

Université de Mons
Faculté des sciences
Département d'Informatique

Structures de données II

Rapport de l'exercice préliminaire

Professeur :
Véronique BRUYÈRE
Assistant :
Pierre HAUWEELE

Auteurs :
Theo GODIN
Thomas BERNARD



Année académique 2022-2023

Table des matières

1	Question 1	2
2	Question 2	2
3	Question 3	3
4	Question 4	3
5	Question 5	3
6	Question 6	3
7	Question 7	3
8	Question 8	3

1 Question 1

On voit en effet qu'il s'agit d'une file à priorité sur les coordonnées x . On va toujours prendre le point possédant la coordonnée x minimum afin de le placer dans la racine et ce pour chaque racine de chaque sous arbre. Ce qui fait que chaque racine de chaque sous arbre est un x minimal du jeu de points restants pour le sous arbre étudié. Donc, chacun des fils a bien une coordonnée x inférieure ou égale à celle de son père. En revanche, il ne s'agit pas d'un tas. En effet, les couches ne sont pas remplies de droite à gauche et la condition de répartition établie sur la médiane des y impose qu'il y ait autant de noeuds dans les sous arbres gauche et droit de la racine. En conclusion, aucune condition n'impose de remplir la dernière couche complètement de droite à gauche si il n'y a pas assez de noeuds pour le faire. On ne peut donc pas avoir de tas.

La coordonnée x minimum se trouve donc dans la racine de l'arbre et la coordonnée x maximum se trouve dans une des feuilles.

2 Question 2

On voit qu'il s'agit d'un arbre binaire de recherche. Tout d'abord, les conditions d'un ABR sont que pour tout noeud n , son fils gauche f_g est tel que $n.data > f_g.data$ et son fils droit f_d est tel que $n.data < f_d.data$.

Ici la "data" qui est utilisée pour comparer chaque noeud avec ses fils avant une insertion est y_{mid} la médiane des coordonnées y des points présents dans l'ensemble actuellement considéré. On retrouvera donc dans le sous arbre gauche de la racine l'ensemble des points dont les coordonnées y sont strictement inférieures à la médiane y_{mid} . Par conséquent la médiane des coordonnées y des points du sous arbre gauche qui servira de "data" pour le fils gauche de la racine sera également strictement inférieure à la médiane y_{mid} . Pour le sous arbre droit il s'agit du même raisonnement mais en partant du fait que les coordonnées y des points du sous arbre droit seront strictement supérieures à la médiane y_{mid} , id. pour la médiane des coordonnées y des ces points.

La coordonnée y minimum se trouve donc dans la feuille la plus à gauche de l'ABR comme elle aura été strictement inférieure à toutes les médianes elle-même inférieures à celle de la racine. Et la coordonnée maximum se trouvera dans la feuille la plus à droite de l'ABR comme elle aura été strictement supérieure à toutes les médianes elles-mêmes supérieures à celle de la racine.

3 Question 3

Le fait que les noeuds soient répartis dans les sous-arbres droit et gauche de la racine à l'aide d'une médiane assure par la définition de la médiane qu'il y aura autant de noeuds possédant une coordonnées $y < y_{mid}$ que de noeuds possédant une coordonnée $y > y_{mid}$. Ce principe est respecté de manière récursive pour chaque noeud de chaque sous arbre. On peut donc voir l'équilibre de cette structure comme le fait qu'il y ait autant de noeuds à droite qu'à gauche de chaque racine de chaque sous arbre.

4 Question 4

5 Question 5

6 Question 6

7 Question 7

8 Question 8