UNIVERSITETET I BERGEN

KANDIDAT

127

PRØVE

MAT121 0 Lineær algebra

Emnekode	MAT121
Vurderingsform	Skriftlig eksamen
Starttid	22.09.2025 07:00
Sluttid	22.09.2025 11:00
Sensurfrist	--
PDF opprettet	08.10.2025 10:19

Seksjon 1 - flervalgsoppgaver

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
1	Oppgave 1	Flervalg
2	Oppgave 2	Flervalg
3	Oppgave 3	Flervalg
4	Oppgave 4	Flervalg
5	Oppgave 5	Flervalg
6	Oppgave 6	Flervalg
7	Oppgave 7	Flervalg
8	Oppgave 8	Flervalg
9	Oppgave 9	Flervalg
10	Oppgave 10	Flervalg
11	Oppgave 11	Flervalg
12	Oppgave 12	Flervalg
13	Oppgave 13	Flervalg
14	Oppgave 14	Flervalg
15	Oppgave 15	Flervalg
16	Oppgave 16	Flervalg
17	Oppgave 17	Flervalg
18	Oppgave 18	Flervalg
19	Oppgave 19	Flervalg
20	Oppgave 20	Flervalg

Seksjon 2 - langsvaroppgaver

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
21	Oppgave 21	Langsvar
22	Oppgave 22	Langsvar

1 Oppgave 1

Hvis A er 6×5 og AB^T er 6×7, hvilke dimensjoner har da B?
Velg ett alternativ:

- 7×7
- 7×11
- 6×6
- 7×6
- 6×7
- 8×7
- 6×5
- Ingen av de andre alternativene
- 7×5

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

7 0 7 0 9 9 3

2 Oppgave 2

La

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Determinanten til A er lik:

Velg ett alternativ:

- 14
- -6
- 0
- Ingen av de andre alternativene
- -7
- -32
- 2
- -28
- 42

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

4 5 3 1 9 8 9

3 Oppgave 3

Vektoren

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

er en egenvektor for

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 3 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Hva er den tilsvarende egenverdien?

Velg ett alternativ:

- 3
- 5
- -10
- -1
- -3
- 2
- 11
- Ingen av de andre alternativene
- -6

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

8 9 8 2 5 4 6

4 Oppgave 4

La A være 2×2-matrisen gitt ved

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 7 \\ -1 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Hva er den inverse til A?

Velg ett alternativ:

- $\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -5 & 14 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 12 & -6 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- ingen av de andre alternativene
- $\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1/7 & 4/7 \\ -3/7 & 6/7 \end{bmatrix}$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

4 3 9 1 5 3 1

5 Oppgave 5

La B være en 2×2-matrise slik at

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Hva er determinanten til B?

Velg ett alternativ:

- $25/4$
- -8
- $14/3$
- ingen av de andre alternativene
- -33
- $-7/5$
- 1
- $-17/5$
- $-21/10$
- 0

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

9 5 3 4 7 6 0

6 Oppgave 6

Anta at

- A er en $m \times n$-matrise
- B er en 6×1-matrise
- C er en 3×6-matrise
- $A = B^T C^T C B$

Da er:

Velg ett alternativ:

- $m = 1, n = 6$
- ingen av de andre alternativene
- $m = 3, n = 1$
- $m = 6, n = 3$
- $m = n = 1$
- $m = n = 3$
- $m = 3, n = 6$
- $m = 1, n = 3$
- $m = n = 1$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

7 1 2 0 1 2 1

7 Oppgave 7

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Den inverse til A er:

Velg ett alternativ:

- $\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ 1 & 1/3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1/5 & -2/5 & 3/5 \\ 1/5 & 3/5 & -2/5 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1/5 & -2/5 & 0 \\ -1/5 & 3/5 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- ingen av de andre alternativene

- $\begin{bmatrix} 3/5 & 1/5 & 1/5 \\ 2/5 & 1/5 & 0 \\ -1/5 & 0 & 2/5 \end{bmatrix}$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

5 6 8 0 1 4 5

8 Oppgave 8

La $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ være gitt ved

$$T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - 2x_3 \end{bmatrix}$$

Standardmatrisen til T er:

Velg ett alternativ:

- $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

- Ingen av de andre alternativene

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

7 2 7 4 4 4 3

9 Oppgave 9

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinanten til A er:

Velg ett alternativ:

- 0
- -6
- -2
- 6
- 2
- 3
- -3
- -1
- 1
- ingen av de andre alternativene

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

5 1 2 6 3 3 9

10 Oppgave 10

La

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hvilket av de følgende alternativene er en basis for det ortogonale komplementet til $\mathbf{u}$ (dvs. planet vinkelrett på $\mathbf{u}$)?

Velg ett alternativ:

- $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- ingen av de andre alternativene
- $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

4 1 7 1 3 7 5

11 Oppgave 11

La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Redusert trappeform av A er:

Velg ett alternativ:

- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- ingen av de andre alternativene
- $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

6 9 8 7 8 4 1

12 Oppgave 12

La

$$A = \begin{bmatrix} 2h & 1 & h^2 - 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ h & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

der h er et reelt tall. For hvilken verdi av h blir $\lambda = 1$ en egenverdi for A?

Velg ett alternativ:

- ingen h
- 12
- 1
- 2
- alle h
- -1
- $-\sqrt{3}$
- 0
- -3

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

6 1 8 0 1 5 8

13 Oppgave 13

La

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 4 \\ s \\ t \end{bmatrix}$$

der s og t er reelle tall.
For hvilke s, t er $\mathbf{w}$ ortogonal til både $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$?
Velg ett alternativ:

- $s = 1,\ t = 1/2$
- $s = -3,\ t = -5$
- $s = 0,\ t = -1$
- $s = -4,\ t = -3$
- $s = -2,\ t = 3$
- $s = 13,\ t = -11$
- ingen av de andre alternativene
- $s = -2/3,\ t = 0$
- $s = \sqrt{3},\ t = \pi$
- $s = -1,\ t = 1/2$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

3 7 3 5 2 0 4

14 Oppgave 14

Vi betrakter ligningssystemet

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 3 \\
2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 10 \\
3x_1 + 6x_2 + 10x_3 &= 17
\end{aligned}
$$

Hvilket av følgende utsagn om dette systemet er USANT?

Velg ett alternativ:

- $(x_1, x_2, x_3) = (1, -1, 2)$ er en løsning
- Systemet er konsistent
- Systemet har uendelig mange løsninger
- $(x_1, x_2, x_3) = (-5, 2, 2)$ er en løsning
- Alle løsningene er på formen $(x_1, x_2, x_3) = (-1 - 2s, s, 2)$, der $s \in \mathbb{R}$
- Løsningsmengden er en rett linje i $\mathbb{R}^3$
- Summen av to løsninger er en løsning

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

7 6 4 5 6 9 2

15 Oppgave 15

La

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -5 & 6 & -5 \end{bmatrix}$$

Hva er egenverdiene til A?

Velg ett alternativ:

- $-4, -3$ og 0
- $3, 11$ og 22
- $-5, 0$ og 1
- $-4, 3$ og 11
- ingen av de andre alternativene
- $-10, 0$ og 13
- $0, 3$ og 7
- $-2, 3$ og 22
- $11, 12$ og 13
- $-2/3, -1$ og 11

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

4 4 1 0 1 1 3

16 Oppgave 16

La A være en symmetrisk 3×3-matrise med egenverdier 0, 2 og 4. Anta at

$$A\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} \quad \text{og} \quad A\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\0\\-2\end{bmatrix}$$

Hvilken av de følgende er en egenvektor for A?

Velg ett alternativ:

- ○ $\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$
- ○ ingen av de andre alternativene
- ○ $\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$
- ○ $\begin{bmatrix}4\\-1\\-3\end{bmatrix}$
- ○ $\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$
- ◉ $\begin{bmatrix}1\\-2\\1\end{bmatrix}$
- ○ $\begin{bmatrix}-2\\1\\1\end{bmatrix}$
- ○ $\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix}$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

8 2 3 6 9 5 6

17

Oppgave 17

La H være underrommet av $\mathbb{R}^4$ utspent av vektorene

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hva er dimensjonen til H?

Velg ett alternativ:

- 2
- 5
- 3
- ingen av de andre alternativene
- 1
- 4 (selected)
- 6
- 0

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

1 3 4 8 4 4 3

18 Oppgave 18

La W være underrommet av $\mathbb{R}^4$ som består av alle vektorer

$$\begin{bmatrix} a+b+c \\ c-d \\ a-b \\ b+d \end{bmatrix}$$

der a, b, c, d er reelle tall. Hva er dimensjonen til W?

Velg ett alternativ:

- ingen av de andre alternativene
- 8
- 0
- 7
- 5
- 3
- 2
- 6
- 4
- 1

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

9 0 8 1 1 2 7

19 Oppgave 19

Sett

$$p_1(t) = 2 + t + 4t^2, \quad p_2(t) = -2 + 5t - 4t^2, \quad p_3(t) = 1 - 2t^2.$$

Det kan vises at $\mathcal{B} = \{p_1, p_2, p_3\}$er en basis for vektorrommet $\mathbb{P}_2$ av polynomer av grad 2 eller lavere. La $q \in \mathbb{P}_2$være gitt ved

$$q(t) = -2 + 3t + 3t^2.$$

Komponenten c_3 i koordinatvektoren $[q]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$ er:

Velg ett alternativ:

- 1
- $14/3$
- 0
- $3/4$
- ingen av de andre alternativene
- $-7/4$
- $-5/6$
- 10
- -1

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

8 1 2 2 1 9 5

20 Oppgave 20

La $\mathcal{A} = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2\}$og $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2\}$ være basiser for et vektorrom V. Anta at

$$\mathbf{a}_1 = 3\mathbf{b}_1 + 2\mathbf{b}_2 \quad \text{og} \quad \mathbf{a}_2 = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2.$$

La $T: V \to V$ være en lineæravbildning slik at

$$T(\mathbf{a}_1) = 5\mathbf{a}_1 - 13\mathbf{a}_2 \quad \text{og} \quad T(\mathbf{a}_2) = 2\mathbf{a}_1 - 5\mathbf{a}_2.$$

La $[T]_{\mathcal{B}}$ betegne matrisen til T relativt basisen $\mathcal{B}$. Da er:

Velg ett alternativ:

- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -7 & 0 \end{bmatrix}$
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
- ingen av de andre alternativene
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

4 3 0 9 2 2 5

21 Oppgave 21

La

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Hvilke egenverdier har A?
(b) Er A diagonaliserbar? Finn i så fall en inverterbar matrise P slik at $P^{-1}AP$ er diagonal.
Skriv svaret på papir som scannes inn. Alternativt skriv svaret inn under (anbefales ikke).

Ord: 0

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

8 2 6 4 9 9 9

Håndtegning 1 av 2

Fyll inn oppgavekode og emneinformasjon på alle skissearkene — Fill out question code and test information on every sheet

Oppgavekode / Question code	Dato / Date	Emnekode / Subject code	Kandidatnummer / Candidate number	Oppgavenummer / Question number	Sidetall / Page number
8264999	9/22/2025	MAT121	127	21	1/3 av/of

Tegneområde Drawing area

(A) for å finne egenverdiene til A bruker vi formellen $\text{Det}(A-\lambda I)=0$

$$A=\begin{bmatrix}4&4&-4\\0&1&0\\0&1&0\end{bmatrix},\quad \lambda I=\begin{bmatrix}\lambda&0&0\\0&\lambda&0\\0&0&\lambda\end{bmatrix}\quad A-\lambda I=\begin{bmatrix}4-\lambda&4&-4\\0&1-\lambda&0\\0&1&-\lambda\end{bmatrix}$$

$$\text{Det}(A-\lambda I)=4-\lambda\begin{vmatrix}1-\lambda&0\\1&-\lambda\end{vmatrix}-4\begin{vmatrix}0&0\\0&-\lambda\end{vmatrix}+-4\begin{vmatrix}0&1-\lambda\\0&1\end{vmatrix}$$

$$=4-\lambda\begin{vmatrix}1-\lambda&0\\1&-\lambda\end{vmatrix}=(4-\lambda)(1-\lambda)(-\lambda)=0\Rightarrow \underline{\lambda=4,1,0}$$

Egenverdiene til $A=\lambda=4,1,0$

(B) I Siden vi har 3 distinkte egenverdier så er A diagnoliserbar = Ja, A er diagnoliserbar

II

P vil være en matrise av Egenvektorene til A

$$:\lambda=4\quad\begin{bmatrix}0&4&-4\\0&-3&0\\0&1&-4\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}0&1&-1\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix}\quad V_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$:\lambda=1\quad\begin{bmatrix}3&4&-4\\0&0&0\\0&1&-1\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}3&4&-4\\0&1&-1\\0&0&0\end{bmatrix}\quad V_2=\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$$

Håndtegning 2 av 2

Fyll inn oppgavekode og emneinformasjon på alle skissearkene / Fill out question code and test information on every sheet

Oppgavekode / Question code	Dato / Date	Emnekode / Subject code	Kandidatnummer / Candidate number	Oppgavenummer / Question number	Sidetall / Page number
8264999	9/22/2025	MAT121	127	21	2/3 av/of

Tegneområde Drawing area

B) II : $\lambda = 0$ $\begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim V_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$P = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P^{-1}A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$ og $P^{-1}AP$ er Diagonal

22 Oppgave 22

La A og B være symmetriske $n \times n$-matriser. Anta at A og B har de samme egenverdiene $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$. Gjør rede for at det finnes en ortogonal matrise Q slik at $Q^T BQ = A$.

Skriv svaret på papir som scannes inn. Alternativt skriv svaret inn under (anbefales ikke).

Ord: 0

Knytte håndtegninger til denne oppgaven?
Bruk følgende kode:

9 5 5 3 0 2 3

Håndtegning 1 av 1

Fyll inn oppgavekode og emneinformasjon på alle skissearkene — Fill out question code and test information on every sheet

Oppgavekode / Question code	Dato / Date	Emnekode / Subject code	Kandidatnummer / Candidate number	Oppgavenummer / Question number	Sidetall / Page number
9553023	9/22/2025	MAT121	127	22	3/3 av/of

Tegneområde Drawing area

Siden både A og B er Symetrisk så vil en Q som skalerer bare øvre siden av diagonallinjen også bli skalert likt a Q^T som tar undre siden av linjen. Når vi vet at egenverdiene er like så vet vi også at ~~diagonal~~ diagonalen også vil bli lik. Når da Q er ortogonal så vil hver $\vec{v} \in B \cdot \vec{v} \in Q = 0$ mens Q^T vil dekke col(A) og dermed kan vi konkludere med at det finnes en ortogonal Q slik $Q^T B Q = A$