

Script

2024-01-16

Exercice 1

a) $X_t = \sin(t) + \varepsilon_t - 0.2 \times \varepsilon_{t-1}$

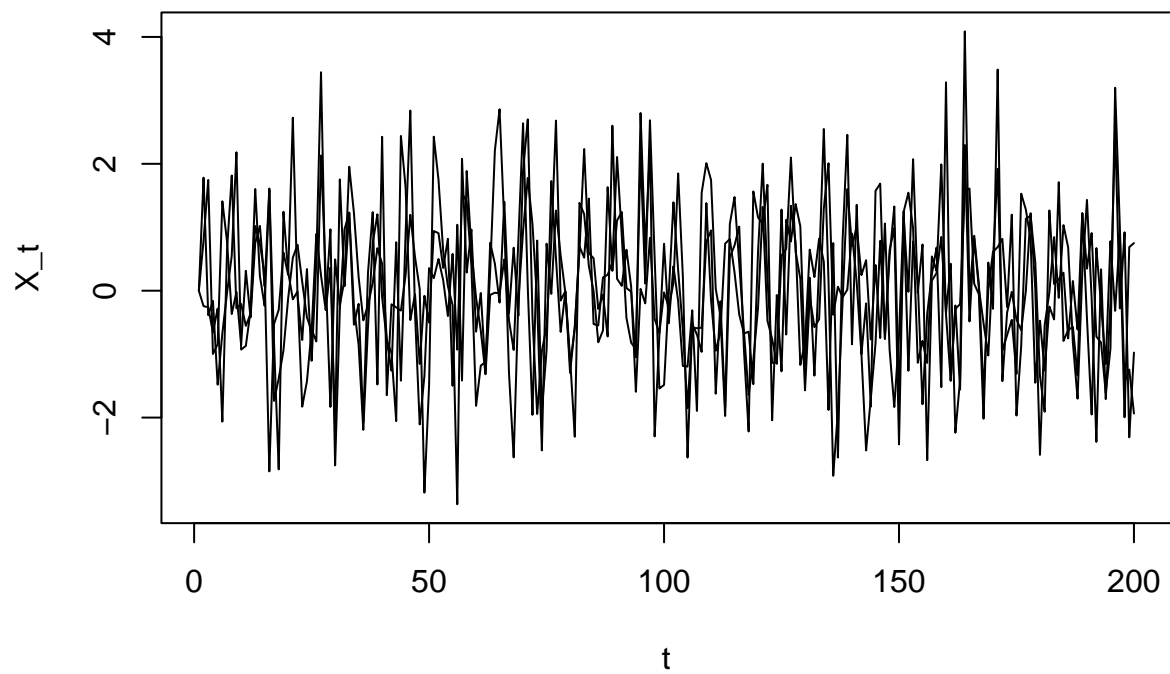
$\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$ puisqu'il s'agit d'un bruit blanc et $\mathbb{E}[\sin(t)]$ varie en fonction de t . Par conséquent, l'espérance de X_t n'est pas constante, car elle dépend de t à travers le terme $\sin(t)$. Ainsi nous n'avons pas besoin de la fonction d'autocovariance puisqu'on sait que le processus n'est pas stationnaire.

```
set.seed(123)
n <- 200

trajectoire_a <- function(n) {
  epsilon <- rnorm(n)
  X <- rep(0, n)
  for (t in 2:n) {
    X[t] <- sin(t) + epsilon[t] - 0.2 * epsilon[t - 1]
  }
  return(X)
}

X1 <- trajectoire_a(n)
X2 <- trajectoire_a(n)
X3 <- trajectoire_a(n)

plot(X1, type = "l", ylim = range(c(X1, X2, X3)), ylab = "X_t", xlab = "t")
lines(X2)
lines(X3)
```



b) $X_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$

$$E(X_t) = E(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) = E(\varepsilon_t) - E(\varepsilon_{t-1}) = 0 - 0 = 0$$