Économétrie des séries temporelles

(M.Sc. 60837)

Travail 2

Vous pouvez travailler en équipe. Chaque équipe peut compter jusqu'à **trois** étudiants. Téléchargez le fichier *HM2data.xls* de *ZoneCours*, qui contient toutes les données nécessaires pour le devoir.

Veuillez suivre **toutes** les instructions ci-dessous lors de la soumission de votre devoir, sinon je ne prendrai pas en compte la soumission.

1. Vous devez soumettre le devoir via ZoneCours.
2. L'envoi doit être **un seul fichier zip**.
3. Le **nom du fichier zip** doit contenir les noms de famille des membres du groupe dans l'**ordre alphabétique**. Par exemple, "*Alcaraz_ Berrettini_ Sinner.zip*".
4. Le fichier zip doit contenir les éléments suivants:
   (a) Un fichier PDF intitulé "*Réponses.pdf*" avec vos réponses (y compris tous les graphiques demandés). Veuillez indiquer les noms des étudiants qui font partie de l'équipe au début du document.
   (b) Quatre scripts (intitulés "*Code_ Q1*", "*Code_ Q2*", "*Code_ Q3*" et "*Code_ Q4*") contenant les commandes permettant de reproduire tous les résultats pour chaque question. Les codes doivent s'exécuter sans erreur.

La date limite pour la soumission du devoir est le **21 avril 2023** avant minuit.

Question 1

Le fichier H2*q1.xls* contient l'évolution trimestrielle du taux de chômage américain, u_t. Considérez la période d'échantillonnage 1954:1 à 2019:4.

1. Faites le graphique de u_t.
2. Considérons le modèle SETAR suivant:

$$u_t = D_t \left(\delta_1 + \sum_{i=1}^{p} \phi_{1i} u_{t-i} \right) + (1 - D_t) \left(\delta_2 + \sum_{i=1}^{p} \phi_{2i} u_{t-i} \right) + \varepsilon_t, \tag{1}$$

où $\varepsilon_t \sim BB(0, \sigma_\varepsilon)$ et

$$D_t = \begin{cases} 1 & if \ u_{t-d} \geqslant c \\ 0 & if \ u_{t-d} < c \end{cases}.$$

(a) Trouvez le p optimal en supposant que $c = 6\%$ et $d = 1$. Considérez $p = 1, .., 12$ et utilisez le critère d'information d'Akaike.

(b) Trouvez les valeurs optimales de p, c et d. Considérez $p = 1, ...12$, $d = 1, ...12$ et utilisez le critère d'information d'Akaike. Imposez toujours que $d \leqslant p$.

3. Estimez un modèle $AR(p)$ en utilisant le p optimal trouvé au point $\#2(b)$. Le modèle $AR(p)$ est-il préférable au modèle SETAR ? Motivez votre réponse.

Question 2

Le fichier H2*q2.xls* contient des séries chronologiques américaines trimestrielles pour:

- PIB réel, Y_t;
- Dépenses réelles de consommation personnelle, C_t;
- Investissement privé brut réel, I_t;
- Dépenses réelles de consommation publique, G_t.

Considérons le période de 1960:Q1 à 2019:Q4.

1. Construisez les variables suivantes:

   - $\Delta y_t \equiv \log Y_t - \log Y_{t-1}$;
   - $\Delta c_t \equiv \log C_t - \log C_{t-1}$;
   - $\Delta i_t \equiv \log I_t - \log I_{t-1}$;
   - $\Delta g_t \equiv \log G_t - \log G_{t-1}$.

   Tracez le graphique des variables.

2. Considérez le VAR suivant (p):

$$
\begin{aligned}
X_t &= \Theta + \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-1} + \varepsilon_t, \\
X_t &= \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta c_t \\ \Delta i_t \\ \Delta g_t \end{bmatrix}, \\
\Sigma_\varepsilon &= E\left(\varepsilon_t \varepsilon_t^{'}\right) = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\varepsilon_y} & \sigma_{\varepsilon_y \varepsilon_c} & \sigma_{\varepsilon_y \varepsilon_i} & \sigma_{\varepsilon_y \varepsilon_g} \\ \sigma_{\varepsilon_y \varepsilon_c} & \sigma^2_{\varepsilon_c} & \sigma_{\varepsilon_c \varepsilon_i} & \sigma_{\varepsilon_c \varepsilon_g} \\ \sigma_{\varepsilon_y \varepsilon_i} & \sigma_{\varepsilon_c \varepsilon_i} & \sigma^2_{\varepsilon_i} & \sigma_{\varepsilon_i \varepsilon_g} \\ \sigma_{\varepsilon_y \varepsilon_g} & \sigma_{\varepsilon_c \varepsilon_g} & \sigma_{\varepsilon_i \varepsilon_g} & \sigma^2_{\varepsilon_g} \end{bmatrix}.
\end{aligned}
$$

   (a) Déterminez le nombre optimal de retards, p^*, en utilisant les critères d'information.

   (b) Testez si Δg_t cause Δy_t dans le sens de Granger et commentez brièvement le résultat.

   (c) Pour les 20 derniers trimestres de l'échantillon, calculez les prévisions pour 1 trimestre à venir et la variance des erreurs de prévision, i.e., calculez $\Delta y^*_\tau \equiv E(\Delta y_\tau | I_{\tau-1})$ et $Var(\Delta y_\tau - \Delta y^*_\tau | I_{\tau-1})$ pour $\tau =$ 2015:Q1,...,2019:Q4. Pour chaque prévision Δy^*_τ, réestimez le VAR en utilisant toutes les observations disponibles jusqu'au temps $\tau - 1$.

   (d) Tracez Δy^*_τ par rapport aux données et calculez l'erreur quadratique moyenne des prévisions.

3. Estimez un modèle ARIMA (1,1,0) pour $y_t \equiv \log Y_t$. Calculez la prévision $\Delta y^*_{2020:Q1} \equiv E(y_{2020:Q1} | I_{2019:Q4}) - y_{2019:Q4}$.

Question 3

La fichier H2*q3.xls* contient des données mensuelles pour le taux de change CAD/1USD (E_t), l'indice des prix à la consommation canadien (P_t^C) et l'indice des prix à la consommation américain (P_t^{US}). Utilisez l'échantillon de 1985:M1 à 2019:M12.

1. Soit $\varepsilon_t = \log(E_t)$, $p_t^C = \log\left(P_t^C\right)$ et $p_t^{US} = \log\left(P_t^{US}\right)$. Testez si ε_t, p_t^C et p_t^{US} sont $I(1)$ à un niveau de confiance de 1%..

2. Soit $\Delta\varepsilon_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$, $\Delta p_t^C = p_t^C - p_{t-1}^C$ et $\Delta p_t^{US} = p_t^{US} - p_{t-1}^{US}$. Testez si $\Delta\varepsilon_t$, Δp_t^C et Δp_t^{US} sont $I(1)$ at a 1% confidence level.

3. Construisez $PPP_t \equiv p_t^{US} - \varepsilon_t - p_t^C$. Testez si PPP_t est $I(1)$ à un niveau de confiance de 1%. Pouvez-vous conclure que $\beta_{PPP} \equiv [1, -1, -1]$ est un vecteur de cointégration? Motivez votre réponse.

4. Estimez la régression suivante:

$$\varepsilon_t = \delta + \beta_1 p_t^{US} + \beta_2 p_t^C + \xi_t.$$

Effectuez le test de cointégration d'Engel-Granger en utilisant les résultats de la régression ci-dessus—utilisez le critère d'information AIC pour sélectionner les retards inclus dans le test et considérez un intervalle de confiance de 1%. Est-ce-que ε_t, p_t^C et p_t^{US} sont cointégrés? Motivez votre réponse.

5. Estimez un modèle vectoriel de correction d'erreur (VECM) pour ε_t, p_t^C, and p_t^{US}:

$$\begin{aligned}
\Delta\varepsilon_t &= \delta_\varepsilon + \alpha_\varepsilon \hat{\xi}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{\varepsilon\varepsilon}^i \Delta\varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{\varepsilon p^C}^i \Delta p_{t-i}^C + \sum_{i=1}^{p} \phi_{\varepsilon p^{US}}^i \Delta p_{t-i}^{US} + \nu_{\varepsilon,t} \\
\Delta p_t^C &= \delta_C + \alpha_C \hat{\xi}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{p^C\varepsilon}^i \Delta\varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{p^C p^C}^i \Delta p_{t-i}^C + \sum_{i=1}^{p} \phi_{p^C p^{US}}^i \Delta p_{t-i}^{US} + \nu_{p^C,t} \\
\Delta p_t^{US} &= \delta_{US} + \alpha_{US} \hat{\xi}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{p^{US}\varepsilon}^i \Delta\varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{p^{US} p^C}^i \Delta p_{t-i}^C + \sum_{i=1}^{p} \phi_{p^{US} p^{US}}^i \Delta p_{t-i}^{US} + \nu_{p^{US},t}
\end{aligned}$$

   (a) Trouvez le nombre optimal de retards p^* en utilisant le critère d'information d'Akaike.

   (b) Estimez le VECM pour $p = p^*$.

   (c) Les coefficients de vitesse d'ajustement α_ε, α_C et α_{US} sont-ils statistiquement significatifs au niveau de 5%? Motivez votre réponse.

   (d) Calculez les prévisions $\Delta\varepsilon_{2020:M1}^* \equiv E\left(\Delta\varepsilon_{2020:M1} | \mathcal{I}_{2019:M12}\right), ..., \Delta\varepsilon_{2020:M12}^* \equiv E\left(\Delta\varepsilon_{2020:M12} | \mathcal{I}_{2020:M11}\right)$.

Question 4

Le fichier H2*q4.xls* contient des séries temporelles mensuelles aux États-Unis pour: (i) la production industrielle, Y_t; (ii) le taux de chômage, u_t; (iii) le taux des fonds fédéraux, r_t; (iv) l'indice des prix à la consommation, P_t; (v) un indice des prix des matières premières, P_t^C; (vi) les réserves non empruntées, NBR_t; (vii) les réserves totales, TR_t; et (viii) le stock d'argent $M1$, M_t. Considérons l'échantillon 1965:1 à 2007:1.

1. Construisez les variables suivantes:

   - $y_t = \log y_t$,
   - $p_t = \log P_t$
   - $p_t^C = \log\left(P_t^C\right)$
   - $nbr_t = \log(NBR_t)$
   - $tr_t = \log\left(TR_t\right)$
   - $m_t = \log\left(M_t\right)$.

2. Tracez le graphique pour $y_t, u_t, p_t, p_t^C, r_t$.

3. Considérez le VAR (p) suivant:

$$\begin{aligned} X_t &= \Theta + \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-1} + \varepsilon_t, \\ X_t &\equiv \left[y_t, u_t, p_t, p_t^C, r_t, nbr_t, tr_t, m_t\right]' \\ \Sigma_\varepsilon &= E\left(\varepsilon_t \varepsilon_t^{'}\right). \end{aligned}$$

   et la représentation SVAR correspondante:

$$X_t = \Theta + \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-1} + A^{-1} u_t,$$

   où u_t est un vecteur de chocs structurels (c'est-à-dire non corrélés).

   (a) Estimez le VAR en utilisant $p = 12$ et identifiez la matrice A en utilisant $chol\left(\Sigma_\varepsilon\right) = \Sigma_u^{-1/2}\left(A^{-1}\right)'$. L'identification est-elle cohérente avec l'idée qu'un choc de politique monétaire, u_{rt}, n'a pas d'effet contemporain (c'est-à-dire au cours du même mois) sur y_t, u_t, p_t et p_t^C?

   (b) Considérons une augmentation du taux des fonds fédéraux égale à un écart-type, c'est-à-dire $u_{rt} = \sigma_{u_r}$ et $u_{rs} = 0$ pour tout $s \neq t$. Tracez la réponse dynamique de r_t, y_t, u_t, p_t et p_t^C sur 24 périodes.

4. Veuillez maintenant estimer le VAR en ordonnant les variables comme suit:

$$X_t = \left[u_t, y_t, p_t^C, p_t, r_t, nbr_t, tr_t, m_t\right]'.$$

   Identifiez la matrice A en utilisant $chol\left(\Sigma_\varepsilon\right) = \Sigma_u^{-1/2}\left(A^{-1}\right)'$ et considérez une augmentation du taux des fonds fédéraux égale à un écart-type, c'est-à-dire $u_{rt} = \sigma_{u_r}$ et $u_{rs} = 0$ pour tout $s \neq t$. La réponse dynamique de r_t, y_t, u_t, p_t et p_t^C change-t-elle par rapport au $\#3\,(b)$? Expliquez brièvement ce résultat.