

Segundo Examen Parcial
24 de JUNIO de 2022

- Lea atentamente las consignas y responda en forma clara y ordenada; y de ser factible en los espacios en blanco, caso contrario presente las hojas numeradas. Siempre, aún en los casos no solicitados, defina adecuadamente la variable de interés (con sus respectivo modelo de probabilidad).

Completar con letra clara e imprenta

APELLIDO: Williams
NOMBRES: Therese
Nº DE HOJAS QUE ENTREGA: _____
(sin incluir consigna)

Ejercicio 1: La cerveza Cristal es una marca de cerveza producida por la Unión de Cervecerías Peruanas Backus y Johnston en Perú y la más consumida en ese país. Al ser el producto de bandera de la cervecería, su nombre bautizó al equipo peruano de fútbol Sporting Cristal que participa en la primera división peruana. La cerveza Cristal se comercializa en varias presentaciones, una de ellas corresponde a latas de 35,5cl que pueden ser empacadas de a seis. Una máquina de llenado automático deposita cerveza en latas según una distribución normal con media $\mu = 34$ cl y una desviación típica de $\sigma = 1,5$ cl. Se usan estas máquinas para llenar latas de cerveza Cristal.

- a)** Si sólo se despachan aquellas latas de cerveza Cristal que tienen al menos 33cl, ¿cuál es la proporción de latas desechadas?
- b)** ¿Qué proporción de latas de cerveza Cristal al ser llenadas por la máquina superan su capacidad?
- c)** ¿Qué proporción de latas de cerveza Cristal son aceptadas pero al ser llenadas por la máquina no se supera su capacidad?
- d)** La máquina de llenado puede ser ajustada para cambiar el volumen medio μ . ¿Cuál debe ser este valor de μ para que únicamente el 1 % de las latas de cerveza Cristal tenga menos de 33cl?

Ejercicio 2: La duración de una laptop (en años) es indicador importante de su garantía. Por estudios previos, la duración una media muestral de 8,74 y una desviación estándar muestral de 0,66. Se considera una muestra aleatoria simple de 20 laptops arrojando una estimación por intervalo de confianza del 95 % para la duración media dada por (4,78; 5,14).

- a)** Determine la media y la desviación estándar muestrales de la duración de las 20 laptops.
- b)** ¿Los datos muestran evidencia suficiente al 5 % para concluir que la duración media en años de laptops difiere?

Ejercicio 3: Para estimar la proporción de personas a favor de tres candidato en elecciones presidenciales en tres (3): A, B y C; se realizó una experiencia cuyos valores sobre el "Número de personas" y "Número de personas que apoyan a cierto candidato" se encuentran en la tabla a seguir.

- a)** Complete la tabla con la finalidad de ofrecer una estimación por Intervalos de Confianza.

Especie	x (nº de personas a favor)	n (nº total de personas)	\hat{p} (proporción de personas a favor de un candidato)	Error Estándar $EE(\hat{p})$	Valor/es críticos	Intervalo de Confianza del 95 % para "p"
A	36	48	0,75	2,225	X	(0,151; 1,349) X
B	50	100	0,5	0,204	X	(0,402; 0,598) ✓
C	240	600	0,4	0,288	X	(0,3608; 0,4392) ✓

- b)** Si Ud. quisiera tener el mismo Error Estándar en las 3 estimaciones, ¿para qué especie debería tomar más datos?

Para la especie A se deberían tomar más datos para tener el mismo EE.

Ejercicio 4: El gerente de la empresa "Color Plus Pinturería", está investigando el tiempo de secado de una pintura para madera para cerrar los poros o impermeabilizarla. Por estudios anteriores, se sabe que la distribución de los tiempos de secado es aproximadamente normal. Se ha diseñado un experimento en el que se midió el tiempo de secado de 10 cuadrados de madera pintados, encontrándose una media de 121 minutos y con una desviación estándar de 8 minutos.

- a)** Defina la variable involucrada en el problema. Proponga una distribución muestral para la misma.
- b)** Realice una prueba estadística adecuada para probar si el verdadero tiempo promedio de secado es mayor que 115 minutos, y verifique a partir de un nivel de significancia del 5%.
- c)** Caso que sea necesario construya un intervalo de confianza del 95% para el tiempo promedio de secado de la pintura.
- d)** Si deseamos contrastar, con 95% de confianza una muestra de 10 cuadrados de madera pintados, las hipótesis:

$$H_0: \mu = 115$$

versus

$$H_1: \mu = 120$$

¿Cuál es la potencia del test contra la alternativa? ¿Le parece suficiente? ¿Cómo se podría mejorar?

- e)** ¿Cuántos cuadrados de madera pintados deberían probarse en el experimento si deseamos asegurarnos que, con una confianza del 95%, el margen de error cometido en la estimación no será mayor que 4 minutos?

thom wilson 1/3

Segundo exam. Estad. thom wilson 1/3

3)

\bar{X} = número de personas a favor de 3 candidatos a elecciones presidenciales

$$IC = (P: \gamma = (1 - \alpha) \%) = \hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

IC =

$$= 0,75 \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{0,75 \cdot 0,25}{100}}$$

$$= 0,75 \pm 1,96 \cdot 0,05$$

$$= 0,75 \pm 0,098$$

$$(0,652; 0,848)$$

X = 'número de personas a favor de la especie B'

$$IC = (P: \gamma = (1 - \alpha) \%) = \hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

$$= 0,5 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{100}}$$

$$= 0,5 \pm 0,098$$

$$= 0,5 \pm 0,098$$

$$IC = (0,402; 0,598)$$

$$E = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

$$E = 0,098$$

X = 'número de personas a favor de la candidatura de la especie C'

$$IC = (P: \gamma = (1 - \alpha) \%) = \hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}$$

$$= 0,4 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,4 \cdot 0,6}{100}}$$

$$= 0,4 \pm 0,0392$$

$$= 0,4 \pm 0,0392$$

$$IC = (0,3608; 0,4392)$$

construir todos los intervalos de la forma $\bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ el 95% contendrá

el verdadero valor de el parámetro μ

1) X = 'cantidad (en litros) de botas de cerveza que son llenadas por una máquina de llenado automático'.

$\mu = 34 \text{ cl}$ $\sigma = 1,5 \text{ cl}$

$X \sim N(34, 1,5)$

a) $P(X \geq 33) = P(Z \geq \frac{33-34}{1,5}) = P(Z \geq -0,666) = 1 - P(Z \leq -0,666) = 1 - F(-0,666) = 0,252 \approx 0,25 = 25\%$

a) la proporción de botas desechadas es del 25%

b) $P(X \geq 35,5) = P(Z \geq \frac{35,5-34}{1,5}) = P(Z \geq 1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - F(1) = 0,242 \approx 0,25$

b) la proporción de botas de cerveza que se exceden la capacidad es del 15%

c) $P(33 < X < 35,5) = P(\frac{33-34}{1,5} < Z < \frac{35,5-34}{1,5}) = P(-0,666 < Z < 1) = F(1) - F(-0,666) = 0,242 + 0,252 = 0,494 \approx 49\%$

c) la proporción de botas que son llenadas pero no superan la capacidad es del 49%

d) el valor de μ para el que $P(X < 33) = 0,01$ tiene que ser de 36,1 cl.

4) a) X = 'el tiempo de secado, en minutos, de una pintura para madera para cerrar los poros e impermeabilizarla'.

$\mu = 120$

$\sigma^2 = 8$

b) $H_0: \mu \leq 115$ $H_1: \mu > 115$
a) Hipótesis $H_0: \mu = 115$ $H_1: \mu \neq 115$

$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{120 - 115}{\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}}} = \frac{5}{1,58113883} = 3,16227766$

$\frac{\alpha}{2} = 0,05 \rightarrow [0,025]$

$z = 1,97 \sim N(0,1)$

$PG = 1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$

$BI = 120 \pm 1,97 \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}} = 120 \pm 1,97 \cdot 1,58113883 = 120 \pm 3,1148435 = [116,8851565, 123,1148435]$

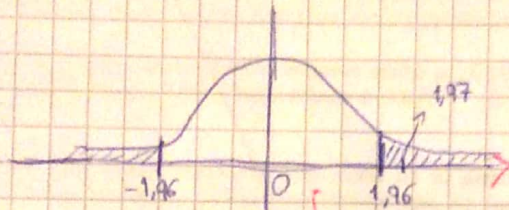
Thomás Williams 3/3

$$\begin{aligned}
 IC &= (n: \gamma = (1-\alpha)\%) = \bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \\
 &= 120 \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{8}{\sqrt{10}} \\
 &= 120 \pm 1,96 \cdot 2,529822128 \\
 &= 120 \pm 4,958451371 = \\
 &= 115,041548629 \quad ; \quad 124,958451371
 \end{aligned}$$

$$IC = (115,04; 124,96)$$

Inti: construido todos los intervalos.

de la forma $\bar{X} \pm 1,96$ el 95% de estos contendrán el verdadero valor del parámetro μ .



PD: Como $z_0 \in IC$ entonces rechazamos la hipótesis nula, con lo cual, con una probabilidad de error del 5% se puede decir que la media de secado difiere a 120 minutos.

2) X = 'duración (en años) de una laptop para su garantía'

$$IC = (4,78; 5,14)$$

$$\mu_{anterior} = 8,74 \quad \sigma_{anterior} = 0,66$$

$$n = 20$$

$$IC = \bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$5,14 = \bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$5,14 = \bar{X} \pm 1,96 \cdot \frac{s}{\sqrt{20}}$$

$$5,14 - \bar{X} = 1,96 \cdot \frac{s}{\sqrt{20}}$$

$$\begin{aligned}
 IC_{anterior} &= IC = 8,74 \pm 1,96 \cdot \frac{0,66}{\sqrt{20}} \\
 &= 8,74 \pm 1,96 \cdot 0,147
 \end{aligned}$$

$$8,74 \pm 0,288$$

$$IC = (8,452; 9,028)$$

c) acorde a los datos del IC de datos anteriores se puede concluir que la duración media en años difiere.

construido todos los intervalos de la forma

$\bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ el 95% contendrán el verdadero valor del parámetro μ .