

Experimento de Física de Muones: Estimación del Tiempo de Vida Medio del Muón y la Constante de Acoplamiento de Fermi

Simón Felipe Jiménez Botero* and Thomas Andrade Hernández**

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 18 de septiembre de 2024)

En el presente informe se exponen los resultados obtenidos tras la manipulación del montaje experimental de detección de muones elaborado por la empresa TeachSpin. A lo largo de este informe se describen los procedimientos empleados para la determinación de valores para el tiempo de vida medio del muón τ_μ , la razón entre la cantidad de antimuones con respecto a los muones ρ y el valor de la constante de acople de Fermi para la interacción débil $G_F/(\hbar c)^3$. Para este experimento fueron realizadas tres mediciones, cada una con diferentes condiciones iniciales y distintas extensiones de tiempo, por lo se obtuvieron múltiples valores para estas cantidades. Las más cercanas a lo expuesto teóricamente son las asociadas a la medición más extensa (96 horas de detección), con un total de 9887 detecciones. Estos valores son: $\tau_\mu = 2.180 \pm 0.001 \mu\text{s}$, $\rho = 9 \pm 1$ (indicando mayor número de antimuones que de muones) y $G_F/(\hbar c)^3 = (1.1682 \pm 0.0009) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$. En este informe no sólo se realizan estos cálculos, sino que también se expone un escenario en el que los residuales ayudaron a determinar los escenarios en donde los datos recopilados eran o no fiables.

I. INTRODUCCIÓN

El muón es una partícula elemental que fue descubierta en el año 1937 por Anderson y Neddermeyer. El descubrimiento se dio de manera accidental mientras se estudiaba el comportamiento de los rayos cósmicos en medio de una cámara de niebla [1]. Esta partícula tiene una carga de $-e$ y una masa de 200 a 240 veces mayor que la de un electrón[2].

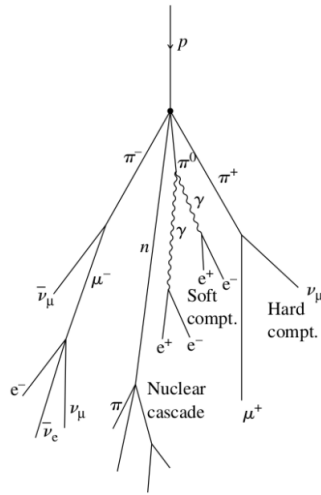


Figura 1. Decaimiento de un protón altamente energético en diversas partículas, entre las que se halla el muón μ^- y el antimuón μ^+ . Imagen tomada de [3]

Asimismo, esta partícula se puede entender como el producto de una serie de reacciones consecutivas, ocasionadas por la interacción de los rayos cósmicos del espacio exterior con la atmósfera de nuestro planeta. La imagen 1 muestra un ejemplo de una de estas reacciones en cadena que tiene como resultado la producción de un muón μ .

Por otro lado, los muones tienen un tiempo de vida limitado y desaparecen en un proceso que se conoce como decaimiento espontáneo. Debido a la interacción débil, los muones decaen en electrones/positrones y en neutrinos/antineutrinos [4]. Podemos medir el tiempo en que un muón tarda en decaer en el laboratorio, en este caso usaremos un montaje realizado por la empresa TeachSpin.

Cabe destacar que el proceso de decaimiento está descrito por la ecuación:

$$dN = -N\lambda dt \quad (1)$$

donde N es el número de muones, t es el tiempo y λ es la tasa de decaimiento. Al resolver esta ecuación diferencial hallamos la expresión para el número de partículas presentes en la cámara en función del tiempo:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Si se conoce el número de muones que hay en un recipiente al inicio y al final de un periodo de medición podremos hallar la tasa del decaimiento de los muones λ y, a partir de este dato, la vida media $\tau = 1/\lambda$. No obstante, dado que en el laboratorio se medirán tanto muones como antimuones, el valor del tiempo de vida

* Correo institucional: sf.jimenez@uniandes.edu.co

** Correo institucional: t.andrade@uniandes.edu.co

media observado se calcula mediante la ecuación:

$$\tau_{\text{obs}} = (1 + \rho) \frac{\tau^+ \tau^-}{\rho \tau^- + \tau^+} \quad (3)$$

donde ρ es el cociente entre la cantidad de muones y antimuones:

$$\rho = \frac{N^+}{N^-} \quad (4)$$

τ^+ es la vida media del antimuón y τ^- la vida media del muón. Adicional a esto, otro de los valores que es posible calcular, dada a la presencia de la fuerza débil en esta interacción, es el de la constante de acoplamiento de Fermi $G_F/(\hbar c)^3$, la cual se encuentra presente en la expresión:

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3 \hbar^7}{G_F^2 m_\mu^5 c^4} \quad (5)$$

II. METODOLOGÍA

Para llevar a cabo las mediciones del decaimiento de muones se hizo uso del montaje que se puede apreciar en la Figura 2.

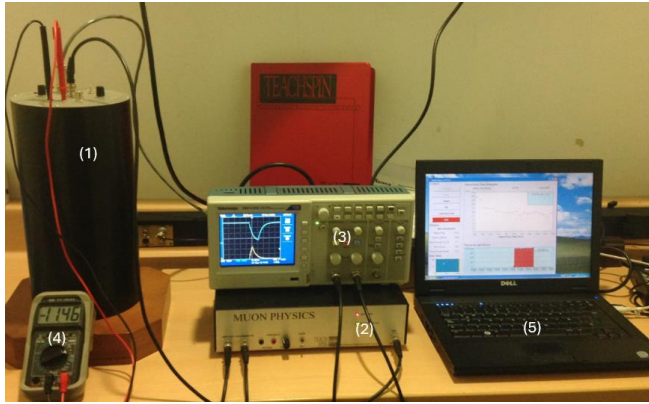


Figura 2. Montaje experimental para la física de muones. (1) Detector de muones, compuesto por un centellador de plástico cilíndrico y un tubo fotomultiplicador. (2) Módulo de amplificador y discriminación que contiene un sistema de conteo de señales llamado *FPGA*. (3) Osciloscopio. (4) Multímetro. (5) Computador con software para toma y análisis de datos. Imagen tomada de [4].

Previo a realizar cualquier medición es muy importante el caracterizar la señal que obtiene el software de medición, de esta forma será posible establecer condiciones iniciales adecuadas para una mejor calidad en las mediciones. Para esto se debe de realizar los siguientes procedimientos:

Caracterización del amplificador: Primeramente se busca caracterizar la señal que procesa el módulo del amplificador. Para ello se debe conectar la entrada PMT del módulo de amplificación a un generador de señales. La salida del amplificador debe conectarse al osciloscopio para monitorear la señal y, seguidamente, se genera una señal de 100 KHz y 100 mV pico-a pico. Con esta información se busca determinar la ganancia del amplificador. Adicional a esto, para asegurarse que la señal emitida no sature el sistema, observe el comportamiento de la señal para 500kHz y 50 mV, aumentando progresivamente la magnitud para determinar el umbral de saturación.

Caracterización del discriminador: En segundo lugar, se busca caracterizar la señal del discriminador. Para esto se hizo uso de una una señal que no se saturase tras su amplificación y se modificó el *treashold*. Observamos las señales de los picos que logran pasar el discriminador se logra hallar la amplitud que filtre la señal adecuadamente.

Caracterización del FPGA: Como tercer paso se caracteriza la señal que analiza la FPGA. Esto se logra conectando la salida PMT del módulo de detección al amplificador y estableciendo un *High Voltage* de 1000 V con el *treashold* al mínimo. A partir de aquí deben observarse los pulsos que genera el centellador y anotar los tiempos registrados tanto por el software como por el centellador, para así determinar los límites de tiempo medibles.

Caracterización del centellador: En cuarto lugar, se busca caracteriza la señal del centellador. Para lograr esto se conecta la salida PMT directamente al osciloscopio y se busca que la señal amplificada genere un único pulso en el discriminador, para valores de *High Voltage* y *threshold* distintos. También se busca que el *muon rate* detectado por el software prevalezca en una región de entre 6-15 conteos por segundo.

Tras haber completado este proceso de caracterización, haciendo uso de diferentes valores de *High Voltage* y *treashold* congruentes con la caracterización, se deja el montaje midiendo tras largos periodos de tiempo.

III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A. Resultados de la caracterización:

Al momento de desarrollar el experimento, las principales características recopiladas en el proceso de caracterización fueron:

Caracterización del amplificador: Partiendo de la expresión de los voltajes de entrada y salida se determinó que la ganancia del amplificador fue:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1.53 \text{ V}}{0.154 \text{ V}} \approx 10 \quad (6)$$

Adicionalmente, si uno empieza a modificar la frecuencia de la señal incidente, el amplificador empieza a fallar para valores cercanos a los 4 MHz, dando a entender que la mínima señal de tiempo medible es de cerca de 0.25 microsegundos. Por otro lado, pudimos observar que, para valores entre 200 mV y 250 mV, la señal amplificada empieza a mostrar ciertas aberraciones, mientras que para valores cercanos a 500 mV la señal pierde la forma casi por completo. Por este comportamiento observado determinamos que el valor óptimo de la señal de entrada debe ser menor a los 150 mV.

Caracterización del discriminador: Para el discriminador fue posible determinar que, para valores del *threshold* que rondan valores inferiores a 10 mV y mayores a 480 mV, el efecto del discriminador dispara las mediciones de manera extraña en el software, por tanto, se emplean valores que estén dentro del intervalo definido por dichas cotas.

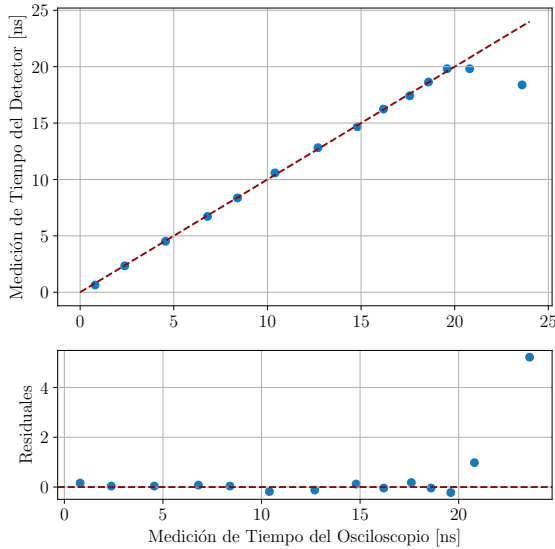


Figura 3. Relación entre la medición de tiempo realizada por el Detector de Muones de TeachSpin y el osciloscopio del laboratorio. A la espera de que la relación sea 1:1, se muestra una línea punteada que representa dicha tendencia, la cual muestra un comportamiento anormal más allá de los 20 microsegundos, valor límite del equipo de TeachSpin.

Caracterización del FPGA: Los resultados de los tiempos medidos por el osciloscopio y el sistema de TeachSpin se muestran en la Figura 3. Como se logra apreciar, el máximo valor que puede medir el software se encuentra cercano a los 20 microsegundos, a partir de este umbral, todas las mediciones adquieren valores aleatorios.

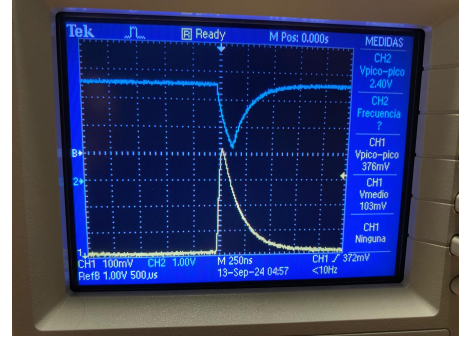


Figura 4. Señales producidas por el amplificador (la línea de color amarillo) y el discriminador (la línea de color azul) del Detector de Muones de TeachSpin. Nótese que por cada pulso generado por el amplificador, el discriminador emite un sólo pulso en respuesta.

Caracterización del centellador: Se obtuvo que, para valores de *High Voltage* entre los 800 y 880 V, el módulo amplificador presenta un comportamiento consistente. Por cada pulso generado por el amplificador, el discriminador genera una única respuesta, tal y como se aprecia en la Figura 4.

B. Análisis de las mediciones realizadas:

Para el cálculo del tiempo asociado a la vida media del muón, se realizaron tres mediciones, cada una con diferentes valores de *High Voltage*, *threshold* y tiempo de medida. Estos datos se logran apreciar en el histograma representado en la Figura 5.

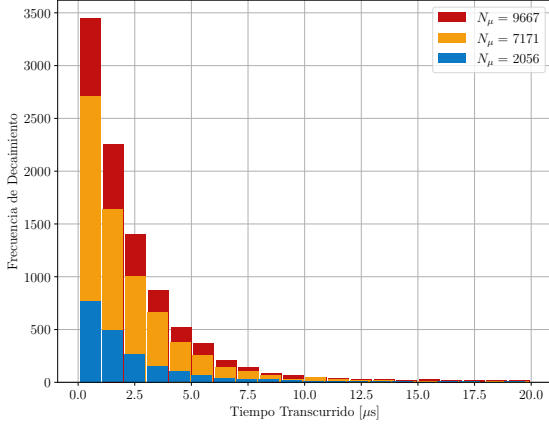


Figura 5. Histograma recopilatorio de todas las mediciones realizadas. La primera medición, marcada con azul, tuvo una duración de 18 horas y 40 minutos, con $HV = 822$ V y $V_{\text{threshold}} = 0.135$ V; la segunda medición, marcada con amarillo, de 66 horas y 50 minutos, con $HV = 825$ V y $V_{\text{threshold}} = 0.180$ V; y la tercera medición, marcada de rojo, fue la más larga, de unas 96 horas, con $HV = 887$ V y $V_{\text{threshold}} = 0.231$ V.

Partiendo de la información del histograma se llevó a cabo una construcción de la función exponencial que define el comportamiento de decaimiento de los muones. Para ello se consideró el número total de detecciones, siendo de 2056 para la primera medición, 7171 para la segunda y 9667 para la tercera. Partiendo de estos valores para N_0 , se construyeron regresiones de la forma:

$$N_{\mu}(t) = N_0 e^{-At} + B \quad (7)$$

El valor B es un bias asociado principalmente al ruido de la radiación de fondo cósmico. Una vez calculada la regresión previa se eliminó este bias para ahora construir una regresión de la forma:

$$N_{\mu}(t) = N_0 e^{-Ct} \quad (8)$$

Estas regresiones se pueden observar en la Figura 6.

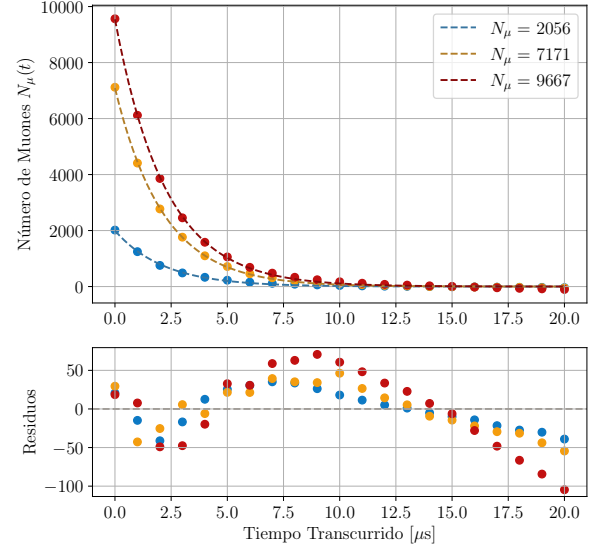


Figura 6. Gráfica que describe la cantidad de muones en función del tiempo transcurrido considerando todos los datos registrados por el montaje. Obsérvese que los residuales presentan un comportamiento aparentemente no aleatorio, lo que nos indica que nuestra regresión puede estar tomando más datos de los necesarios.

Una característica que se puede notar a primera vista, es que los residuales, a partir del valor de 10 microsegundos, presentan un comportamiento monótono decreciente. Este comportamiento inesperado para los residuales se puede asociar a la cantidad significativamente minúscula de frecuencias observadas en el histograma de la Figura 5. El que existan pocas muestras de datos en estas casillas nos indica que posiblemente sean datos pocos confiables y que, por tanto, no deban ser considerados.

Tras la consideración de que posiblemente estamos valores poco confiables para llevar a cabo la regresión, se decidió por omitir los valores medidos para $t > 10$ microsegundos. Esta corrección puede observarse en la Figura 7.

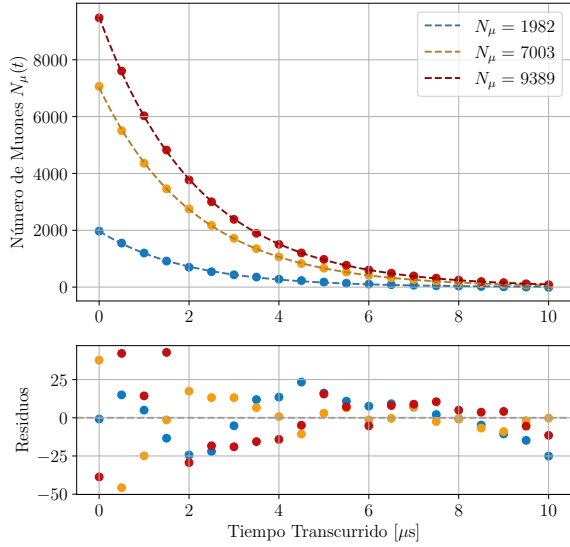


Figura 7. Gráfica que describe la cantidad de muones en función del tiempo transcurrido. En este escenario se consideraron los valores que presentaban mediciones menores o iguales a 10 microsegundos. El comportamiento de los residuales ahora sí es mucho más aleatorio.

Ahora bien, para justificar que esta decisión fue la adecuada, se presentan los resultados obtenidos para ambos escenarios, el considerar todos los datos y el sólo tener en cuenta una parte de ellos. Para el valor de la vida media del muón se obtuvieron los datos que se muestran en la tabla I.

Cuadro I. Valores obtenidos para el tiempo de vida del muón para cada una de las muestras de datos. La columna τ_μ representa el valor considerando todos los datos, mientras que τ'_μ representa la columna con el filtro realizado con base a los residuales.

N_μ	τ_μ [μs]	τ'_μ [μs]
2056	2.176 ± 0.009	1.996 ± 0.005
7171	2.151 ± 0.003	2.118 ± 0.001
9667	2.241 ± 0.004	2.180 ± 0.001

El valor teórico de la vida media del muón está en $\tau_\mu = 2.1969811 \pm 0.000002 \mu\text{s}$ [5]. Si se observan los resultados obtenidos en la tabla I, es posible apreciar que el valor de la vida media empeora significativamente para la muestra de datos con mayor número de detecciones. Esta situación es considerablemente contradictoria, sólo se podría llegar a explicar si consideramos que para largos periodos de tiempo, los errores de medición del detector incrementen, dando lugar a valores tan contradictorios. Así, considerando el

mejor valor obtenido se consiguió, para la vida media del muón, un valor aproximado de $2.180 \pm 0.0001 \mu\text{s}$, el cual destaca por ser muy preciso y medianamente exacto, al estar más próximo que los demás calculados.

Partiendo de estos valores se aproximó el cálculo del coeficiente ρ mostrado en la ecuación (4). Considerando $\tau^+ = 2.1969811 \pm 0.000002 \mu\text{s}$ [5], $\tau^- = 2.043 \pm 0.003 \mu\text{s}$ [6] y τ_{obs} todos los valores recopilados, se obtuvieron como resultado los valores que se aprecian en la tabla II.

Cuadro II. Valores obtenidos para la razón de la cantidad de antimuones con respecto a los muones detectados para cada una de las muestras de datos. La columna ρ representa el valor considerando todos los datos, mientras que ρ' representa la columna con el filtro realizado con base a los residuales.

N_μ	ρ	ρ'
2056	9 ± 6	-0.25 ± 0.03
7171	2.5 ± 0.3	1.02 ± 0.07
9667	-4.8 ± 0.4	9 ± 1

Se logra apreciar que, para valores muy alejados del los valores reportados teóricamente, como el τ'_μ de la primera medición, con $(1.996 \pm 0.005) \mu\text{s}$ o el τ_μ de la tercera¹, con $(2.241 \pm 0.004) \mu\text{s}$; el valor de ρ se vuelve negativo como consecuencia de las diferencias que componen éste valor. Omitiendo estos valores, se observa que, en general, se obtienen valores mayores que 1, lo que indica que hay mayor presencia de antimuones que de muones. Esta situación es posible de explicar considerando que el detector está compuesto de paredes de plástico con las que los muones logran reaccionar, haciendo que la cantidad de esta clase de partículas se reduzca considerablemente antes de llegar a la zona de detección. Por tanto, estos valores son consistentes con lo que se busca observar según la teoría.

Para finalizar, partiendo de los valores de la vida media del muón calculados, se realizó el cálculo de la constante de acoplamiento de Fermi para la interacción débil, obteniendo como resultado los valores que se logran observar en la tabla III.

¹ La comilla en el símbolo (τ'_μ) representa los valores obtenidos tras la corrección, mientras que la ausencia de esta (τ_μ) representa la consideración de los datos en su totalidad. Esta notación vale para cualquiera de los casos.

Cuadro III. Valores obtenidos para la constante de acoplamiento de Fermi de la interacción débil. La columna $G_F/(\hbar c)^3$ representa el valor considerando todos los datos, mientras que $G'_F/(\hbar c)^3$ representa la columna con el filtro realizado con base a los residuales.

N_μ	$G_F/(\hbar c)^3 [\times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}]$	$G'_F/(\hbar c)^3 [\times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}]$
2056	1.168 ± 0.002	1.221 ± 0.002
7171	1.176 ± 0.001	1.1851 ± 0.0009
9667	1.151 ± 0.001	1.1682 ± 0.0009

El valor reportado para esta constante es de $G_F/(\hbar c)^3 = (1.1663787 \pm 0.0000005) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ [7]. Se logra apreciar que el valor más próximo a este, como es de esperar, es el de la medición más extensa y con la corrección de los residuales, reportando un valor de $G_F/(\hbar c)^3 = (1.1682 \pm 0.0009) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$, reportado con una exactitud muy considerable.

IV. CONCLUSIONES

A lo largo de este experimento se trabajó, en cuestión de análisis de resultados, usando dos perspectivas totalmente válidas. Dado que la distribución de datos

obtenida genera comportamientos no aleatorios en el cálculo de residuales, se decidió por realizar un corte en la cantidad de datos a utilizar como forma de mostrar la utilidad del uso de residuales en el análisis de datos. Considerando los valores obtenidos al corregir las muestras, se obtuvo para el tiempo de vida media del muón un valor de 2.180 ± 0.001 microsegundos para el tiempo más próximo, mientras que 1.996 ± 0.005 microsegundos para el más alejado.

Adicionalmente a esto, los valores de la razón antimuón-muón permitieron observar lo propuesto por la teoría, lo que sería la presencia de valores superiores a 1 dada la considerable reactividad del muón con el entorno, haciendo que el detector perciba una cantidad considerablemente mayor de antimuones. Por otra parte, para la estimación de la constante de Fermi para la interacción débil, $G_F/(\hbar c)^3$, se obtuvo como valor más próximo al reportado teóricamente $(1.1682 \pm 0.0009) \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$, lo que muestra que la corrección realizada a la muestra fue adecuada.

En general, el desarrollo de este experimento no sólo permitió estudiar el proceso de decaimiento de los muones, sino que también mostró un escenario muy especial en el que aplicar lo que conocemos de residuales para así obtener valores mucho más confiables.

-
- [1] J. C. Street and E. C. Stevenson, Phys. Rev. **52**, 1003 (1937).
 - [2] F. Scheck, Physics Reports **44**, 187 (1978).
 - [3] A. Tiberio, «Study of the very forward electromagnetic component produced in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ with the LHCf experiment,» (2017), presented 09 Mar 2017.
 - [4] U. de los Andes, *Laboratorio Intermedio - Efecto Hall* (Universidad de Los Andes, 2024).
 - [5] C. Patrignani, Chinese Physics C **40**, 100001 (2016).
 - [6] R. A. Reiter, T. A. Romanowski, R. B. Sutton, and B. G. Chidley, Phys. Rev. Lett. **5**, 22 (1960).
 - [7] E. Tiesinga, P. J. Mohr, D. B. Newell, and B. N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **93**, 025010 (2021).
 - [8] S. F. Jiménez Botero and T. Andrade Hernández, «Laboratorio Intermedio,» (2024).

V. APÉNDICE DE CÁLCULO DE ERRORES

En este apartado se explicará brevemente los métodos empleados para calcular los errores de cada una de las mediciones expuestas. Cabe destacar que toda la información relacionada con estos procedimientos se encuentra en un repositorio de GitHub [8].

La propagación de los errores de un determinado valor Z se llevó a cabo empleando la fórmula:

$$\sigma_Z = \sqrt{\sum_i^N \left(\frac{\partial Z}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2} \quad (9)$$

donde N es el número de parámetros que poseen incertidumbre asociada, x_i el parámetro en cuestión y σ_{x_i} la incertidumbre asociada a dicho parámetro. Para el desarrollo de regresiones lineales se deben considerar las expresiones:

- Pendiente de la regresión lineal:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (10)$$

- Incertidumbre de la pendiente de la regresión lineal:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{n \cdot \sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \quad (11)$$

- Bias de la regresión lineal:

$$b = \frac{\sum y_i - m \sum x_i}{n} \quad (12)$$

- Incertidumbre del bias de la regresión lineal:

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{\sum x_i^2}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \cdot \sum (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (13)$$

donde n es el número de datos con los que se está trabajando.

Por otro lado, para las regresiones de la tendencia exponencial se hizo uso de la librería de Scipy, que hace uso del método de mínimos cuadrados y la determinación de la matriz de covarianza para obtener los valores de incertidumbre de cada uno de sus parámetros.