

DOI:10.16356/j.1005-2615.2020.06.016

内装式空射运载火箭重力出舱机箭耦合动力学分析

韩艳铎¹, 尹文博¹, 张 勇²

(1. 南京航空航天大学航天学院, 南京, 211106; 2. 南京航空航天大学无人机研究院, 南京, 210016)

摘要: 研究了以运输机为平台的内装式运载火箭空射过程载机和火箭的耦合动力学建模。建模针对两个阶段: 第一阶段, 火箭固定于载机机舱内, 两者构成一个整体, 按照普通刚体的力学方法处理; 第二阶段, 火箭解锁后, 沿着舱内的发射筒向外滑行, 载机和火箭形成两刚体相互作用的耦合系统, 基于牛顿-欧拉法建立系统动力学模型。载机在空射火箭过程中, 油门和升降舵满偏, 在加速前飞的同时拉大姿态俯仰角, 火箭在自身重力分量和惯性力的作用下, 沿着机舱内的发射筒加速向外滑行, 直至与载机分离。数值仿真分析了空射过程载机的重要力学参数的变化过程, 验证了载机操控策略的可行性和安全性, 可为未来中国空射运载火箭技术设计提供数据参考。

关键词: 内装式空射运载火箭; 重力出舱; 多体耦合动力学; 牛顿-欧拉法; 飞行控制

中图分类号: V212

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2020)06-0963-09

Aircraft-Rocket Coupling Dynamics for Internally Carried Gravity Air-Launch Method

HAN Yanhua¹, YIN Wenbo¹, ZHANG Yong²

(1. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China;

2. UAV Research Institute, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The paper studies the modeling of the aircraft-rocket coupling dynamics during air launch of the transporter-mounted rocket. The modeling aims at two stages. In the first stage, the rocket is fixed in the cabin of the aircraft, so they constitute a whole, which is treated by single rigid body mechanics. In the second stage, after the rocket is unlocked, it moves along the launch tube in the cabin. While sliding outside, the aircraft and rocket constitute a coupled system of two interacting rigid bodies. A dynamics model is established using Newton-Euler method for the two rigid body systems. When the aircraft launches the rocket, the throttle and elevator are fully deflected, so its pitch angle is increased while accelerating forward. The rocket will slide outward along the launch tube in the cabin under the action of its own gravity component and inertial force till separating from the aircraft. Finally, through numerical simulation, the paper analyzes the change of some important mechanical variables of the aircraft during air-launch, verifying the feasibility and safety of the aircraft's control strategy. The analysis results provide the data references for China's air-launch rocket technology in the future.

Key words: internally carried air-launch rocket; gravity air launch; multi-body coupling dynamics; Newton-Euler method; flight control

空射运载火箭是用载机将火箭携带至高空发射的一种方式, 在商用、军事等领域有广泛应用^[1]。

按照火箭在载机上的装载方式可分为下挂、背负、内装和拖曳 4 种常用形式^[2-3]。相较于传统陆基发

基金项目: 中央高校基本科研业务费青年科技创新基金(NT2020025)资助项目。

收稿日期: 2020-07-23; **修订日期:** 2020-10-20

通信作者: 韩艳铎, 男, 副教授, 硕士生导师, E-mail: hanyanhua@nuaa.edu.cn。

引用格式: 韩艳铎, 尹文博, 张勇. 内装式空射运载火箭重力出舱机箭耦合动力学分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, 52(6): 963-971. HAN Yanhua, YIN Wenbo, ZHANG Yong. Aircraft-rocket coupling dynamics for internally carried gravity air-launch method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2020, 52(6): 963-971.

射,空射具有如下优点:(1)无须复杂的地面发射设施和技术保障措施;(2)无须为进入特定轨道而等待发射窗口,载机可以将火箭携带至与目标轨道匹配的发射点,灵活选择发射航向;(3)不受地面发射场不良气候的影响,载机可以将火箭携带至天气晴好的空域发射;(4)无须担心火箭残骸坠落在人口稠密地区,载机可以将火箭携带至海上并选择商用航线稀疏的区域发射,大大提高了公共安全性;(5)高空发射,大气稀薄,大大减小了气动阻力所致的火箭燃耗,可以减小火箭结构重量,或者反过来说,采用相同尺寸的火箭,可以提高入轨的有效载荷质量^[4-7]。对于弹道导弹,采用空中平台发射还可以大大提高武器的生存率,有效增强战略反击能力。

在空射的4种形式中,内装式是将火箭固定在载机机舱内,载机到达预订发射空域后将火箭解锁空投,机-箭分离后再点火发射的一种技术^[8]。内装式发射不改变载机气动外形,不需要对载机进行大的技术改造,载机内部署的工程师随时监控火箭技术状态,出现异常可随时中止空射任务。鉴于这些优点,内装式空射备受军事航天强国的青睐。

根据运载火箭在载机内的装载方向,内装式空射分为前向发射(图1)和后向发射(图2)。当装载的火箭头部与载机机头方向一致时,称为前向发射;反之称为后向发射^[8]。后向发射通常将牵引伞系在火箭头部;前向发射可以不用牵引伞,如果采用了牵引伞,伞的尺寸也较小,将其系在火箭尾部。后向发射火箭出舱后,物伞系统动力学是稳定的,最终的平衡状态是火箭头部被牵引伞拖拽,火箭处于竖直状态,有利于点火发射,而前向发射火箭出舱后,物伞系统动力学是不稳定的,希望的火箭点火姿态是头部向上,而在伞的拖拽下不可能稳定在此状态,因此需要在恰当的时机断开伞绳,并在火箭姿控系统的干预下达到点火所要求的姿态角。这是前向发射相较于后向发射的缺点,但是前向发射的优点也是明显的:(1)火箭出舱过程中的速度损失小;(2)离舱后直至点火前的高度损失小。故在相同条件下,前向发射的运载火箭能量损失小,有助于提高发射能力。

内装式前向发射有一种特殊形式称作重力出舱(图3),即火箭不通过牵引伞的拖拽出舱,而是通过载机拉大俯仰角,火箭依靠自身重力沿载机舱壁的分量自行出舱,实现机-箭分离。这种出舱方式操作简单,可以利用现有型号的运输机作为载机,不依赖标准的重装空投专用设备和执行程序,且可最大限度地将在载机能量传递给火箭,提高入轨有效载荷的质量^[4]。

内装式发射,火箭出舱过程涉及复杂的两体

(载机和火箭)或多体(载机、火箭、牵引伞)耦合动力学,特别是火箭对载机稳定飞行的影响,事关任务成败和机组人员生命安全,是空射火箭的关键理论和技术问题。文献[9]为了掌握空射火箭分离过程中载机的纵向飞行品质,基于载机重心位置的变化特点,建立了纵向无量纲的线性化小扰动状态方程,利用时域分析方法对长、短周期模态特性进行了数值模拟,对照飞行品质规范与准则确定了飞行品质等级,得出了有益的结论。文献[10]专门研究了空射中的定向伞系统。

本文研究内装式重力出舱空射运载火箭的机-箭两体耦合动力学,在没有牵引伞辅助的情况下,为了让火箭快速出舱,减小风险,设计了一个载机飞行和操控的流程,最后进行了数值仿真验证。

传统的内装式出舱,特别是前向出舱,火箭出舱的最后阶段箭头翘起,有碰撞载机舱壁顶部的风险。本文设想,在载机机舱内固定一个发射筒,将火箭的运动限制在筒内,以排除上述风险。

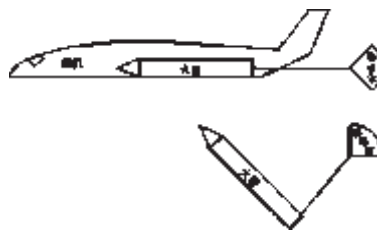


图1 内装式前向发射示意图

Fig.1 Sketch of internally carried forward launch

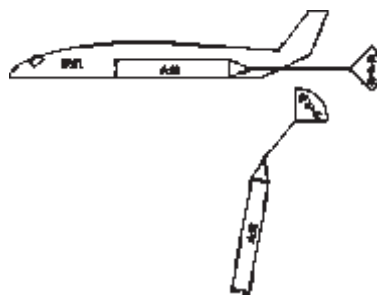


图2 内装式后向发射示意图

Fig.2 Sketch of internally carried backward launch



图3 内装式前向发射重力出舱示意图

Fig.3 Sketch of internally carried gravity forward launch

1 耦合动力学建模

空射火箭过程中,飞行纵向平面内的变量是主要的,因此本文仅研究该平面内的运动情况。

定义3个坐标系:地面惯性系 $o_A x_A y_A$ 、速度系 $o_B x_B y_B$ 和机体系 $o_C x_C y_C$ 。地面惯性系原点 o_A 在地面指定点, $o_A x_A$ 轴在载机飞行纵平面与地面的交线上,指向前方(飞行方向)为正, $o_A y_A$ 轴垂直于 $o_A x_A$ 轴且竖直向上为正;速度系原点 o_B 在载机质心, $o_B x_B$ 轴沿着载机飞行速度矢量方向, $o_B y_B$ 轴垂直于 $o_B x_B$ 轴且在竖直面内,向上为正;机体系原点 o_C 在载机质心, $o_C x_C$ 轴沿着载机机体纵轴,且指向机头方向为正, $o_C y_C$ 轴垂直于 $o_C x_C$ 且在载机纵向对称平面内,向上为正。

对于任何一个矢量 \mathbf{v} ,将其矢端平移到上述3个坐标系的原点,该矢量在3个坐标系下的投影分量(坐标)的列阵 $\mathbf{v}_A, \mathbf{v}_B, \mathbf{v}_C$ 之间满足如下变换关系

$$\begin{cases} \mathbf{v}_A = T_{AB} \mathbf{v}_B \\ \mathbf{v}_B = T_{BC} \mathbf{v}_C \\ \mathbf{v}_A = T_{AC} \mathbf{v}_C \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} T_{AB} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \\ T_{BC} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \\ T_{AC} = \begin{pmatrix} \cos\eta & -\sin\eta \\ \sin\eta & \cos\eta \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

式中: θ 、 α 、 η 分别表示载机的航迹倾角、迎角和姿态俯仰角,且有

$$\eta = \theta + \alpha \quad (3)$$

任何一个投影到速度系(非惯性系)的矢量 $\mathbf{v}_B = (v_1, v_2)^T$ 对时间的导数为

$$\frac{d\mathbf{v}_B}{dt} = (\dot{v}_1, \dot{v}_2)^T + \boldsymbol{\omega}_B^\times \cdot (v_1, v_2)^T \quad (4)$$

任何一个投影到载机本体系(非惯性系)的矢量 $\mathbf{v}_C = (v_1, v_2)^T$ 对时间的导数为

$$\frac{d\mathbf{v}_C}{dt} = (\dot{v}_1, \dot{v}_2)^T + \boldsymbol{\omega}_C^\times \cdot (v_1, v_2)^T \quad (5)$$

速度系相对于地惯系的角速度张量矩阵和载机本体系相对于地惯系的角速度张量矩阵分别为

$$\boldsymbol{\omega}_B^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\omega}_C^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中 ω_z 为载机姿态俯仰角速率。

本文使用下角标p和r分别表示载机和火箭;下角标A、B、C分别表示某一个矢量在地惯系、速度系和载机本体系的投影;上角标T表示矩阵的转置。

载机的质心运动学和姿态运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos\theta \\ \dot{y} = v \sin\theta \end{cases} \quad (8)$$

$$\dot{\eta} = \omega_z \quad (9)$$

式中: (x, y) 为载机质心在地面惯性系下的位置坐标,分别表示飞行纵程和飞行高度; v 为载机飞行速度。

载机和火箭的耦合动力学建模包括两部分:一是火箭锁止固定在机舱内的阶段,此时载机和火箭作为一个整体可以按照单刚体的动力学处理;二是火箭解锁后在机舱内相对滑行阶段,此时“载机-火箭”需按照两刚体相互作用动力学来处理。

首先建立火箭解锁前的载机-火箭动力学模型。

载机质心相对于地惯系原点的位矢为

$$\mathbf{r}_p = (x, y)_A^T \quad (10)$$

火箭质心相对于载机质心的位矢为

$$\mathbf{s}_r^p = (s_{rx}^p, s_{ry}^p)_C^T \quad (11)$$

设载机和火箭质量分别为 m_p 和 m_r ,则“载机-火箭”系统整体质心相对于载机质心的位矢为

$$\mathbf{s}_\Sigma^p = \frac{m_r}{m_p + m_r} \mathbf{s}_r^p \quad (12)$$

式中右下角标 Σ 表示载机和火箭组成的整体。

“载机-火箭”系统整体质心相对于地惯系原点的位矢为

$$\mathbf{r}_\Sigma = \mathbf{r}_p + \mathbf{s}_\Sigma^p \quad (13)$$

对于系统整体质心,根据牛顿第二定律有

$$m_\Sigma \frac{d^2 \mathbf{r}_\Sigma}{dt^2} = \mathbf{P} + \mathbf{G}_\Sigma + \mathbf{R} \quad (14)$$

其中载机发动机推力矢量、系统整体重力矢量和系统整体受到的气动力矢量(因为火箭内装在机舱内,故系统整体受到的气动力矢量实际上也是载机受到的气动力矢量)分别为

$$\mathbf{P} = (P, 0)_C^T \quad (15)$$

$$\mathbf{G}_\Sigma = [0, -(m_p + m_r)g]_A^T \quad (16)$$

$$\mathbf{R} = (-Q, Y)_B^T \quad (17)$$

式中: Q 为气动阻力大小; Y 为气动升力。

式(10)~(13)联立,得

$$\mathbf{r}_\Sigma = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_A + \begin{pmatrix} \frac{m_r}{m_p + m_r} s_{rx}^p \\ \frac{m_r}{m_p + m_r} s_{ry}^p \end{pmatrix}_C \quad (18)$$

将式(18)对时间求导,利用式(5)表示的非惯性系下的矢量求导规则,并注意到火箭锁止时, s_{rx}^p 和 s_{ry}^p 均为常值(其对时间导数为零),有

$$\frac{d\mathbf{r}_\Sigma}{dt} = \begin{pmatrix} v \cos\theta \\ v \sin\theta \end{pmatrix}_A + \begin{pmatrix} -\frac{m_r}{m_p + m_r} s_{ry}^p \omega_z \\ \frac{m_r}{m_p + m_r} s_{rx}^p \omega_z \end{pmatrix}_C \quad (19)$$

将式(19)对时间求导,并利用和上面相同的方法,有

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_\Sigma}{dt^2} = \left(\dot{v} \cos \theta - v \dot{\theta} \sin \theta \right)_A + \left(-\frac{m_r}{m_p + m_r} s_{ry}^p \dot{\omega}_z - \frac{m_r}{m_p + m_r} s_{rx}^p \omega_z^2 \right)_C + \left(\frac{m_r}{m_p + m_r} s_{rx}^p \dot{\omega}_z - \frac{m_r}{m_p + m_r} s_{ry}^p \omega_z^2 \right)_C \quad (20)$$

利用式(1)和(2),将其投影到速度系下,有

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_\Sigma}{dt^2} = \left[\begin{array}{l} \dot{v} - \frac{\dot{\omega}_z m_r}{m_p + m_r} (s_{rx}^p \sin \alpha + s_{ry}^p \cos \alpha) - \frac{\omega_z^2 m_r}{m_p + m_r} (s_{rx}^p \cos \alpha - s_{ry}^p \sin \alpha) \\ v \dot{\theta} + \frac{\dot{\omega}_z m_r}{m_p + m_r} (s_{rx}^p \cos \alpha - s_{ry}^p \sin \alpha) - \frac{\omega_z^2 m_r}{m_p + m_r} (s_{rx}^p \sin \alpha + s_{ry}^p \cos \alpha) \end{array} \right]_B \quad (21)$$

式(15)~(17)相加并利用式(1)和(2),统一投影到速度系下,得

$$\mathbf{P} + \mathbf{G}_\Sigma + \mathbf{R} = \left[\begin{array}{l} P \cos \alpha - (m_p + m_r) g \sin \theta - Q \\ P \sin \alpha - (m_p + m_r) g \cos \theta + Y \end{array} \right]_B \quad (22)$$

将式(21)和(22)代入式(14),得

$$\left\{ \begin{array}{l} (m_p + m_r) \dot{v} - \dot{\omega}_z m_r (s_{rx}^p \sin \alpha + s_{ry}^p \cos \alpha) = \omega_z^2 m_r (s_{rx}^p \cos \alpha - s_{ry}^p \sin \alpha) - (m_p + m_r) g \sin \theta + P \cos \alpha - Q \\ (m_p + m_r) v \dot{\theta} + \dot{\omega}_z m_r (s_{rx}^p \cos \alpha - s_{ry}^p \sin \alpha) = \omega_z^2 m_r (s_{rx}^p \sin \alpha + s_{ry}^p \cos \alpha) - (m_p + m_r) g \cos \theta + P \sin \alpha + Y \end{array} \right. \quad (23)$$

设载机关于自身质心的俯仰转动惯量为 I_p , 火箭关于自身质心的俯仰转动惯量为 I_r 。根据转动惯量移轴公式, 载机和火箭分别关于系统整体质心的俯仰转动惯量为

$$I_p^\Sigma = I_p + m_p \|s_\Sigma^p\|^2 \quad (24)$$

$$I_r^\Sigma = I_r + m_r \|s_\Sigma^r\|^2 \quad (25)$$

式中系统整体质心相对于火箭质心的位矢为

$$\mathbf{s}_\Sigma^r = \mathbf{s}_\Sigma^p - \mathbf{s}_r^p \quad (26)$$

系统整体关于自身质心的俯仰转动惯量为

$$I_\Sigma = I_p^\Sigma + I_r^\Sigma \quad (27)$$

式(11), (12), (24)~(27)联立, 得

$$I_\Sigma = I_p + I_r + \frac{m_p m_r}{m_p + m_r} (s_{rx}^p{}^2 + s_{ry}^p{}^2) \quad (28)$$

系统整体在俯仰通道的姿态动力学方程为

$$I_\Sigma \dot{\omega}_z = M_p^\Sigma + M_R^\Sigma \quad (29)$$

式中: M_p^Σ 和 M_R^Σ 分别为载机发动机推力 P 关于系统整体质心的俯仰力矩和载机空气动力关于系统整体质心的俯仰力矩, 其中右下角标 P 表示发动机推力。

假设发动机推力矢量过载机质心, 则其关于载机质心的力矩为零, 但关于系统整体质心的力矩矢量 M_p^Σ 非零, 应为

$$M_p^\Sigma = c_3 M_p^\Sigma = -s_\Sigma^p \times P \quad (30)$$

载机空气动力 R 关于自身质心的力矩矢量为 M_R^p , 但是关于系统整体质心的力矩矢量应在此基础上修正为

$$M_R^\Sigma = c_3 M_R^\Sigma = M_R^p - s_\Sigma^p \times R \quad (31)$$

$$M_R^p = c_3 M_R^p \quad (32)$$

式中: c_3 为载机本体系中 z 轴方向的单位矢量; M_R^p 为 M_R^Σ 在 z 轴上的投影分量。因为本文仅研究载机在纵向平面内的运动, 所以前面在定义坐标系时仅提到了该平面内的 x 和 y 轴, z 轴垂直于飞行纵平面, 且其正方向按照右手规则确定。

式(11), (12), (15), (17), (28)~(32)联立, 并通过式(1)和(2)将相关的矢量全部变换到载机本体系下, 得到姿态俯仰动力学方程, 即有

$$\left[I_p + I_r + \frac{m_p m_r}{m_p + m_r} (s_{rx}^p{}^2 + s_{ry}^p{}^2) \right] \dot{\omega}_z = \frac{m_r}{m_p + m_r} s_{ry}^p P + M_R^p - \frac{m_r}{m_p + m_r} [s_{rx}^p (Q \sin \alpha + Y \cos \alpha) + s_{ry}^p (Q \cos \alpha - Y \sin \alpha)] \quad (33)$$

以上完成了火箭锁止固定在载机内时的飞行动力学建模。

下面推导火箭解锁后在机舱内相对滑行阶段的系统动力学方程。

载机质心动力学方程为

$$m_p \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{P} + \mathbf{G}_p + \mathbf{R} + \mathbf{f} \quad (34)$$

式中载机质心相对于地惯系原点的速度矢量、载机自身重力和火箭对载机的作用力矢量分别为

$$\mathbf{v} = (v, 0)_B^T \quad (35)$$

$$\mathbf{G}_p = (0, -m_p g)_A^T \quad (36)$$

$$\mathbf{f} = (f_1, f_2)_C^T \quad (37)$$

式中: f_1 为滑动摩擦力, 沿发射筒舱壁; f_2 为正压力, 垂直于发射筒壁。

将式(15), (17), (35)~(37)代入式(34), 利用式(4)表示的非惯性系下的矢量求导规则, 并通过式(1)和(2)将各矢量均投影到速度系下, 得到

$$\left\{ \begin{array}{l} m_p \dot{v} = P \cos \alpha - m_p g \sin \theta - Q + f_1 \cos \alpha - f_2 \sin \alpha \\ m_p v \dot{\theta} = P \sin \alpha - m_p g \cos \theta + Y + f_1 \sin \alpha + f_2 \cos \alpha \end{array} \right. \quad (38)$$

火箭质心动力学模型为

$$m_r \frac{d^2 \mathbf{r}_r}{dt^2} = \mathbf{G}_r - \mathbf{f} \quad (39)$$

式中火箭质心相对于地惯系原点的位矢和火箭重

力矢量分别为

$$\mathbf{r}_r = \mathbf{r}_p + \mathbf{s}_r^p \quad (40)$$

$$\mathbf{G}_r = (0, -m_r g)^T_A \quad (41)$$

将式(40)对时间求一阶导数

$$\frac{d\mathbf{r}_r}{dt} = \mathbf{v} + \frac{d}{dt} \mathbf{s}_r^p \quad (42)$$

将式(11)和(35)代入式(42),利用式(5)表示的非惯性系下的矢量求导规则,并注意到载机在机舱内滑行时, \mathbf{s}_{rx}^p 为变化的,而 \mathbf{s}_{ry}^p 是定常的,可得

$$\frac{d\mathbf{r}_r}{dt} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}_B + \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{s}}_{rx}^p - \mathbf{s}_{ry}^p \omega_z \\ \mathbf{s}_{rx}^p \omega_z \end{pmatrix}_C \quad (43)$$

将式(43)对时间求一阶导数,利用式(4)和(5)表示的非惯性系下的矢量求导规则,并且通过式(1),(2)将所有矢量变换到速度系下,有

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_r}{dt^2} = \begin{bmatrix} \dot{v} + \ddot{\mathbf{s}}_{rx}^p \cos \alpha - 2\dot{\mathbf{s}}_{rx}^p \omega_z \sin \alpha - \dot{\omega}_z (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha) - \omega_z^2 (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha) \\ v\dot{\theta} + \ddot{\mathbf{s}}_{rx}^p \sin \alpha + 2\dot{\mathbf{s}}_{rx}^p \omega_z \cos \alpha + \dot{\omega}_z (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha) - \omega_z^2 (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha) \end{bmatrix}_B \quad (44)$$

通过式(1)和(2),将 \mathbf{G}_r 和 \mathbf{f} 全部变换到速度系下,得

$$\mathbf{G}_r - \mathbf{f} = \begin{pmatrix} -m_r g \sin \theta - f_1 \cos \alpha + f_2 \sin \alpha \\ -m_r g \cos \theta - f_1 \sin \alpha - f_2 \cos \alpha \end{pmatrix}_B \quad (45)$$

将式(44)和(45)代入式(39),得

$$\begin{cases} m_r [\dot{v} + \ddot{\mathbf{s}}_{rx}^p \cos \alpha - 2\dot{\mathbf{s}}_{rx}^p \omega_z \sin \alpha - \dot{\omega}_z (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha) - \omega_z^2 (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha)] = -m_r g \sin \theta - f_1 \cos \alpha + f_2 \sin \alpha \\ m_r [v\dot{\theta} + \ddot{\mathbf{s}}_{rx}^p \sin \alpha + 2\dot{\mathbf{s}}_{rx}^p \omega_z \cos \alpha + \dot{\omega}_z (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha) - \omega_z^2 (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha)] = -m_r g \cos \theta - f_1 \sin \alpha - f_2 \cos \alpha \end{cases} \quad (46)$$

载机在俯仰通道的姿态动力学模型为

$$I_p \dot{\omega}_z = M_R^p + M_I^p \quad (47)$$

式中: M_I^p 为火箭对载机的作用力矢量 \mathbf{f} 关于载机本体质心的俯仰力矩分量。

火箭在俯仰通道的姿态动力学模型为

$$I_r \dot{\omega}_z = M_I^r \quad (48)$$

式中 M_I^r 为载机对火箭的反作用力矢量 $-\mathbf{f}$ 关于火箭质心的俯仰力矩分量,有

$$\mathbf{M}_I^r = \mathbf{s}_r^p \times \mathbf{f} - \mathbf{M}_I^p \quad (49)$$

$$\mathbf{M}_I^r = \mathbf{c}_3 \mathbf{M}_I^r \quad (50)$$

$$\mathbf{M}_I^p = \mathbf{c}_3 \mathbf{M}_I^p \quad (51)$$

$$\mathbf{s}_r^p \times \mathbf{f} = \begin{pmatrix} s_{rx}^p \\ s_{ry}^p \end{pmatrix}_C \times \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}_C = \mathbf{c}_3 (s_{rx}^p f_2 - s_{ry}^p f_1) \quad (52)$$

将式(49)~(52)代入式(48)得

$$I_r \dot{\omega}_z = s_{rx}^p f_2 - s_{ry}^p f_1 - M_I^p \quad (53)$$

滑动摩擦力 f_1 和正压力 f_2 的关系为

$$f_1 = \text{sgn}(\dot{s}_{rx}^p) \mu |f_2| \quad (54)$$

式中常值 μ 为火箭和发射筒壁之间的滑动摩擦系数。

至此,完成了“载机-火箭”系统耦合动力学模型初步推导。

当火箭固定于载机机舱内时,两者构成一个整体(单刚体),在载机飞行纵向平面内共有3个运动自由度,式(8),(9)提供,3个运动学方程,式(23),(33)提供,3个独立完备的动力学方程,故式(8),(9),(23),(33)联立即可进行数值仿真计算。

当火箭解锁后相对于载机滑行时,是一个两刚体耦合系统,在载机飞行纵向平面内共有4个运动自由度(载机的3个自由度加上火箭相对滑行运动自由度),因此需要4个独立完备的动力学方程。式(38),(46),(47),(53),(54)提供了7个方程,但是其中含有3个内力(力矩)即 f_1, f_2, M_I^p , 因此需要从上述7个方程中消去这3个内力(力矩)。消元损失3个方程,最后剩下4个独立完备的动力学方程,刚好可以描述耦合系统的四自由度运动。限于篇幅,消元过程从略,结果如下。

前3个方程为

$$\begin{cases} (m_p + m_r) \dot{v} - m_r \dot{\omega}_z (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha) + m_r \ddot{\mathbf{s}}_{rx}^p \cos \alpha = m_r \omega_z^2 (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha) + 2m_r \dot{\mathbf{s}}_{rx}^p \omega_z \sin \alpha - (m_p + m_r) g \sin \theta + P \cos \alpha - Q \\ (m_p + m_r) v \dot{\theta} + m_r \dot{\omega}_z (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha) + m_r \ddot{\mathbf{s}}_{rx}^p \sin \alpha = m_r \omega_z^2 (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha) - 2m_r \dot{\mathbf{s}}_{rx}^p \omega_z \cos \alpha - (m_p + m_r) g \cos \theta + P \sin \alpha + Y \\ m_p \dot{v} (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha) - m_p v \dot{\theta} (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha) + (I_p + I_r) \dot{\omega}_z = m_p g (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \eta - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \eta) + \mathbf{s}_{ry}^p P - Q (\mathbf{s}_{rx}^p \sin \alpha + \mathbf{s}_{ry}^p \cos \alpha) - Y (\mathbf{s}_{rx}^p \cos \alpha - \mathbf{s}_{ry}^p \sin \alpha) + M_R^p \end{cases} \quad (55)$$

第4个方程需要分两种情况列写:

(1) 当 $f_2 \leq 0$ 时

$$m_p \dot{v} [\cos \alpha - \text{sgn}(\dot{s}_{rx}^p) \mu \sin \alpha] +$$

$$\begin{aligned} m_p v \dot{\theta} [\operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \cos \alpha + \sin \alpha] = \\ -m_p g [\operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \cos \eta + \sin \eta] + P - \\ Q [\cos \alpha - \operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \sin \alpha] + \\ Y [\operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \cos \alpha + \sin \alpha] \end{aligned} \quad (56a)$$

(2) 当 $f_2 > 0$ 时

$$\begin{aligned} m_p v \dot{\theta} [\cos \alpha + \operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \sin \alpha] - \\ m_p v \dot{\theta} [\operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \cos \alpha - \sin \alpha] = \\ m_p g [\operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \cos \eta - \sin \eta] + \\ P - Q [\cos \alpha + \operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \sin \alpha] - \\ Y [\operatorname{sgn}(\dot{s}_{tx}^p) \mu \cos \alpha - \sin \alpha] \end{aligned} \quad (56b)$$

式中内力

$$\begin{aligned} f_2 = -m_p \dot{v} \sin \alpha + m_p v \dot{\theta} \cos \alpha + \\ m_p g \cos \eta - Q \sin \alpha - Y \cos \alpha \end{aligned} \quad (57)$$

由式(38)中的两个方程消去 f_1 而解得。

这样,式(8)和(9)再加上

$$\frac{ds_{tx}^p}{dt} = \dot{s}_{tx}^p \quad (58)$$

共4个运动学方程,联立式(55),(56a)或(56b)形成8个状态方程,刚好用于描述火箭解锁后相对于载机滑行的四自由度耦合动力学系统。

为了将方程闭合起来,尚需补充发动机推力、气动阻力、气动升力及载机气动力矩的计算公式

$$P = P_0 + k_{thro} \delta_{thro} \quad (59)$$

$$q = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (60)$$

$$\begin{cases} Q = q S C_Q \\ C_Q = C_{Q0} + C_{Q\alpha}^a \alpha^2 + C_{Q\alpha}^{\delta_{stb}} (\alpha + \delta_{stb})^2 \end{cases} \quad (61)$$

$$\begin{cases} Y = q S C_Y \\ C_Y = C_{Y0} + C_{Y\alpha}^a \alpha + C_{Y\alpha}^{\delta_{stb}} (\alpha + \delta_{stb}) \end{cases} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} M_R^p = q S l [m_z^a \alpha + m_z^{\delta_{stb}} (\alpha + \delta_{stb}) + \\ m_z^{\omega_z} \omega_z + m_z^{\delta_e} (\alpha + \delta_e)] \end{aligned} \quad (63)$$

式中: P_0 为载机油门偏度为零时的推力,事先给定; δ_{thro} 为油门偏度(控制输入); k_{thro} 为比例常数,事先给定; ρ 为大气密度; q 为动压头; S 和 l 分别为载机气动特征面积和特征长度; C_Q 和 C_Y 分别为气动阻力系数和升力系数; δ_{stb} 和 δ_e 分别为载机水平安定面偏角和升降舵偏角(δ_e 为控制输入); C_{Q0} , $C_{Q\alpha}^a$, $C_{Q\alpha}^{\delta_{stb}}$, C_{Y0} , $C_{Y\alpha}^a$, $C_{Y\alpha}^{\delta_{stb}}$, m_z^a , $m_z^{\delta_{stb}}$, $m_z^{\omega_z}$, $m_z^{\delta_e}$ 为载机气动导数。至此,形成了以 δ_{thro} 、 δ_e 为控制输入的闭合的、完备的飞行力学方程组,可直接用于数值仿真计算。

2 空射过程载机的操纵

载机空射火箭的工作流程分为以下4个阶段:

第一阶段,火箭固定在载机机舱内,载机在设定的高度和速度进行巡航飞行;第二阶段,火箭仍然固定,载机油门和升降舵满偏,载机加速飞行的同时,拉大姿态俯仰角,为火箭解锁出舱做准备;第三阶段,当载机的姿态俯仰角达到预设的门限值 η_{switch} 时,火箭解锁,载机油门和升降舵继续满偏,加速飞行的同时继续加大载机姿态俯仰角,火箭在自身重力沿载机纵轴的分量,以及载机加速飞行引起的(等效)惯性力的作用下,在载机机舱内加速向外(后)滑行;第四阶段,当火箭的头部脱离载机舱尾时,火箭与载机分离,载机油门继续满偏,但是升降舵反向满偏(下偏),以减小其姿态俯仰角,为进入新的平飞做准备,亦可使载机以最大速度拉开与火箭的距离,减小对火箭的气动干扰,远离火箭点火位置,保障载机自身安全。

3 数值仿真

仿真入口(部分)参数如表1所示。表1中 v^* 表示载机携带火箭(投射前)平飞时指定的飞行速度。 s_{max} 为火箭在载机机舱内的最大滑行距离,如果火箭在固定阶段时箭尾与载机舱尾平齐,则其等于火箭自身长度。

表1 仿真入口参数

Table 1 Input parameters for simulation	
参数	数值
m_p/kg	2×10^5
$I_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	9×10^6
S/m^2	75
l/m	20
$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	0.4135
$v^*/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	255
$\eta_{switch}/(^{\circ})$	35
m_r/kg	8×10^4
$I_r/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1.6×10^6
s_{max}/m	30
μ	0.005

根据仿真入口参数,首先计算出载机携带火箭巡航时的配平参数如下:配平油门偏角 $\delta_{thro}^* = 5.44^{\circ}$,配平迎角 $\alpha^* = 21.34^{\circ}$,配平水平安定面偏角 $\delta_{stb}^* = -39.13^{\circ}$ 。

飞行过程仿真结果如图4—16所示。每幅图中,仿真曲线用4种线型(实线、虚线、点线和点划线)分别表示空射火箭工作流程的4个阶段,各阶段的衔接处用小三角形、小方框和小圆圈进行标识。各图显示:在第一阶段,载机以配平状态平

飞。第二阶段载机油门满偏,同时升降舵负向满偏,将机头拉起,所以该阶段载机姿态俯仰角、航迹倾角均单调增加,飞行速度先是增加,后随着航迹倾角增长,发动机推力不足以抵抗重力沿航迹切向的分量,飞行速度有所降低,该阶段拉起机头为火箭解锁滑行做准备,当载机姿态俯仰角达到预设值 35° 时火箭解锁。第三阶段火箭解锁后,因载机姿态俯仰角为正,形成一个坡面,同时载机继续以最大推力加速飞行,从而火箭在自身重力沿“机舱”坡面分量的作用和惯性力的作用下,加速向外(后)滑行,其相对滑行距离和滑行速度显示于图13,14。图8,14显示,滑行出舱始于11.23 s,结束于13.70 s,耗时约2.47 s。火箭最后与载机的相对分离速度达到 -25.15 m/s,载机姿态俯仰角(同时也是火箭姿态俯仰角)达到 41.09° ,这个角度有利于火箭与载机分离后快速进入竖直点火状态。图15,16显示了火箭滑行过程中对载机的正压力和滑动摩擦力变化曲线。第四阶段载机抛掉火箭后,油门满偏以尽快脱离火箭点火空域,再考虑到火箭与载机分离时的相对速度高达 25.15 m/s,所以载机安全可以保证。载机升降舵正向满偏,以产生低头力矩,尽快将载机的姿态俯仰角和迎角降下来,为进入新的平飞状态做准备。

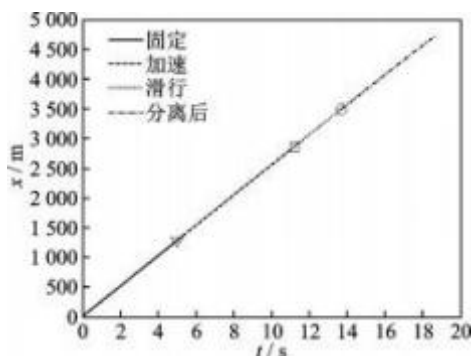


图4 载机飞行纵程

Fig.4 Flight longitudinal range of aircraft

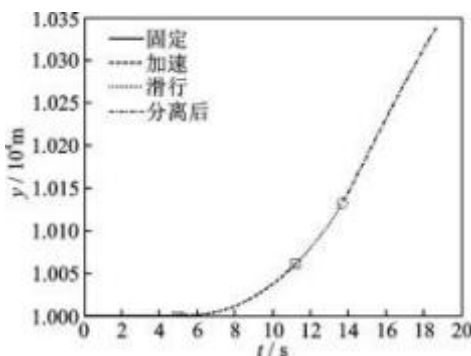


图5 载机飞行高度

Fig.5 Flight height of aircraft

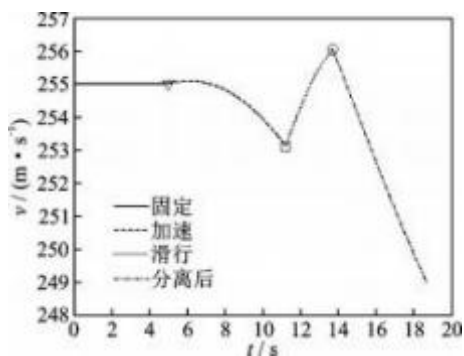


图6 载机飞行速度

Fig.6 Flight velocity of aircraft

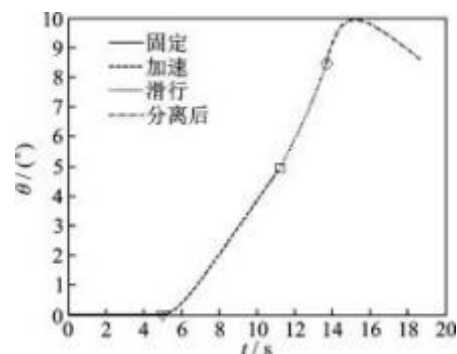


图7 载机飞行航迹倾角

Fig.7 Flight path angle of aircraft

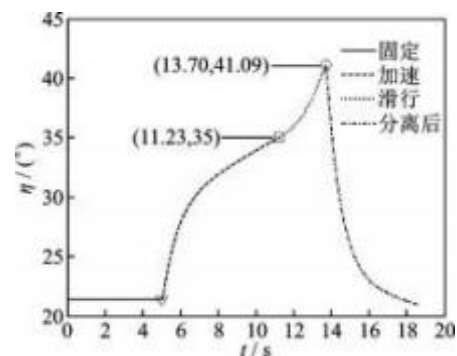


图8 载机姿态俯仰角

Fig.8 Pitch angle of aircraft

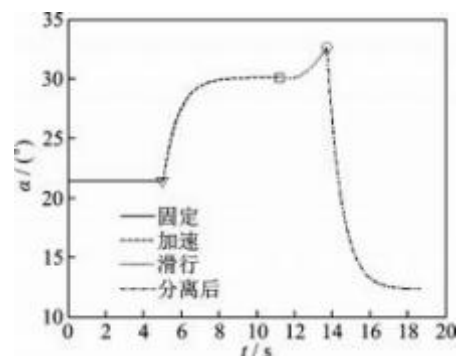


图9 载机迎角

Fig.9 Attack angle of aircraft

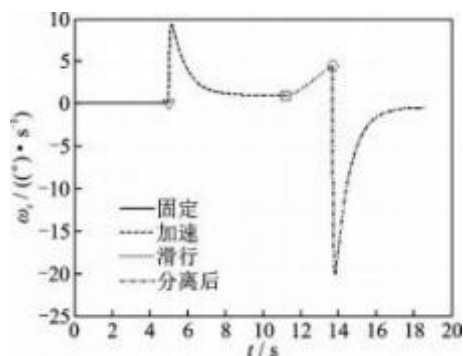


图 10 载机姿态俯仰角速度

Fig.10 Pitch angle rate of aircraft

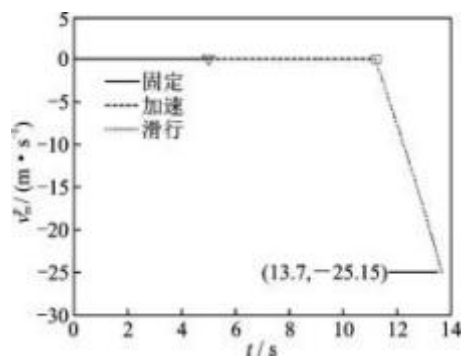


图 14 火箭在载机舱内的相对滑行速度

Fig.14 Relative sliding velocity of rocket in aircraft

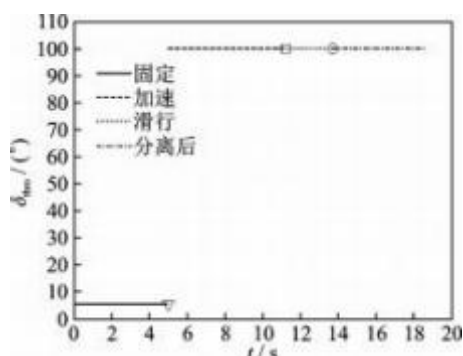


图 11 载机油门偏度

Fig.11 Throttle opening of aircraft

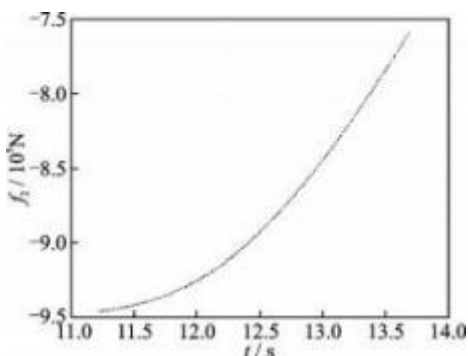


图 15 解锁后滑行过程中火箭对载机的正压力分量

Fig.15 Normal pressure acted on aircraft by rocket during sliding

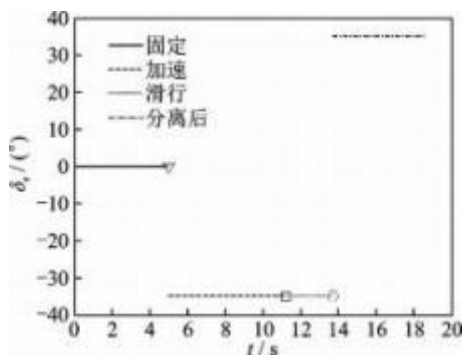


图 12 载机升降舵偏度

Fig.12 Elevator angle of aircraft

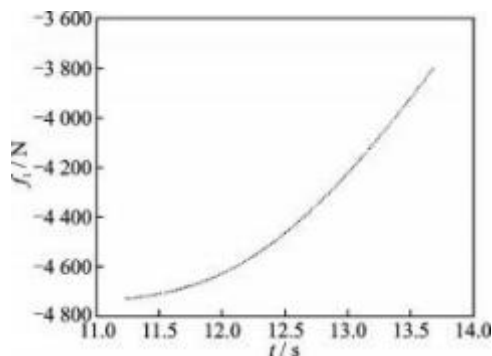


图 16 解锁后滑行过程中火箭对载机的摩擦力分量

Fig.16 Friction acted on aircraft by rocket during sliding

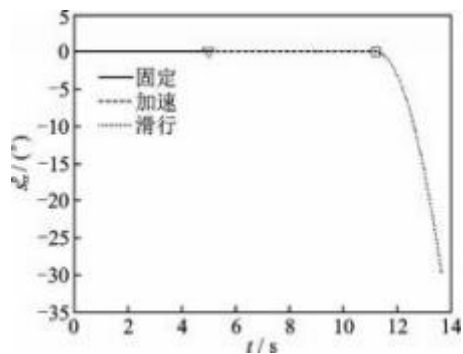


图 13 火箭在载机舱内的相对滑行位移

Fig.13 Relative sliding displacement of rocket in aircraft

4 结 论

本文研究了内装式空射运载火箭重力出舱过程中载机和火箭的两体耦合动力学建模与分析。为了避免火箭出舱的最后阶段,箭头上翘与载机货舱顶部发生碰撞而造成危险,本文设想在载机机舱内固定一个发射筒,将火箭出舱运动完全约束在发射筒内。建模针对两个阶段:第一阶段,火箭固定,载机与火箭形成一个整体,按照单刚体的方法建模,但是载机发动机推力和气动力对“载机-火箭”整体质心的矩不同于对载机质心的矩,故需要重新计算;第二阶段,火箭解锁后在发射筒内向外滑行,载机

和火箭形成两刚体耦合动力学系统,本文采用牛顿-欧拉法建立了完备的微分-代数方程组,然后通过消元处理,得到独立完备的状态方程组,供数值仿真编程使用。

空射过程载机的操纵流程分为四个阶段:第一阶段,火箭固定在载机内,载机携火箭以配平状态平飞;第二阶段,火箭固定,载机油门和升降舵满偏,拉大载机姿态俯仰角,当俯仰角达到预设阈值时,火箭解锁;第三阶段,火箭解锁,载机油门和升降舵仍然满偏,火箭在自身重力作用下出舱,并且由于载机加速前飞,火箭受到向后的惯性力,加快了其出舱过程,以最大限度减小对载机的不利影响,当火箭离舱时,已经具备一定的姿态俯仰角和角速度,有利于快速进入点火发射状态;第四阶段,机-箭分离后,载机油门继续满偏,尽快脱离火箭点火空域,同时升降舵正向满偏,产生低头力矩,尽快将载机的姿态俯仰角和迎角降下来,为进入新的平飞状态做准备,该阶段火箭的姿控和点火不在本文研究范围内,故未提及。

数值仿真结果验证了载机操控策略的可行性和安全性,可为未来中国空射运载火箭技术设计提供数据参考。

参考文献:

- [1] JOHN W K, CHARLES E R, GREGORY T B, et al. Motivation for air-launch: Past, present, and future [C]//Proceedings of AIAA Space and Astronautics Forum and Exposition. Orlando, USA: AIAA, 2017.
- [2] 张久星, 张登成, 朱和铨, 等. 基于ADAMS的内装式空射运载火箭分离过程动力学分析[J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(2): 153-156.
ZHANG Jiuxing, ZHANG Dengcheng, ZHU Hequan, et al. Dynamic analysis of internally carried air-launched launch vehicle separation from aircraft based on ADAMS [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2011, 31(2): 153-156.
- [3] SARIGUL-KLIJN M M, SARIGUL-KLIJN N, HUDSON G C, et al. A new air launch concept: Vertical air launch sled (VALS) [C]//Proceedings of AIAA Space 2012 Conference & Exposition. Pasadena, USA: AIAA, 2012: 1-14.
- [4] MARTI S K, NESRIN S K, GARY C H, et al. Flight testing of a gravity air launch method to enable responsive space access [C]//Proceedings of AIAA Space 2007 Conference & Exposition. Long Beach, USA: AIAA, 2007: 1-10.
- [5] GAO Bo, TANG Shuo, XU Zhi. Separation modeling of the internal air-launch rocket from a cargo aircraft [C]//Proceedings of the 21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference. Xiamen, China: AIAA, 2017: 1-11.
- [6] YUICHI N, TAKASHI A, SEIJI M. Japanese air launch system concept and test plan [C]//Proceedings of AIAA Aerodynamic Decelerator Systems (ADS) Conference. Daytona Beach, USA: AIAA, 2013: 1-11.
- [7] MARTI S K, NESRIN S K. A study of air launch methods for RLVs [C]//Proceedings of AIAA 2001 Space Conference and Exposition. Albuquerque, USA: AIAA, 2001: 1-16.
- [8] 张登成, 闫杰, 张久星. 内装式空射运载火箭与载机分离研究[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(5): 158-161.
ZHANG Dengcheng, YAN Jie, ZHANG Jiuxing. Study on internally carried air-launched launch vehicle separation from aircraft [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(5): 158-161.
- [9] 张艳华, 张登成, 张久星, 等. 内装式空射运载火箭与载机分离过程的纵向飞行品质研究[J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(6): 190-192.
ZHANG Yanhua, ZHANG Dengcheng, ZHANG Jiuxing, et al. The study on longitudinal flight quality during separation of built-in air-launched launch vehicle from launch aircraft [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2011, 31(6): 190-192.
- [10] RANDY L T, DAVID G T, BOB M. Flight testing a parachute orientation system to air launch rockets into low earth orbit [C]//Proceedings of the 19th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar. Williamsburg, USA: AIAA, 2007: 1-21.

(编辑:孙静)