

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

КУРСОВАЯ РАБОТА
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»
«СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧИ КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ SVM В ЗАДАЧАХ
РАСПОЗНОВАНИЯ»

Выполнили
студенты группы 3630102/80201

Деркаченко А. О.
*Классический метод машины опорных векторов, Методы формирования вектора
признаков изображения лица для определения атрибутов личности,
Сравнительный анализ*
Хрипунков Д. В.
Введение, Постановка задачи
Войнова А. Н.
Модификации метода машины опорных векторов, Сравнительный анализ

Руководитель
к. ф.-м. н., доц.

Родионова Елена Александровна

Санкт-Петербург
2021

Содержание

1	Введение	2
2	Постановка задачи	3
2.1	Общая постановка задачи распознавания	3
2.2	Постановка задачи по определению атрибутов личности по изображению лица	5
3	Классический метод машины опорных векторов	5
3.1	Краткое описание метода	5
3.2	Множественная классификация по атрибуту	7
4	Методы формирования вектора признаков изображения лица для определения атрибутов личности	7
4.1	Краткое описание метода	7
4.2	Множественная классификация по атрибуту	8
5	Модификации машины опорных векторов	9
5.1	1-norm SVM (LASSO SVM) и Doubly Regularized SVM (ElasticNet SVM)	10
5.2	Метод релевантных признаков с регулируемой селективностью	11
5.3	Метод опорных признаков с регулируемой селективностью	12
6	Сравнительный анализ	14
6.1	Метод опорных векторов (SVM)	14
6.2	Методы формирования вектора признаков изображения	15
6.2.1	Метод локальных бинарных шаблонов (LBP)	15
6.2.2	Метод построения гистограммы направленных градиентов (HOG)	16
6.2.3	Метод построения активной модели формы (ASM) и активной модели внешности (AAM)	16
7	Краткий вывод	16
8	Источники	17

1 Введение

Увеличение объёмов информации в современном мире привело к тому, что ручная обработка такой информации стала невозможной и возникла необходимость в создании систем и алгоритмов, которые автоматизируют эту работу. Одной из задач обработки информации оказалась задача распознавания - определение признаков, которые отличают один набор данных от других.

Обработка неструктурированных данных (фото, видео, аудио) является достаточно сложной, и самым популярным способом решения такой задачи является машинное обучение, которое пытается воссоздать процесс человеческого обучения на компьютере - группировку объектов в классы по некоторым признакам. Выделяются два вида машинного обучения: "с учителем" и "без учителя":

- "Обучение с учителем" предполагает наличие некой исходной выборки, заведомо разделённой на классы учителем, а системе предлагается обнаружить общие признаки, которые будут описывать класс. В дальнейшем, система сможет на основе этих признаков распределять неразмеченные данные по классам. Такое обучение решает задачу классификации, когда количество классов заранее известно, и от системы требуется лишь отнести данные к одному из них.
- "Обучение без учителя" может предполагать неизвестное число классов, а входные данные изначально не являются размеченными. Система должна сама определить правила, которые различают предложенные объекты, и на их основе создать классы. Классы могут быть как уже известные, так и созданные новые в процессе распознавания. Такое обучение уже решает задачу распознавания - формирование правила, которое разделяет объекты разных классов.

Самым распространённым видом информации в современном мире является фотография, пользователи социальных сетей активно делятся ими, а качество систем фото- и видеонаблюдения неуклонно растёт. Такое широкое распространение фотографии неуклонно приводит к тому, что задача распознавания ставится и в этом поле - распознавание информации с фотоснимков. Распознавание снимков чаще всего ставит цель в распознавании объектов, будь то буквы, цифры, дома, животные или люди. В этой работе мы рассмотрим частный случай - задачу распознавания лиц со снимков.

Тем не менее, задача распознавания может быть поставлена и в других сферах. Например, также крайне популярным и развивающимся полем является распознавание в речи, которое ставит сразу множество задач, таких как преобразование речи в текст, синтез речи из текста и определение дикторов и относящихся к ним фраз.

Распознавание объектов на изображениях можно разбить на ряд подзадач:

- Сопоставление
- Поиск
- Восстановление
- Классификация

На примере распознавания лиц эти пункты можно описать как:

- Анализ набора изображений для определения принадлежности к одному и тому же классу
- Поиск на изображении фрагмента для распознавания
- Восстановление пропущенных фрагментов по контексту
- Определение класса, к которому относится изображение

Для того чтобы распознавать человеческие лица, выделим три основных атрибута: возраст, расу и пол. Практически такое разделение может быть применено во многих сферах: поисковая выдача, оценка аудитории, реклама, обучение, возрастные и половые ограничения и многие другие. Существуют также и другие признаки, по которым возможно разделение личностей, но в данной работе будут рассматриваться указанные выше атрибуты.

Задача распознавания по этим признакам интересна ещё и тем, что каждый из них имеет разные категории: числовую, бинарную и множественную нечисловую. А задача определения возраста усложняется ещё и тем, что признаки старения у разных людей проявляются по-разному.

2 Постановка задачи

2.1 Общая постановка задачи распознавания

Рассмотрим общую постановку задачи на примере распознавания символов. Предположим, система распознавания получила на вход некоторый символ (паттерн) X , который нужно распознать.

Система может считывать скорость изменения закрашенной поверхности как функцию от времени $X(t)$, называемую представлением символа X . Альтернативным вариантом можно считать сигнал в дискретные моменты времени, в результате чего получается вектор \bar{X} . Также возможны переходы из представления в виде функции в векторное.

Предположим, что есть некоторое множество непересекающихся классов $\Omega = \{\bar{\omega}_1, \dots, \bar{\omega}_m\}$, где каждое $\bar{\omega}_i$ отвечает некоторому символу. Системе распознавания нужно отнести входящий символ X к какому-то из классов $\bar{\omega}_i$. Для этого предпринимаются следующие шаги:

1. Символ X считывается в представление $X(t)$
2. Представление $X(t)$ преобразуется в векторную форму \bar{X}
3. Из вектора \bar{X} извлекаются информативные признаки и образуется вектор \hat{X}
4. Классификатор определяет, к какому классу относятся признаки \hat{X}

Для финального соотнесения к некоторому классу используется классификатор - набор правил для определения класса. После классификации символ может быть определён к одному из существующих классов или как неотносящийся ни к одному из них. Классификация может выполняться, например, посредством вычисления расстояния между классом и вектором признаков \bar{X} .

Также в схеме распознавания может присутствовать блок обучения. Он выбирает учебные образы, которые заведомо распределены по классам. С их помощью можно сформировать правила классификации или определить наиболее информативные признаки.

Декомпозируя задачу распознавания на подзадачи, получается следующий набор:

1. *Математически описать образ*

Такое описание удобнее всего проводить в векторной форме. Образы X сопоставляется некоторый вектор $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots)^T$, где каждое x_i - некоторый признак, а \bar{X} - элемент конечномерного метрического векторного пространства X .

2. *Выбрать информативные признаки*

Не все признаки символа могут быть одинаково полезны при распознавании. Задача состоит в том, чтобы определить минимально необходимый набор признаков, достаточных для распознавания символа. Этот набор система должна определить сама.

3. *Описать классы*

Необходимо задать границы классов. Это может быть сделано на этапе разработки или самой системой в ходе её работы.

4. *Определить методы классификации*

Нужно определить методы, по которым образы будут соотноситься некоторым классам.

5. *Определить оценку достоверности распознавания*

Оценка нужна для того, чтобы иметь возможность определить величину потерь при неправильной классификации.

Математически задачу распознавания можно поставить так:

Дано множество образов U , отдельный образ обозначим $x \in U$. Из (возможно, несчётного) множества признаков образов x нужно выбрать конечное подмножество - пространство признаков. Пространство признаков конечномерное, линейное или метрическое, обозначим как X . Каждому образу соответствует элемент $\bar{x} \in U$ и оператор $P : U \rightarrow X$ отображения образа в пространство признаков.

Введём конечное множество классов $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_m\}$, для которого верно, что $\cup_{i=1}^m \omega_i = U$ и $\omega_i \cap \omega_j = \emptyset, \forall i \neq j$. Для классификации образа $x \in U$ по классам из Ω нужно найти индикаторную функцию $g : U \rightarrow Y, Y = \{y_1, \dots, y_m\}$, где Y - множество меток класса. То есть $g(x) = y_i$, если $x \in \omega_i$. Поскольку в реальности мы работаем не с самими образами, а их признаками, то нужно найти решающую функцию $\tilde{g} : X \rightarrow Y$ для $\bar{x} = P * x \in X$, то есть $\tilde{g}(\bar{x}) = y_i$, если $\bar{x} = P * x \in \omega_i$.

Поскольку множество $P^{-1}\bar{x}$, $\bar{x} \in X$ может иметь непустые пересечения с разными классами ω_i , то функция $\tilde{g}(x)$ будет неоднозначной, тогда из неё нужно выделить однозначную ветвь, удовлетворяющую условиям оптимальности, например, минимальность ошибки неправильной классификации. На этапе обучения система известна некоторые пары (\bar{x}_j, y_j) , называемые прецедентами и множество $H = \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N\}$, называемое обучающей выборкой. По множеству прецедентов (H, Y) нужно построить решающую функцию $\tilde{g}(x)$, которая будет осуществлять классификацию.

2.2 Постановка задачи по определению атрибутов личности по изображению лица

Задача определения атрибутов личности по изображению лица - частный случай задачи обучения по прецедентам, описанной выше, где множество U - множество нормализованных изображений.

Для каждого из выбранных нами атрибутов будет выбрана соответствующая задача классификации в зависимости от множества меток классов Y :

1. Для атрибута "пол" будет бинарная классификация $Y = \{-1, 1\}$
2. Для атрибута "раса" множественная классификация $Y = \{-1, 0, 1\}$ для рас "европеоидная", "монголоидная" и "негроидная"
3. Для атрибута "возраст" восстановление регрессии $Y = [5, 100]$

Эти задачи связаны друг с другом, так, например, задача множественной классификации может быть разложена на несколько задач бинарной классификации, а задача восстановления регрессии формулируется исходя из решения задачи множественной классификации.

Задача определения атрибутов личности по изображению лица сводится к тому, что нужно определить метод формирования вектора признаков $P : U \rightarrow X$ и решающую функцию $\tilde{g} : X \rightarrow Y$ так, чтобы оценка достоверности распознавания была максимальной. Решение такой задачи получается сравнением решений из конечного множества частных оптимизационных задач, в которых выбраны разные способы формирования вектора признаков и решающей функции.

3 Классический метод машины опорных векторов

3.1 Краткое описание метода

Метод опорных векторов (SVM) разработан в 60-е годы коллективом советских математиков под руководством В.Н.Вепника и рассчитан на классифицирование объектов по двум классам.

Пусть имеется обучающая выборка $G^l, |G^l| = n$, заданная множеством пар прецедентов $(\bar{x}_i, y_i), i = \overline{1, n}, \bar{x}_i \in \mathbb{R}^m, y_i \in \{-1, +1\}$. Множество F_{SVM} , из которого выбираются решающие функции по методу опорных векторов, образовано функциями вида:

$$f(\bar{x}) = \text{sign}(\langle \bar{w}, \bar{x} \rangle + w_0), \quad (1)$$

где \langle, \rangle - скалярное произведение векторов, \bar{w} - ортонормированный вектор к разделяющей гиперплоскости, w_0 - вспомогательный параметр (сдвиг гиперплоскости).

Так как любая гиперплоскость может быть задана в виде $\langle \bar{w}, \bar{x} \rangle + w_0 = 0$, то объекты с $f(\bar{x}) \leq -1$ попадут в один класс, а объекты с $f(\bar{x}) \geq +1$ - в другой.

Базовая идея метода: найти такие \bar{w}, w_0 , которые максимизируют расстояние между классами, что приводит к более уверенной классификации объектов.

То есть условие $-1 < \langle \bar{w}, \bar{x} \rangle + w_0 < +1$ задает полосу, разделяющую классы. При этом ни одна точка из множества X^l не должна лежать внутри полосы, а границами полосы являются две параллельные гиперплоскости, проходящие через точки (объекты), ближайšie к разделяющей гиперплоскости, которая находится по середине данной полосы. И объекты, через которые проходят границы полосы, называются *опорными векторами*.

Проблема нахождения максимума расстояния сводится к нахождению минимума $\|\bar{w}\|^2$, которая является стандартной задачей квадратичного программирования:

$$\begin{cases} \|\bar{w}\|^2 \rightarrow \min \\ y_i \langle \bar{w}, \bar{x}_i \rangle + w_0 \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

и решается методом множителей Лагранжа.

Задача квадратичного программирования, содержащая только двойственные переменные метода множителей Лагранжа λ_i , имеет вид:

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^n \lambda_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j y_i y_j \langle \bar{x}_i, \bar{x}_j \rangle \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i = 0 \\ \lambda_i \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

В результате решающая функция приобретает вид:

$$f(\bar{x}) = \text{sign}\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i y_i \langle \bar{x}_i, \bar{x} \rangle + w_0\right), \quad (4)$$

где параметр $w_0 = \text{med}\{\langle \bar{w}, \bar{x}_i \rangle - y_i\}$, $\lambda_i \neq 0$.

Вышеуказанные рассуждения справедливы для линейно разделимой обучающей выборки. Но на практике встречаются случаи линейной неразделимости и решающей функции позволяют допускать ошибки на обучающей выборке, но эти ошибки минимизируют и используют управляющую константу C как компромисс между максимизацией ширины разделяющей полосы и минимизацией суммарной ошибки. Тогда вводят ограничение сверху $0 \leq \lambda_i \leq C$ и такой алгоритм называют SVM с "мягким зазором" (soft-margin SVM), иначе имеется "жесткий" зазор.

Если признаки x_i заданы в виде функции $\theta(x_i)$, то решающая функция строится аналогично. Тогда функция $K(u, v) = \langle \theta(u), \theta(v) \rangle$ - *ядро*, если она симметрична и положительно определена. Для решения практических задач классификации изображений по атрибуту "пол" используют RFB-ядро вида:

$$K(\bar{x}_i, \bar{x}) = \exp(-\gamma \|\bar{x}_i - \bar{x}\|^2), \quad (5)$$

вычисляющее оценку близости вектора \bar{x} к опорному вектору \bar{x}_i , где γ - некоторый параметр.

3.2 Множественная классификация по атрибуту

Классификация по атрибуту "раса" является типичной задачей множественной классификации. Для решения такой задачи используется подход *"один против всех"*, реализующий сведение задачи множественной классификации к последовательному применению бинарных классификаторов. В рамках данного подхода строится бинарное дерево решающих функций $f \in F$, каждая из которых выделяет только один класс объектов.

В случае классификации по атрибуту "раса" на первом шаге объекты разделяются решающей функцией f_1 на два класса: "европеоиды" и "все остальные". Если объект не попал в класс "европеоиды" то на втором шаге другая решающая функция f_2 производит разделение на класс "монголоиды" и "все остальные" ("негроиды").

Данный подход позволяет использовать большую часть разработок в области бинарной классификации для решения задач множественной классификации.

4 Методы формирования вектора признаков изображения лица для определения атрибутов личности

4.1 Краткое описание метода

Метод опорный векторов (SVM) разработан в 60-е годы коллективом советских математиков под руководством В.Н.Вавникова и рассчитан на классифицирование объектов по двум классам.

Пусть имеется обучающая выборка $G^l, |G^l| = n$, заданная множеством пар прецедентов $(\bar{x}_i, y_i), i = \overline{1, n}, \bar{x}_i \in \mathbb{R}^m, y_i \in \{-1, +1\}$. Множество F_{SVM} , из которого выбираются решающие функции по методу опорных векторов, образовано функциями вида:

$$f(\bar{x}) = \text{sign}(\langle \bar{w}, \bar{x} \rangle + w_0), \quad (6)$$

где \langle, \rangle - скалярное произведение векторов, \bar{w} - ортонормированный вектор, разделяющий классы гиперплоскости, w_0 - вспомогательный параметр (сдвиг гиперплоскости).

Так как любая гиперплоскость может быть задана в виде $\langle \bar{w}, \bar{x} \rangle + w_0 = 0$, то объекты с $f(\bar{x}) \leq -1$ попадут в один класс, а объекты с $f(\bar{x}) \geq +1$ - в другой.

Базовая идея метода: найти такие \bar{w}, w_0 , которые максимизируют расстояние между классами, что приводит к более уверенной классификации объектов.

То есть условие $-1 < \langle \bar{w}, \bar{x} \rangle + w_0 < +1$ задает полосу, разделяющую классы. При этом ни одна точка из множества X^l не должна лежать внутри полосы, а границами полосы являются две параллельные гиперплоскости, проходящие через точки (объекты), ближайšie к разделяющей гиперплоскости, которая находится по середине данной полосы. И объекты, через которые проходят границы полосы, называются *опорными векторами*.

Проблема нахождения максимума расстояния сводится к нахождению минимума

$\|\bar{w}\|^2$, которая является стандартной задачей квадратичного программирования:

$$\begin{cases} \|\bar{w}\|^2 \rightarrow \min \\ y_i < \bar{w}, \bar{x}_i + w_0 > \geq 1 \end{cases} \quad (7)$$

и решается методом множителей Лагранжа.

Задача квадратичного программирования, содержащая только двойственные переменные метода множителей Лагранжа λ_i , имеет вид:

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^n \lambda_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j y_i y_j < \bar{x}_i, \bar{x}_j > \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i = 0 \\ \lambda_i \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

В результате решающая функция приобретает вид:

$$f(\bar{x}) = \text{sign}\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i y_i < \bar{x}_i, \bar{x} > + w_0\right), \quad (9)$$

где параметр $w_0 = \text{med}\{< \bar{w}, \bar{x}_i > - y_i\}$, $\lambda_i \neq 0$.

Вышеуказанные рассуждения справедливы для линейно разделимой обучающей выборки. Но на практике встречаются случаи линейной неразделимости и решающей функции позволяют допускать ошибки на обучающей выборке, но эти ошибки минимизируют и используют управляющую константу C как компромисс между максимизацией ширины разделяющей полосы и минимизацией суммарной ошибки. Тогда вводят ограничение сверху $0 \leq \lambda_i \leq C$ и такой алгоритм называют SVM с "мягким зазором" (soft-margin SVM), иначе имеется "жесткий" зазор.

Если признаки x_i заданы в виде функции $\theta(x_i)$, то решающая функция строится аналогично. Тогда функция $K(u, v) = < \theta(u), \theta(v) >$ - ядро, если она симметрична и положительно определена. Для решения практических задач классификации изображений по атрибуту "пол" используют RFB-ядро вида:

$$K(\bar{x}_i, \bar{x}) = \exp(-\gamma \|\bar{x}_i - \bar{x}\|^2), \quad (10)$$

вычисляющее оценку близости вектора \bar{x} к опорному вектору \bar{x}_i , где γ - некоторый параметр.

4.2 Множественная классификация по атрибуту

Классификация по атрибуту "раса" является типичной задачей множественной классификации. Для решения такой задачи используется подход "один против всех", реализующий сведение задачи множественной классификации к последовательному применению бинарных классификаторов. В рамках данного подхода строится бинарное дерево решающих функций $f \in F$, каждая из которых выделяет только один класс объектов.

В случае классификации по атрибуту "раса" на первом шаге объекты разделяются решающей функцией f_1 на два класса: "европеиды" и "все остальные". Если объект не попал в класс "европеиды" то на втором шаге другая решающая функция f_2 производит разделение на класс "монголоиды" и "все остальные" ("негроиды").

Данный подход позволяет использовать большую часть разработок в области бинарной классификации для решения задач множественной классификации.

5 Модификации машины опорных векторов

SVM – отличный метод. Но и у него есть недостатки.

- На выходы у SVM мы имеем решение, а апостериорные вероятности, которые в некоторых задачах оказываются более значимыми получить из чистого SVM не предоставляется возможным
- SVM используется для двух классов, обобщить на несколько проблематично.
- Есть параметр (или ν , или ещё вдобавок ϵ), подбор которых сопровождается рядом проблем
- Предсказания – линейные комбинации ядер, которым необходимо быть положительно определёнными и которые центрированы на точках из датасета.

Поэтому существует огромное количество модификаций SVM алгоритма, которые стараются решить недостатки SVM

На основе анализа мировой литературы будем рассматривать четыре критерия для оценивания «качества» селективных свойств конкретного метода обучения:

1. эффективное подавление полностью шумовых попарно независимых признаков;
2. эффективное подавление полностью шумовых признаков, имеющих значительную линейную зависимость между собой;
3. эффективное выделение группы информативных линейно независимых признаков;
4. эффективное выделение группы информативных признаков, только совместное участие которых в решении может обеспечить приемлемую точность распознавания.

. По этим критериям рассмотрим две наиболее популярных модификации метода опорных векторов, наделяющие его свойством отбора признаков - **Lasso SVM (1-norm SVM)** и **Elastic Net SVM (Doubly Regularized SVM)**.

Оба эти метода несколькими разными средствами отбирают подмножество информативных признаков, число которых определяется структурными параметрами.

Рассмотрим критерий, который представляет собой обобщение классического метода опорных векторов Критерий обучения эквивалентен оптимизационной задаче минимизации целевой функции $J(a, b, \delta|c)$ на выпуклом множестве, заданном набором линейных ограничений-неравенств для объектов обучающей совокупности:

$$\begin{cases} J(a, b, \delta|c) = -\ln \Psi(a) + \sum_{j=1}^N (\delta_j) - > \min(a, b, \delta) \\ y_i(\sum_{i=1}^n (a_i x_{ij}) + b) \geq 1 - \delta_j, \delta_j \geq 0, j = 1, \dots, N \end{cases}$$

5.1 1-norm SVM (LASSO SVM) и Doubly Regularized SVM (ElasticNet SVM)

Известные методы автоматического сокращения размерности признакового описания объектов в рамках метода опорных векторов, а именно, 1-погт SVM (Lasso SVM) и Doubly Regularized SVM (Elastic Net SVM) получаются из обобщенного критерия (13) специальным выбором априорной плотности распределения направляющего вектора $=\Psi(a)$. Метод Elastic Net SVM, как более общий из них, получается из (13) при предположении, что случайный направляющий вектор образован независимыми компонентами $a = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ с одинаковыми плотностями распределения

$$\Psi(\alpha_i|\beta, \mu) = Dexp[-(\beta\alpha_i^2 + \mu|\alpha_i|)]$$

которые определяются одинаковыми значениями параметров (β, μ) . Здесь нормирующая константа определяется обоими параметрами:

$$D = [2\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}exp(\frac{\mu^2}{4\beta})\Phi(\frac{\mu}{\sqrt{2\beta}})] \text{ где } \Phi(u) = \frac{1}{2\pi}(\int_u^\infty exp(-\frac{z^2}{2})dz) - \text{ это функция Лапласа}$$

В этом случае совместная априорная плотность распределения направляющего вектора определяется выражением

$$\begin{aligned} \Psi(\alpha_i|\beta, \mu) &= D^n exp(-\sum_{i=1}^n (\beta * \alpha_i^2 + \mu|\alpha_i|)) \\ \ln \Psi(\alpha_i|\beta, \mu) &= const - (\beta \sum_{i=1}^n (\alpha_i^2) + \mu \sum_{i=1}^n (|\alpha_i|)) \end{aligned} \quad (11)$$

и (13) примет вид, эквивалентный методу Elastic Net SVM:

$$\begin{cases} J_{DrSVM}(a, b, \delta|c, \beta, \mu) = \beta \sum_{i=1}^n (\alpha_i^2) + \mu \sum_{i=1}^n (|\alpha_i|) + c \sum_{j=1}^N (\delta_j) - > min(a, b, \delta) \\ y_i(\sum_{i=1}^n (a_i x_{ij}) + b) \geq 1 - \delta_j, \delta_j \geq 0, j = 1, \dots, N \end{cases}$$

В еще более частном случае, когда $\beta = 0$, получается метод обучения Lasso SVM:

$$\begin{cases} J_{1nSVM}(a, b, \delta|c, r) = \sum_{i=1}^n |\alpha_i| + c(r/2)^{\frac{1}{2}} \sum_{j=1}^N (\delta_j) - > min(a, b, \delta) \\ y_i(\sum_{i=1}^n (a_i x_{ij}) + b) \geq 1 - \delta_j, \delta_j \geq 0, j = 1, \dots, N \end{cases}$$

Этот критерий эквивалентен (13) при интерпретации независимых компонент случайного направляющего вектора $a = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ как распределенных по закону Лапласа $\psi(\alpha_i|r) = (2r)^{-\frac{1}{2}}|\alpha_i|$. В силу специфики принятых априорных распределений критерии (16) и (17) чрезвычайно важным свойством беспереборного отбора признаков непосредственно в ходе обучения. Это свойство является результатом склонности этих критериев в точке минимума присваивать нулевые значения большинству компонент направляющего вектора $\alpha_i = 0$, реализуя при этом, вообще говоря, разумный отбор подмножества «полезных» признаков.

Суждение о классическом SVM тривиально - все направления одинаковы по предпочтительности, и свойство селективности полностью отсутствует. Что же касается

методов Elastic Net SVM и Lasso SVM, то оказалось, что они идентичны по ориентации предпочтительных направлений - наилучшим является направление, оставляющее единственный признак, а роль наихудшего играет направление, оценивающее все признаки как равнозначные. Это означает, что соответствующие априорные распределения направляющего вектора выражают предположение, что среди признаков есть только один признак, полезный для распознавания класса объекта. Следовательно, в ситуациях, когда в исходных данных таких признаков более одного, обучение методами Elastic Net SVM и Lasso SVM может приводить к снижению обобщающей способности полученных решающих функций. Известно также, что Lasso SVM в группе линейно зависимых признаков полностью игнорирует факт их зависимости - отбирает лишь один такой признак, отбрасывая остальные. В то же время, Elastic Net SVM стремится оставлять всю линейно зависимую группу целиком, даже если она малоинформативна. В диссертации показано, что последнее свойство Elastic Net SVM также ведет к снижению обобщающей способности обучения. Таким образом, необходима разработка новых способов регуляризации SVM, способных, во-первых, допускать существование независимых одинаково полезных признаков, и, во-вторых, удалять шумовые признаки без учета их линейной зависимости.

Третья проблемная ситуация определяется тем, что, как оказалось, эти методы далеко не удовлетворяют сочетаниям пар требований (а-б) и (в-г). Для разрешения этой проблемной ситуации в диссертации разработаны два новых класса априорных распределений направляющего вектора дискриминантной гиперплоскости и, следовательно, две новые модификации метода опорных векторов. Один из новых методов, названный «евооо.М релевантных признаков Relevance Feature Machine - RFM), не выделяя строгого подмножества информативных признаков, наделяет все признаки неотрицательными весами. Чем больше значение структурного параметра селективности, тем большее число весов приближаются к нулевым значениям, фактически исключая соответствующие признаки из принятия решения о классе объекта. Другой предложенный метод, названный методом опорных признаков (Support Feature Machine - SFM), разбивает все множество признаков на три группы - полностью активные признаки, взвешенные признаки и полностью подавленные признаки. Можно считать, что метод SFM снабжает все признаки весами, но, в отличие от метода RFM, часть весов оказываются строгими единицами, часть принимает значения между единицей и нулем, а часть строго равна нулю

5.2 Метод релевантных признаков с регулируемой селективностью

В дополнение к уже рассмотренным методам регуляризации, предложены два новых класса априорных распределений направляющего вектора, наделяющих обобщенный критерий обучения (13) свойством автоматического отбора признаков. Метод релевантных признаков с регулируемой селективностью использует естественное обобщение классического метода опорных векторов за счет введения в его вероятностную постановку дополнительного предположения о том, что независимые компоненты направляющего вектора $a = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ распределены, как и прежде, по нормальному

закону с нулевыми математическими ожиданиями, но с разными неизвестными случайными дисперсиями $r_i \geq 0, i = 1, \dots, n$ характеризующимися некоторым априорным распределением, и подлежащими оцениванию в процессе обучения по байесовскому принципу вместе с параметрами разделяющей гиперплоскости (a, b) . В данном методе оптимизационная задача обучения эквивалентна критерию:

$$\begin{cases} J_{RFM}(a, b, r, \delta | C, \mu) = \sum_{i=1}^n [(\frac{1}{r_i})(\alpha_i^2 + (\frac{1}{\mu})) + ((\frac{1}{\mu}) + 1 + \mu) \ln r_i] + C \sum_{j=1}^N (\delta_j) - > \min(a, b, r, \delta) \\ y_i(\sum_{i=1}^n (a_i x_{ij}) + b) \geq 1 - \delta_j, \delta_j \geq 0, j = 1, \dots, N, C = 2c \end{cases}$$

Итерационная процедура обучения обычно сходится за 10-15 шагов, а сам алгоритм демонстрирует способность подавлять неинформативные признаки за счет выбора очень маленьких весов в решающем правиле.

Идея погружения дискретной задачи выбора подмножества в непрерывную задачу поиска в некотором смысле оптимальных неотрицательных весов, присваиваемых элементам исходного множества, заимствована из метода релевантных векторов Бишопы и Типпинга', в котором направляющий вектор разделяющей гиперплоскости строится как взвешенная линейная комбинация векторов признаков всех объектов в обучающей совокупности. Векторы признаков объектов, получившие существенно ненулевые веса, названы Бишопом и Типпингом релевантными векторами в отличие от опорных векторов в методе опорных векторов, образующих жестко выделенное подмножество. В отличие от этот прием использован в диссертации для «мягкого» отбора признаков, а не объектов обучающей совокупности, участвующих в итоговом решающем правиле распознавания. Главным же отличием метода, предлагаемого в диссертации, является принципиально новое понятие параметра селективности μ . В связи с этим обстоятельством предложенный в диссертации метод обучения (22) назван методом релевантных признаков с регулируемой селективностью, или, полностью характеризуя метод. Selective Relevance Feature Support Vector Machine.

5.3 Метод опорных признаков с регулируемой селективностью

Данный метод базируется на другом предположении об априорном распределении $\Psi(a)$ независимых компонент направляющего вектора а $a = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Вид априорной плотности $\Psi(a)$ представляет собой комбинацию распределения Лапласа при значениях нормы компонент, не превышающих заданного порога $|\alpha_i| < \mu$, и нормального распределения при больших значениях $|\alpha_i| \geq \mu$. В данном методе мы имеем следующий вид оптимизационной задачи обучения:

$$\begin{cases} J_{SFM}(a, b, \delta | C, \mu) = 2\mu \sum_{|\alpha_i| \leq \mu} |\alpha_i| + \sum_{|\alpha_i| \geq \mu} (\alpha_i^2 + \mu^2) + C \sum_{j=1}^N (\delta_j) - > \min(a, b, \delta) \\ y_i(\sum_{i=1}^n (a_i x_{ij}) + b) \geq 1 - \delta_j, \delta_j \geq 0, j = 1, \dots, N, C = 2c \end{cases}$$

Задача является задачей выпуклого программирования в пространстве $R^n \times R^{N+1}$, поскольку каждое слагаемое целевой функций выпукло в R^n , а система ограничений для заданной обучающей выборки образует выпуклый многогранник.

Оптимальные ненулевые значения компонент направляющего вектора, как и в классическом методе опорных векторов, выражаются в виде линейной комбинации опорных объектов обучающей выборки, но, в отличие от SVM, решение задачи явным

образом указывает множество строго нулевых компонент, а, следовательно, множество неактивных или неопорных признаков, т.е. признаков, не участвующих в принятии решения о классе нового объекта. По этой причине, по аналогии с методом опорных векторов, предложенный метод назван методом опорных признаков с регулируемой селективностью или Selective Support Feature Support Vector Machine.

Сравнение методов Преимущества предложенных двух критериев селективного обучения метода релевантных признаков (22) и метода опорных признаков (27) по сравнению с известными критериями Elastic Net SVM (16) и Lasso SVM (17) исследуются в диссертации с теоретической точки зрения в конце главы 3 и экспериментально в главе 4. В частности, теоретическое исследование регуляризующей способности метода опорных признаков (27) показало, что множество наименее предпочтительных ориентаций направляющего вектора состоит не из одного направления, оценивающего все признаки как равнозначные (методы Elastic Net SVM и Lasso SVM), а составляет конус направлений $a \in \mathbb{R}^n: 1' = 1, \dots, n' > 0$ предполагающих включение в решающую функцию + сразу всех признаков с разными достаточно большими весами $|a_g| > \epsilon, g=1, \dots, n$. Это условие означает «неразличимость» для обучения таких направляющих векторов между собой с точки зрения их априорной предпочтительности. Следовательно, в ситуациях, когда в исходных данных есть несколько значимых признаков, выбор весов, с которыми они будут входить в решение, определяется исключительно качеством разделения выборки, а не априорным стремлением выделить только один из признаков, подобно методам Elastic Net SVM и Lasso SVM. С другой стороны, предложенный метод опорных признаков (27) характеризуется избирательным «стилем» учета линейной зависимости признаков описаний объектов при их отборе. Избирательность предложенного метода выражается в стремлении сохранять в итоговом решении только попарно зависимые признаки, обладающие достаточной значимостью для распознавания. Для сравнения метод Elastic Net SVM сохраняет все линейно зависимые признаки. Малозначимые признаки при этом максимально подавляются в процессе обучения независимо от их попарной линейной зависимости, аналогично Lasso SVM.

приводятся результаты экспериментального исследования предложенных в диссертации методов обучения с регулируемой селективностью, а именно, метода релевантных признаков (22) и метода опорных признаков (27). Основной целью экспериментального исследования является анализ предложенных методов в сравнении с существующими методами SVM (5), Lasso SVM (17) и Elastic Net SVM (16) по их способности сокращать признаковое описание объектов распознавания и, в конечном итоге, повышать обобщающую способность обучения при относительно малой обучающей выборке и большом числе признаков. Экспериментальное исследование имеет общепринятую структуру, включающую в себя серию модельных экспериментов и пример решения прикладной задачи. Модельные эксперименты диссертации основаны, по своей структуре, на исследовании, проведенном авторами метода Elastic Net SVM [16] для иллюстрации преимущества модульноквадратичной функции штрафа Elastic Net по сравнению с традиционным модульным Lasso. Прикладной задачей является задача распознавания рака легких из репозитория UCL [18]. С одной стороны, преимущество модельных экспериментов заключается в том, что они дают возможность

придать условным понятиям полезных и лишних признаков абсолютный смысл, и позволяют для каждой конкретной гиперплоскости непосредственно вычислить вероятность ошибки распознавания на генеральной совокупности. С другой стороны, это позволяет сравнивать методы в заведомо разных условиях порождения исходных данных, скрытых для наблюдения в прикладных задачах и выраженных в знании истинного положения искомой гиперплоскости и особенностях распределений признакового описания объектов. Именно этот аспект организации экспериментального исследования заслуживает особого внимания. Структура четырех модельных задач настоящей диссертации соответствует четырем простым требованиям к селективному обучению, приведенным на с. 5 автореферата. Результаты модельных экспериментов, изложенные в диссертации, наглядно иллюстрируют весьма важный факт, что ни один из существующих методов селективного обучения, включая предлагаемые, не удовлетворяет сразу всем этим весьма неизощренным требованиям. Предложенный метод опорных признаков (27) хорошо справился с подавлением шумовых признаков (а,б) при линейно независимых информативных признаках (в), существенно улучшив и без того неплохой результат существующего метода Elastic Net SVM. Однако метод релевантных признаков (22) в этих условиях оказался далеко не так эффективен. Требование выделять группу информативных признаков, которые только вместе обеспечивают достаточную точность распознавания (г), оказалось весьма проблематичным, как для существующего Elastic Net SVM, так и для предложенного метода опорных признаков, селективность которых обеспечивается за счет использования в целевых функциях критериев обучения штрафа модуля. Вместе с тем требование (г) не доставило никаких сложностей для второго предложенного метода релевантных признаков, селективность которого имеет отличную от привычного модуля природу. Полученные в рамках диссертационной работы результаты экспериментального исследования иллюстрируют полезность предложенных методов обучения в сравнении с известными образцами.

6 Сравнительный анализ

6.1 Метод опорных векторов (SVM)

Преимущества SVM:

- SVM имеет свойство *разреженности*, то есть можно исключить из рассмотрения нулевые λ_i и построить компактный классификатор (решающую функцию)
- Метод имеет модификацию преобразования множественной классификации в последовательность бинарных классификаций
- SVM позволяет работать с линейно неразделимыми обучающими выборками
- Данный метод показывает один из наилучших на данный момент результатов по точности классификации в сочетании с формированием вектора признаков изображения на основе метода LBP

Недостатки SVM:

- Классическая версия SVM рассчитана на классификацию только по двум классам объектов

6.2 Методы формирования вектора признаков изображения

6.2.1 Метод локальных бинарных шаблонов (LBP)

Преимущества LBP:

- Метод наиболее информативен с точки зрения формирования вектора признаков по сравнению с другими методами признакового описания
- Локальные бинарные шаблоны инвариантны к небольшим изменениям в условиях освещенности и небольшим поворотам классифицируемого изображения, что обуславливает их широкое распространение для решения задач определения таких атрибутов личности, как "пол", "раса" и "возрастная группа"
- Важным достоинством метода LBP является простота реализации LBP, что позволяет использовать его в задачах обработки изображений в реальном времени
- LBP позволяет сформировать пространство признаков большой размерности (порядка нескольких тысяч), обеспечивая высокую концентрацию информации об исходном изображении, и создает предпосылки для более точной классификации по возрасту
- Метод дает возможность использовать только те шаблоны, которые хранят больше информации о локальных особенностях изображения
- Результат применения оператора LBP устойчив к изменению освещенности и небольшим поворотам изображения

Недостатки LBP:

- При небольшом количестве разбиений изображения или его отсутствии теряется информация об расположении локальных особенностей изображения
- При формировании вектора признаков изображения получается пространство большой размерности (более 2000), поэтому необходимо вводить модификации для снижения данной размерности и учитывать симметричность лица и различную информативность отдельных участков изображения лица
- Особое значение в рассмотрении метода равномерных шаблонов выявлено чисто эмпирически, поэтому существует необходимость описать более формально данный подход и сформировать унифицированное функциональное представление изображений

6.2.2 Метод построения гистограммы направленных градиентов (HOG)

Данные методы похожи на метод локальных бинарных шаблонов, поэтому они наследуют часть преимуществ и недостатков последнего.

Недостатки:

- Размерность пространства признаков при использовании метода HOG плохо поддается сокращению, а процедура вычисления градиента интенсивности заметно сложнее процедуры формирования LBP
- Методы более пригодны для решения задач выделения заданного объекта на изображении, а не для определения атрибутов личности

6.2.3 Метод построения активной модели формы (ASM) и активной модели внешности (AAM)

Преимущества:

- Методы позволяют получать хорошие результаты при определении таких атрибутов личности, как "пол" и "раса" так как именно взаимное расположение важных антропометрических точек совместно с текстурой изображения позволяют определить принадлежность личности к определенному полу и расе

Недостатки:

- Данный подход формирования вектора по признаку "возраст" может использоваться только для определения возрастной группы, а не для вычисления прогнозируемого возраста, так как расположение важных антропометрических точек и расстояние между ними практически не меняются при изменениях в возрасте на несколько лет
- Проблемой данного метода является сложность автоматического выделения на изображении характерных антропометрических точек, так как для их выделения изображение анализируется на уровне текстуры (интенсивности пикселей) ввиду отсутствия другой информации об изображении

7 Краткий вывод

Использование метода опорных векторов является существенно менее трудоемким и дает большую точность классификации при определении атрибута "пол" на неподготовленных изображениях. Наиболее перспективным методом формирования вектора признаков является метод локальных бинарных шаблонов (LBP) как для задачи определения атрибутов "пол" и "раса" так и для атрибута "возраст". Их сочетание дает точность для атрибута "пол" порядка 87%, для атрибута "раса" около 81.3%, а при прогнозировании возраста личности можно достичь точности в 53%.

Существующие на сегодня методы классификации изображений лиц по атрибуту "пол" в большинстве случаев позволяют правильно классифицировать примерно две трети реальных изображений, что дает предпосылку к созданию модификаций с целью повышения качества классификации.

8 Источники

1. Рыбинцев А.В. Исследование, модификация и разработка методов компьютерного зрения для задач определения атрибутов личности по изображению лица: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. - М.: НИУ МЭИ, 2018.
2. Лепский А.Е., Броневиц А.Г. Математические методы распознавания образов: курс лекций. - Таганрог: Технологический институт Южного федерального университета, 2009.
3. Татарчук А.И. Байесовские методы опорных векторов для обучения распознаванию образов с управляемой селективностью отбора признаков: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. - М.: ФГБУН «Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук», 2014.
4. Математические методы распознавания образов: Доклады 13-й Всероссийской конференции, посвящённой 15-летию РФФИ. - М., 2007.
5. Воронцов К.В. Машинное обучение: курс лекций [Электронный ресурс]: Линейные методы классификации и регрессии: метод опорных векторов.
- URL: <http://machinelearning.ru/wiki/images/archive/a/a0/20160310092432!Voron-ML-Lin-SVM.pdf> (дата обращения: 02.05.2021).