $s$  平面的左半边, 闭环系统渐近稳定。

以上是针对线性化模型设计的控制器, 其有效性须通过对原非线性系统(15~17)的数值仿真来检验。

3 数值仿真

数值仿真的部分入口参数如表2所示。

仿真基本过程为: 运输机携带货物在配平状态下超低空飞行1 s, 然后牵引伞开启, 同时货物解锁并在伞拉力下沿导轨向后滑行。机货分离后, 为观

表 2 仿真参数

参 量	数 值
运输机质量 $m_1/t$	100
货物质量 $m_2/t$	40
运输机关于俯仰轴转动惯量 $J/(kg \cdot m^2)$	$9 \times 10^6$
货舱导轨长度 $l/m$	10
空投标准飞行高度 $h^*/m$	5
配平飞行速度 $v^*/(m \cdot s^{-1})$	75
配平迎角 $\alpha^*/(^{\circ})$	2.01
当地重力加速度 $g/(m \cdot s^{-2})$	9.8
当地大气密度 $\rho/(kg \cdot m^{-3})$	1.225
牵引伞迎风半径 $R/m$	5
牵引伞迎风面积 $S/m^2$	78.54

察运输机动态特性,继续仿真 1 s。

3.1 无控条件下的仿真

为观察运输机本身对重型货物干扰力矩的响应,作无控条件下的仿真,即令飞机升降舵锁死在零位。

仿真结果如图 2、3 所示。

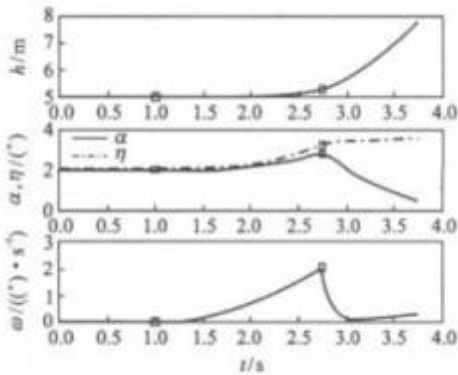


图 2 无控条件下运输机运动参数仿真结果

每条仿真曲线上,第一个标注符“ $\bullet$ ”表示开伞点,第二个标注符“ $\circ$ ”表示机-货分离点。

仿真结果显示,开伞后货物在牵引伞拉力下沿机舱导轨向后滑行,滑行过程耗时约 1.74 s。相对滑行速率呈递增趋势,其绝对值由开始时的零递增到分离时的约 11.03 m/s。伞拉力和牵引比则呈递减趋势,分别由开始时的最大值约  $2.70 \times 10^5$  N 和 0.69 递减到机货分离时的约  $1.98 \times 10^5$  N 和 0.51。运输机的迎角不再保持在原配平值上,呈递增趋势,机货分离时达到最大值约  $2.74^{\circ}$ ;之后运输机在自身气动稳定力矩的作用下,其迎角逐渐递减,趋向新的配平点。由于机货分离前运输机迎角的递增,故气动升力有所增加,致飞行高度有所增加,当重物离机后,原有的力平衡关系被打破,运输机升力大于自身重力,故出现持续爬升状态。机体俯仰角在空投前的变化趋势与迎角一致,呈递增趋势,机货分离时达到  $3.18^{\circ}$ ;角速率达到峰值  $2.03^{\circ}/s$ 。机货分离后,由于航迹倾角递增而迎角递减,两因素共同作用的结果是短周期内俯仰角基本保持不变。

3.2 H<sub>∞</sub> 控制律作用下的仿真

进行有闭环控制的系统仿真时考虑了升降舵回路的动态特性,如式(33)所示,并限制升降舵指令和响应在 $[-25^{\circ}, 20^{\circ}]$ 范围内,使之符合工程实际

$$\delta_e = \frac{\omega}{s + \omega} \delta_{ec} \tag{33}$$

式中:  $\delta_{ec}$ 表示升降舵指令;  $\omega$  表示舵回路带宽。

仿真结果如图 4~6 所示。

仿真结果显示, H<sub>∞</sub> 控制作用下货物运动参数及伞拉力参数与无控条件下相比差别甚微。但是运输机姿态运动特性得到了明显改善: 机体俯仰角几乎稳定在 2.01 不变,俯仰角速率在 2.4 s 前基本保持在零度, 2.4s 后因升降舵饱和和限幅才略有上

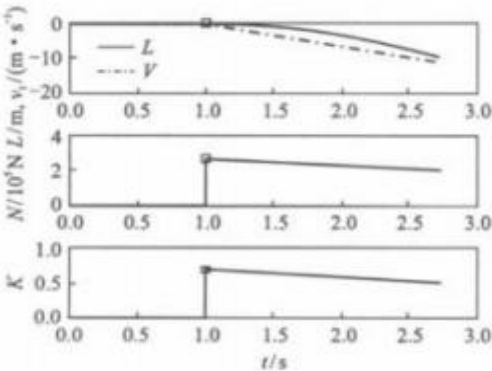


图 3 无控条件下货物和伞拉力参数仿真结果

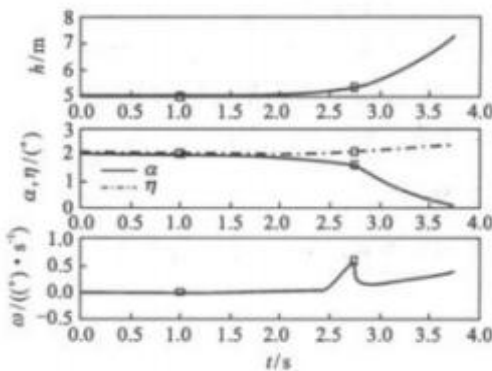


图 4 闭环控制下运输机运动参数仿真结果

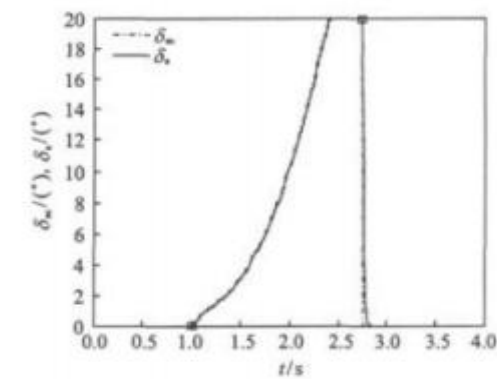


图 5 升降舵指令和升降舵响应仿真结果

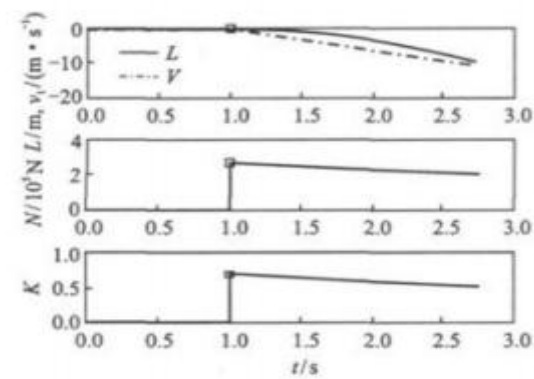


图 6 闭环控制下货物和伞拉力参数仿真结果

升,但峰值仅为 0.5 7s。可见,采用本文设计的 H 控制律后,运输机姿态对重型货物干扰的响应确实得到了很大抑制,改善了空投过程飞行品质,降低了运输机触地的危险性。

4 结束语

本文将空投过程运输机和重型货物之间的相互作用视为多体系统动力学问题处理。根据拉格朗日第二类方程建立了机-货两体系统动力学模型。为了抑制重型货物在舱内大范围滑行对运输机姿态的影响,保障飞行安全,基于 H 优化控制理论设计了运输机超低空空投的飞行控制律。无控条件下和 H 控制条件下的数值仿真对比显示,所设计的 H 控制律确实可以很好地抑制运输机姿态的变化,达到了预期的控制效果。

参考文献:

[ 1 ] 杨雪松,王乘,李振环.超低空空投过程的仿真[J].华

中科技大学学报,2003,31(4):108-110.  
Yang Xuesong, Wang Cheng, Li Zhenhuan. Simulation of airdropping at a super-low-altitude[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2003, 31(4): 108-110.  
[ 2 ] Chuthbert P A. A software simulation of cargo drop tests [ C ]//17th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar. Monterey, California, USA: [ s. n. ], 2003:1-11.  
[ 3 ] Desabrais K J. The motion and aerodynamics of an airdrop platform [ C ]//22th Applied Aerodynamics Conference and Exhibit. Providence, Rhode Island: [ s. n. ], 2004:1-13.  
[ 4 ] 柯鹏,杨春信,杨雪松,等.重型货物空投系统过程仿真及特性分析[J].航空学报,2006,27(5):856-860.  
Ke Peng, Yang Chunxin, Yang Xuesong, et al. System simulation and analysis of heavy cargo airdrop system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(5): 856-860.  
[ 5 ] 刘彬,谷京朝,陈湘平,等.重物空投着陆过程系统分析与仿真[J].空军雷达学院学报,2008,22(2):136-138;142.  
Liu Bin, Gu Jingchao, Chen Xiangping, et al. Analysis of heavy cargo air-drop system and it's simulation[J]. Journal of Air Force Radar Academy, 2008, 22(2): 136-138; 142.  
[ 6 ] Ke Peng, Yang Chunxin, Yang Xuesong. Extraction phase simulation of cargo airdrop system [ J ]. Chinese Journal of Aeronautics, 2006, 19(4): 315-321.  
[ 7 ] Zhang Huiyuan, Shi Zhongke. Variable structure control of catastrophic course in airdropping heavy cargo[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22(5): 520-527.  
[ 8 ] 杨妙生,屈香菊.运输机空投的飞行动力学建模及仿真[J].飞行力学,2010,28(3):9-12.  
Yang Miaosheng, Qu Xiangju. Flight dynamic modeling and simulation for transport airdrop[J]. Flight Dynamics, 2010, 28(3): 9-12.  
[ 9 ] 马尔契夫 A П 理论力学[M].李俊峰,译.北京:高等教育出版社,2006:187;190.  
[ 10 ] 徐明友,丁松滨.飞行动力学[M].北京:科学出版社,2003:42-44;186-188.  
[ 11 ] 王德进.H2 和 H 优化控制理论[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2000:104-105.