

多元回归 第三周作业

20307100013 蒋翌坤

《实用多元统计分析》P84: 2.41

解:

$$(a) E(AX) = AE(X) = A\mu_X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$(b) Cov(AX) = A\Sigma_X A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 36 \end{bmatrix}$$

《实用多元统计分析》P84: 2.42

解:

$$E(AX) \text{ 保持不变, } E(AX) = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$Cov(AX) = A\Sigma_X A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}$$

《实用多元统计分析》P114: 3.20

解:

(a) 令 $X' = (x_1, x_2)$, $A = [-1 \ 1]$, 则 $x_2 - x_1 = AX$

由程序求得 $\bar{X}' = (9.42, 19.272)$, $S = \begin{bmatrix} 14.14 & 13.47 \\ 13.47 & 62.24 \end{bmatrix}$

$x_2 - x_1$ 的样本均值为 $\overline{AX} = A\bar{X} = [-1 \ 1] \begin{bmatrix} 9.42 \\ 19.272 \end{bmatrix} = 9.852$

$x_2 - x_1$ 的样本方差为 $ASA' = [-1 \ 1] \begin{bmatrix} 14.14 & 13.47 \\ 13.47 & 62.24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 49.43$

(b) 由程序可以求得由个体值 $x_{j2} - x_{j1} (j = 1, 2, \dots, 25)$ 组成的样本的均值为 9.852, 方差为 49.43, 和 (a) 中所求得的值相同。