Script

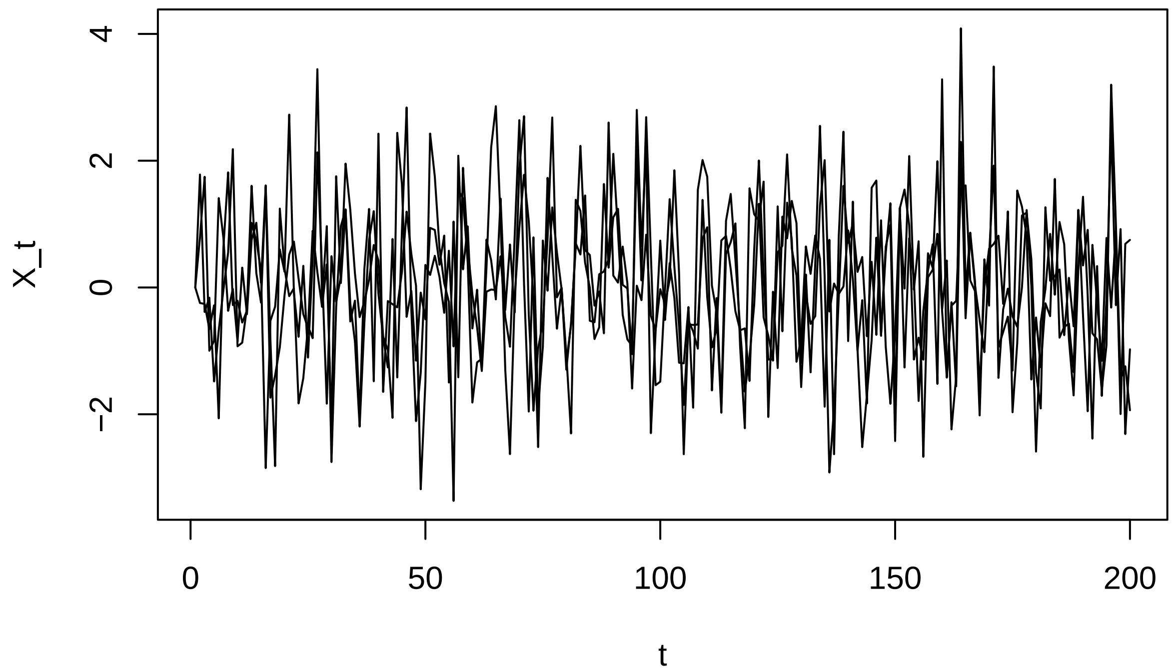
2024-01-16

Exercice 1

a) $X_t = \sin(t) + \varepsilon_t - 0.2 \times \varepsilon_{t-1}$

$\mathbb{E}[\epsilon_t] = 0$ puisqu'il s'agit d'un bruit blanc et $\mathbb{E}[\sin(t)]$ varie en fonction de t. Par conséquent, l'espérance de X_t n'est pas constante, car elle dépend de t à travers le terme $\sin(t)$. Ainsi nous n'avons pas besoin de la fonction d'autocovariance puisqu'on sait que le processus n'est pas stationnaire.

```r
set.seed(123)
n <- 200

trajectoire_a <- function(n) {
  epsilon <- rnorm(n)
  X <- rep(0, n)
  for (t in 2:n) {
    X[t] <- sin(t) + epsilon[t] - 0.2 * epsilon[t - 1]
  }
  return(X)
}

X1 <- trajectoire_a(n)
X2 <- trajectoire_a(n)
X3 <- trajectoire_a(n)

plot(X1, type = "l", ylim = range(c(X1, X2, X3)), ylab = "X_t", xlab = "t")
lines(X2)
lines(X3)
```



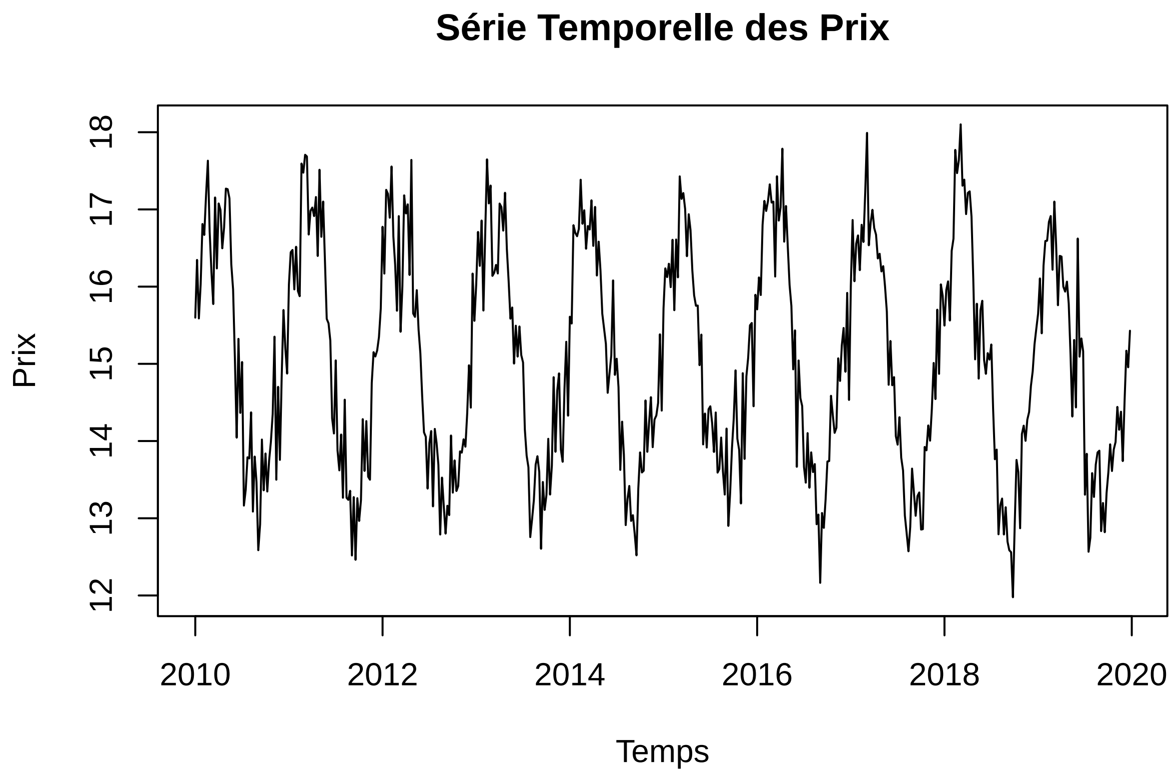
b) $X_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$

$$E(X_t) = E(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) = E(\varepsilon_t) - E(\varepsilon_{t-1}) = 0 - 0 = 0$$

Exercice 2

a) Représentation graphique de la série p1

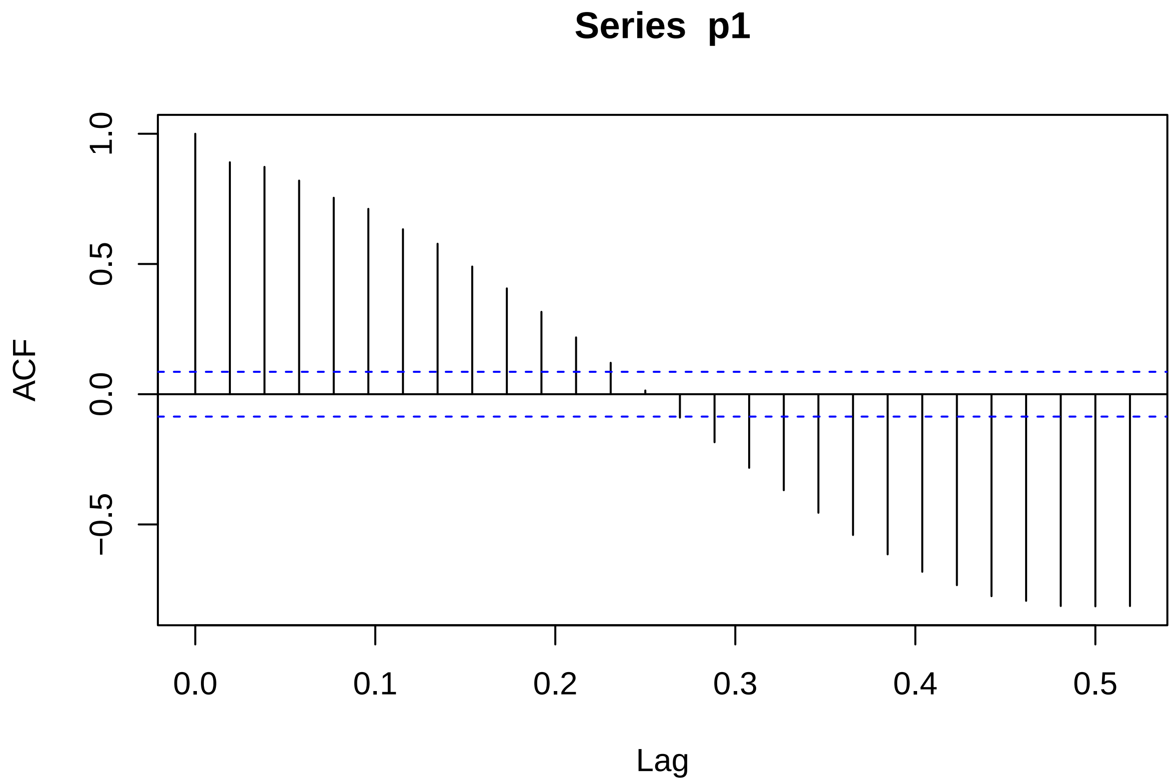
```r
source("prix.R")

plot(p1, type = "l", main = "Série Temporelle des Prix", xlab = "Temps", ylab = "Prix")
```



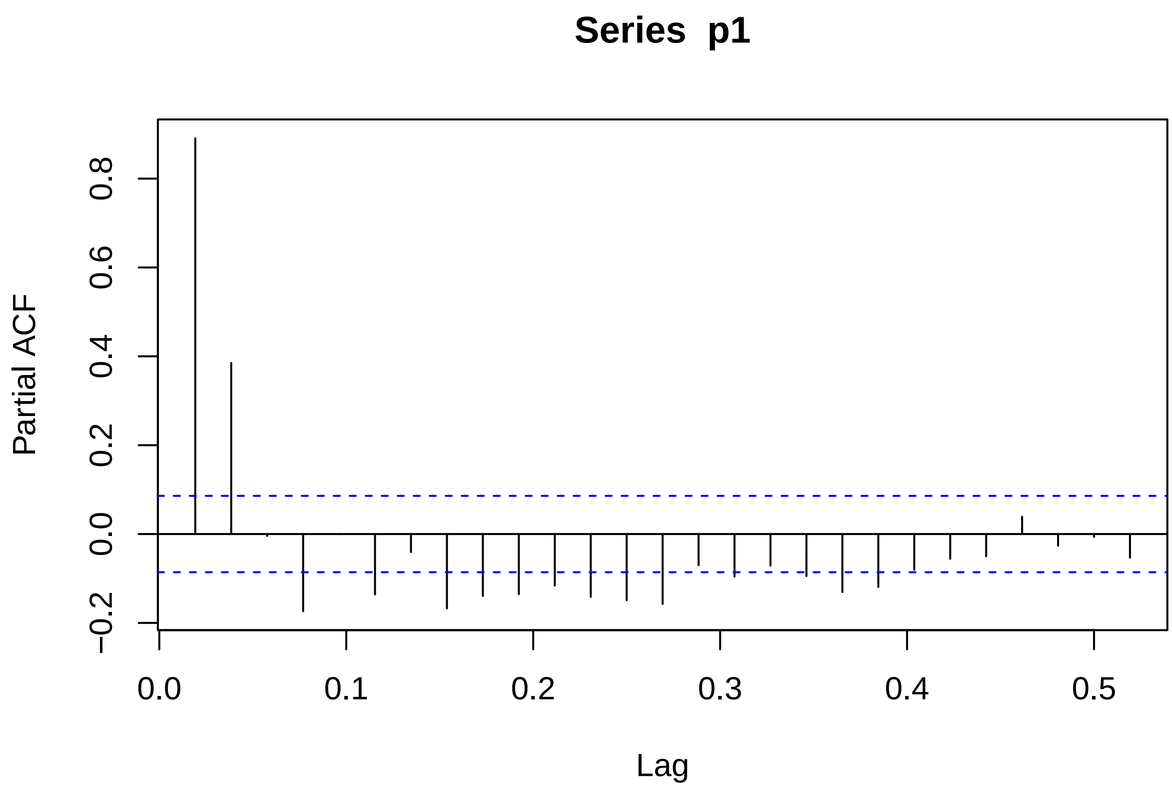
D'après le graphique, on peut émettre l'hypothèse que la série est stationnaire en moyenne et en variance puisque la moyenne est constante et la variance homoscédastique. De plus, la covariance entre 2 points semble constante, l'écart entre chaque fluctuation est le même et laisse penser à une saisonalité.

b) Fonctions d'autocorrélation acf et pacf

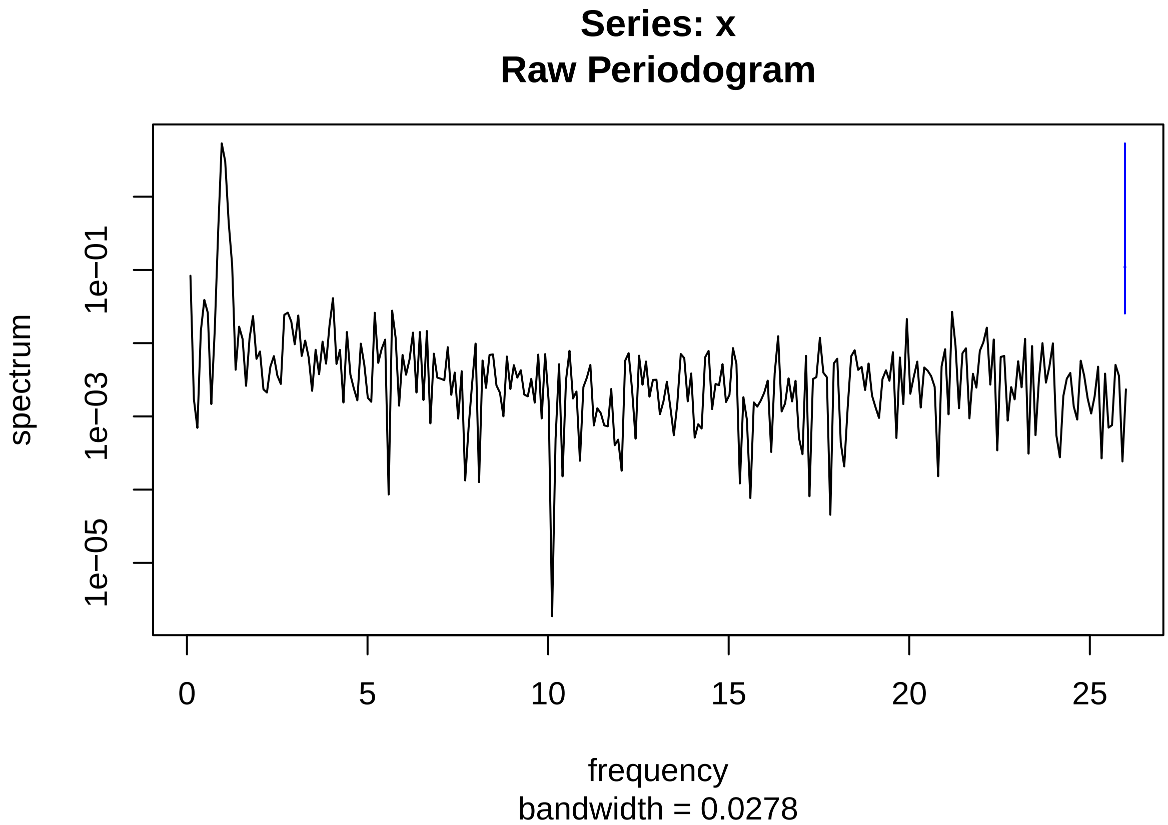
```
acf(p1)
```



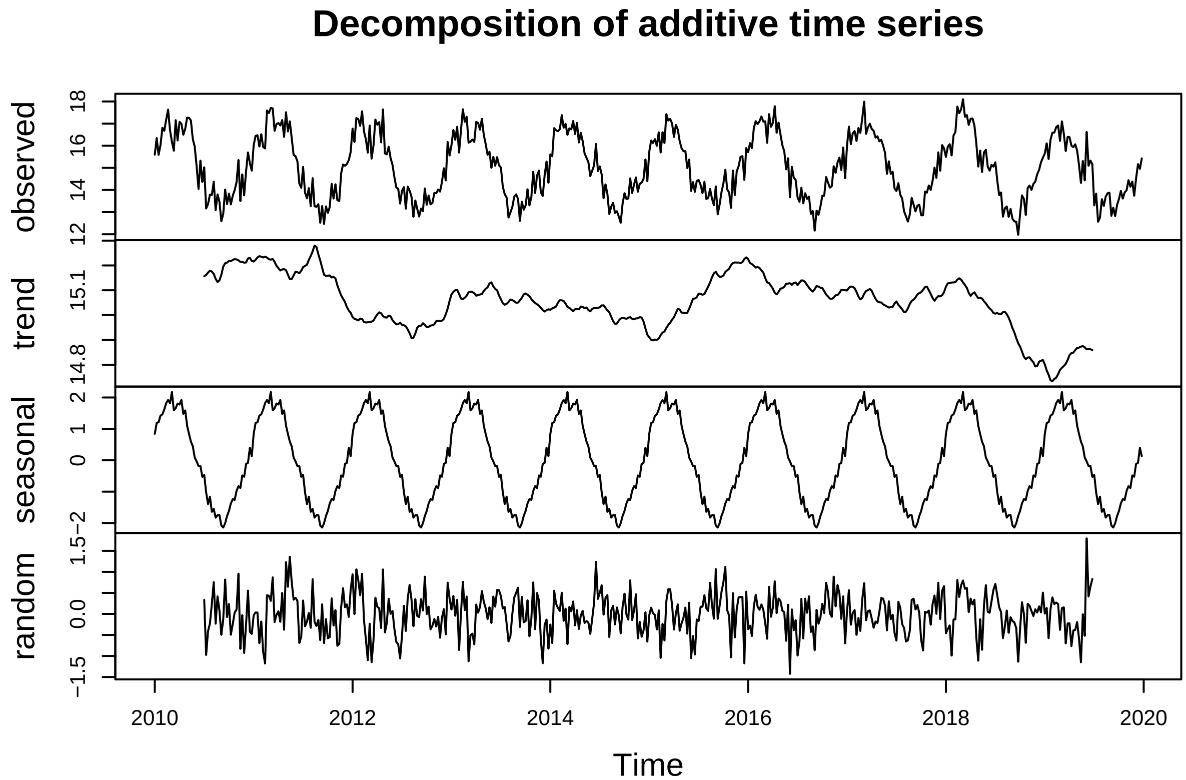

```r
pacf(p1)
```




```
spectrum(p1)
```




```r
p1_decomp <- decompose(p1)
plot(p1_decomp)
```



c) $X_t = m + A\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + B\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + Y_t$