

# Devoir Maison - Théorème de Pythagore

Thomas Filasto

28 mars 2023

## Présentation du sujet

Étant donné un triangle, on souhaite vérifier s'il est rectangle. Un triangle est caractérisé par la donnée de ses trois sommets. Soit  $T$  un triangle ayant pour sommets les points  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  dont le côté le plus grand est  $[P_1, P_2]$ , d'après le théorème de Pythagore,  $T$  est rectangle si et seulement si

$$d(P_1, P_2)^2 = d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2$$

On en déduit que  $T$  est rectangle si et seulement si il existe  $P_i$  et  $P_j$  deux de ses sommets distincts, tels que  $d(P_i, P_j)^2 = d(P_i, P_k)^2 + d(P_j, P_k)^2$  où  $P_k$  est le troisième sommet. Par conséquent :

$$\begin{aligned} T \text{ est rectangle} &\Leftrightarrow \\ d(P_1, P_2)^2 &= d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2 \vee \\ d(P_1, P_2)^2 &= d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2 \vee d(P_1, P_2)^2 = d(P_1, P_3)^2 + d(P_2, P_3)^2 \end{aligned}$$

## Grammaire du langage

### Opérations arithmétiques

$\forall n_1, n_2 \in \mathbb{N}, \forall X \in AExp,$

$$\begin{array}{llll} \bar{n} \rightarrow n_1 & \{X\} \rightarrow X & \bar{n}_1 + \bar{n}_2 \rightarrow n_1 + n_2 & \bar{n}_1 - \bar{n}_2 \rightarrow n_1 - n_2 \\ \bar{n}_1 * \bar{n}_2 \rightarrow n_1 \times n_2 & Carre & n_1 \rightarrow n_1^2 & \end{array}$$

### Opérations sur les flottants

$\forall x, y \in \mathbb{R}, \forall X \in FExp,$

$$\begin{array}{llll} \bar{x} \rightarrow x & \{\{X\}\} \rightarrow X & \bar{x} + \bar{y} \rightarrow x + y & \bar{x} - \bar{y} \rightarrow x - y \\ \bar{x} * \bar{y} \rightarrow x \times y & Carre. & x \rightarrow x^2 & \end{array}$$

## Opérations booléennes

$\forall u \in Bool,$

$True \& \& u \rightarrow u$        $False \& \& u \rightarrow False$        $True || u \rightarrow True$   
 $False || u \rightarrow u$        $\sim True \rightarrow False$        $\sim False \rightarrow True$

$\forall n_1, n_2 \in \mathbb{N},$

$\overline{n_1} \equiv \overline{n_2} \rightarrow n_1 = n_2$        $\overline{\overline{n_1}} = \overline{\overline{n_2}} \rightarrow n_1 \neq n_2$

## Opérations testant si un triangle est rectangle

$\forall n_1, n_2, n_3, n_4 \in \mathbb{N}, P1, P2 \text{ et } P3 \in \mathbb{N},$

$Distance (n_1, n_2) (n_3, n_4) \rightarrow Carre n_1 - n_3 + Carre n_2 - n_4$  ( c'est en fait la distance au carré )

$Pythagore P1 P2 P3 \rightarrow Distance P1 P2 ==$   
 $Distance P1 P3 + Distance P2 P3 || Distance P1 P3 ==$   
 $Distance P1 P2 + Distance P2 P3 || Distance P2 P3 ==$   
 $Distance P1 P2 + Distance P2 P3$

$\forall x_1, x_2, y_1 \text{ et } y_2, P1, P2 \text{ et } P3 \in \mathbb{N},$

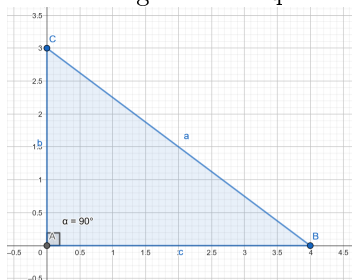
$Distance. (x_1, y_1) (x_2, y_2) \rightarrow Carre. x_1 - x_2 + .Carre y_1 - y_2$  ( c'est en fait la distance au carré )

$Pythagore. P1 P2 P3 \rightarrow Distance P1 P2 ==$   
 $. Distance. P1 P3 + .Distance. P2 P3 || Distance. P1 P3 ==$   
 $. Distance. P1 P2 + .Distance. P2 P3 || Distance. P2 P3 ==$   
 $. Distance. P1 P2 + .Distance. P2 P3$

## Tests

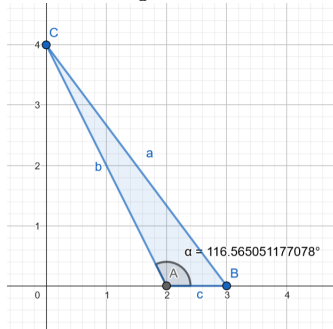
J'ai fait six tests pour tester si un rectangle est rectangle.

- Test  $(0,0) (0,4) (3,0)$ .imp et Test  $(0,4) (3,0) (0,0)$ .imp font le test sur le triangle suivant qui est bien rectangle :



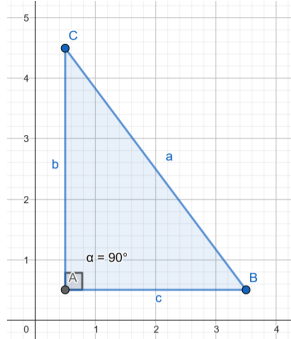
Les deux tests montrent que le résultat est le même quel que soit l'ordre dans lequel sont donnés les sommets.

- `Test_(2,0)_(0,4)_(3,0).imp` et `Test_(3,0)_(0,4)_(2,0).imp` font le test sur le triangle suivant qui n'est pas rectangle :



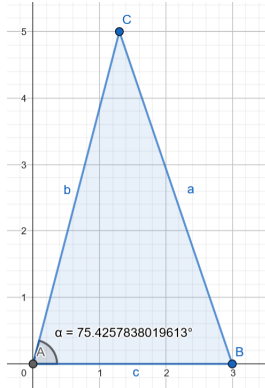
Les deux tests montrent que le résultat est le même quel que soit l'ordre dans lequel sont donnés les sommets.

- `Test_(0.5,0.5)_(3.5,0.5)_(0.5,4.5).imp` fait le test sur le triangle suivant qui est bien rectangle :



Le but est de montrer que le calcul fonctionne avec les flottants.

- `Test_(0,0)_(3,0)_(1.3,5).imp` fait le test sur le triangle suivant qui n'est pas rectangle :



Le but est de montrer que le calcul fonctionne avec les flottants.

- `Test_PAExp.imp` et `Test_PFExp.imp` ont pour but de tester les points ayant des coordonnées entières ou flottantes.

- `Test_bool_1.imp` et `Test_bool_2.imp` ont pour but de tester les opérations sur les booléens.
- `Test_operateurs_entiers.imp` et `Test_operateurs_flottants.imp` a pour but de tester les opérations sur les entiers et les flottants.

## Difficultés rencontrées

Les principales difficultés que j'ai rencontrées étaient liées à la simplification des expressions. J'ai dû ajouter *syntax KResult* :  $:= Bool \mid Int \mid Float \mid "(" Int \mid Int ")" \mid "(" Float \mid Float ")"$  afin que les expressions avec *strict* puissent se simplifier. Néanmoins, cela ne fonctionnait pas pour `Distance(.)` et `Pythagore(.)`, après plusieurs essais j'ai vu qu'il fallait remplacer *strict* par *function*. J'ai aussi dû importer `FLOATS` pour pouvoir utiliser des flottants.