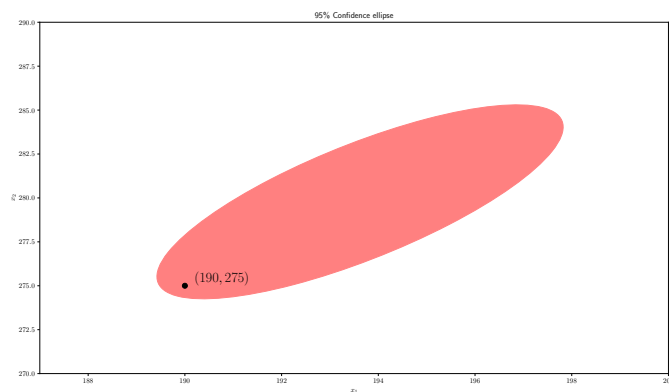


# 多元分析：第 8 周作业

蒋翌坤 20307100013

## 1 《实用多元统计分析》P204： 5.20

解：(a) 下图为总体均值的 95% 置信椭圆：



从图中可以发现， $(\mu_1, \mu_2) = (190, 275)$  在置信椭圆内，所以这些值是平均尾长和平均翅膀长的似真值。

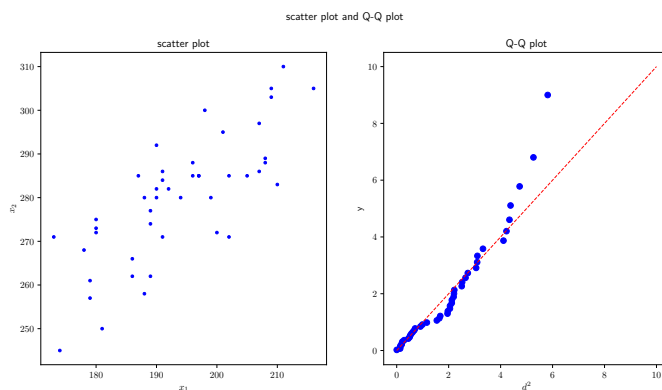
(b) 计算可得  $\mu_1, \mu_2$  的：

联合  $T^2$  区间： $\mu_1 : [189.42, 197.82], \mu_2 : [274.26, 285.30]$

Bonferroni 区间： $\mu_1 : [189.82, 197.42], \mu_2 : [274.78, 284.77]$

联合  $T^2$  区间的范围比 Bonferroni 区间要大，所以  $T^2$  区间没有比 Bonferroni 区间更优越。

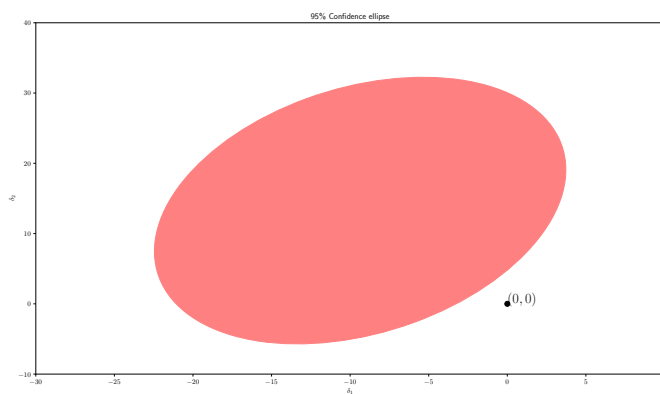
(c)  $x_1, x_2$  的散点图、 $Q-Q$  图如下图所示：



$Q-Q$  图中，由于有很多点偏离了直线，所以  $X_1, X_2$  不服从二元正态分布，因此，二元正态分布不是可行的总体模型。

## 2 《实用多元统计分析》P258: 6.1

解:  $\delta$  的 95% 联合置信区间为下图所示:



从图中可以发现,  $(0,0)$  点不位于置信区间内, 所以拒绝原假设  $H_0: \delta = 0$ , 这和例 6.1 中检验结果一致。

## 3 《实用多元统计分析》P258: 6.2

解: 可以得到  $\delta_1, \delta_2$  的 Bonferroni 区间分别为:  $[-20.57, 1.85], [-2.97, 29.52]$ , Bonferroni 区间和例 6.1 所给的联合  $T^2$  置信区间相比, Bonferroni 区间的宽度更小。

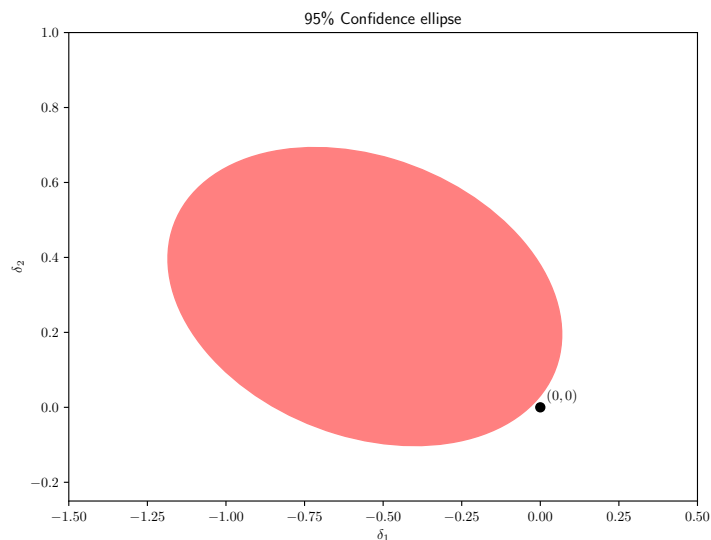
## 4 《实用多元统计分析》P258: 6.3

解: 去除掉样本 8 后, 得到的联合  $T^2$  置信区间为:  $\delta_1: [-23.70, -0.30], \delta_2: [-5.50, 22.70]$ , 得到的 Bonferroni 区间为:  $\delta_1: [-21.92, -2.08], \delta_2: [-3.35, 20.55]$ , 得到的  $T^2$  检验量为: 11.45, 而  $[p(n-1)/(n-p)]F_{(p,n-p)}(0.95) = 10.03 < 11.45$ , 所以拒绝原假设  $H_0: \delta = 0$ , 和例 6.1 中检验结果一致。

但是, 去除掉样本 8 后,  $\delta_1$  的 95% 置信区间不包含 0 了, 从置信区间的角度看, 原假设  $H_0: \delta = 0$  也是要拒绝的。

## 5 《实用多元统计分析》P258: 6.4

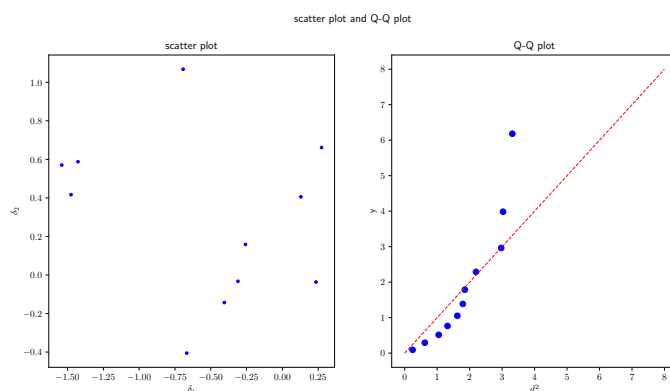
解: (a) 在对观测值进行对数变换后, 可以得到总体均值的 95% 置信椭圆:



从图中可以发现,  $(0,0)$  点不位于置信区间内, 所以拒绝原假设  $H_0: \delta = 0$ , 这和例 6.1 中检验结果一致。

(b) 对于变换后的数据, 可以得到  $\delta_1, \delta_2$  的 Bonferroni 区间分别为:  $[-1.094, -0.022], [-0.045, 0.636]$

(c) 对于变换后的数据,  $\delta$  的散点图、 $Q-Q$  图如下图所示:



从图中可以发现, 虽然由于有一些点偏离了直线, 但由于样本量较小, 偏离直线是正常的, 不能说二元正态分布遭到了破坏; 但是, 若原本的观测值是一个二元正态分布, 在进行对数变换后, 新的变量就不服从二元正态分布了, 所以二元正态分布的假定有可能遭到了破坏。

## A 附录

解答题目所使用的代码及输出请见:<https://thisiskunmeng.github.io/multivariate/hw8.html>