# 助推段防御比例导引法研究

# 贾杰,刘永士,贾琼

(南昌航空大学信息工程学院,江西南昌 330063)

摘 要:基于助推段防御和比例导引法,分析了拦截弹与目标导弹的相对运动关系并给出了比例导引方程;采用差分法分析了拦截弹与目标导弹的位置关系、构建了数学模型并推导了拦截弹的差分方程;以拦截时间和拦截弹道为研究对象,分析了拦截弹的速度和比例系数对拦截时间和拦截弹道的影响,并对比例导引法的拦截弹道进行了三维仿真。仿真结果表明,助推段防御使用变系数比例导引法,可有效缓解拦截时间与拦截弹机动性之间的矛盾。

关键词:助推段防御;比例导引法;差分法;拦截时间;拦截弹道

中图分类号: TJ765.3 文献标识码: A 文章编号: 1002-0853(2012) 04-0354-03

### 引言

随着导弹研究技术的发展,导弹的攻击能力和突防能力越来越强,各国研制的导弹一般都具备攻击距离远、飞行速度快和命中精度高等特点,有的甚至还装备了多弹头和核弹头,因此,导弹防御的研究备受各国的关注。目前,国内外主要对中段和末段防御进行了研究,而对助推段防御的研究还很少,国外在提出助推段防御概念的同时,已将其作为战区导弹防御系统的一部分,并对助推段导弹运动轨迹的探测、拦截算法和数值模拟都进行了研究,对拦截过程进行了仿真。国内对助推段防御的研究比较肤浅,系统建模和仿真尚未完成[1-2]。

本文将比例导引法应用到助推段防御当中,分析了比例系数和拦截弹的速度对拦截时间和拦截弹道的影响。

## 1 助推段防御

助推段防御是指拦截刚发射不久、仍处于助推 飞行中的导弹<sup>[3]</sup>。与中段防御和再入段防御相比较 而言。助推段防御有其独特的优势。

在助推段,目标导弹的固体火箭发动机一直工作着,尾焰亮度比较明显,这样目标导弹很容易被红外探测器探测到;弹头和诱饵与弹体尚未分离,此时目标导弹还是一个整体,防御系统所拦截的目标只是一个,可避免弹头和诱饵识别问题;目标导弹的飞行速度慢、雷达散射截面大及无法实施有效的对抗;目标导弹还在敌国上空飞行,因此,拦截一旦成功,爆炸所产生的碎片会落在敌方领土上面,可以造成

不可预知的结果,尤其对使用生物武器、化学武器和 核武器的国家<sup>[2-3]</sup>。

不过,助推段防御也存在缺点,主要是目标导弹助推段持续时间比较短,一般只持续几分钟,因此,防御时间比较短,当助推时间缩短到一定程度后,防御几乎就不可能了<sup>[2]</sup>。

总之,尽管助推段防御存在缺点,但对导弹防御而言,助推段防御还是一种效率比较高的防御方式,即使拦截失败,仍可以在目标导弹的中段和再入段继续进行防御,对导弹防御具有多重意义。

## 2 比例导引法

比例导引法是指拦截弹在飞向目标导弹的过程 中 拦截弹速度向量的旋转角速度与目标视线的旋 转角速度成比例的导引方法<sup>[4]</sup>。

二维铅垂平面中,拦截弹与目标导弹的相对运动关系如图 1 所示。图中 P 为拦截弹; T 为目标导

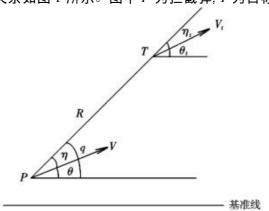


图 1 拦截弹与目标导弹相对运动关系

收稿日期: 2011-10-28; 修订日期: 2012-03-13

作者简介: 贾杰(1972-) 男 河南新乡人 副教授 博士 研究方向为飞行器导航、制导与控制 航空航天测试技术; 刘永士(1982-) 男 河北沧州人 硕士研究生 研究方向为导航、制导与控制。

弹; V 为拦截弹的速度;  $V_i$  为目标导弹的速度;  $\theta$  为拦截弹的弹道倾角;  $\theta_i$  为目标导弹的弹道倾角, 基准线逆时针旋转到各自的速度向量时, 弹道倾角为正, 反之为负;  $\eta$  为拦截弹的速度前置角;  $\eta_i$  为目标导弹的速度前置角, 速度向量逆时针旋转到目标视线时, 速度前置角为正, 反之为负; R 为拦截弹与目标导弹的相对距离; q 为视线角, 基准线逆时针旋转到目标视线时, 视线角为正, 反之视线角为负 [5-6]。

#### 比例导引法导引方程:

$$d\theta/dt = Kdq/dt \tag{1}$$

式中 K 为比例系数;  $d\theta/dt$  为拦截弹的弹道倾角的旋转角速度; dq/dt 为视线角的旋转角速度<sup>[6]</sup>。

# 3 数学模型与仿真

采用差分法进行仿真时,求出每隔一段时间的 拦截弹与目标导弹的离散三维坐标,依此绘制出拦 截弹道,并得出拦截时间<sup>[7]</sup>。

#### 3.1 数学模型

拦截弹与目标导弹在同一平面中运动,拦截开始时,拦截弹所在位置为原点,建立空间直角坐标系。仿真步长为t;  $P_k$  为第k 个仿真步长时拦截弹的空间位置;  $T_k$  为第k 个仿真步长时目标导弹的空间位置; s 为拦截弹在一个仿真步长内的运动距离;  $s_k$  为目标导弹在一个仿真步长内的运动距离; R(k) 为第k 个仿真步长时拦截弹与目标导弹的距离;  $(x, y, z_k)$  为目标导弹的空间坐标。拦截弹与目标导弹的位置关系如图  $2^{[79]}$  所示。

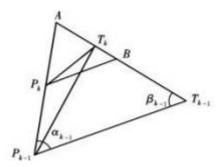


图 2 拦截弹与目标导弹的位置关系

图中 A 为  $P_{k-1}P_k$  和  $T_{k-1}T_k$  延长线的交点 ,空间坐标为( $x_1$   $y_1$   $z_1$ );  $T_{k-1}T_k=s_t=V_tt$  , $P_{k-1}P_k=s=Vt$ ; 作  $P_{k-1}T_{k-1}$ 的平行线  $P_kB$  ,设  $P_{k-1}T_k=c$   $AP_{k-1}=c_1$   $AT_{k-1}=c_2$   $P_kT_k=c_3$  。

由几何知识可知:

$$R(k) = [(x_t(k) - x(k))^2 + (y_t(k) - y(k))^2 + (z_t(k) - z(k))^2]^{1/2}$$
(2)

$$c = \left[ \left( x_{i}(k) - x(k-1) \right)^{2} + \left( y_{i}(k) - y(k-1) \right)^{2} + \left( z_{i}(k) - z(k-1) \right)^{2} \right]^{1/2}$$
(3)

$$\beta_{k-1} = \arccos\left\{\frac{[R(k-1)]^2 + s_t^2 - c^2}{2[R(k-1)]s_t}\right\} \quad (4)$$

由于  $\Delta q$  不能直接计算得出 不妨假设拦截弹不动 ,目标导弹运动一个步长后,拦截弹依据目标导弹的新位置来计算  $\Delta q$ :

$$\Delta q_{k-1} \approx \alpha_{k-1}$$

$$= \arccos \left\{ \frac{[R(k-1)]^2 + c^2 - s_i^2}{2[R(k-1)]c} \right\}$$
 (5)

当拦截弹与目标接近时  $\mu$   $\alpha_{k-1}$  代替  $\Delta q$  误差比较大 因此需要校正。

$$q_k = q_{k-1} + \Delta q$$
 ,  $\theta_k = \theta_{k-1} + K\Delta q$  ,  $\alpha_k = \theta_k - q_k$  (6)

由正弦定理和余弦定理可知:

$$c_{1} = \{ [R(k-1)] \sin \beta_{k-1} \} / [\sin(\alpha_{k-1} + \beta_{k-1})] \}$$

$$c_{2} = \{ [R(k-1)] \sin \alpha_{k-1} \} / [\sin(\alpha_{k-1} + \beta_{k-1})] \}$$

$$c_{3} = [(c_{1} - s)^{2} + (c_{2} - s_{t})^{2} + 2(c_{1} - s)(c_{2} - s_{t})\cos(\alpha + \beta)]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta q = \alpha - \arccos\left[\frac{(c_{1} - s)^{2} + c_{3}^{2} - (c_{2} - s_{t})^{2}}{2(c_{1} - s)c_{3}}\right]$$
(8)

#### 拦截弹的差分方程为:

$$x_{1}(k) = x_{t}(k-1) + (c_{2}/s_{t}) [x_{t}(k) - x_{t}(k-1)]$$

$$y_{1}(k) = y_{t}(k-1) + (c_{2}/s_{t}) [y_{t}(k) - y_{t}(k-1)]$$

$$z_{1}(k) = z_{t}(k-1) + (c_{2}/s_{t}) [z_{t}(k) - z_{t}(k-1)]$$

$$x(k) = x(k-1) + (s/c_{1}) [x_{1}(k) - x(k-1)]$$

$$y(k) = y(k-1) + (s/c_{1}) [y_{1}(k) - y(k-1)]$$

$$z(k) = z(k-1) + (s/c_{1}) [z_{1}(k) - z(k-1)]$$
(9)

#### 3.2 仿真

拦截弹与目标导弹在铅垂面内运动,目标导弹垂直上升一段距离,转弯之后发射拦截弹进行拦截。目标导弹与水平面的夹角为 150°,速度为 350 m/s,当目标导弹位于(15 5,10) km 时,拦截弹对目标导弹实施拦截,仿真步长为 0.01 s。

目标导弹的状态不变,选择一个比例系数和拦截弹速度,得出所对应的拦截时间和拦截弹道,改变比例系数和拦截弹速度,得出不同的拦截时间和拦截弹道,并观察拦截时间和拦截弹道的变化。

# 4 仿真结果分析

以下分别就拦截弹的速度和比例系数对拦截时 间与拦截弹道的影响进行了分析。

#### 4.1 对拦截时间的影响

仿真条件: 拦截弹的速度分别取 500 m/s ,600 m/s ,700 m/s 和 900 m/s; 比例系数分别取 2  $\beta$   $\beta$  和 6。仿真结果如表 1 ~表 4 所示。

表 1 K=2 时的拦截时间

速度/m・s <sup>-1</sup>	500	600	700	900
拦截时间/s	40. 1	30. 6	25. 4	19. 3
表 2 K = 3 时的拦截时间				
速度/m • s <sup>-1</sup>	500	600	700	900
拦截时间/s	37. 7	29. 7	24. 9	19. 2
表 3 $K=5$ 时的拦截时间				
速度/m • s <sup>-1</sup>	500	600	700	900
拦截时间/s	36. 5	29. 1	24. 8	19. 4
表 <b>4</b> K = 6 时的拦截时间				
速度/m • s <sup>-1</sup>	500	600	700	900
拦截时间/s	39. 5	29. 1	26. 9	19. 8

由表中可知,比例系数相同时,拦截时间随拦截 弹的速度增大而缩短且缩短趋势逐渐变慢;拦截弹 的速度相同时,比例系数增大,拦截时间先缩短后增 大且拦截弹的速度越大比例系数可取范围越小。

#### 4.2 对拦截弹道的影响

仿真条件: 比例系数取 2; 拦截弹的速度分别取 500 m/s 600 m/s 700 m/s 和 900 m/s。拦截弹道如图 3 所示。

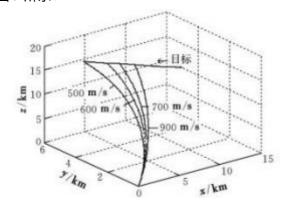


图 3 拦截弹的不同速度对应的拦截弹道

仿真条件: 比例系数取 2 3 4 和 5; 拦截弹的速度为 700 m/s。仿真弹道如图 4 所示。

由图 3 和图 4 可知,比例系数和拦截弹的速度 越大, 弹道越趋于平直, 拦截弹机动性能趋于减弱; 反之, 弹道越弯曲,则拦截弹机动性能趋于增强。

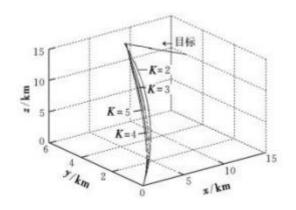


图 4 不同比例系数对应的拦截弹道

通过上面的仿真可以看出,拦截弹和拦截时间 互为制约 要想缩短拦截时间 必然会使得拦截弹的 机动性减弱。使用变系数比例导引法可有效缓解这个矛盾。

# 5 结束语

根据本文的仿真结果,可以考虑在助推段防御中使用变系数比例导引法,追击时可以让拦截弹的速度高一些及比例系数大一些,在最短的时间内接近目标导弹,当准备要攻击目标时,让拦截弹的速度降低和比例系数减小,以增强拦截弹的机动性。为了将问题简化,只对非机动目标进行了研究,对机动目标的研究分析是今后工作的方向。

#### 参考文献:

- [1] 王森,杨建军.战术弹道导弹助推段拦截方法研究 [J].飞航导弹 2009 (5):54-57.
- [2] 吴定刚,黄坤,张剑. 弹道导弹防御战略及技术发展的研究[J]. 舰船电子工程 2008 28(12):1-4.
- [3] 秦文佳. 弹道导弹助推段攻防效能的仿真分析 [D]. 长沙: 国防科学技术大学 2006.
- [4] 金钊,童幼堂,陈思达.增量比例导引弹道仿真研究 [J].指挥控制与仿真 2006 28(4):87-90.
- [5] 陶迪. 自寻的导弹捷联导引系统实现比例导引设计与研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学 2005.
- [6] 金学英. 基于多点估计的比例导引法的改进 [D]. 沈阳: 沈阳航空工业学院 2009.
- [7] 高尚. 比例导引理想弹道仿真 [J]. 计算机工程与设计 2003 24(8):66-68.
- [8] Robert D Broadston. A method of increasing the kinematic boundary of air-to-air missiles using an optimal control approach [D]. California: Naval Postgraduate School Monterey 2006.
- [9] 马其东,王磊,金钊.比例导引法三维弹道仿真分析 [J].战术导弹技术 2008 (3):93-96.

(下转第361页)

导弹与航天运载技术 2008 (3):1-5.

- [5] [日] 茨木俊秀 福岛雅夫. 最优化方法 [M]. 曾道智, 译. 北京: 世界图书出版公司,1997: 12-30.
- [6] Robert L Geisler ,Thomas L Moore ,Eric M Rohrbaugh ,et al. Unlocking the mystery of the D-21B solid rocket boosted air-launched mach 3 UAV [R]. AIAA-2007-5761 , 2007
- [7] Ross I M Souza C D Fahroo F et al. A fast approach to

- multistage launch vehicle trajectory optimization [R]. AIAA-2003-5639 2003.
- [8] 张毅, 肖龙旭, 王顺宏. 弹道导弹弹道学 [M]. 长沙: 国 防科学技术大学出版社, 1999: 183-189.
- [9] Hiwa S ,Hiroyasu T ,Miki M. Hybrid optimization using direct ,GA ,and SQP for global exploration [C]//Congress on Evolutionary Computation. IEEE 1-4244-1340-0/07 , 2007: 1709-1716.

# Design and optimization of boost phase trajectory for air-launched ballistic missile

NIE Chuan-yi , GUO Jian-guo , ZHOU Jun , HU Wei-jun (Institute of Precision Guidance and Control , NWPU , Xi 'an 710072 , China)

**Abstract**: To avoid difficulties in solving two-point boundary value and the parameter sensitive issues in horizontally air-launched ballistic missile for trajectory optimization, a parameter optimization method based on flight program angle design is proposed. According to the characteristics of horizontally air-launched missile, the model of flight program angle in boost phase is designed and a proper control variable parameterization structure is established on the basis of dynamic characteristics. Then, considering constrains of the whole flight trajectory, a mathematical model of maximum range optimization is built, and the sequential quadratic programming algorithm is used to solve the optimization issue. Simulation results show the optimization index increases by 16 percents and verifies the validity of the method.

Key words: air-launched; ballistic missile; trajectory optimization; SQP

(编辑: 方春玲

(上接第356页)

# Research on the proportional guidance law for boost phase defense

JIA Jie , LIU Yong-shi , JIA Qiong

(Information Engineering College, Nanchang University of Aeronautics, Nanchang 330063, China)

**Abstract**: This paper analyzes the relative motion between interceptor and target missiles based on boost phase defense and proportional guidance law and presents the proportional guidance equation. Location relationship between interceptor and target missiles is analyzed, the mathematical model is built and the difference equation of the interceptor missile is derived based on the difference method. Effect of interceptor speed and proportional coefficient on intercept time and intercept trajectory is analyzed with the intercept time and intercept trajectory as the research object and 3-dimensional simulation is conducted for interceptor missile using proportional guidance method. Simulation results show that the proportional guidance method with variable coefficient used in the boost phase defense can ease the contradiction between the intercept time and interceptor missile maneuverability.

**Key words**: boost phase defense; proportional guidance law; difference method; intercept time; intercept trajectory

(编辑: 方春玲)