

多元分析：第十三周作业

蒋翌坤 20307100013

《实用多元统计分析》P416: 9.19(e)

先利用原始数据将新的销售人员的测试分数标准化，然后利用加权最小二乘法和回归方法，分别对 $m = 2$ 和 $m = 3$ 个公共因子计算因子得分。 $m = 2$ 时，利用加权最小二乘法得因子得分 $[0.59, 0.70]$ ，利用回归方法得因子得分 $[1.58, 0.31]$ 。 $m = 3$ 时，利用加权最小二乘法得因子得分 $[-1.92, -2.62, 4.80]$ ，利用回归方法得因子得分 $[-2.34, -2.55, 2.55]$ 。

《实用多元统计分析》P418: 9.28

利用协方差矩阵 S ，取 $m = 2$ ，可以得到因子载荷和旋转因子载荷如表 1 所示。从表中可以发现，马拉松变量的载荷十分高，而其他变量的载荷很小。

变量	因子载荷			旋转因子载荷		
	F_1	F_2	ψ_i	F_1	F_2	ψ_i
100 米	0.34	-0.15	0.01	0.32	-0.18	0.01
200 米	0.82	-0.39	0.02	0.78	-0.47	0.02
400 米	2.12	-1.07	0.99	2.0	-1.28	0.99
800 米	0.08	-0.0	0.0	0.08	-0.01	0.0
1500 米	0.26	0.05	0.0	0.27	0.02	0.0
3000 米	0.77	0.22	0.02	0.78	0.14	0.02
马拉松	13.21	1.3	89.1	13.27	-0.03	89.1

表 1: 利用协方差矩阵 S 的因子载荷和旋转因子载荷

通过加权最小二乘法得到的两个因子得分如图 1 所示。从图中可以看出，有两个明显的离群点位于图像的右侧。

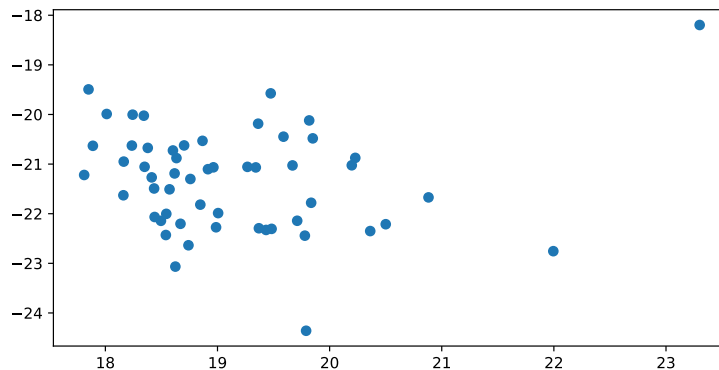


图 1: 加权最小二乘法得到的两个因子得分 (S)

利用相关系数矩阵 \mathbf{R} , 取 $m = 2$, 可以得到因子载荷和旋转因子载荷如表 2 所示。从表中可以发现, 在进行因子旋转后, 第一个因子上高载荷的为短跑项目, 第二个因子上高载荷的为长跑项目, 这与协方差矩阵 \mathbf{S} 所得出的结论差距很大。

变量	因子载荷			旋转因子载荷		
	F_1	F_2	ψ_i	F_1	F_2	ψ_i
100 米	0.86	-0.39	0.09	0.45	-0.83	0.09
200 米	0.88	-0.42	0.03	0.44	-0.87	0.03
400 米	0.81	-0.42	0.15	0.39	-0.83	0.15
800 米	0.92	-0.02	0.14	0.72	-0.57	0.14
1500 米	0.97	0.16	0.02	0.87	-0.46	0.02
3000 米	0.94	0.26	0.03	0.91	-0.37	0.03
马拉松	0.8	0.07	0.33	0.68	-0.43	0.33

表 2: 利用相关系数矩阵 \mathbf{R} 的因子载荷和旋转因子载荷

通过加权最小二乘法得到的两个因子得分如图 2 所示。该图与协方差矩阵 \mathbf{S} 得出的因子得分图一样。

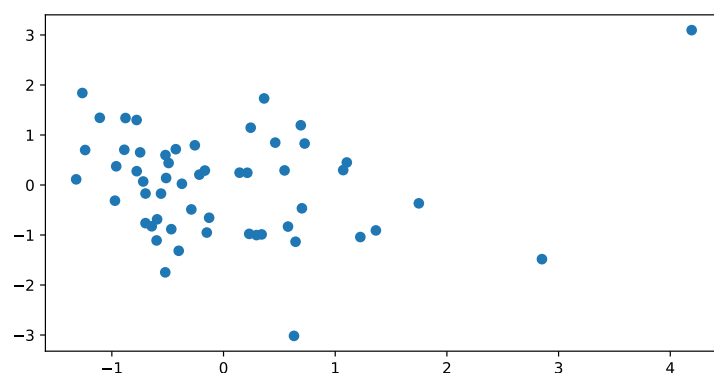


图 2: 加权最小二乘法得到的两个因子得分 (\mathbf{R})

《实用多元统计分析》P506: 11.7

a

两个密度函数如图 3 所示。

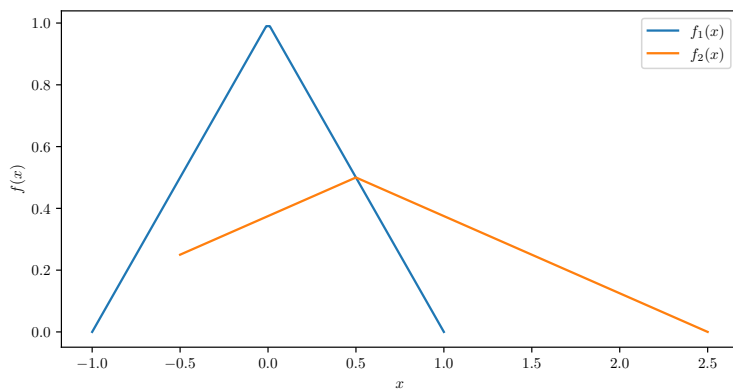


图 3: 两个密度函数

b

$$R_1 : \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq 1 \qquad R_2 : \frac{f_1(x)}{f_2(x)} < 1$$

解得 $R_1 : -1 \leq x \leq 0.25$, $R_2 : 0.25 < x \leq 1.5$ 。

c

$$R_1 : \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{0.8}{0.2} \qquad R_2 : \frac{f_1(x)}{f_2(x)} < \frac{0.8}{0.2}$$

解得 $R_1 : -1 \leq x \leq -\frac{1}{3}$, $R_2 : -\frac{1}{3} < x \leq 1.5$ 。