

Devoir Maison - Théorème de Pythagore

Thomas Filasto

28 mars 2023

Présentation du sujet

Étant donné un triangle, on souhaite vérifier s'il est rectangle. Un triangle est caractérisé par la donnée de ses trois sommets. Soit T un triangle ayant pour sommets les points P_1 , P_2 et P_3 dont le côté le plus grand est $[P_1, P_2]$, d'après le théorème de Pythagore, T est rectangle si et seulement si

$$d(P_1, P_2)^2 = d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2$$

On en déduit que T est rectangle si et seulement si il existe P_i et P_j deux de ses sommets distincts, tels que $d(P_i, P_j)^2 = d(P_i, P_k)^2 + d(P_j, P_k)^2$ où P_k est le troisième sommet. Par conséquent :

$$\begin{aligned} T \text{ est rectangle} &\Leftrightarrow \\ d(P_1, P_2)^2 &= d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2 \vee \\ d(P_1, P_2)^2 &= d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2 \vee d(P_1, P_2)^2 = d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2 \end{aligned}$$

Grammaire du langage

Opérations arithmétiques

$\forall n_1, n_2 \in \mathbb{N}, \forall X \in AExp,$

$$\begin{array}{llll} \bar{n} \rightarrow n_1 & \{X\} \rightarrow X & \bar{n}_1 + \bar{n}_2 \rightarrow n_1 + n_2 & \bar{n}_1 - \bar{n}_2 \rightarrow n_1 - n_2 \\ \bar{n}_1 * \bar{n}_2 \rightarrow n_1 \times n_2 & Carre & n_1 \rightarrow n_1^2 & \end{array}$$

Opérations sur les flottants

$\forall x, y \in \mathbb{R}, \forall X \in FExp,$

$$\begin{array}{llll} \bar{x} \rightarrow x & \{\{X\}\} \rightarrow X & \bar{x} + .\bar{y} \rightarrow x + y & \bar{x} - .\bar{y} \rightarrow x - y \\ \bar{x} * .\bar{y} \rightarrow x \times y & Carre. & x \rightarrow x^2 & \end{array}$$

Opérations booléennes

$\forall u \in Bool,$

$True \& \& u \rightarrow u$ $False \& \& u \rightarrow False$ $True || u \rightarrow True$
 $False || u \rightarrow u$ $\sim True \rightarrow False$ $\sim False \rightarrow True$

$\forall n_1, n_2 \in \mathbb{N},$

$\overline{n_1} \equiv \overline{n_2} \rightarrow n_1 = n_2$ $\overline{\overline{n_1}} = \overline{\overline{n_2}} \rightarrow n_1 \neq n_2$

Opérations testant si un triangle est rectangle

$\forall n_1, n_2, n_3 \text{ et } n_4, P1, P2 \text{ et } P3 \in \mathbb{N},$

$Distance (n_1, n_2) (n_3, n_4) \rightarrow Carre n_1 - n_3 + Carre n_2 - n_4$ (c'est en fait la distance au carré)

$Pythagore P1 P2 P3 \rightarrow Distance P1 P2 ==$
 $Distance P1 P3 + Distance P2 P3 || Distance P1 P3 ==$
 $Distance P1 P2 + Distance P2 P3 || Distance P2 P3 ==$
 $Distance P1 P2 + Distance P2 P3$

$\forall x_1, x_2, y_1 \text{ et } y_2, P1, P2 \text{ et } P3 \in \mathbb{N},$

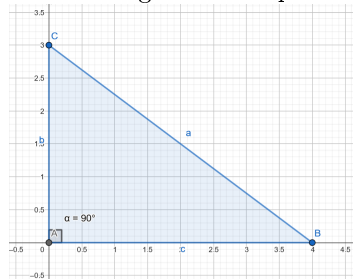
$Distance. (x_1, y_1) (x_2, y_2) \rightarrow Carre. x_1 - x_2 + .Carre y_1 - y_2$ (c'est en fait la distance au carré)

$Pythagore. P1 P2 P3 \rightarrow Distance P1 P2 ==$
 $. Distance. P1 P3 + .Distance. P2 P3 || Distance. P1 P3 ==$
 $. Distance. P1 P2 + .Distance. P2 P3 || Distance. P2 P3 ==$
 $. Distance. P1 P2 + .Distance. P2 P3$

Tests

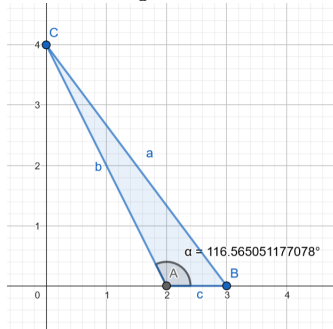
J'ai fait six tests pour tester si un rectangle est rectangle.

- Test $(0,0) (0,4) (3,0)$.imp et Test $(0,4) (3,0) (0,0)$.imp font le test sur le triangle suivant qui est bien rectangle :



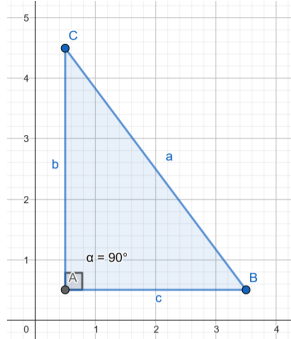
Les deux tests montrent que le résultat est le même quel que soit l'ordre dans lequel sont donnés les sommets.

- `Test_(2,0)_(0,4)_(3,0).imp` et `Test_(3,0)_(0,4)_(2,0).imp` font le test sur le triangle suivant qui n'est pas rectangle :



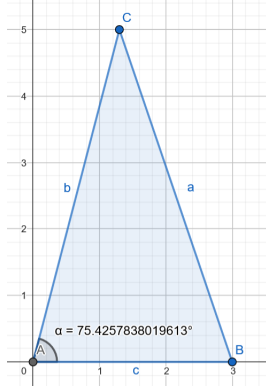
Les deux tests montrent que le résultat est le même quel que soit l'ordre dans lequel sont donnés les sommets.

- `Test_(0.5,0.5)_(3.5,0.5)_(0.5,4.5).imp` fait le test sur le triangle suivant qui est bien rectangle :



Le but est de montrer que le calcul fonctionne avec les flottants.

- `Test_(0.,0.)_(3.,0.)_(1.3,5.).imp` fait le test sur le triangle suivant qui n'est pas rectangle :



Le but est de montrer que le calcul fonctionne avec les flottants.

- `Test_PAExp.imp` et `Test_PFExp.imp` ont pour but de tester les points ayant des coordonnées entières ou flottantes.

- Test_bool_1.imp et Test_bool_2.imp ont pour but de tester les opérations sur les booléens.
- Test_operateurs_entiers.imp et Test_operateurs_flottants.imp a pour but de tester les opérations sur les entiers et les flottants.

Difficultés rencontrées

Les principales difficultés que j'ai rencontrées étaient liées à la simplification des expressions. J'ai dû ajouter *syntax KResult* : $:= Bool \mid Int \mid Float \mid "(" Int \text{ , } Int ")" \mid "(" Float \text{ , } Float ")"$ afin que les expressions avec strict puissent se simplifier. Néanmoins, cela ne fonctionnait pas pour Distance(.) et Pythagore(.), après plusieurs essais j'ai vu qu'il fallait remplacer *strict* par *function*. J'ai aussi dû importer FLOATS pour pouvoir utiliser des flottants. J'ai également eu un problème avec les parenthèses. En effet, je ne pouvais pas mettre de parenthèses dans les expressions AExp FExp. J'ai dû les remplacer par des accolades et ça a marché.