

空间飞行器姿态控制设计和鲁棒性分析

周凤岐 韩艳铎 周军

(西北工业大学航天学院, 西安 710072)

摘要 基于奇异摄动思想, 将飞行器姿态控制系统分为慢变化的姿态角回路和快变化的角速度回路分别设计。每个回路的设计均采用精确线性化方法。对于内回路即角速度回路, 考虑到飞行器转动惯量的参数摄动, 应用小增益原理分析了系统的鲁棒稳定性。

关键词 小增益原理 奇异摄动 精确线性化 鲁棒控制 姿态控制 飞行器

1 引言

空间飞行器的姿态角和角速度较大时, 其运动方程的非线性不容忽略, 传统的近似线性化设计难以奏效, 必须采用非线性设计。精确线性化是非线性设计中较为有效的一类方法, 包括微分几何反馈线性化方法和动态逆方法, 但其缺点是必须精确已知受控对象的参数, 如果对象参数发生摄动, 则控制系统的鲁棒性没有保证。文献[1]、[2]运用微分几何反馈线性化方法给出了飞行器的姿态控制律, 但在线计算量较大, 且缺乏对系统参数摄动情形下的鲁棒性分析。本文根据奇异摄动理论中的时标分离原则, 考虑到飞行器姿态控制系统的外环即姿态角回路的慢变特性和内环即角速度回路的快变特性, 分别独立地设计控制律, 如此可降低系统阶次因而简化了设计, 并且减小了飞控计算机的在线计算量。对于每个回路运用动态逆方法进行设计, 考虑到内环转动惯量存在参数摄动, 运用小增益原理分析了其鲁棒稳定性。

2 飞行器姿态运动方程及姿态控制设计

设 α, β, γ 分别是飞行器的滚转角、偏航角、俯仰角; $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$ 分别是滚转角速度、偏航角速度、俯仰角速度(它们均为绝对角速度, 因此不适合对地定向卫星); J_1, J_2, J_3 分别是飞行器关于三根惯性主轴的转动惯量值; L_1, L_2, L_3 分别是飞行器所受到的外力关于三根主轴的力矩。则有^[3]

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= \dot{\alpha} - \dot{\beta} \cos \alpha \tan \gamma + \dot{\gamma} \sin \alpha \tan \gamma \\ \dot{\beta} &= \dot{\beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma} - \dot{\gamma} \frac{\sin \alpha}{\cos \gamma} \\ \dot{\gamma} &= \dot{\gamma} \sin \alpha + \dot{\beta} \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{J_2 - J_3}{J_1} \dot{\beta} \dot{\gamma} + \frac{L_1}{J_1} \\ \dot{\beta} &= \frac{J_3 - J_1}{J_2} \dot{\gamma} \dot{\alpha} + \frac{L_2}{J_2} \\ \dot{\gamma} &= \frac{J_1 - J_2}{J_3} \dot{\alpha} \dot{\beta} + \frac{L_3}{J_3} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

收稿日期: 2005-11-15。收修改稿日期: 2005-12-20

2.1 外环控制器设计

$$\dot{\varphi}_1 = \varphi_2 \cos \varphi_1 \tan \varphi_3 + \varphi_3 \sin \varphi_1 \tan \varphi_3 \triangleq u_1 \quad (3)$$

$$\text{则} \quad \dot{\varphi}_1 = u_1 \quad (4)$$

设 φ_{1c} 为常值滚转角指令

$$\varphi_1 \triangleq \varphi_1 - \varphi_{1c} \quad (5)$$

为滚转角跟踪误差。令 φ_1 的动态特性为

$$\dot{\varphi}_1 + \mu_1 \varphi_1 = 0 \quad (6)$$

式中 $\mu_1 > 0$ 为常数, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_1 = 0$ 。

由式(4)~(6)得:

$$u_1 = -\mu_1 (\varphi_1 - \varphi_{1c}) \quad (7)$$

由式(3)、(7)得:

$$\varphi_1 = \varphi_2 \cos \varphi_1 \tan \varphi_3 + \varphi_3 \sin \varphi_1 \tan \varphi_3 = -\mu_1 (\varphi_1 - \varphi_{1c}) \quad (8)$$

同理可得:

$$\varphi_2 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_3} - \varphi_3 \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_3} = -\mu_2 (\varphi_2 - \varphi_{2c}) \quad (9)$$

$$\varphi_2 \sin \varphi_1 + \varphi_3 \cos \varphi_1 = -\mu_3 (\varphi_3 - \varphi_{3c}) \quad (10)$$

式中 $\mu_2, \mu_3 > 0$ 为常数, φ_{2c} 和 φ_{3c} 分别为常值偏航角指令和俯仰角指令。

由式(8)~(10)得:

$$\varphi_2 = -\mu_2 (\varphi_2 - \varphi_{2c}) \cos \varphi_1 \cos \varphi_3 - \mu_3 (\varphi_3 - \varphi_{3c}) \sin \varphi_1$$

$$\varphi_3 = \mu_2 (\varphi_2 - \varphi_{2c}) \sin \varphi_1 \cos \varphi_3 - \mu_3 (\varphi_3 - \varphi_{3c}) \cos \varphi_1$$

$$\varphi_1 = -\mu_1 (\varphi_1 - \varphi_{1c}) + \varphi_2 \cos \varphi_1 \tan \varphi_3 - \varphi_3 \sin \varphi_1 \tan \varphi_3$$

取 $\varphi_{1c} = \varphi_1, \varphi_{2c} = \varphi_2, \varphi_{3c} = \varphi_3$

2.2 内环控制器设计

设 J_1^*, J_2^*, J_3^* 分别是 J_1, J_2, J_3 的标称值, $J_1 \triangleq J_1 - J_1^*, J_2 \triangleq J_2 - J_2^*, J_3 \triangleq J_3 - J_3^*$ 分别是 J_1, J_2, J_3 的摄动量。方程组(2)对应的标称方程组为

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{J_2^* - J_3^*}{J_1^*} \varphi_2 \varphi_3 + \frac{L_1}{J_1^*}$$

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{J_3^* - J_1^*}{J_2^*} \varphi_3 \varphi_1 + \frac{L_2}{J_2^*}$$

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{J_1^* - J_2^*}{J_3^*} \varphi_1 \varphi_2 + \frac{L_3}{J_3^*}$$

令

$$\frac{J_2^* - J_3^*}{J_1^*} \varphi_2 \varphi_3 + \frac{L_1}{J_1^*} \triangleq v_1 \quad (11)$$

则 $\dot{\varphi}_1 \triangleq v_1$, 对时间求导得:

$$\ddot{\varphi}_1 = \dot{v}_1 \quad (12)$$

设 $\dot{\varphi}_{1c}$ 为常值滚转角速度指令,

$$e_1 \triangleq \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_{1c} \quad (13)$$

e_1 为滚转角速度跟踪误差。令 e_1 的动态特性为

$$\ddot{e}_1 + \mu_{11} \dot{e}_1 + \mu_{12} e_1 = 0 \quad (14)$$

式中 $\dot{e}_1, \dot{e}_2 > 0$ 为常数, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = 0$ 。

由式(12)~(14)得: $\dot{v}_1 = -\dot{e}_1 - \dot{e}_2 (1 - e_1)$

从而

$$v_1 = -\dot{e}_1 - \dot{e}_2 (1 - e_1) dt \quad (15)$$

由式(11)、(15)得

$$\frac{J_2^* - J_3^*}{J_1^*} \dot{e}_2 + \frac{L_1}{J_1^*} = -\dot{e}_1 - \dot{e}_2 (1 - e_1) dt \quad (16)$$

同理可得

$$\frac{J_3^* - J_1^*}{J_2^*} \dot{e}_3 + \frac{L_2}{J_2^*} = -\dot{e}_1 - \dot{e}_2 (1 - e_1) dt \quad (17)$$

$$\frac{J_1^* - J_2^*}{J_3^*} \dot{e}_1 + \frac{L_3}{J_3^*} = -\dot{e}_1 - \dot{e}_2 (1 - e_1) dt \quad (18)$$

式中 $\dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3 > 0$ 为常数, \dot{e}_2 和 \dot{e}_3 分别为常值偏航角速度指令和俯仰角速度指令。

由式(16)~(18)得

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= - (J_2^* - J_3^*) \dot{e}_2 - J_1^* [\dot{e}_1 + \dot{e}_2 (1 - e_1)] \\ L_2 &= - (J_3^* - J_1^*) \dot{e}_3 - J_2^* [\dot{e}_1 + \dot{e}_2 (1 - e_1)] \\ L_3 &= - (J_1^* - J_2^*) \dot{e}_1 - J_3^* [\dot{e}_1 + \dot{e}_2 (1 - e_1)] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

2.3 内环鲁棒稳定性分析

将式(19)代入式(2)并将确定性部分和不确定性部分分离得

$$\left. \begin{aligned} \ddot{e}_1 + \dot{e}_1 + \dot{e}_2 e_1 &= f_1 \\ \ddot{e}_2 + \dot{e}_2 + \dot{e}_3 e_2 &= f_2 \\ \ddot{e}_3 + \dot{e}_3 + \dot{e}_1 e_3 &= f_3 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{J_1} \{ (J_2 - J_3) [\dot{e}_2 (e_3 + e_{3c}) + \dot{e}_3 (e_2 + e_{2c})] + J_1 (\dot{e}_1 + \dot{e}_2 e_1) \} \\ f_2 &= \frac{1}{J_2} \{ (J_3 - J_1) [\dot{e}_3 (e_1 + e_{1c}) + \dot{e}_1 (e_3 + e_{3c})] + J_2 (\dot{e}_2 + \dot{e}_3 e_2) \} \\ f_3 &= \frac{1}{J_3} \{ (J_1 - J_2) [\dot{e}_1 (e_2 + e_{2c}) + \dot{e}_2 (e_1 + e_{1c})] + J_3 (\dot{e}_3 + \dot{e}_1 e_3) \} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

将以上两方程组所描述的系统视为由式(20)描述的一个线性动态系统 $H(s)$ 和由式(21)描述的一个非线性静态系统的反馈联结。其中 $H(s)$ 的输入为 $f(t) \triangleq [f_1(t), f_2(t), f_3(t)]^T$, 输出为 $e(t) \triangleq [e_1(t), e_2(t), e_3(t)]^T$; 非线性系统的输入为 $e(t)$ 和 $e_c \triangleq [e_{1c}, e_{2c}, e_{3c}]^T$, 输出为 $f(t)$, 如图 1 所示。

下面用小增益原理分析系统的鲁棒稳定性。

首先计算 $H(s)$ 的增益, 为此先将其写成状态方程的形式。

令 $x(t) \triangleq [x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t), x_6(t)]^T \triangleq [\dot{e}_1(t), \dot{e}_1(t), \dot{e}_2(t), \dot{e}_2(t), \dot{e}_3(t), \dot{e}_3(t)]^T$, $y(t) \triangleq [y_1(t), y_2(t), y_3(t)]^T \triangleq [e_1(t), e_2(t), e_3(t)]^T$, 则

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bf(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

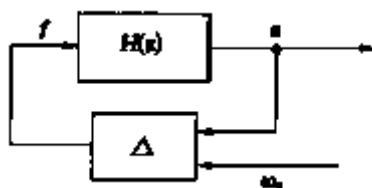


图 1 姿态控制回路内环参数扰动示意

式中

$$A = \text{diag}\{A_1, A_2, A_3\}, \quad B = \text{diag}\{B_1, B_2, B_3\}, \quad C = \text{diag}\{C_1, C_2, C_3\}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -i_2 & -i_1 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_i = (1, 0), \quad (i = 1, 2, 3)$$

因为 A_i 是 Hurwitz 阵, 所以 Liapunov 方程

$$A_i^T P_i + P_i A_i = -I_2 \times$$

必有唯一正定解 P_i 。事实上, 设 $P_i = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$, 可解得:

$$\begin{cases} p_{11} = \frac{i_1^2 + i_2^2 + i_2^2}{2 i_1 i_2} \\ p_{12} = p_{21} = \frac{1}{2 i_2} \\ p_{22} = \frac{1 + i_2}{2 i_1 i_2} \end{cases}$$

容易验证 $P_i > 0$ 。

令 $P \triangleq \text{diag}\{P_1, P_2, P_3\}$, 则 P 是 Liapunov 方程 $A^T P + PA = -I_6 \times 6$ 的唯一正定解。若取 $i_1 = 21 = 31$, $i_2 = 22 = 32$, 则 $\max(P) = \max(P_i)$, $\min(P) = \min(P_i)$, 其中 $\max(\cdot)$ 和 $\min(\cdot)$ 分别表示矩阵的最大特征值和最小特征值。又 $B_2 = 1$, $C_2 = 1$, 此处 \cdot_2 表示矩阵的谱范数。根据文献[4], 线性动态系统 $H(s)$ 是有限增益 L_p 稳定的, 且其 L_p 增益为

$$H(s) = \frac{2 \max(P_i)}{\min(P_i)}$$

即

$$e_{L_p} H(s) f_{L_p} + H(s)$$

式中 \cdot_{L_p} 表示函数空间中的 L_p 范数, $H(s) = 0$ 是常数。

下面计算非线性静态系统的 L_p 增益。

令

$$K(t) \triangleq \begin{bmatrix} k_{11}(t) & k_{12}(t) & k_{13}(t) \\ k_{21}(t) & k_{22}(t) & k_{23}(t) \\ k_{31}(t) & k_{32}(t) & k_{33}(t) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{J_{11} - J_2}{J_1} & \frac{(J_2 - J_3) \dot{e}_3}{J_1} & \frac{(J_2 - J_3) \dot{e}_2}{J_1} \\ \frac{(J_3 - J_1) \dot{e}_3}{J_2} & \frac{J_{22} - J_2}{J_2} & \frac{(J_3 - J_1) \dot{e}_1}{J_2} \\ \frac{(J_1 - J_2) \dot{e}_2}{J_3} & \frac{(J_1 - J_2) \dot{e}_1}{J_3} & \frac{J_{33} - J_3}{J_3} \end{bmatrix}$$

$$b(t) \triangleq \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} J_{11} \dot{e}_1 + (J_2 - J_3)(\dot{e}_3 - \dot{e}_2 + \dot{e}_1) \\ J_{21} \dot{e}_2 + (J_3 - J_1)(\dot{e}_3 - \dot{e}_1 + \dot{e}_2) \\ J_{31} \dot{e}_3 + (J_1 - J_2)(\dot{e}_1 - \dot{e}_2 + \dot{e}_3) \end{bmatrix}$$

则由式(21)得 $f(t) = K(t)e(t) + b(t)$

所以 $f(t) = e^T(t) [K^T(t) K(t)] e(t) + 2b^T(t) K(t) e(t) + b^T(t) b(t)$

此处 \cdot_2 表示实数域上三维向量的 Euclid 范数。

若取实常数 $\gamma > 0$, 满足 $\gamma > \max[K(t)]$, 对 $t \geq 0$ 一致成立, 其中 $\max(\cdot)$ 表示矩阵的最大奇异值, 那么, 由于飞行器转动惯量的摄动量 J_i 和姿态角加速度 $\dot{e}_i = \ddot{\theta}_i$ 以及姿态角速度指令 $\dot{\theta}_{ic}$ 都是有界的, 所以必存在实常数 $\gamma > 0$, 使得

$$[- b^T(t) b(t)] / [- \max(K(t))] \cdot I_3 \times 3 - [(K^T(t) b(t) b^T(t) K(t))] = 0$$

对 $t \geq 0$ 一致成立, 此时有 $f(t) = e(t) + \gamma e(t)$, 从而 $f(t) = e(t) + \gamma e(t)$

2 $\sqrt{\|e(t)\|_2} + \sqrt{\|f(t)\|_2} + \sqrt{\|g(t)\|_2}$; 所以 $\|f(t)\|_2 \leq \sqrt{\|e(t)\|_2} + \sqrt{\|g(t)\|_2}$.

令 $\Delta\sqrt{\|e(t)\|_2} = \Delta\sqrt{\|f(t)\|_2}$, 则 $\|f(t)\|_2 \leq \sqrt{\|e(t)\|_2} + \sqrt{\|g(t)\|_2}$; 所以必有 $\|f(t)\|_{L_p} \leq \sqrt{\|e(t)\|_{L_p}} + \sqrt{\|g(t)\|_{L_p}}$.

此处 $\| \cdot \|_{L_p}$ 表示函数空间中的 L_p 范数。从而非线性静态系统是有限增益 L_p 稳定的, 且其 L_p 增益小于等于 1。

根据小增益原理^[5], 若 $\|H(s)\|_{L_p} < 1$, 则整个闭环系统是有界增益 L_p 稳定的。根据非线性系统的积分控制理论, 只要参数摄动不至于破坏系统的稳定性, 那么它对阶跃指令的稳态跟踪误差必然为零。

2.4 数值仿真

设某飞行器转动惯量的标称值为

$$J_1^* = 1200 (\text{kg} \cdot \text{m}^2), J_2^* = 2200 (\text{kg} \cdot \text{m}^2), J_3^* = 3100 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$$

摄动量为 $J_1 = -200 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$, $J_2 = -400 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$, $J_3 = -500 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ 。姿态控制仿真结果如图 2 所示。

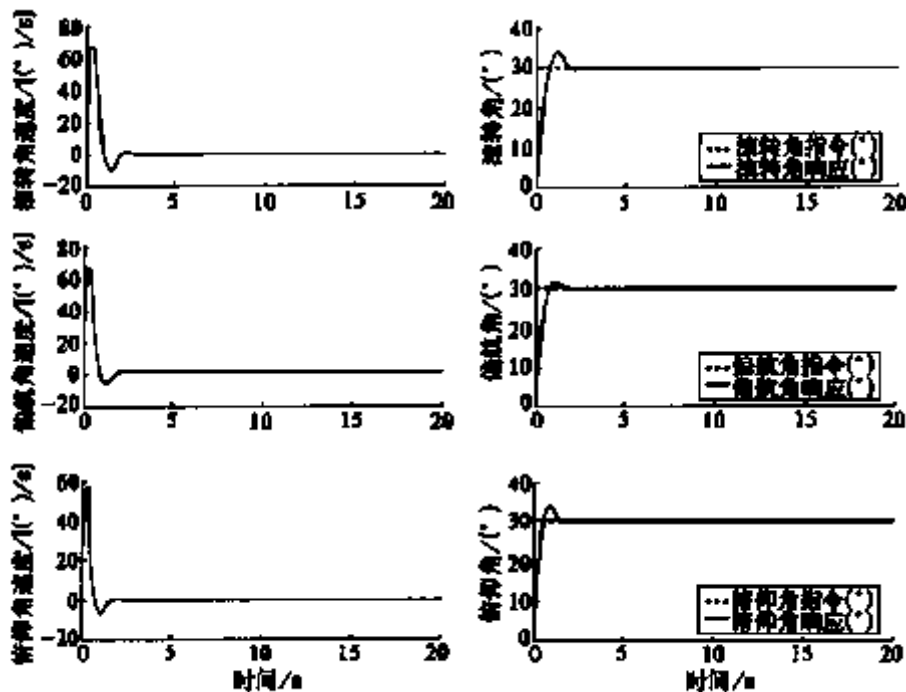


图 2 飞行器姿态控制仿真结果

3 结束语

以上仿真结果表明, 飞行器转动惯量出现较大参数摄动的情况下姿态角和角速度的响应令人满意。可见, 本文根据时标分离原则对外环和内环分别独立设计的控制器确实具有对参数摄动的鲁棒性, 跟踪性能良好, 且理论设计和工程实现简单易行。然而, 本文采用小增益原理分析系统的鲁棒稳定性带有一定的保守性, 此外引入姿态角加速度的上界假设也有损于结果的完美性。如何克服以上缺陷, 给出更好的鲁棒稳定性分析方法值得进一步深入研究。

参 考 文 献

- [1] 李裕山, 姚郁. 再入飞行器的大机动轨迹实现[J]. 哈尔滨工业大学学报. 1997, 29 (5): 89 - 92.
- [2] 韩艳铎, 周凤岐, 周军, 等. 一种飞行器姿态控制的三通道独立设计方法[J]. 弹箭与制导学报. 2004, 24 (2): 5 - 7.
- [3] 吕学富. 飞行器飞行力学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995.
- [4] HASSAN K KHALIL. Nonlinear systems (third edition) [M]. Beijing: publishing house of electronics industry, 2005.
- [5] 梅生伟, 申铁龙, 刘康志. 现代鲁棒控制理论与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.

作者简介

周凤岐 1935 年生, 1959 年毕业于西北工业大学飞机系, 现为西北工业大学航天学院教授、博士生导师, 研究方向为导弹及航天器导航、制导与控制系统。

Design and Robust Analysis for Spacecraft Attitude Controller

Zhou Fengqi Han Yanhua Zhou Jun

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract The spacecraft's attitude control system was divided into the outer loop that was angle loop and the inner loop that was angle velocity loop based on their time scales. Then the control law of each loop was designed independently using exact linearization method. In the inner loop, robust stability was analysed using small-gain theorem considering the existence of perturbation of spacecraft moment inertia.

Key words Small-gain theorem Singular perturbation Exact linearization Robust control Attitude control Vehicle

《中国空间科学技术》跻身世界有影响力期刊行列

《中国空间科学技术》被世界著名的文献信息检索系统 CSA (Cambridge Scientific Abstracts, 剑桥科学文摘) 收入到“航天和高技术文献数据库”, 并被认定“核心源刊物”, 这标志着《中国空间科学技术》跻身于世界有影响力的期刊行列。

“剑桥科学文摘”是美国著名的文献信息检索系统, 具有 30 多年的历史。其包括 70 多个数据库, 是提供高质量文献摘要及索引的国际权威数据系统。“航天和高技术文献数据库”收入了全球 3455 种文献, 分为“核心源刊物”、“优先源刊物”和“选择源刊物”, “核心源刊物”是最具国际影响的期刊, 其发表的文章得以全部收入。

(本刊编辑部)