

Prévision à court terme : méthodes de lissage exponentiel

Version 1.3

AUTEURS : CATHERINE PARDOUX & BERNARD
GOLDFARB

ÉTABLISSEMENT : UNIVERSITÉ PARIS-DAUPHINE

DURÉE : CE MODULE REPRÉSENTE 8H DE TRAVAIL POUR UN
ÉTUDIANT DE NIVEAU L3

Janvier 2013

Table des matières



Objectifs	7
Introduction	9
I - Section	11
II - Cadre général - Présentation des séries étudiées	13
A.Définitions.....	13
B.La prévision à court terme.....	14
C.Présentation des séries étudiées.....	15
1.Séries chronologiques non saisonnières.....	15
2.Séries chronologiques avec saisonnalité.....	17
D.Indices élémentaires (exemple base 2005).....	19
E.Questions sur les indices.....	20
F.Exercice rédactionnel.....	22
III - Modèles et méthodes	25
A.Méthodes d'extrapolation.....	25
B.Principe des méthodes de lissage exponentiel.....	26
C.Choix des paramètres de lissage.....	27
D.Caractéristiques des méthodes de lissage exponentiel.....	28
E.Les différents lissages exponentiels.....	28
F.Exercice.....	29
IV - Le lissage exponentiel simple (LES)	31

A.Le lissage exponentiel simple.....	31
B.Formules de mise à jour.....	32
C.Choix de la valeur initiale.....	32
D.Mise en œuvre : calcul des prévisions par LES.....	32
E.Résumé des erreurs de prévision.....	33
F.Représentation graphique.....	33
G.Exercice rédactionnel.....	35
V - La méthode de Holt	37
A.Le lissage exponentiel de Holt.....	37
B.Choix des valeurs initiales.....	38
C.Calcul des prévisions par le lissage de HOLT.....	38
D.Représentation graphique.....	38
E.Exercice rédactionnel.....	39
VI - La méthode de Winters	41
A.Deux modèles de composition, deux méthodes.....	41
B.Valeurs initiales.....	42
C.Cas d'un modèle additif.....	42
1.Consommation trimestrielle d'essences aviation.....	42
2.Décomposition saisonnière.....	43
3.Prévision avec le modèle additif.....	44
4.Mise en oeuvre.....	44
5.Calcul des prévisions par le lissage de Winters.....	44
6.Représentation graphique.....	45
D.Cas d'un modèle multiplicatif.....	45
1.Indices de fabrication de préparations pharmaceutiques.....	45
2.Décomposition saisonnière.....	46
3.Prévision avec le modèle multiplicatif.....	47
4.Mise en œuvre.....	47
5.Calcul des prévisions par le lissage de Winters.....	47
6.Représentation graphique.....	48
E.Exercice rédactionnel.....	49
VII - Conclusion générale	51
A.Conclusion générale.....	51
VIII - Annexe	53
A.Décomposition saisonnière.....	53
B.Version imprimable du module.....	53
Solution des exercices rédactionnels	55

Solution des exercices	61
Signification des abréviations	63
Bibliographie	65

Objectifs

Bienvenue dans ce module de formation « Prévision à court terme : Méthodes de lissage exponentiel » !

Ce module présente les méthodes de lissage exponentiel (Lissage Exponentiel Simple, Lissage Exponentiel de Holt et Lissage Exponentiel de Winters).

Ces méthodes sont très utilisées par les praticiens de la gestion (notamment pour la gestion des stocks) et les économistes. Leur succès est dû à la qualité des résultats. Elles ne reposent sur aucune hypothèse probabiliste et fournissent des prévisions ponctuelles.

Compte tenu de leur simplicité, elles sont enseignées au niveau licence.

- **Objectifs du module :**
 - Présenter le contexte et les méthodes ;
 - Appliquer les méthodes de lissage exponentiel à des séries chronologiques réelles ;
 - Choisir la méthode de prévision adaptée à une série chronologique ;
 - Mise en œuvre des méthodes de lissage exponentiel à l'aide d'un logiciel de calcul (Microsoft Excel, OpenOffice Calc), choix des paramètres de lissage ;
 - Comparaison des prévisions aux observations.
- **Pré-requis :**
 - Connaissances de base en statistique descriptive : indicateurs de tendance centrale (moyenne, médiane) et indicateurs de dispersion (écart-type, écart absolu moyen), représentations graphiques, ajustement linéaire par la droite des moindres carrés ;
 - Maîtrise du logiciel Microsoft Excel ® ou OpenOffice Calc ® (savoir utiliser la poignée de recopie et saisir une fonction).
- **Sommaire :**
 - Chapitre 1 : Cadre général - Présentation des séries étudiées.
 - Chapitre 2 : Modèles et méthodes.
 - Chapitre 3 : Le lissage exponentiel simple (L.E.S).
 - Chapitre 4 : La méthode de Holt.
 - Chapitre 5 : La méthode de Winters
 - i. cas d'un modèle additif
 - ii. cas d'un modèle multiplicatif

- 



Si vous n'avez aucune connaissance sur les éléments constitutifs d'une série chronologique et la décomposition d'une série chronologique, consultez pour commencer l'annexe "Décomposition saisonnière".

Section

Présentation des auteurs



Catherine Pardoux



Bernard Goldfarb

Membres de la Société Française de Statistique
Maîtres de Conférences
Université Paris-Dauphine

Auteurs de plusieurs ouvrages :

- Goldfarb B., Pardoux C. (2013) *Introduction à la méthode statistique*, DUNOD, 7^{ème} édition.
- Aubert H., Chapelain K., Chatelin Y.-M., Goldfarb B., Gouet H., Goupy J., Grenier E., Martin O., Morineau A., Pardoux C., Vaillé J. (2005) *L'analyse statistique des données : apprendre, comprendre et réaliser avec Excel*. Editions ELLIPSES.

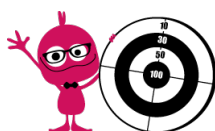
auteurs

Cadre général - Présentation des séries étudiées



Définitions	13
La prévision à court terme	14
Présentation des séries étudiées	15
Indices élémentaires (exemple base 2005)	19
Questions sur les indices	20
Exercice rédactionnel	22

Ce chapitre présente les différentes catégories de séries chronologiques selon la présence ou l'absence de tendance et/ou de saisonnalité, la notion de prévision à court terme, et un bref aperçu sur les indices élémentaires.



Objectifs :

- Expliquer des notions de base : série chronologique, prévision, tendance, saisonnalité, indices élémentaires ;
- Observer par les graphiques les composantes d'une série (tendance, saisonnalité, période).

La notion d'indice élémentaire est exposée à partir d'exemples.

A. Définitions



Définition : Qu'est-ce qu'une série chronologique ?

Série chronologique ou **série temporelle** ou **chronique** :

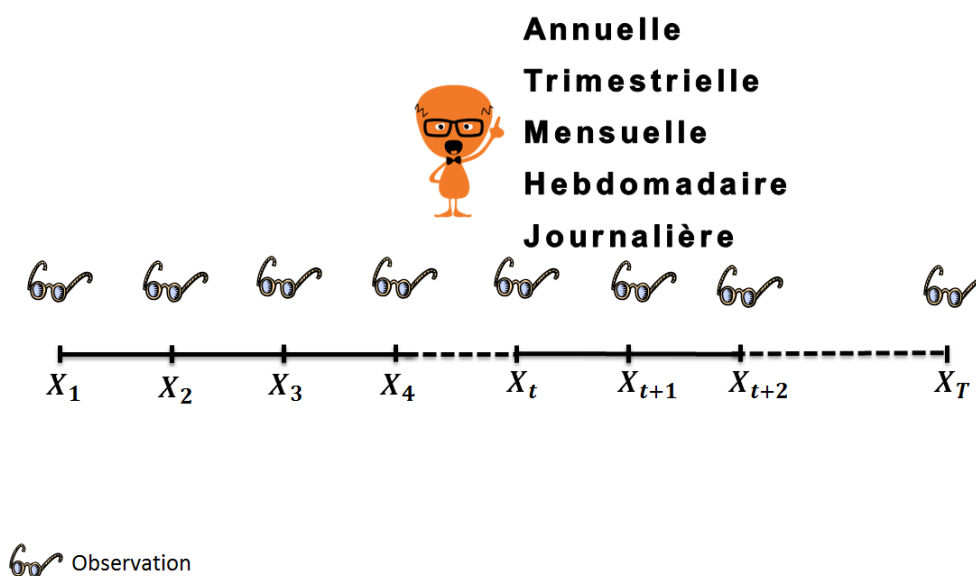
Suite d'observations **régulièrement** espacées dans le temps X_1 , X_2 , , X_t , , X_T .

La période des relevés peut être :

- L'année,
- Le trimestre,
- Le mois,

- La semaine,
- La journée...

Série chronologique



Série chronologique



Attention

Les séries chronologiques formées par des observations **irrégulièrement** espacées peuvent être étudiées par des méthodes plus complexes, dépassant largement le cadre de ce cours.

B. La prévision à court terme

Objectifs

1. **Décrire** : identifier les composantes ;
2. **Expliquer** : évaluer la tendance, la saisonnalité ;
3. **Contrôler** : agir, anticiper, décider ;
4. **Prévoir** : ici, avec un horizon à court terme.



Fondamental : Qu'est-ce que la prévision à court terme ?

L' **horizon** d'une prévision à court terme dépend du contexte étudié :

- En gestion, marketing, le court terme est de l'ordre de quelques mois
- En météo, le court terme est de l'ordre d'une ou deux journée(s)

Avec un **horizon à court terme** :

On suppose que le phénomène ne dépend que de ses valeurs passées

Méthodes par extrapolation :

parmi elles, les **méthodes de lissage exponentiel** sont très largement utilisées.



Remarque

Seule la prévision à court terme sera traitée dans ce module.

C.Présentation des séries étudiées

1.Séries chronologiques non saisonnières

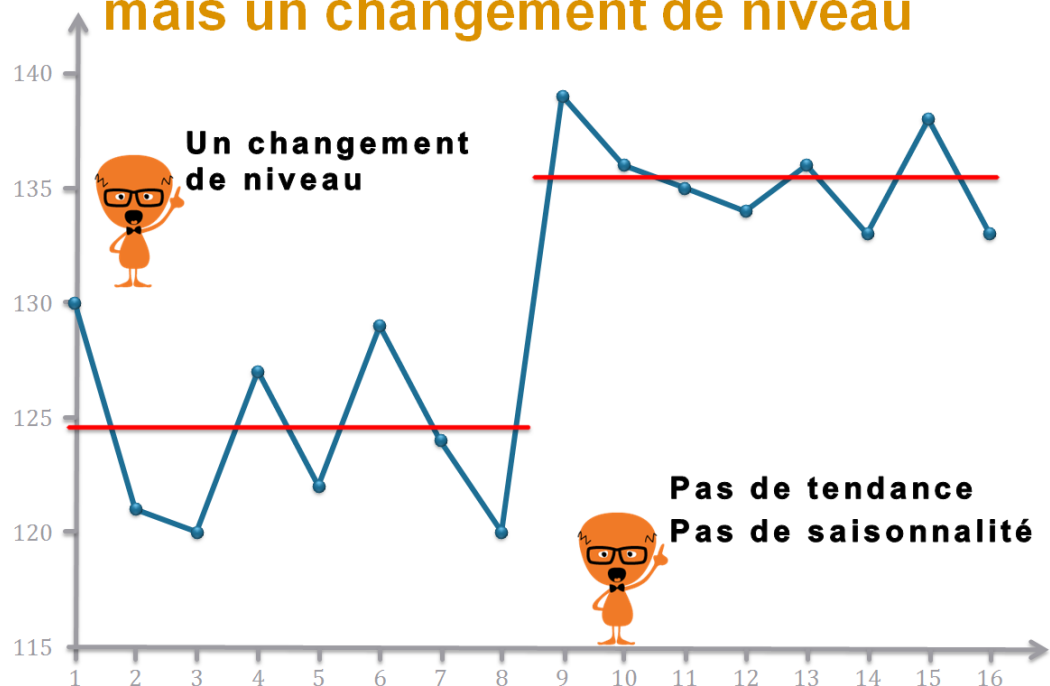
Objectifs

- Présenter les séries chronologiques étudiées ;
- Observer graphiquement les composantes d'une série chronologique réelle ;
- Identifier la tendance ;
- Expliquer le choix de la méthode de lissage pour chaque série chronologique.

a) Pas de tendance mais un changement de niveau

Cours d'une action (en €)

Série non saisonnière, sans tendance, mais un changement de niveau



Série sans tendance mais un changement de niveau

Cette série chronologique présente l'évolution du cours d'une action (en €).

La série ne présente ni tendance, ni saisonnalité, mais un changement de niveau entre les dates 8 et 9.



Complément

Vous pouvez :

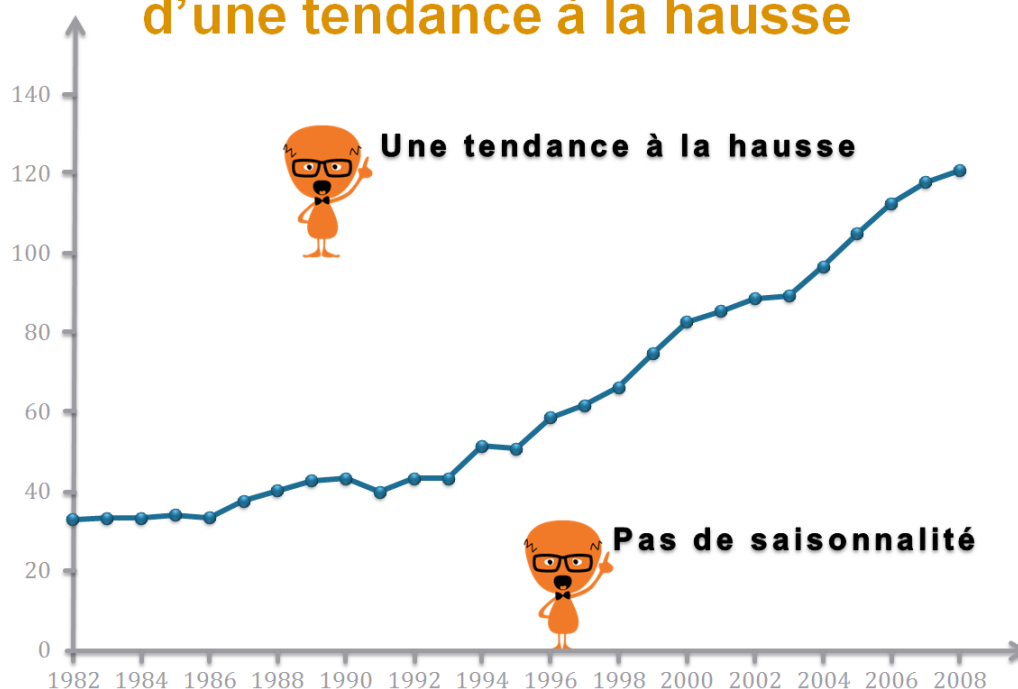
Télécharger le fichier de la série :

Cours d'une action (cf. Cours d'une action).

b)Présence d'une tendance à la hausse

Transport annuel de passagers par Air France sur des vols internationaux de 1982 à 2008 (en milliers de milliards de passagers-km), source INSEE

Série non saisonnière, présence d'une tendance à la hausse



Série non saisonnière, présente d'une tendance à la hausse.

Nous analyserons cette série, non saisonnière, par la méthode de HOLT, méthode adaptée aux séries sans saisonnalité et présentant une tendance.



Complément

Vous pouvez également :

Visiter le site de l'INSEE¹ (Institut National de la Statistique et des Études Économiques).

Télécharger le fichier de la série :

Transport annuel de passagers par Air France sur des vols internationaux de 1982 à 2008 (en milliers de milliards de passagers-km) (cf. Transport de passagers par Air France).

1 - <http://www.insee.fr/>

2.Séries chronologiques avec saisonnalité

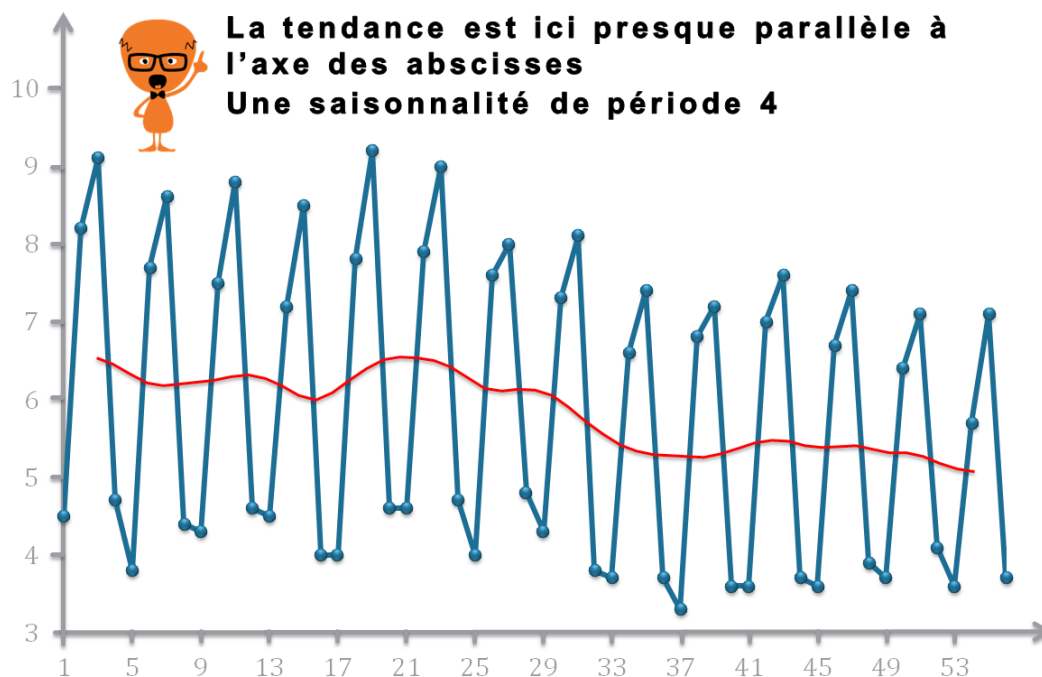
Objectifs

- Présenter les séries chronologiques étudiées ;
- Observer graphiquement les composantes d'une série chronologique réelle ;
- Identifier et différencier la tendance et la saisonnalité ;
- Expliquer le choix de la méthode de lissage pour chaque série chronologique.

a)Série chronologique avec saisonnalité trimestrielle

Consommation trimestrielle d'essences aviation du premier trimestre 1995 au quatrième trimestre 2008 en France (milliers de tonnes), source CPDP (Comité Professionnel du Pétrole)

Série avec saisonnalité trimestrielle



Série avec une saisonnalité trimestrielle.

Nous analyserons cette série, saisonnière et sans tendance, avec la méthode de Winters, méthode adaptée aux séries avec saisonnalité.



Complément

Vous pouvez également :

Visiter le site du CPDP² (Comité Professionnel du Pétrole).

Télécharger le fichier de la série :

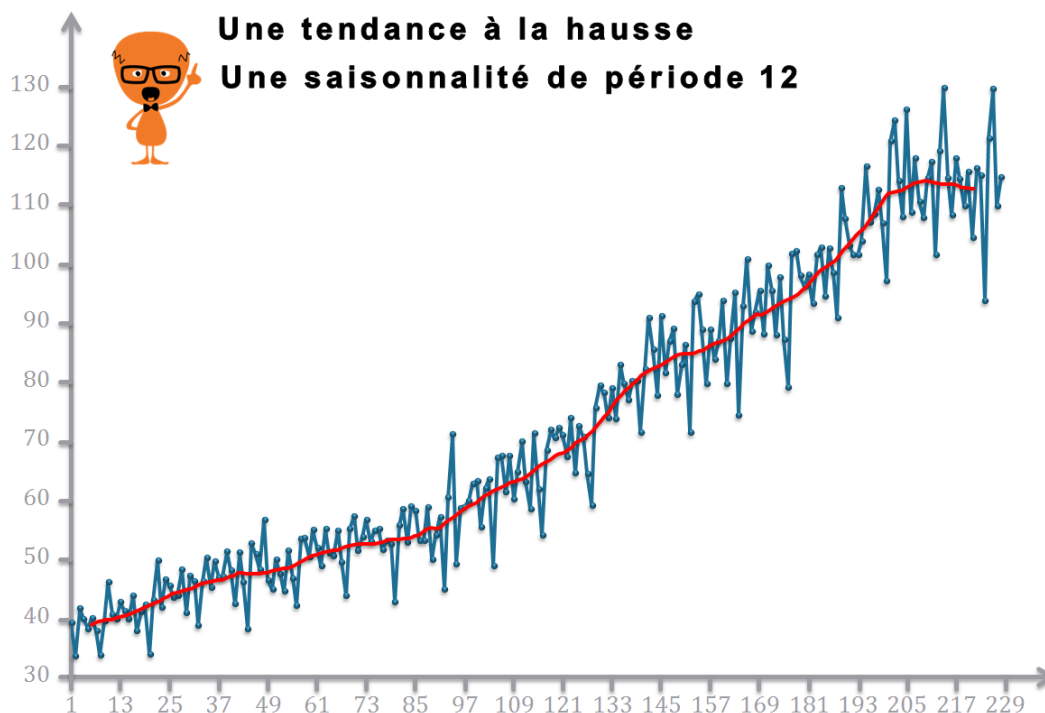
Consommation trimestrielle d'essences aviation du 1er trimestre 1995 au 4e trimestre 2008 en France (milliers de tonnes) (cf. Consommation d'essences

d'aviation).

b) Série chronologique avec saisonnalité mensuelle

Indices bruts de la production industrielle (base 100 en 2005) : fabrication de préparations pharmaceutiques de janvier 1990 à décembre 2008, source INSEE

Série avec saisonnalité mensuelle



Série avec une saisonnalité mensuelle.

Nous analyserons cette série, saisonnière et avec une tendance, par la méthode de Winters, méthode adaptée aux séries saisonnières.



Complément

Vous pouvez également :

Visiter le site de l'*INSEE*³ (Institut National de la Statistique et des Études Économiques).

Télécharger le fichier de la série :

Indices bruts de la production industrielle (base 100 en 2005) : fabrication de préparations pharmaceutiques de janvier 1990 à décembre 2008 (cf. Indices Production industrielle préparations pharmaceutiques).

D. Indices élémentaires (exemple base 2005)

Le tableau suivant présente les indices bruts de la production industrielle de préparations pharmaceutiques (base 100 en 2005) pour l'année 2005, source

3 - <http://www.insee.fr/>

INSEE⁴.

Année	Indices bruts
janv.-05	97,5
févr.-05	92,7
mars-05	100,9
avr.-05	102,2
mai-05	94
juin-05	102
juil.-05	97,8
août-05	90,3
sept.-05	112,2
oct.-05	107
nov.-05	102,5
déc.-05	100,9
Somme	1200
Moyenne	100

Tableau 1 Indices 2005 Production industrielle

**Méthode**

Comment ont été calculés ces indices base 100 en 2005 ?

1. On calcule la moyenne mensuelle de la production totale en 2005 ;
2. On divise ensuite chacune des productions mensuelles de la série par cette moyenne ;
3. On multiplie chaque résultat par 100 pour un indice exprimé en pourcentage.

**Remarque**

L'année de base choisie est l'année 2005: La moyenne des 12 mois de 2005 est donc égale à 100.

E. Questions sur les indices

Voici à présent l'extrait relatif à l'année 2006 du tableau de données "Production industrielle de préparations pharmaceutiques" (base 100 en 2005).

4 - <http://www.insee.fr/>

Année	Indices bruts
janv.-06	100,9
févr.-06	103,3
mars-06	115,8
avr.-06	106,3
mai-06	107,8
juin-06	111,9
juil.-06	106,2
août-06	96,4
sept.-06	120,1
oct.-06	123,7
nov.-06	113,5
déc.-06	107,3

Tableau 2 Indices 2006



Rappel : Dans quelle unité est exprimé un indice ?

Un indice est un nombre sans unité. Si les quantités sont par exemple des valeurs en euros, quand on calcule l'indice, on divise des euros par des euros : on obtient donc un nombre sans unité.



Fondamental : Que signifie la valeur d'un indice ?

Un indice exprime une **variation** par rapport à la valeur de la date de référence.

Pour un indice base 100 en 2005 :

- Une valeur inférieure à 100 signifie une diminution par rapport à la moyenne de 2005.
- Une valeur supérieure à 100 signifie une augmentation par rapport à la moyenne de 2005.



Exemple

1. L'indice égal à 96,4% en août 2006 signifie une diminution de 3,6% en août 2006, par rapport à la moyenne de l'année 2005.
2. L'indice égal à 120,1% en septembre 2006 signifie une augmentation de 20,1% en septembre 2006, par rapport à la moyenne de l'année 2005.



Remarque : Pourquoi les indices sont-ils exprimés avec 1 décimale ?

Exprimer les indices en % avec un chiffre décimal revient à exprimer la variation avec une précision de 3 décimales, ce qui est considéré comme tout à fait suffisant.

F.Exercice rédactionnel

Exercice :

Le tableau suivant présente des données provenant du Ministère du Tourisme :

- Recettes : dépenses (millions d'€) des touristes étrangers en France ;
- Dépenses : dépenses touristiques (millions d'€) des français hors de la France.

Ces données vont vous permettre de tester vos connaissances.

	Recettes	Dépenses
2003 T1	6 167	4 602
T2	8 704	5 097
T3	10 080	6 470
T4	7 395	4 544
2004 T1	6 125	5 011
T2	9 037	5 919
T3	10 010	6 835
T4	7 764	4 843
2005 T1	6 604	5 456
T2	9 689	6 409
T3	11 014	7 595
T4	8 074	5 086
2006 T1	6 889	5 522
T2	10 107	6 486
T3	11 489	7 686
T4	8 422	5 147
2007 T1	7 186	5 588
T2	10 543	6 564
T3	12 130	7 863
T4	8 951	5 296
2008 T1	7 772	6 098
T2	11 321	7 130

Tableau 3 Exercice sur les indices

Vous pouvez :

Télécharger le fichier de la série : Indices Tourisme (cf. Exercice sur les indices).

Question 1

[Solution n°1 p 53]

Calculez les indices base 2005 de ces deux séries :

Question 2

[Solution n°2 p 53]

Représentez graphiquement les deux séries chronologiques des indices

Question 3

[Solution n°3 p 54]

Commentez : tendance, saisonnalité, modèle de composition

On étudie les séries des indices sur la période 2003 – 2007 :

- La période est courte et les séries sont régulières.

Question 4

[Solution n°4 p 54]

Utilisez la méthode des moindres carrés pour prévoir les valeurs de la série « Indices des Recettes » du premier trimestre 2008. (Pour la désaisonnalisation de la série "Indices des dépenses", voir l'annexe "Décomposition saisonnière".)

Comparez les prévisions aux réalisations.

* *

*

Avec l'étude de la série « Indices des recettes », une prévision par extrapolation a été réalisée.

La **droite des moindres carrés** a été calculée pour ajuster la série corrigée des variations saisonnières (série CVS).

Puis pour les deux premiers trimestres de 2008, la tendance a été évaluée en extrapolant cette droite des moindres carrés.

Les **prévisions** ont ensuite intégré la composante saisonnière pour chacun des deux schémas envisagés, additif et multiplicatif.

Dans beaucoup de cas, ce mode de prévision ne peut pas s'envisager car on n'a pas de fonction analytique à sa disposition pour ajuster la tendance (une fonction affine représentée par une droite, pour l'exemple traité).

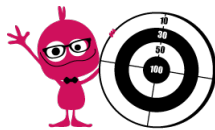
Les chapitres suivants vont développer des méthodes de prévision par lissage exponentiel qui reposent sur l'hypothèse d'une tendance soit constante, soit localement linéaire.

Modèles et méthodes



Méthodes d'extrapolation	25
Principe des méthodes de lissage exponentiel	26
Choix des paramètres de lissage	27
Caractéristiques des méthodes de lissage exponentiel	28
Les différents lissages exponentiels	28
Exercice	29

Ce chapitre est consacré à la prévision par extrapolation, et expose le principe du lissage exponentiel et ses différentes méthodes dépendant chacune d'un ou plusieurs paramètre(s).



Objectifs :

- Connaître le principe de la prévision par extrapolation ;
- Expliquer et différencier les méthodes de lissage exponentiel ;
- Comprendre l'interprétation d'un paramètre de lissage.



Attention :

- Pour suivre ce chapitre, vous devez avoir des connaissances sur les composantes constitutives d'une série (tendance, saisonnalité).

A.Méthodes d'extrapolation

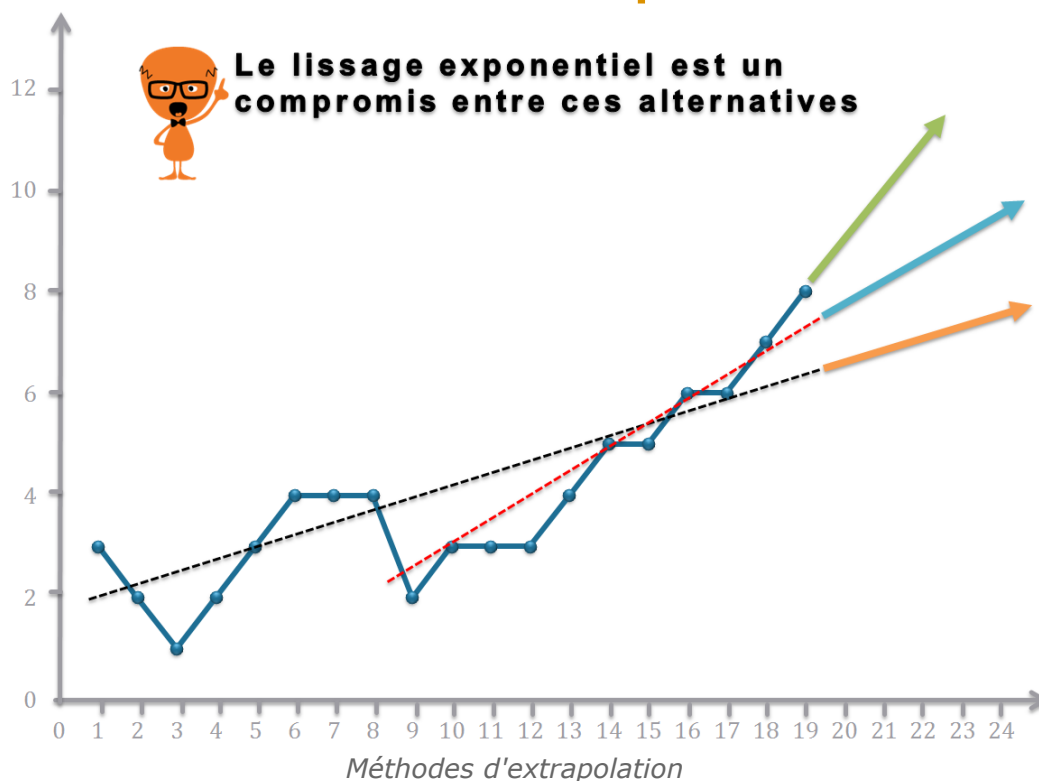


Méthode : En quoi consiste la prévision par extrapolation ?

Prévoir par extrapolation consiste à prolonger l'évolution passée ; il faut choisir :

- Jusqu'à quelle date on remonte ;
- Quelles sont les observations les plus importantes (pondération des observations).

Méthodes d'extrapolation



Fondamental

Les méthodes de lissage exponentiel sont un compromis entre ces trois types d'extrapolation puisqu'elles tiennent compte de toutes les observations, mais en diminuant leur importance au fur et à mesure que l'on remonte dans le passé.

B.Principe des méthodes de lissage exponentiel



Méthode

- Les méthodes de lissage exponentiel sont des méthodes de prévision à court terme ;
- Elles supposent que le phénomène étudié ne dépend que de ses valeurs passées ;
- Ce sont des méthodes d'extrapolation qui donnent un poids prépondérant aux valeurs récentes : les coefficients de pondération décroissent exponentiellement en remontant dans le temps ;
- Chacune des méthodes dépend d'un ou plusieurs paramètres (paramètres de lissage) compris entre 0 et 1 ;
- Le poids de chacune des valeurs passées se calcule à partir de ces paramètres.



Complément

- Les méthodes de prévision se sont développées au cours de la seconde

moitié du XXe siècle.

- La méthode de lissage exponentiel simple a été introduite par Brown en 1962.
- Elle a ensuite été généralisée par Holt et Winters.
- Ces méthodes sont largement diffusées et utilisées. Leur succès est dû à la fois à leur simplicité et à la qualité des prévisions obtenues.

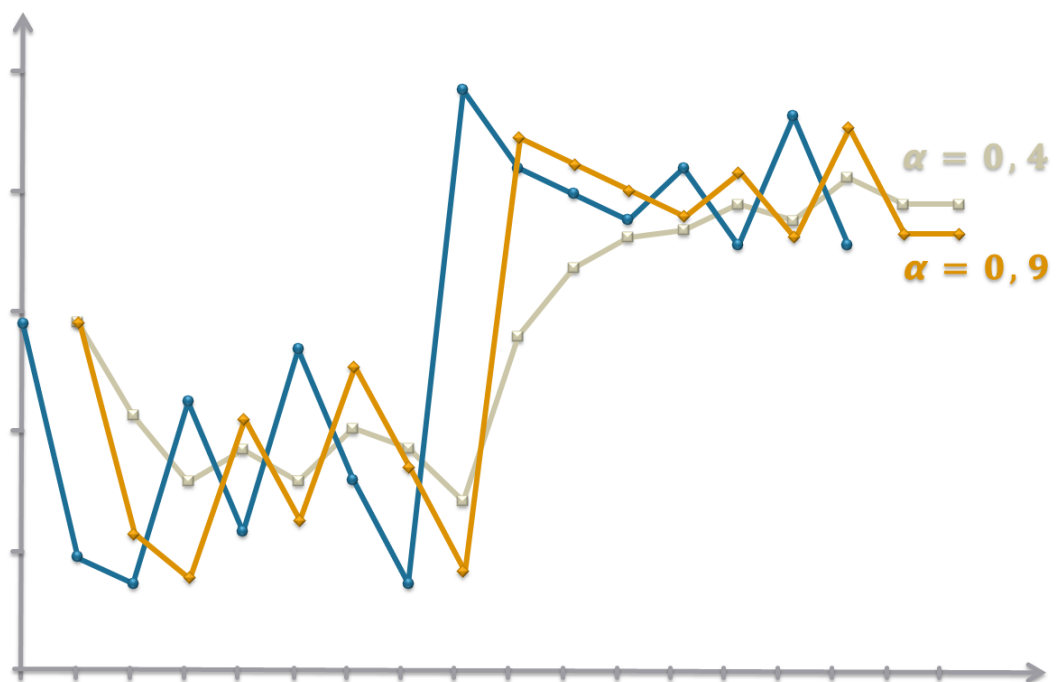
Autres méthodes :

- D'autres méthodes de prévision reposant sur des hypothèses probabilistes ont été développées depuis les années 1970.
- Elles reposent sur une première approche due à Box et Jenkins, qui a fait ensuite l'objet de nombreuses extensions utilisées notamment dans des modèles complexes de finance.

C.Choix des paramètres de lissage

Cours d'une action (en €)

Choix des paramètres de lissage



Choix des paramètres de lissage



Méthode : illustration du choix de la valeur des paramètres de lissage
 Pour cette série « Cours d'une action », série sans tendance, ni saisonnalité, mais avec un changement de niveau, on a réalisé deux lissages exponentiels simples (le LES nécessite le choix d'un seul paramètre) :

1. avec un paramètre de lissage $\alpha = 0,4$
2. avec un paramètre de lissage $\alpha = 0,9$

Remarquez que les prévisions commencent à la date 2.

- Pour un paramètre de lissage $\alpha = 0,9$, on s'adapte beaucoup plus vite au changement de niveau que pour un paramètre $\alpha = 0,4$

Les pondérations décroissent exponentiellement en remontant le passé. La décroissance est d'autant plus rapide que le paramètre de lissage est élevé.

- Pour un paramètre de lissage égal à 0,9, les pondérations des premières observations sont donc beaucoup plus faibles que pour un paramètre de lissage égal à 0,4

C'est la raison pour laquelle on s'adapte beaucoup plus rapidement à un changement de niveau avec un paramètre de lissage **élevé**.



Remarque : Quelle valeur choisir pour le paramètre de lissage ?

C'est une question que nous traiterons. On peut déjà mentionner que pour une chronique pas trop « chahutée », on adopte généralement des paramètres compris entre 0 et 0,3.

D.Caractéristiques des méthodes de lissage exponentiel

- Simplicité des calculs ;
- Petit nombre des données à garder en mémoire ;
- Elles permettent de travailler sur des séries courtes ou changeant de structure ;

Cependant, on considère que :

- Pour une série sans saisonnalité, un historique d'au moins 12 observations est nécessaire ;
- Pour une série avec saisonnalité, un historique d'au moins 4 années est nécessaire (au moins 16 observations pour une série trimestrielle, au moins 48 observations pour une série mensuelle).

Le succès de ces méthodes est dû à :

1. Leur simplicité ;
2. La qualité des prévisions obtenues.

E.Les différents lissages exponentiels

- Le lissage exponentiel simple dépend d'**un seul** paramètre de lissage ;
- Le lissage de Holt dépend de **deux** paramètres : l'un relatif au niveau, l'autre à la tendance ;
- Le lissage de Winters dépend de **trois** paramètres : l'un relatif au niveau, un autre relatif à la tendance, et le dernier à la saisonnalité.

Tendance \ Saisonnalité	NON	OUI
	NON	OUI
NON	Lissage Exponentiel simple	Méthode de Winters
OUI	Méthode de Holt	Méthode de Winters

Tableau 4 Les différents lissages exponentiels

F.Exercice

[Solution n°1 p 59]

Exercice :

Quelle est la méthode de lissage exponentiel adaptée à la série chronologique ?

Glissez les séries chronologiques sous les méthodes de lissage exponentiel qui leur correspondent. Cliquez sur la bouée ci-dessus pour obtenir un indice.

- i - Transport annuel de passagers par Air France.
- ii - Cours d'une action (en €).
- iii - Indices bruts mensuels de la production industrielle (base 2005) de préparations pharmaceutiques
- iv - Série CVS de la consommation d'essences aviation.
- v - Indices des dépenses des touristes français hors de France
- vi - Consommation trimestrielle d'essences d'aviation

Lissage Exponentiel Simple (LES)

Lissage de Holt

Lissage de Winters

* *

*

Avant de choisir une méthode de prévision, il importe de bien analyser la série : tendance, composante saisonnière.

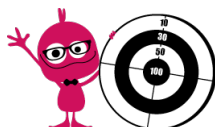
Une bonne connaissance de l'historique de la série est indispensable pour un choix pertinent de la méthode de prévision.

Le lissage exponentiel simple (LES)

IV

Le lissage exponentiel simple	31
Formules de mise à jour	32
Choix de la valeur initiale	32
Mise en œuvre : calcul des prévisions par LES	32
Résumé des erreurs de prévision	33
Représentation graphique	33
Exercice rédactionnel	35

Ce chapitre est consacré à la prévision par lissage exponentiel simple (LES) ; il expose le principe, l'importance du choix du paramètre, la mise en œuvre, et aborde les erreurs de prévision.



Objectifs :

- Connaître le contexte d'application du LES ;
- Maîtriser le développement de la méthode sur tableur ;
- Comprendre l'interprétation du paramètre de lissage.



Attention :

- Pour suivre ce chapitre, vous devez savoir développer des calculs avec formules dans un tableur (Microsoft Excel®, Open Office Calc®, ...).

A. Le lissage exponentiel simple



Définition

Le lissage exponentiel simple (LES) s'applique à des séries chronologiques sans

saisonnalité et à tendance localement constante.

Soit $\hat{x}_T(h)$ la prévision à la date T pour l'horizon h , c'est-à-dire pour la date $T + h$

Dans le cadre du LES qui s'applique à des séries sans tendance, la prévision faite à la date T est une valeur constante indépendante de l'horizon h :

$$\hat{x}_T(h) = \hat{x}_T$$

$$\hat{x}_T = \alpha \cdot x_T + (1 - \alpha) \cdot \hat{x}_{T-1}$$

$$\Rightarrow \hat{x}_T = \alpha \sum_{i=0}^{T-1} (1 - \alpha)^i \cdot x_{T-i}$$

où α est un paramètre compris entre 0 et 1

B. Formules de mise à jour



Syntaxe

Le LES★ va être appliqué à la série « Cours d'une action ».

Pour les calculs, on utilise une des deux formules de récurrence :

- $\hat{x}_T = \alpha \cdot x_T + (1 - \alpha) \cdot \hat{x}_{T-1}$
- $\hat{x}_T = \hat{x}_{T-1} + \alpha \cdot (x_T - \hat{x}_{T-1}) = \hat{x}_{T-1} + \alpha \cdot e_T$

où $e_T = x_T - \hat{x}_{T-1}$ est l'erreur de prévision.



Remarque

- Ce sont ces formules qui sont utilisées pour pratiquer le lissage exponentiel simple sur une chronique. La seconde est peut-être la plus pratiquée.
- Elles demandent le choix d'une valeur initiale, ce que nous allons traiter en page suivante.

C. Choix de la valeur initiale

On peut choisir pour valeur initiale :

- La moyenne de la série chronologique.
- La première observation x_1 de la série chronologique.



Remarque

Compte tenu de sa simplicité, les prévisions par LES★ peuvent se réaliser avec un tableur (Microsoft Excel®, Open Office Calc®)

Nous avons choisi x_1 pour initialiser le calcul des prévisions par LES de la série « Cours d'une action ».

D. Mise en œuvre : calcul des prévisions par LES

Le paramètre $\alpha = 0,4$ est celui qui minimise la moyenne des carrés des 5 dernières erreurs de prévision.



Complément

Vous pouvez :

Télécharger le fichier de la série : « Cours d'une action (cf. Cours d'une action) ».

E. Résumé des erreurs de prévision

- Mean Error (ou Erreur Moyenne) :

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{t=T-n+1}^{t=T} e_t$$

si méthode adaptée, $ME \approx 0$

- Mean Square Error (ou Erreur Quadratique Moyenne) :

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=T-n+1}^{t=T} (e_t)^2$$

- Mean Absolute Error (ou Erreur Absolue Moyenne) :

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=T-n+1}^{t=T} |e_t|$$



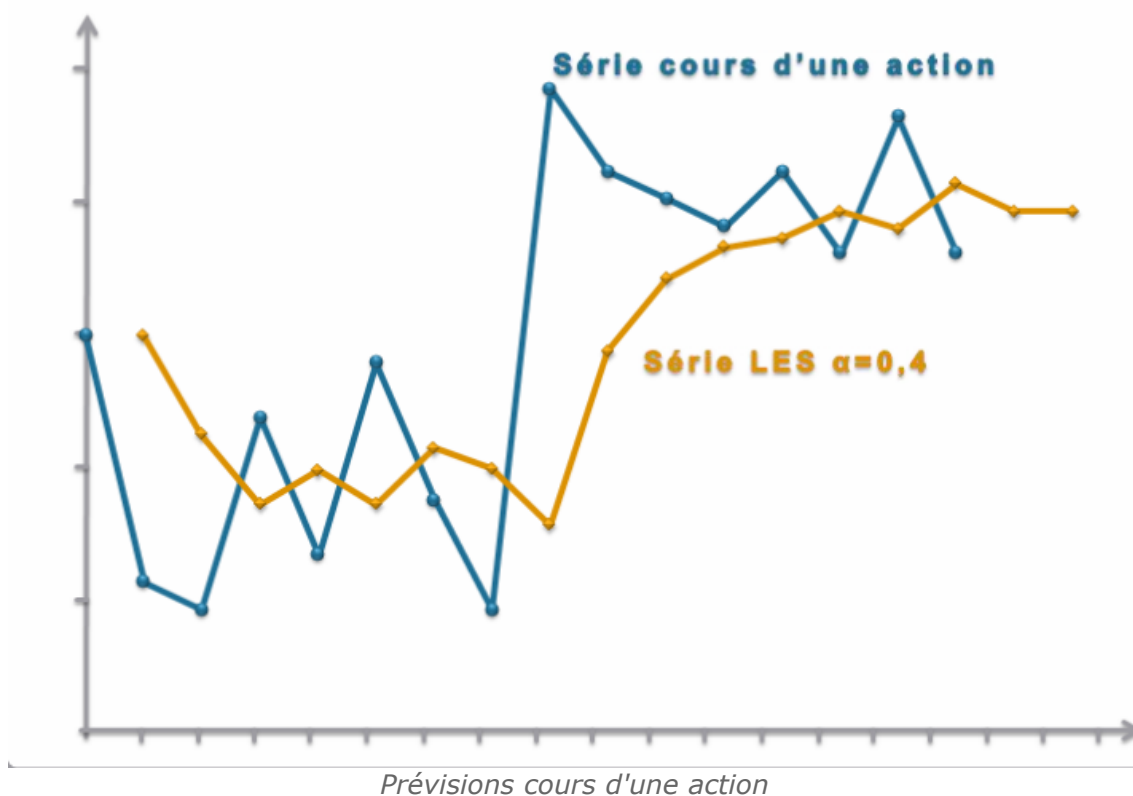
Remarque

- L' Erreur Absolue Moyenne accorde moins d'importance aux erreurs élevées que l'Erreur Quadratique Moyenne.
- On peut chercher le paramètre α qui minimise l'Erreur Quadratique Moyenne, mais on peut préférer minimiser l'Erreur Absolue Moyenne qui accorde moins d'importance aux erreurs élevées que l'Erreur Quadratique Moyenne.
- Néanmoins, les prévisions sont faites pour le futur, et pas pour le passé.

Dans cet esprit, on peut chercher le paramètre pour lequel la somme des carrés du dernier tiers des erreurs, par exemple, est minimum.

F. Représentation graphique

Prévision cours d'une action



La valeur initiale x_1 a d'autant moins d'influence sur les prévisions que la série est longue.



Remarque

- L'adaptation au changement de niveau se fait avec retard.
- La valeur d'une prévision ne dépend pas de l'horizon puisque la série est sans tendance.



Fondamental

- Si on cherche le paramètre qui minimise la somme des carrés du dernier tiers des erreurs, il s'agit des 5 dernières erreurs.
- Les calculs ont montré qu'avec $\alpha = 0,4$, on minimise la somme des carrés des 5 dernières erreurs, et qu'avec $\alpha = 0,5$, on minimise la somme des valeurs absolues des 5 dernières erreurs.
- Le choix de alpha (α) dépend de la régularité de la série.
- Pour une série assez régulière, on choisit un paramètre compris entre 0,1 et 0,3.
- Ici, le choix d'un paramètre plus élevé est dû au changement de niveau.



Complément

Vous pouvez :

Télécharger le fichier de la série : « Prévision Cours d'une action (cf. Prévision du cours d'une action) »

G.Exercice rédactionnel

Exercice : le lissage exponentiel simple

On considère la série trimestrielle du taux de variation du taux de chômage (CVS) en France sur la période allant du 1er trimestre 1984 au 4ème trimestre 2001. Cette série est donnée dans le tableau ci-dessous.

Année	Trimestre	Taux de chômage	Taux de variation du taux de chômage
2000	1	9,8	-0,06
	2	9,5	-0,03
	3	9,4	-0,01
	4	9	-0,04
2001	1	8,7	?
	2	8,6	?
	3	8,9	?
	4	9	?

Tableau 5 Question 1

Question 1

[Solution n°5 p 55]

Calculez les taux de variation du taux de chômage pour les quatre trimestres 2001.

Question 2

[Solution n°6 p 55]

Prévision par lissage exponentiel simple :

- Justifiez le recours au lissage exponentiel simple pour la prévision du taux de variation du taux de chômage.
- Complétez le tableau ci-dessous et donnez les prévisions du taux de variation du taux de chômage pour les deux premiers trimestres 2002.

Année	Trimestre	Taux de variation du taux de chômage	Prévision par LES avec $\alpha=0,3$
2000	4	-0,04	-0,02
2001	1	?	?
	2	?	?
	3	?	?
	4	?	?
2002	1		?
	2		?

Tableau 6 Question 2

Le lissage exponentiel simple (LES)

* *

*

La méthode du lissage exponentiel simple a permis de mettre en évidence l'importance du choix du paramètre :

- Un paramètre proche de **1** donne plus d'importance aux observations récentes, tandis qu'un paramètre proche de **0** renforce l'importance du passé plus lointain.

Les chapitres suivants abordent des méthodes de lissage exponentiel avec deux ou trois paramètres.

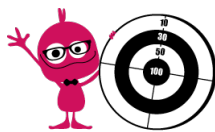
Du choix de leurs valeurs dépendent les prévisions.

La méthode de Holt

V

Le lissage exponentiel de Holt	37
Choix des valeurs initiales	38
Calcul des prévisions par le lissage de HOLT	38
Représentation graphique	38
Exercice rédactionnel	39

Ce chapitre est consacré à la prévision par la méthode de Holt : lissage exponentiel pour série sans saisonnalité et à tendance localement linéaire. Il expose le principe, l'importance du choix des paramètres, et la mise en œuvre.



Objectifs :

- Connaître le contexte d'application du lissage exponentiel de Holt ;
- Comprendre le développement de la méthode sur tableur ;
- Savoir choisir les paramètres de lissage.



Attention :

- Pour suivre ce chapitre, vous devez savoir reconnaître les composantes d'une série chronologique, et savoir développer des calculs avec formules dans un tableur (Microsoft Excel®, Open Office Calc®, ...).

A. Le lissage exponentiel de Holt



Définition

- Le lissage exponentiel de Holt s'applique aux séries chronologiques sans composante saisonnière et à tendance localement linéaire.
 - Niveau :
$$\hat{a}_1(T) = \lambda \cdot x_T + (1 - \lambda) \cdot [\hat{a}_1(T - 1) + \hat{a}_2(T - 1)] = \lambda \cdot x_T + (1 - \lambda) \cdot \hat{x}_{T-1}(1)$$
 - Pente :
$$\hat{a}_2(T) = \mu \cdot [\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T - 1)] + (1 - \mu) \cdot \hat{a}_2(T - 1)$$

où λ et μ sont des paramètres compris entre 0 et 1

- Prédiction à la date T pour l'horizon h , c'est-à-dire pour la date $T + h$:
 $\hat{x}_T(h) = \hat{a}_1(T) + \hat{a}_2(T) \cdot h$



Remarque

- On suppose la tendance localement linéaire.
- Cette tendance est donc définie à chaque date T par son ordonnée appelée « niveau », et la pente qui définit la direction de la droite de prédiction.

B.Choix des valeurs initiales

- La pente initiale de la tendance est choisie égale à :
 $\frac{x_T - x_1}{T - 1}$
- Le niveau initial de la tendance est défini par :
 $x_1 - 0,5 \cdot \hat{a}_2(0)$



Remarque

- Ce sont les valeurs initiales choisies pour ce cours. D'autres valeurs peuvent être envisagées.

C.Calcul des prévisions par le lissage de HOLT

- Les paramètres utilisés :
 - $\lambda = 0,3$
 - $\mu = 0,3$
- La prédiction 122,11 pour 2008 est à comparer avec l'observation 120,73

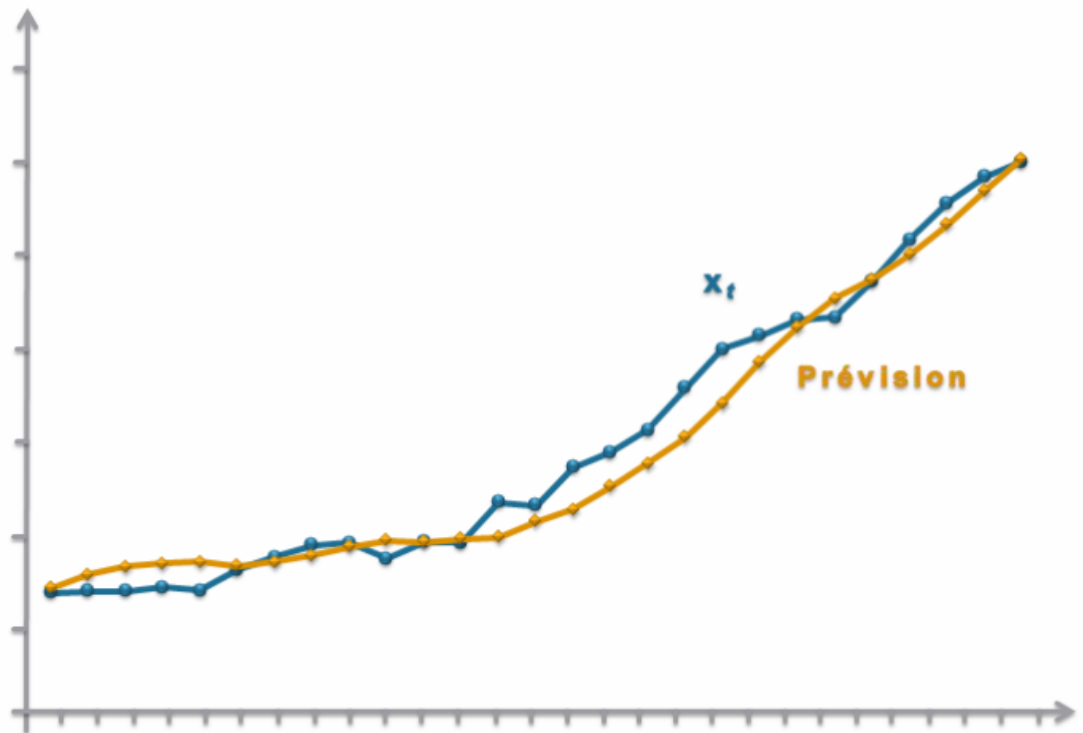


Remarque

- La série chronologique qui illustre le lissage de Holt est celle du transport des passagers Air France.
- Nous disposons des observations de 1982 à 2008.
- Le lissage est mis en œuvre sur les observations de 1982 à 2007 pour prévoir la valeur en 2008 et la comparer à l'observation.

D.Représentation graphique

Prévisions Air France



Prévision Air France

- Un ajustement linéaire n'est pas du tout adapté si on tient compte de toutes les observations. Aucune fonction analytique ne peut ajuster cette série.
- Le lissage exponentiel de Holt suppose une tendance localement linéaire.
- Il permet de s'adapter, certes avec retard, aux changements de la tendance.



Complément

Vous pouvez

Télécharger le fichier « Prévisions Air France (cf. Prévisions pour Air France) »

E.Exercice rédactionnel

Exercice :

Le lissage de Holt

Question 1

[Solution n°7 p 56]

Que signifient :

- $\lambda = 1$
- $\lambda = 0$
- $\mu = 1$
- $\mu = 0$

Question 2

[Solution n°8 p 56]

- Réalisez le lissage de Holt avec :

La méthode de Holt

- $\lambda = 0,1$
- $\mu = 0,3$
- Comparez ce lissage avec celui présenté dans le cours.

* *

*

La méthode de Holt repose sur deux paramètres et suppose la tendance localement linéaire.

A chaque date, on remet à jour le niveau et la pente de la tendance.

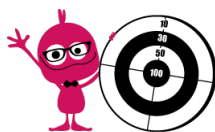
Dans le prochain et dernier chapitre consacré aux séries avec composantes saisonnières, on utilisera un troisième paramètre pour la mise à jour de la saisonnalité.

La méthode de Winters

VI

Deux modèles de composition, deux méthodes	41
Valeurs initiales	42
Cas d'un modèle additif	42
Cas d'un modèle multiplicatif	45
Exercice rédactionnel	49

Ce chapitre est consacré à la prévision par la méthode de Winters : lissage exponentiel pour série avec saisonnalité. La méthode est présentée d'abord pour un modèle additif puis pour un modèle multiplicatif. Dans chaque cas on expose le principe, l'importance du choix des paramètres, et la mise en œuvre.



Objectifs :

- Connaître le contexte d'application du lissage exponentiel de Winters ;
- Comprendre le développement de la méthode sur tableur ;
- Savoir choisir les paramètres de lissage.



Attention :

- Pour suivre ce chapitre, vous devez savoir reconnaître les composantes d'une série chronologique, savoir choisir un modèle de composition (additif/multiplicatif), et savoir développer des calculs avec formules dans un tableur (Microsoft Excel®, Open Office Calc®, ...).

A. Deux modèles de composition, deux méthodes

- Le lissage de Winters concerne les séries chronologiques saisonnières.
- On commence par choisir le modèle de composition, car :
 - Il y a une méthode de lissage pour les chroniques avec saisonnalité additive ;

- Et une autre méthode de lissage pour les chroniques à saisonnalité multiplicative.

On note :

- p = période de la composante saisonnière
- m_k = moyenne de l'année k
- n = nombre d'années complètes



Remarque

- On suppose que la série a été observée sur un nombre n d'années complètes, c'est-à-dire que le nombre total d'observations utilisées pour le lissage est égal à $n \times p$, puisque la période de la saisonnalité est égale à p .

B.Valeurs initiales



Définition

Les valeurs initiales sont définies ainsi :

- Pente : $\hat{a}_2(0) = \frac{m_n - m_1}{(n-1)p}$
- Niveau : $\hat{a}_1(0) = m_1 - \frac{p}{2} \cdot \hat{a}_2(0)$

Les coefficients saisonniers initiaux s_1, \dots, s_p sont obtenus en faisant la décomposition saisonnière de la série.



Remarque

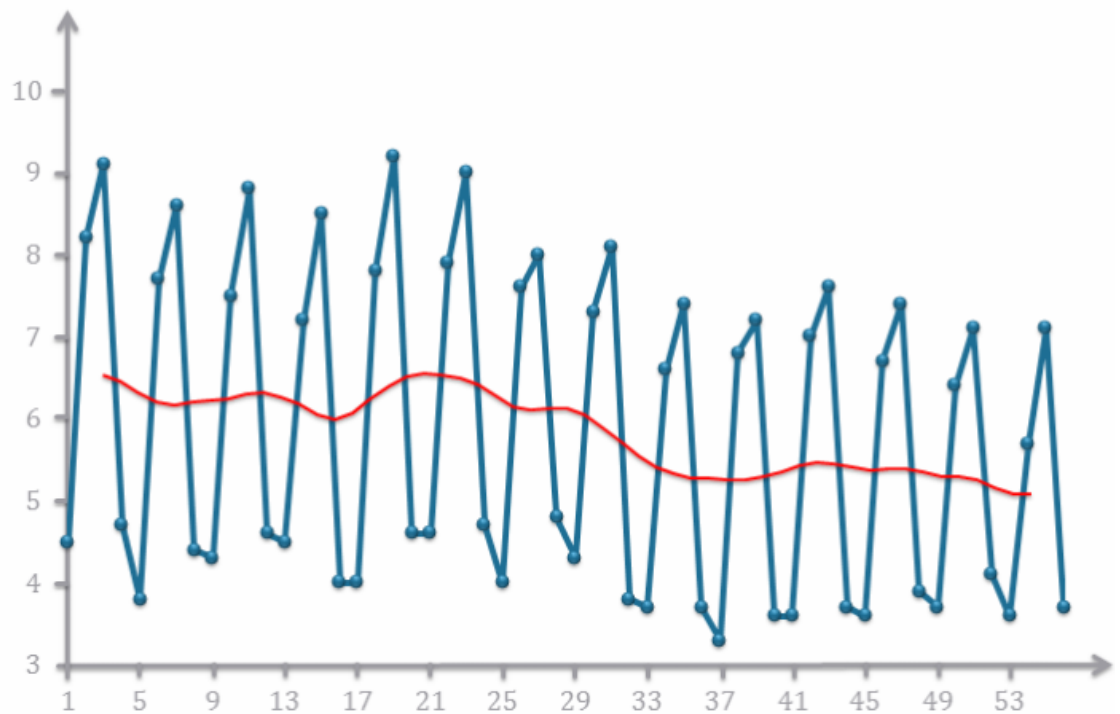
Après avoir choisi le modèle de composition, et avant la mise en œuvre du lissage exponentiel de Winters, on évalue les p composantes saisonnières.

C.Cas d'un modèle additif

1.Consommation trimestrielle d'essences aviation

- La série chronologique qui va illustrer le lissage de Winters pour le modèle additif est celle de la **consommation trimestrielle d'essences d'aviation**.
- Avec une saisonnalité de période 4, la suite des moyennes mobiles de longueur 4 donne une évaluation de la tendance

Série avec saisonnalité Trimestrielle



Prévision essence aviation



Remarque

La moyenne mobile de longueur 4 élimine la composante saisonnière de période 4. Elle « filtre » la tendance.



Complément

Pour tous les calculs concernant la désaisonnalisation :

Télécharger le fichier « Essences aviation (cf. Désaisonnalisation de la série Essence Aviation) ».

2. Décomposition saisonnière

- On peut considérer que pour cette série, la saisonnalité s'additionne à la tendance.
- On va mettre en œuvre le lissage sur la période 1995 – 2007, prévoir les valeurs de la consommation pour 2008, et on comparera les prévisions aux réalisations.
- La décomposition saisonnière sur la période 1995 – 2007 donne les valeurs suivantes pour les coefficients saisonniers :
 - $s_1 = -1,932$
 - $s_2 = 1,353$
 - $s_3 = 2,293$
 - $s_4 = -1,714$

3. Prévision avec le modèle additif

- Prévision à la date T pour l'horizon h :
 - $\hat{x}_T(h) = \hat{a}_1(T) + \hat{a}_2(T) \cdot h + \hat{S}_{T+h-p}$
si $1 \leq h \leq p$
 - $\hat{x}_T(h) = \hat{a}_1(T) + \hat{a}_2(T) \cdot h + \hat{S}_{T+h-2p}$
si $p \leq h \leq 2p$
- Niveau : $\hat{a}_1(T) = \lambda \cdot (x_T - \hat{S}_{T-p}) + (1 - \lambda) \cdot [\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)]$
- Pente : $\hat{a}_2(T) = \mu \cdot [\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1)] + (1 - \mu) \cdot \hat{a}_2(T-1)$
- Saisonnalité : $\hat{S}_T = v \cdot [x_T - \hat{a}_1(T)] + (1 - v) \cdot \hat{S}_{T-p}$
avec :
 - $0 < \lambda < 1$
 - $0 < \mu < 1$
 - $0 < v < 1$

4. Mise en oeuvre

- Les paramètres utilisés : $\lambda = 0,3$, $\mu = 0$ et $v = 0$
- Niveau :
 - $\hat{a}_1(0) = 6,679$
 - $\hat{a}_1(T) = 0,3 \cdot (x_T - \hat{S}_{T-p}) + (1 - 0,3) \cdot [\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)]$
- Pente :
 - $\hat{a}_2(T) = \hat{a}_2(T-1) = \dots = \hat{a}_2(0) = -0,0271$
- Saisonnalité :
 - $\hat{S}_T = \hat{S}_{T-p}$
 - Valeurs initiales : $\hat{S}_1 = s_1 \quad \hat{S}_2 = s_2 \quad \dots \quad \hat{S}_p = s_p$
- **Prévision :**
 - $\hat{x}_T(1) = \hat{a}_1(T) + \hat{a}_2(T) + \hat{S}_{T+1-p}$



Remarque

Les paramètres choisis sont tels que seul le niveau est remis à jour.

5. Calcul des prévisions par le lissage de Winters

Trimestre	x_t	Niveau	Pente	Saisonnalité	Prévision
		6,679	-0,0271		
1995 T1	4,5	6,586	-0,0271	-1,9323	4,72
T2	8,2	6,645	-0,0271	1,3531	7,91
T3	9,1	6,675	-0,0271	2,2927	8,91
T4	4,7	6,578	-0,0271	-1,7135	4,93
1996 T1	3,8	6,305	-0,0271	-1,9323	4,62
T2	7,7	6,299	-0,0271	1,3531	7,63
T3	8,6	6,282	-0,0271	2,2927	8,56
T4	4,4	6,213	-0,0271	-1,7135	4,54
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2006 T1	3,6	5,380	-0,0271	-1,9323	3,38
T2	6,7	5,351	-0,0271	1,3531	6,71
T3	7,4	5,259	-0,0271	2,2927	7,62
T4	3,9	5,346	-0,0271	-1,7135	3,52
2007 T1	3,7	5,413	-0,0271	-1,9323	3,39
T2	6,4	5,284	-0,0271	1,3531	6,74
T3	7,1	5,122	-0,0271	2,2927	7,55
T4	4,1	5,311	-0,0271	-1,7135	3,38
2008 T1	3,6			-1,9323	3,35
T2	5,7			1,3531	6,61
T3	7,1			2,2927	7,52
T4	3,7			-1,7135	3,49

Tableau 7 Tableau de calcul par la méthode de Winters

**Remarque**

Les prévisions pour 2008 sont à comparer aux observations.

6.Représentation graphique

**Complément**

Vous pouvez :

Télécharger le fichier « Prévisions Consommation essences aviation (cf. Prévision de la consommation d'essence d'aviation) »

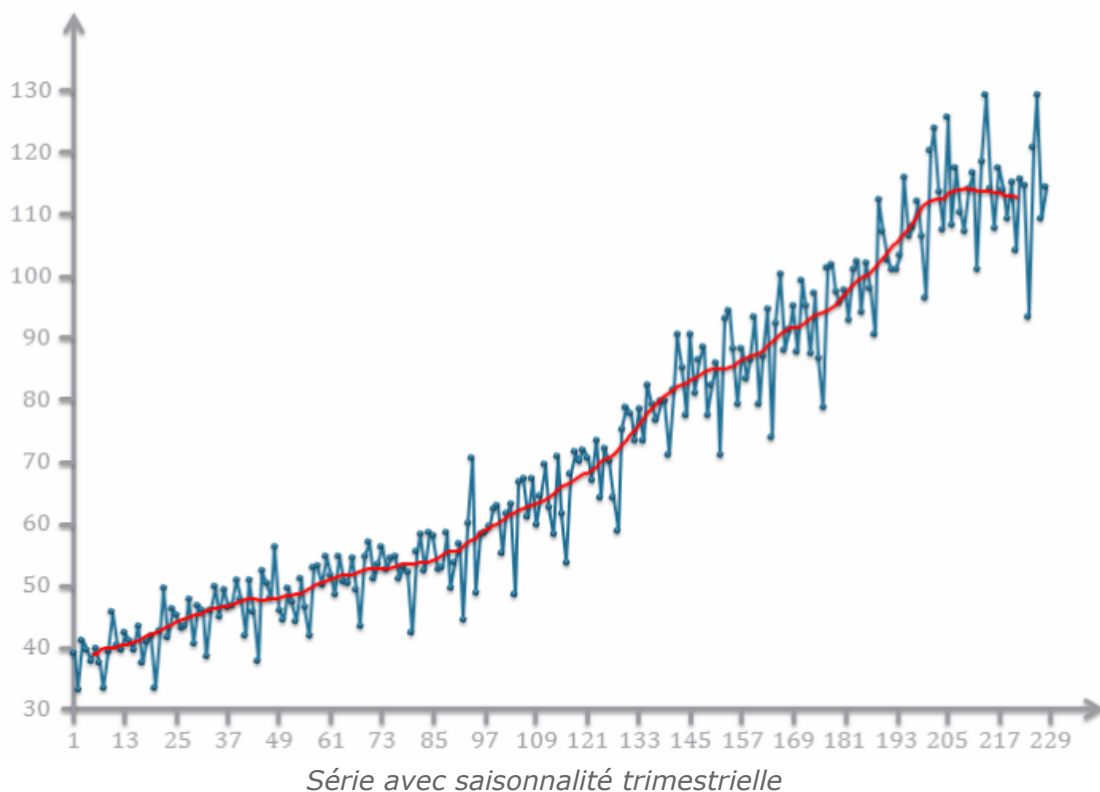
D.Cas d'un modèle multiplicatif

1.Indices de fabrication de préparations pharmaceutiques

- La série chronologique qui va illustrer le lissage de Winters pour le modèle multiplicatif est celle des indices mensuels de la production industrielle (base 100 en 2005) pour la fabrication de préparations pharmaceutiques

- Avec une saisonnalité de période 12, la suite des moyennes mobiles de longueur 12 donne une évaluation de la tendance.

Série avec saisonnalité mensuelle



Série avec saisonnalité trimestrielle



Remarque

La moyenne mobile de longueur 12 élimine la composante saisonnière de période 12. Elle « filtre » la tendance.



Complément

Pour tous les calculs concernant la désaisonnalisation :

Télécharger le fichier « Désaisonnalisation pharmacie (cf. Désaisonnalisation de la série Pharmacie) ».

2.Décomposition saisonnière

- On peut considérer que pour cette série, la saisonnalité est proportionnelle à la tendance.
- On va mettre en œuvre le lissage sur la période 1990 – 2007, prévoir les valeurs pour 2008, et on comparera les prévisions aux réalisations.

- La décomposition saisonnière sur la période 1990 – 2007 donne les valeurs suivantes pour les coefficients saisonniers :

$1 + s_1 = 1,0275$	$1 + s_2 = 0,9756$	$1 + s_3 = 1,0398$	$1 + s_4 = 1,0195$
$1 + s_5 = 0,9367$	$1 + s_6 = 1,0186$	$1 + s_7 = 0,9797$	$1 + s_8 = 0,8301$
$1 + s_9 = 1,0498$	$1 + s_{10} = 1,1006$	$1 + s_{11} = 0,9934$	$1 + s_{12} = 1,0229$

3. Prévision avec le modèle multiplicatif

- Prévision à la date T pour l'horizon h :
 - $\hat{x}_T(h) = [\hat{a}_1(T) + \hat{a}_2(T) \cdot h] \cdot \hat{S}_{T+h-p}$
Si $1 \leq h \leq p$
 - $\hat{x}_T(h) = [\hat{a}_1(T) + \hat{a}_2(T) \cdot h] \cdot \hat{S}_{T+h-2p}$
Si $p \leq h \leq 2p$
 - Niveau : $\hat{a}_1(T) = \lambda \cdot \left[\frac{x_T}{\hat{S}_{T-p}} \right] + (1 - \lambda) \cdot [\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)]$
 - Pente : $\hat{a}_2(T) = \mu \cdot [\hat{a}_1(T) - \hat{a}_1(T-1)] + (1 - \mu) \cdot \hat{a}_2(T-1)$
 - Saisonnalité : $\hat{S}_T = \nu \cdot \left[\frac{x_T}{\hat{a}_1(T)} \right] + (1 - \nu) \cdot \hat{S}_{T-p}$
- avec :
- $0 < \lambda < 1$
 - $0 < \mu < 1$
 - $0 < \nu < 1$

4. Mise en œuvre

- Les paramètres utilisés :
 - $\lambda = 0,2$
 - $\mu = 0$
 - $\nu = 0$
- Niveau :
 - $\hat{a}_1(0) = 36,45$
 - $\hat{a}_1(T) = 0,2 \cdot \left[\frac{x_T}{\hat{S}_{T-p}} \right] + 0,8 \cdot [\hat{a}_1(T-1) + \hat{a}_2(T-1)]$
- Pente :
 - $\hat{a}_2(T) = \hat{a}_2(T-1) = \dots = \hat{a}_2(0) = 0,3694$
- Saisonnalité :
 - $\hat{S}_T = \hat{S}_{T-p}$
 - Valeurs initiales : $\hat{S}_1 = 1 + s_1 \quad \hat{S}_2 = 1 + s_2 \quad \dots \quad \hat{S}_p = 1 + s_p$
- Prévision :**
 - $\hat{x}_T(1) = [\hat{a}_1(T) + \hat{a}_2(T)] \cdot \hat{S}_{T+1-p}$



Remarque

Les paramètres choisis sont tels que seul le niveau est remis à jour.

5. Calcul des prévisions par le lissage de Winters

Année	Mois	x_t	Saisonnalité	Pente	Niveau	Prévision
				0,0632	15,646	
1990	1	38,8	1,0275		20,120	16,14
	2	33	0,9756	0,3694	23,156	19,99
	3	41	1,0398	0,3694	26,707	24,46
	:	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:	:
	11	40,2	0,9934	0,3694	40,486	40,22
	12	39,3	1,0229	0,3694	40,368	41,79
1991	1	42,1	1,0275	0,3694	40,785	41,86
	2	40,8	0,9756	0,3694	41,288	40,15
	3	39,4	1,0398	0,3694	40,904	43,32
	:	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:	:
2007	1	125,4	1,0275	0,3694	113,830	114,85
	:	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:	:
	11	113,9	0,9934	0,3694	116,491	116,18
	12	107,6	1,0229	0,3694	114,526	119,54
2008	1	117,30	1,0275			118,05
	2	113,80	0,9756			112,45
	3	109,10	1,0398			120,24
	4	114,90	1,0195			118,26
	5	103,90	0,9367			109,01
	6	115,50	1,0186			118,91
	7	114,40	0,9797			114,74
	8	93,20	0,8301			97,52
	9	120,70	1,0498			123,72
	10	129,00	1,1006			130,12
	11	109,10	0,9934			117,81
	12	114,10	1,0229			121,68

Tableau 8 Prévision pour la série Pharmacie

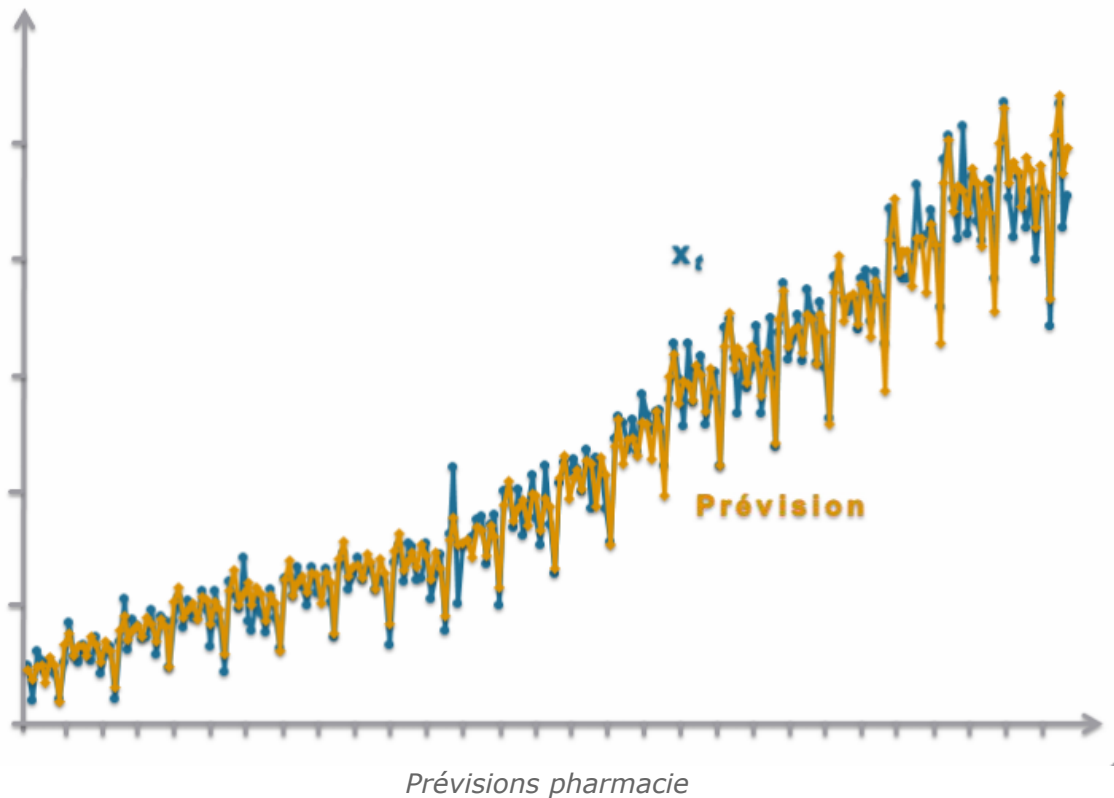


Remarque

- Les prévisions pour 2008 sont à comparer aux observations.

6. Représentation graphique

Prévisions pharmacie



Complément

Vous pouvez :

Télécharger le fichier « Prévisions Indices Pharmacie (cf. Prévision pour la série Pharmacie)»

E.Exercice rédactionnel

Exercice :

La série chronologique étudiée est la production de poissons (en milliers de Frs constants 1970) des quartiers maritimes de Brest, Morlaix, Paimpol de janvier 1971 à décembre 1979 .

Compte tenu d'une faible tendance à la hausse, les deux modèles multiplicatif et additif sont envisageables.

- Télécharger le fichier des données : « Production de poissons (cf. Production de poissons)»

Question

[Solution n°9 p 56]

Utilisez les observations 1971–1978 pour prévoir la production en 1979 avec un schéma multiplicatif, puis un schéma additif.

Les paramètres proposés sont :

- $\lambda = 0,4$
- $\mu = 0$
- $\nu = 0$

* *

*

La méthode de Winters développe le principe du lissage exponentiel pour des séries présentant une composante saisonnière.

La première étape consiste à choisir le **modèle**, additif ou multiplicatif, et à **désaisonnaliser** la série étudiée.

Compte tenu des trois paramètres (niveau, pente et saisonnalité), la mise en application sur un tableur demande une **mise à jour** à chaque étape, dont la complexité (toute relative) implique une macro dès qu'il y a plus d'un paramètre non nul.

Les exemples traités reposaient sur un seul paramètre non nul ; le traitement sur tableur était donc simple.

Conclusion générale

VII

A. Conclusion générale

Conclusion de ce module



bravo1

Les méthodes de prévision par lissage exponentiel ne prennent en compte que l'historique, ainsi elles ignorent toute information pouvant être obtenue en parallèle, ou tout

présumé historique.

Elles supposent donc un environnement sans forte perturbation.

Ce sont des méthodes de **prévision à court terme** : dans le cas de séries périodiques, elles devraient être utilisées pour faire des prévisions mensuelles (ou trimestrielles) pour trois à six mois (ou un à deux trimestre(s)), plutôt que pour une année complète.

Ces méthodes sont très largement utilisées depuis plusieurs décennies.

Les logiciels qui les ont intégrées proposent souvent, pour valeurs des paramètres, celles qui optimisent l'erreur quadratique moyenne sur tout l'historique.

Mais quelle est la justification de ce choix, sachant que c'est le futur qui nous intéresse ?

D'autres possibilités existent :

- optimiser l'erreur quadratique moyenne sur le dernier tiers (ou dernier quart) de la série,
- ou tout simplement essayer des valeurs qui, compte tenu des connaissances sur le domaine étudié, apparaissent pertinentes.

Annexe

VIII

Décomposition saisonnière

53

Version imprimable du module

53

A. Décomposition saisonnière



Attention : Cette annexe est un rappel sur :

1. Les composantes d'une série chronologique.
2. Les modèles de composition.
3. Définition d'une moyenne mobile centrée de longueur paire.
4. Décomposition saisonnière d'une chronique.



Complément

Vous pouvez :

Télécharger le fichier de l'annexe : Décomposition saisonnière (cf. Annexe : décomposition saisonnière)

B. Version imprimable du module



Complément

Vous pouvez :

télécharger la version "papier" du module. (cf. Version papier du module "Prévision à court terme")

Solution des exercices rédactionnels

> Solution n°1 (exercice p. 21)

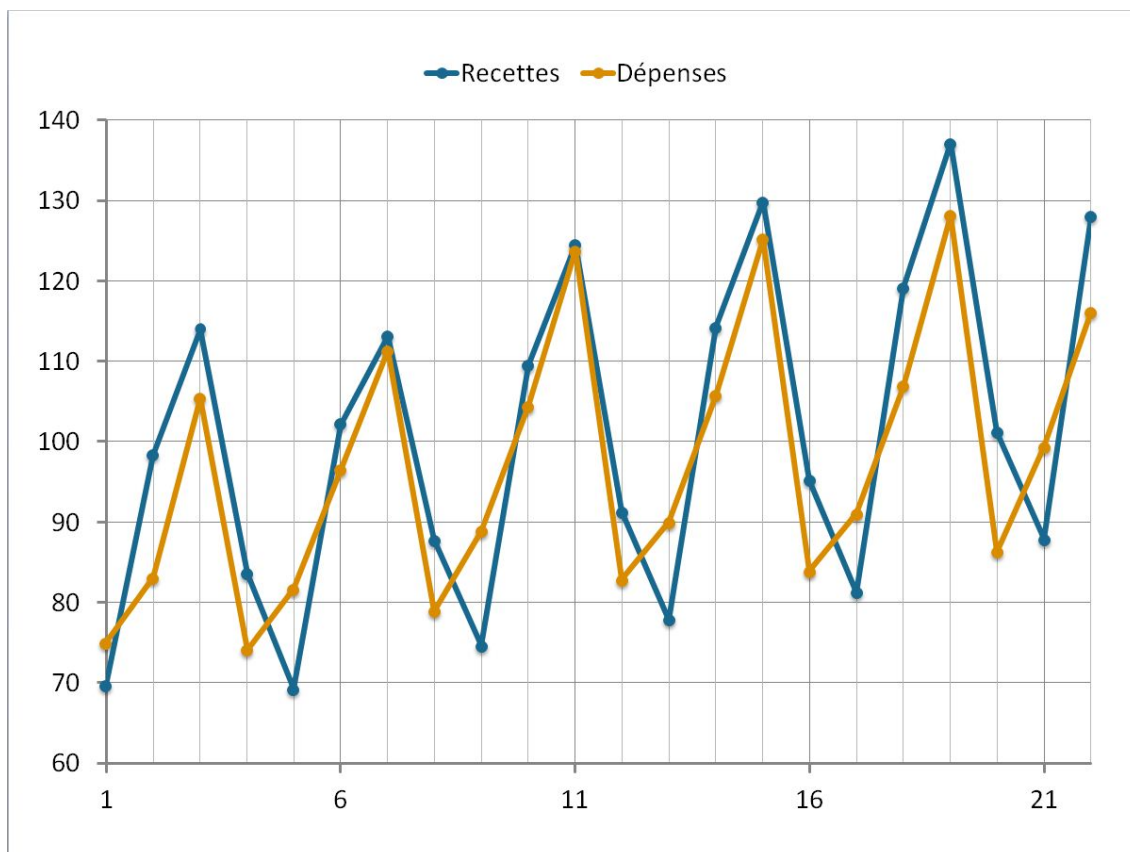
Indices base 100 2005

	Recettes	Dépenses	Indices des Recettes	Indices des Dépenses
2003 T1	6167	4602	69,7	75,0
T2	8704	5097	98,4	83,1
T3	10080	6470	114,0	105,4
T4	7395	4544	83,6	74,0
2004 T1	6125	5011	69,2	81,7
T2	9037	5919	102,2	96,5
T3	10010	6835	113,2	111,4
T4	7764	4843	87,8	78,9
2005 T1	6604	5456	74,7	88,9
T2	9689	6409	109,5	104,4
T3	11014	7595	124,5	123,8
T4	8074	5086	91,3	82,9
2006 T1	6889	5522	77,9	90,0
T2	10107	6486	114,3	105,7
T3	11489	7686	129,9	125,3
T4	8422	5147	95,2	83,9
2007 T1	7186	5588	81,2	91,1
T2	10543	6564	119,2	107,0
T3	12130	7863	137,1	128,1
T4	8951	5296	101,2	86,3
2008 T1	7772	6098	87,9	99,4
T2	11321	7130	128,0	116,2
Somme 2005	35 381	24 546	400	400
Moyenne 2005	8 845,3	6 136,5	100	100

Tableau 9 Solution de l'exercice : calcul des indices

> Solution n°2 (exercice p. 21)

Représentation graphique



Solution de l'exercice : représentation graphique

> Solution n°3 (exercice p. 21)

- Pour les deux séries, une légère tendance à la hausse et une composante saisonnière de période 4 (séries trimestrielles),
- Le modèle additif comme le modèle multiplicatif peuvent être envisagés : l'évolution de la tendance est faible sur 4 ans, de sorte que la saisonnalité peut être considérée soit comme **s'additionnant** à la tendance, soit **proportionnelle** à la tendance.

> Solution n°4 (exercice p. 21)

- Les prévisions des « Recettes » avec le modèle additif :
 - Premier trimestre 2008 ==> 88,03
 - Deuxième trimestre 2008 ==> 123,47
 - Erreur Quadratique Moyenne = 10,22
 - Erreur Absolue Moyenne = 2,18
- Les prévisions des « Recettes » avec le modèle multiplicatif :
 - Premier trimestre 2008 ==> 84,85
 - Deuxième trimestre 2008 ==> 124,40
 - Erreur Quadratique Moyenne = 10,96
 - Erreur Absolue Moyenne = 3,30

Remarque

- Tous ces résultats sont dans les fichiers Microsoft Excel® ci-dessous



Complément

- Calcul des deux séries d'indices et leurs représentations graphiques :
 - Télécharger le fichier solution de la série « Calcul des indices Tourisme (cf. Indices tourisme : solution de l'exercice) »
- Décomposition saisonnière et prévision pour la série « Indices des Recettes » :
 - Télécharger le fichier solution de la série « Série Indices des Recettes (cf. Série indices des recettes) »
- Pour la décomposition de la série « Indices des Dépenses », voir l'annexe « Décomposition saisonnière ».
 - Télécharger le fichier Annexe « Décomposition saisonnière (cf. Annexe : décomposition saisonnière) »

> Solution n°5 (exercice p. 33)

Année	Trimestre	Taux de chômage	Taux de variation du taux de chômage
2000	1	9,8	-0,06
	2	9,5	-0,03
	3	9,4	-0,01
	4	9	-0,04
2001	1	8,7	-0,03
	2	8,6	-0,01
	3	8,9	0,04
	4	9	0,01

Tableau 10 Réponse 1

> Solution n°6 (exercice p. 33)

La série initiale est une série CVS, et la série des taux de variation est une série sans tendance puisque en calculant un taux de variation, on élimine la tendance linéaire. Le LES est donc adapté.

Année	Trimestre	Taux de variation du taux de chômage	Prévision par LES avec $\alpha = 0,3$
2000	4	-0,043	-0,022
2001	1	-0,033	-0,028
	2	-0,011	-0,030
	3	0,035	-0,024
	4	0,011	-0,007
2002	1		-0,001
	2		-0,001

Tableau 11 Réponse 2



Remarque

Au numérateur d'un taux de variation, on a la différence $x_{t+1} - x_t$

Si la tendance est linéaire : $x_t = a \cdot t + b$, alors $x_{t+1} - x_t = a$

En faisant la différence entre deux observations consécutives, on élimine donc une tendance linéaire.



Complément

Vous pouvez :

Télécharger le fichier solution exercice LES (cf. Solution de l'exercice LES)

> Solution n°7 (exercice p. 37)

- $\lambda = 1$: à chaque date, le niveau est égal à la **valeur observée**.
- $\lambda = 0$: à chaque date, le niveau est égal à la **dernière prévision**.
- $\mu = 1$: la pente est égale à la **différence** des deux dernières valeurs du niveau.
- $\mu = 0$: la pente est constante et égale à la valeur **initiale**.

> Solution n°8 (exercice p. 37)

- Au vu des représentations graphiques, ces nouveaux paramètres sont moins bien adaptés que $\lambda = 0,3$ et $\mu = 0,3$
- Avec $\lambda = 0,1$, on donne un poids moins important aux valeurs récentes qu'avec $\lambda = 0,3$.



Complément

Vous pouvez :

Télécharger le fichier « Corrigé Exercice méthode de Holt (cf. Corrigé de l'exercice Méthode de Holt) »

> Solution n°9 (exercice p. 47)

- Pour les 3 premiers mois de 1979 :
 - Erreur Moyenne
 - = 19,5 avec le modèle multiplicatif
 - = 14,3 avec le modèle additif
 - Erreur Quadratique Moyenne
 - = 2083 avec le modèle multiplicatif
 - = 1204 avec le modèle additif
- Pour les 12 mois de 1979 :
 - Erreur Moyenne
 - = 107,1 avec le modèle multiplicatif
 - = 114,3 avec le modèle additif
 - Erreur Quadratique Moyenne
 - = 14242 avec le modèle multiplicatif
 - = 16692 avec le modèle additif

Le modèle additif se révèle le plus pertinent si on se restreint aux prévisions des trois premiers mois.

Dans les deux cas, les prévisions sont toutes sous-évaluées. Il faudrait chercher à comprendre la raison.



Complément

Vous pouvez :

Télécharger le fichier des résultats « Prévision Production de poissons (cf. Prévision de la production de poissons) »

Solution des exercices

> Solution n°1 (exercice p. 27)

Lissage Exponentiel Simple (LES)	Cours d'une action (en €). Série CVS de la consommation d'essences aviation.
Lissage de Holt	Transport annuel de passagers par Air France.
Lissage de Winters	Consommation trimestrielle d'essences d'aviation Indices bruts mensuels de la production industrielle (base 2005) de préparations pharmaceutiques Indices des dépenses des touristes français hors de France

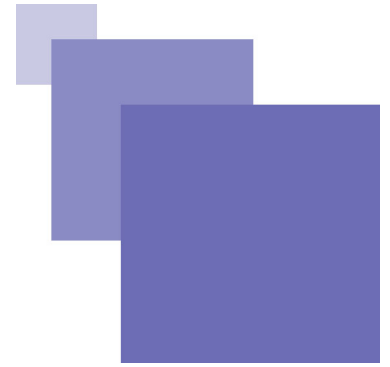
Le choix de la méthode de lissage exponentiel se fait en fonction de deux critères :

- La présence ou non d'une **tendance**.
- La présence ou non d'une **saisonnalité**.

Pour vous aider, téléchargez les séries :

- Transport annuel de passagers par Air France (cf. Transport de passagers par Air France)
- Consommation trimestrielle d'essences d'aviation (cf. Consommation d'essences d'aviation)
- Indices des dépenses des touristes français hors de France (cf. Indices des dépenses des touristes français hors de France)
- Série CVS Consommation Essence aviation (cf. Série CVS Essences d'aviation)
- Indices bruts mensuels de la production industrielle (base 2005) de préparations pharmaceutiques (cf. Indices Production industrielle préparations pharmaceutiques)
- Cours d'une action (en €) (cf. Cours d'une action)

Signification des abréviations



- L.E.S Lissage Exponentiel Simple

Bibliographie

[Introduction à la méthode statistique]

Introduction à la méthode statistique. GOLDFARB B., PARDOUX C. (2011),
DUNOD, Collection Economie Module, 6ème édition

[L'analyse statistique des données : apprendre, comprendre et réaliser avec Excel.]

L'analyse statistique des données : apprendre, comprendre et réaliser avec Excel. AUBERT H., CHAPELAIN K., CHATELIN Y.-M., GOLDFARB B., GOUET H., GOUPY J., GRENIER E., MARTIN O., MORINEAU A., PARDOUX C., VAILLÉ J. (2005) Editions ELLIPSES

[Méthodes de prévision à court terme]

Méthodes de prévision à court terme. MÉLARD G. (2008) Editions de l'Université de Bruxelles, Collection SMA, 2ème édition