

CHAPITRE 1
NOMBRES ET CALCUL
DEVOIR 1

Mathématiques - Seconde A
Lycée d'Adultes de la Ville de Paris

EXERCICE 1 - Eléments de calcul.

1. Le nombre 97 est-il premier ? Justifiez votre démarche.
2. Décomposez 252 en produit de facteurs premiers.
3. Calculez, sans calculatrice et en détaillant votre démarche, le nombre : $R = \frac{2^8 \times 9^3 \times 25^2}{12^3 \times 5^2}$
4. Quelles sont les fractions irréductibles parmi les suivantes : $\frac{72}{54}, \frac{48}{73}, \frac{19}{39}$.
5. Calculez les fractions suivantes : $A = \frac{9}{12} - \frac{5}{3}, B = \frac{3}{9} \times \frac{5}{4}, C = \frac{13}{2} + \frac{5}{7}, D = 4 \times \left(\frac{13}{2} + \frac{5}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \right)$.

EXERCICE 2 - Lemme sur la stabilité de la parité.

1. Donnez l'expression de l'ensemble I des entiers relatifs impairs.
2. Démontrez la proposition $\mathcal{P} : n \in I \Rightarrow n^2 \in I$.
3. Exprimez la contraposée de la proposition \mathcal{P} .

EXERCICE 3 - Irrationalité de $\sqrt{2}$ par l'absurde.

1. En utilisant le théorème de Pythagore, donnez la longueur D de la diagonale d'un carré de côté 1.
2. Supposons que la longueur D obtenue soit un nombre rationnel. Il existe donc deux entiers $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ tels que $D = \frac{a}{b}$. A l'aide du lemme sur la stabilité de la parité (exercice précédent), montrez que a est pair.
3. Montrez alors que si a est pair, b l'est également.
4. Supposons de plus que l'écriture $D = \frac{a}{b}$ est irréductible, c'est-à-dire, que a et b soient premiers entre eux. Expliquez en quoi vos réponses aux questions 2 et 3 sont contradictoires avec cette hypothèse.
5. En déduire l'ensemble de nombre auquel appartient D .