

Zwischenbericht zum Verbundvorhaben

"Einsatz der Mikromechanik zur Herstellung frequenzanaloger Sensoren"

Laufzeit: 1.7.1989 - 30.6.1992

Berichtszeitraum: 1.1.1990 - 30.6.1990

Verbundpartner: Bizerba-Werke, Balingen
Bosch GmbH, Stuttgart
Moto Meter AG, Leonberg
Gebr. Staiger, St. Georgen
Hahn-Schickard-Gesellschaft
für angewandte Forschung e.V.,
Stuttgart

Bericht Nr. 1 / 1990 zum BMFT - Verbundforschungsprojekt
Einsatz der Mikromechanik zur Herstellung
frequenzanaloger Sensoren

BIZERBA Werke Balingen

TE-MS

09.07.1990

Linearisierungsverfahren für Stimmgabel - Kraftsensoren

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung
2. Gegenüberstellung verschiedener Linearisierungsverfahren
3. Modellrechnungen zur Erklärung des Restlinearitätsfehlers
4. Literatur zu den verwendeten Approximationsverfahren

1. Einleitung

Kraftaufnehmer mit Quarz-Doppelstimmgabeln als Sensorelement haben einen systematischen Linearitätsfehler der von den geometrischen Abmessungen der Doppelstimmgabel abhängt. Dieser Linearitätsfehler liegt bei Kraftaufnehmern, die mit ETA-Doppelstimmgabeln realisiert wurden, bei ca. 1% oder 10.000 ppm.

Bei Anwendungen in der Wägetechnik zum Einsatz in eichfähigen Waagen liegt der maximal zulässige Linearitätsfehler bei 100 ppm, d.h. der Linearitätsfehler des rohen Signals des Kraftaufnehmers muss um etwa 2 Dekaden durch ein geeignetes Approximationsverfahren reduziert werden.

Im Jahresabschlussbericht 1989 wurde bereits über Ergebnisse mit Doppelstimmgabel-Kraftaufnehmern berichtet bei denen zur Approximation das Verfahren der Tschebyscheff'schen Polynome benutzt wurde. Bei diesen Untersuchungen zeigte sich, dass mit diesem Verfahren eine gute Approximation der Messwerte möglich ist, im unteren Lastbereich zeigte sich jedoch eine bei mehreren Kraftaufnehmern reproduzierbare Unstetigkeit. Diese Unstetigkeit führte zu einem Fehler des Kraftaufnehmers der bereits etwa der zulässigen Grenze entspricht während der Restfehler der Linearisierung im übrigen Lastbereich deutlich darunter liegt.

Es war auf Grund dieser Untersuchungen nicht geklärt, ob diese Unstetigkeit eine echte physikalische Ursache hat oder ein künstlicher Effekt bedingt durch das verwendete Approximationsverfahren ist. Dies wurde untersucht indem zur Approximation von Messwerten von Doppelstimmgabel-Kraftaufnehmern unterschiedliche Verfahren verwendet wurden.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in diesem Bericht dargestellt.

2. Gegenüberstellung verschiedener Linearisierungsverfahren

Im folgenden werden folgende Approximationsverfahren zur Linearisierung von Messdaten von Doppelstimmgabel-Kraftaufnehmern in ihrer Wirkung vergleichend gegenübergestellt:

- a. Tschebyscheff - Polynome
- b. Polynom 2.Ordnung
- c. Polynom 3.Ordnung
- d. Modellansatz
- e. Freie kubische Splines
- f. Gefesselte kubische Splines

Bei der folgenden Gegenüberstellung ist graphisch der Linearitätsfehler als Funktion der auf den Kraftaufnehmer wirkenden Last aufgetragen. Der Linearitätsfehler ist hierbei definiert als Abweichung der aktuellen Messwerte von der idealen Geraden; die ideale Gerade ist hierbei die Gerade, die durch den Messwert bei Nulllast und durch den Messwert bei Volllast festgelegt ist.

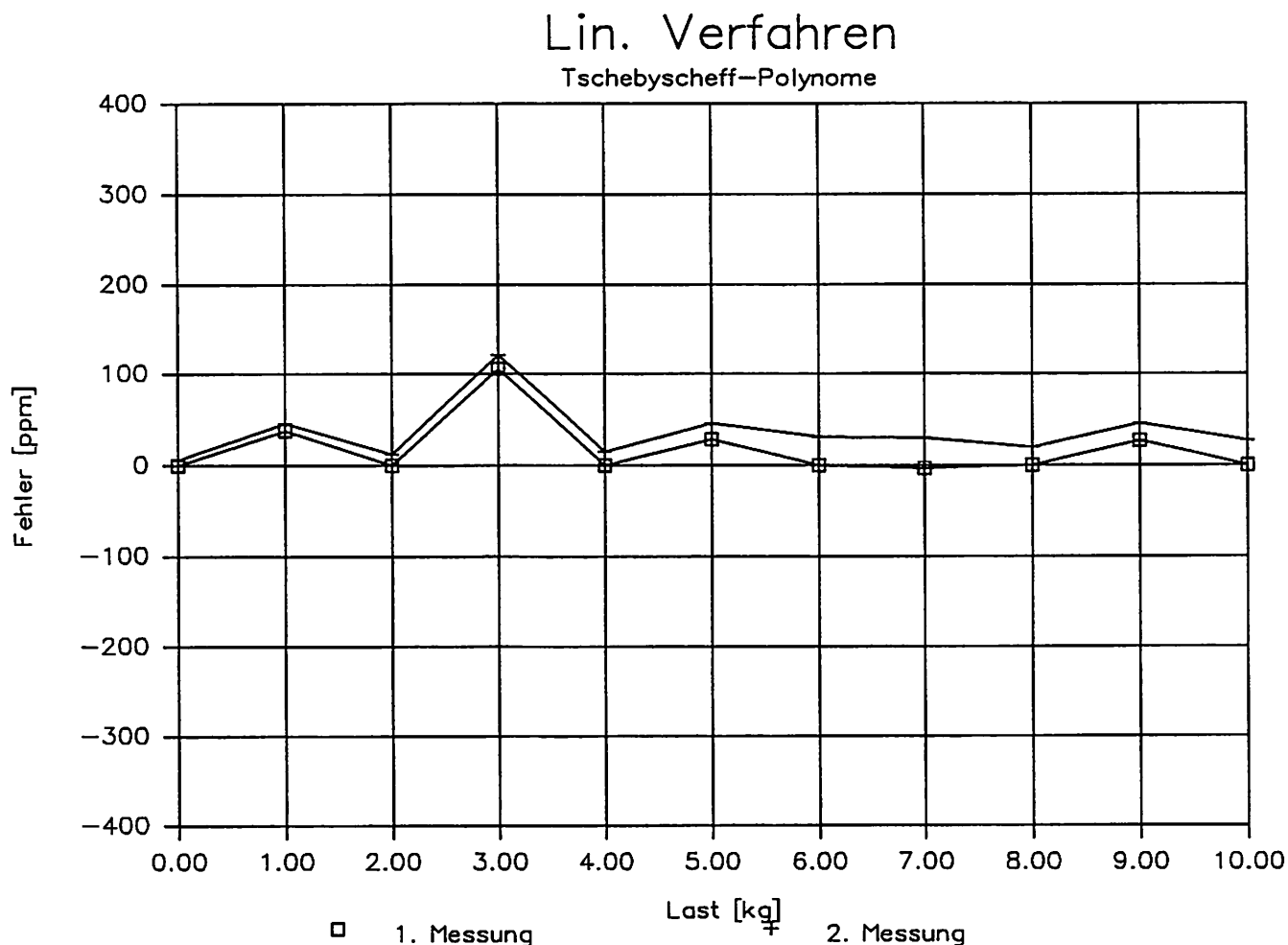


Bild1: Restlinearitätsfehler bei Tschebyscheffpolynom 4. Ordnung

In Bild 1 ist der Restlinearitätsfehler einer Doppelstimmgabel-Wägezelle nach Linearisierung mit Tschebyscheff's Polynom 4.Ordnung dargestellt. Ergebnisse dieser Art wurden bereits im letzten Bericht dargestellt.

Es ist deutlich zu erkennen, dass im Bereich um 3 kg ein höherer Restfehler vorhanden ist als im übrigen Lastbereich.

In Bild 2 wurde zur Linearisierung der gleichen Wägezelle der einfache Ansatz eines Polynoms 2.Ordnung (ohne least square fit) benutzt. Aus diesem Bild ist zunächst ersichtlich, dass der Restlinearitätsfehler insgesamt grösser ist als bei den Tschebyscheffpolynomen in Bild 1. Es ist aber auch zu erkennen, dass im Bereich um 3kg wieder ein 'Knick' in der linearisierten Kennlinie auftritt. Da ein Polynom 2.Ordnung ein überschaubare Approximationsfunktion ist, ist dies ein erster Hinweis dass besagter Knick nicht durch Eigenschaften des Approximationsverfahrens für die Linearisierung verursacht wird.

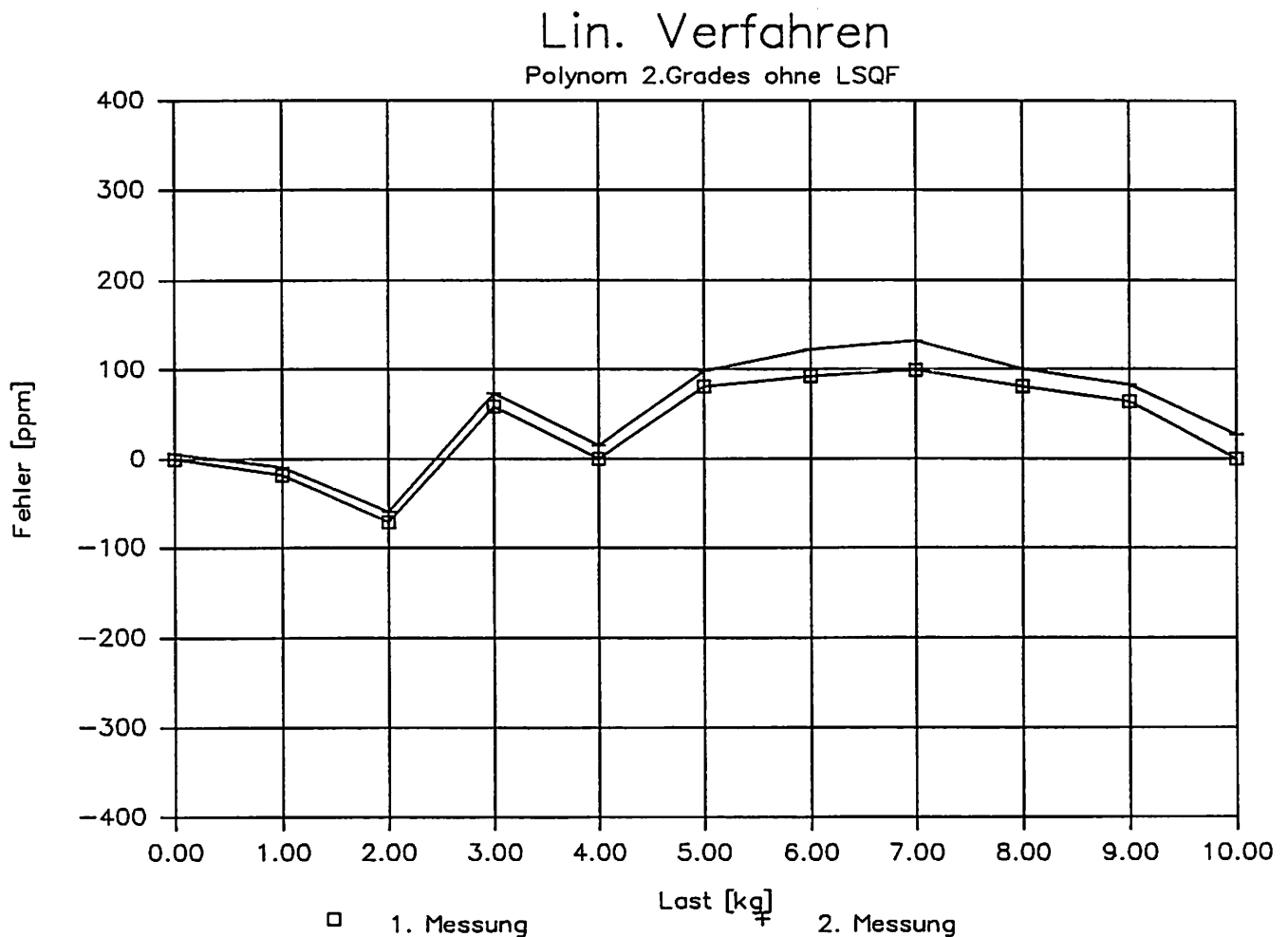


Bild2: Restlinearitätsfehler mit Polynom 2.Ordnung ohne least squares fit.

$$\text{Ansatz : } G(x) = A + B \cdot x + C \cdot x^2$$

Bild 3 zeigt den Restlinearitätsfehler der gleichen Stimmgabelwägezelle bei Verwendung eines Polynoms 3. Ordnung ohne least squares fit zur Linearisierung. Man sieht, dass dieser Ansatz fast die gleichen Ergebnisse der Linearisierung erzielt wie die Tschebyscheffpolynome 4. Ordnung aus Bild 1. Der 'Knick' der linearisierten Kennlinie bei 3kg ist jedoch auch bei diesem Verfahren mit etwa der gleichen Grösse vorhanden.

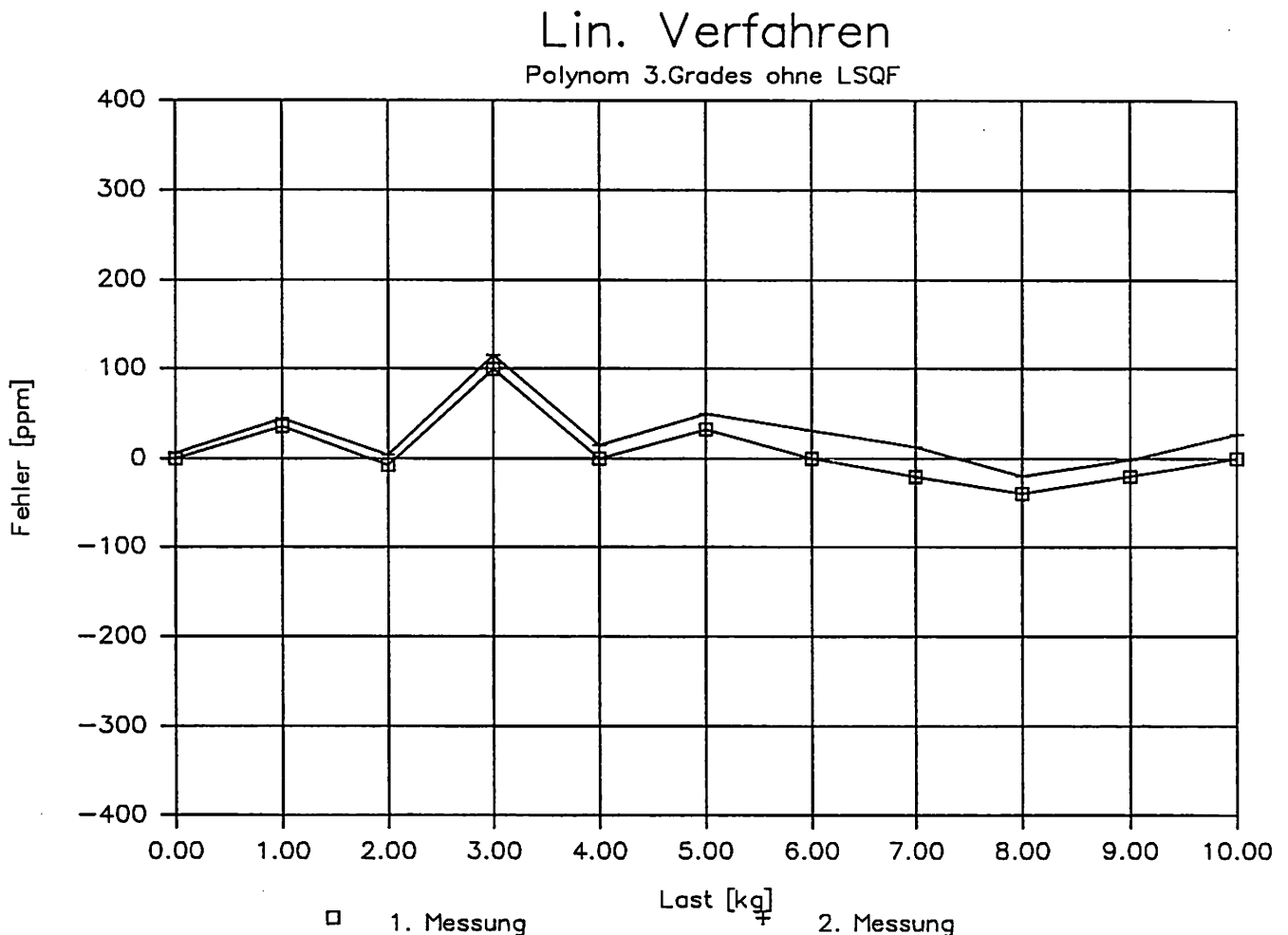


Bild3: Restlinearitätsfehler mit Polynom 3.Ordnung ohne least squares fit.

$$\text{Ansatz : } G(x) = A + B \cdot x + C \cdot x^2 + D \cdot x^3$$

Bei den bisherigen Approximationsverfahren wurden stets ganzrationale Polynome verwendet. Man kann die Approximation der Daten auch mit einem funktionalen Ansatz versuchen, der qualitativ dem Verhalten der Stimmgabel-Wägezelle entspricht. Es wurden eine ganze Reihe von Ansätzen auf ihre Tauglichkeit zur Linearisierung geprüft, ein Ansatz mit einer Kombination von linearem Term, einer Wurzelfunktion und einer Hyperbel ist in Bild 4 dargestellt.

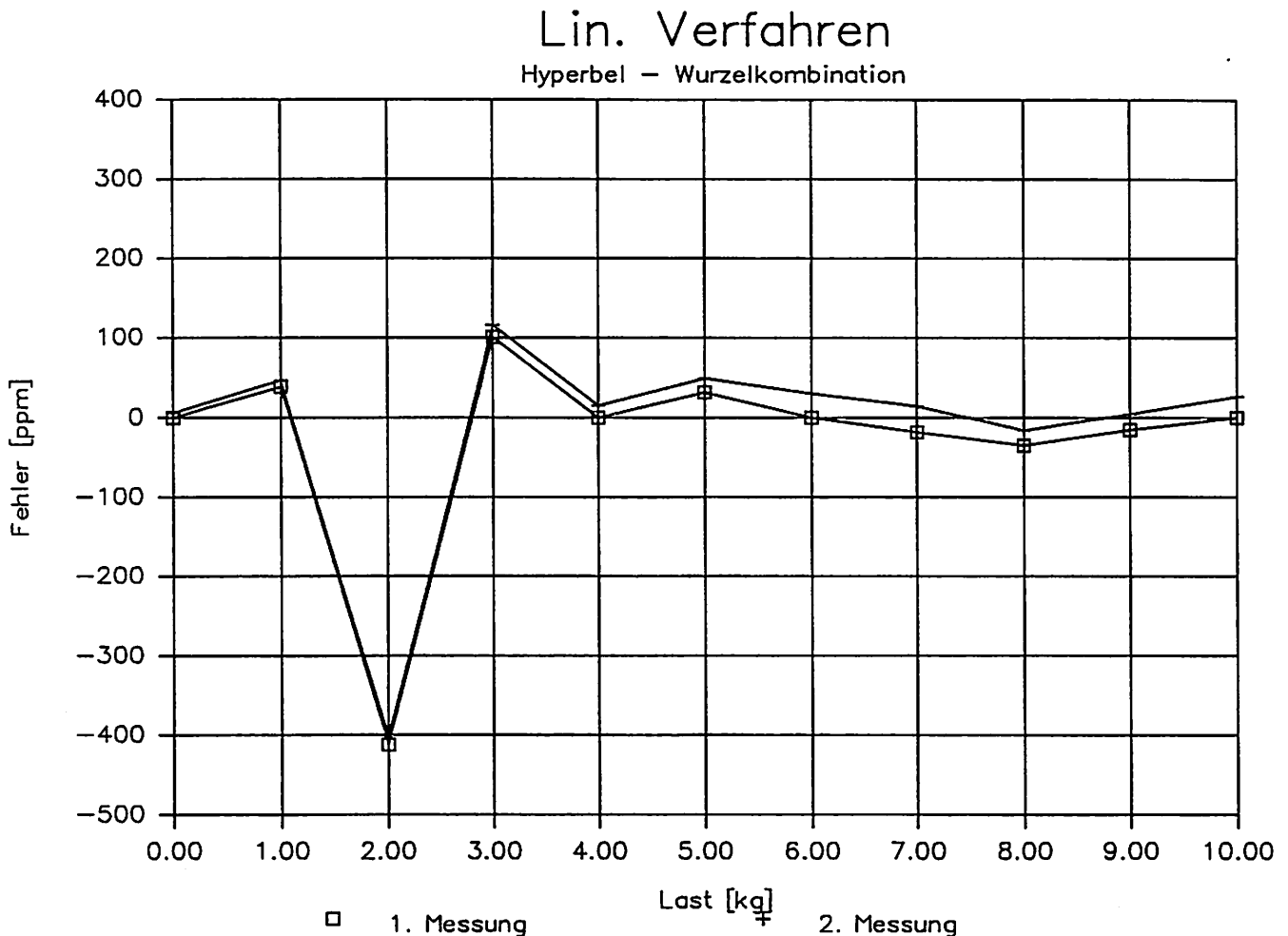


Bild4: Restlinearitätsfehler bei einem Approximationsansatz der Form $G(x) = A + B \cdot x + C/x + D \cdot \text{SQRT}(x)$.

Es ist deutlich, dass dieses Verfahren mit der Unstetigkeitsstelle im unteren Lastbereich am schlechtesten aller bisher verglichenen Verfahren fertig wird. Ausserdem fällt auf, dass die Unstetigkeit nicht beim Abszissenwert 3kg sondern beim Wert 2kg auftritt. Dies hängt möglicherweise mit der Wahl der Stützpunkte zur Aufnahme der Approximationskoeffizienten sowie dem Bestreben der Approximationsfunktion diese Punkte zu treffen zusammen.

Im übrigen Lastbereich ist der Restlinearitätsfehler bei diesem Ansatz aber recht gering.

Die bisher verwendeten Approximationsverfahren waren Verfahren, die eine Approximation im gesamten Wertebereich mit einer Funktion und einem Koeffizientensatz durchführen. Es gibt auch Verfahren, die eine solche Approximation abschnittsweise durchführen. Zu diesen Verfahren gehören die kubischen Spline-Polynome; bei diesem Verfahren wird der Wertebereich in Intervalle aufgeteilt, die Approximation erfolgt dann für jedes Intervall durch Polynome 3. Grades, die Übergänge zwischen den Intervallen werden von den Polynomsätzen bei diesem Verfahren stetig angefahren.

Bild 5 zeigt die Ergebnisse für die Stimmgabel-Wägezelle unter Verwendung freier kubischer Splinepolynome. Der Wertebereich wurde hierbei in 5 Intervalle unterteilt.

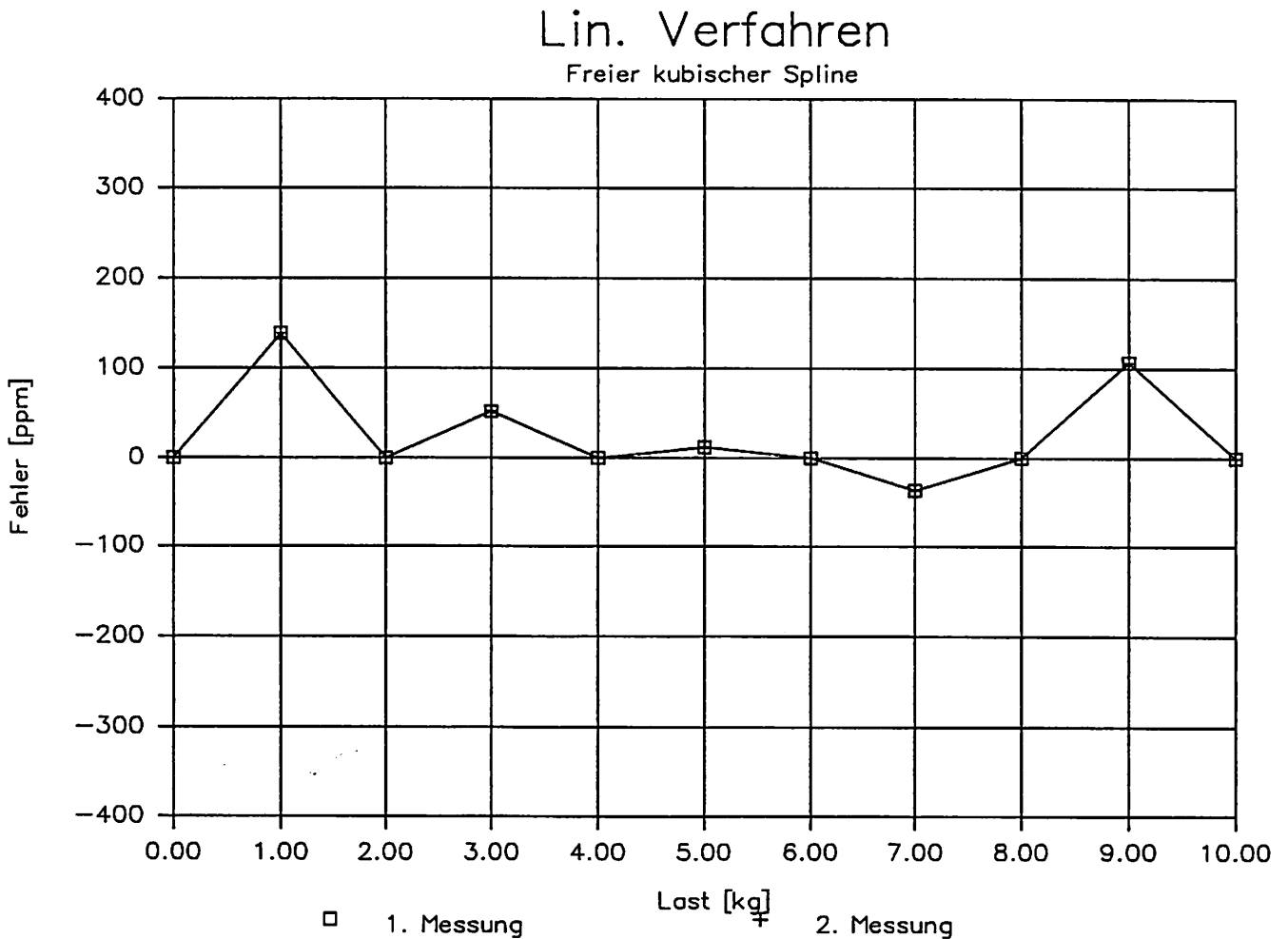


Bild5: Restlinearitätsfehler bei freien kubischen Splines mit 5 Teilintervallen.

Wie bereits erwähnt, erfolgt die Approximation bei kubischen Splines abschnittsweise mit einem stetigen Übergang der Approximationsfunktion an den Enden der Abschnitte, in die das Gesamtintervall unterteilt wurde.

Dies bedeutet, dass die zweite Ableitung der Approximationsfunktion an den Bereichsenden stetig ist (die Approximationskurve hat an den Abschnittsgrenzen keinen Knick).

Dies ist gültig für die inneren Bereichsgrenzen, das Verfahren ist jedoch nicht in der Lage, die Werte der zweiten Ableitung für die Grenzen des Gesamtintervalls zu finden. Diese Werte müssen also bei diesem Verfahren als Randbedingungen vorgegeben werden. Setzt man die zweiten Ableitungen zu Null, so erhält man 'freie' Splines, wie in Bild 5 dargestellt. Es ist direkt einsichtig, dass man bei einem solchen Vorgehen einen Zwang auf die Approximationsfunktion ausübt; die Auswirkung dieses Zwanges ist in Bild 5 direkt als Linearitätsfehler bei 1kg bzw. 9kg zu sehen.

Eine bessere Näherung ist, zunächst über einen freien Spline (zweite Ableitung an den Enden des Gesamtintervalls = 0) die zweite Ableitung an den 'nächstinneren' Abschnittsgrenzen zu ermitteln und diesen Wert dann für die äusseren Grenzen als Randbedingung vorzugeben; sofern im ersten und letzten Teilabschnitt kein Wendepunkt auftritt, ist dies eine erste Näherung für diese Randbedingungen.

Bild 6 zeigt den Restlinearitätsfehler einer Splineapproximation, bei der so vorgegangen wurde (wir sprechen wegen der Vorgabe der Krümmungen an den Enden von einem gefesselten Spline). Man sieht, dass die Restfehler bei 1kg bzw. 9kg fast vollständig verschwunden sind.

Die Unstetigkeit bei 3kg ist jedoch auch hier vorhanden.

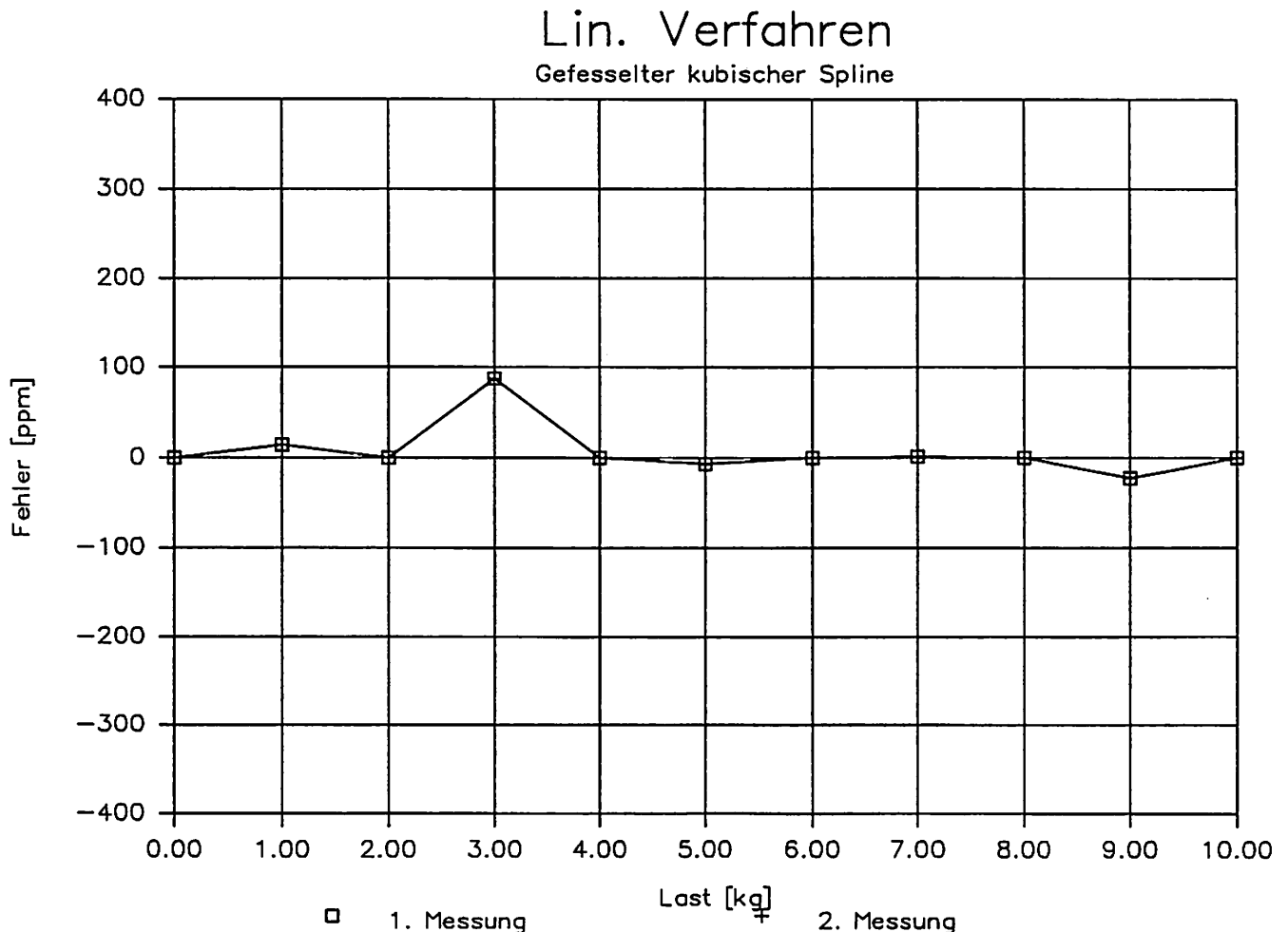


Bild 6: Restlinearitätsfehler bei gefesselten kubischen Splines mit 5 Teilintervallen.

Modellrechnungen zur Erklärung des Restlinearitätsfehlers

Als Ursache für die im unteren Lastbereich auftretende Unstetigkeit beim linearisierten Signal von Doppelstimmgabel-Kraftaufnehmern sind verschiedene Mechanismen denkbar:

- a. Künstlicher Effekt durch Approximationsverfahren
- b. Druck-Zug-Übergang an der Doppelstimmgabel
- c. Parasitäre Resonanzen
- d. Modensprünge im weitesten Sinn

Die in Kapitel 2 dargestellten Ergebnisse lassen es als unwahrscheinlich erscheinen, dass die erwähnte Unstetigkeit ein Artefakt ist und durch das verwendete Approximationsverfahren zustande kommt.

Ein Druck-Zug-Übergang an der Doppelstimmgabel ist ebenfalls auszuschliessen, da die Doppelstimmgabeln bereits mit leichter (Zug-) Vorspannung in dem Kraftaufnehmer appliziert wurden sodass im Lastbereich für die Doppelstimmgabel immer Zugbelastung vorliegt.

Eine weitere Vermutung war, dass in der Umgebung der schwingenden Doppelstimmgabel parasitäre schwingungsfähige Gebilde sein könnten, die bei bestimmten Frequenzen in Resonanz kommen und so Einfluss auf das Frequenzverhalten des Sensors haben könnten. Hier sind etwa die Zuleitungsdrähtchen zur Stimmgabel oder der innerste Hebel des Lastaufnehmers als verdächtig einzustufen. Versuche, die Resonanzfrequenzen und/oder die Dämpfung solcher parasitärer Resonatoren zu verschieben (durch Bestreichen der verdächtigen Elemente mit Lacken o.ä.) zeigten keinen Erfolg; es scheint daher unwahrscheinlich, dass erwähnte Unstetigkeit durch Mitschwingen solcher parasitärer Resonatoren verursacht wird.

Eine weitere mögliche Ursache soll im folgenden diskutiert werden.

Eine Doppelstimmgabel besteht aus zwei Einzelschwingern die mechanisch über die Endstücke gekoppelt sind. Wenn diese beiden Einzelschwinger (Zinken) nun auf Grund mechanischer Toleranzen nicht die gleichen Schwingungseigenschaften haben, ist fraglich, wie sich ein solcher Unterschied auf die Frequenz-Kraft-Kennlinie des Resonators auswirkt.

Um dies zu überprüfen, wurde das Schwingungsverhalten zweier Einzelzinken berechnet, die in ihren geometrischen Massen leicht unterschiedlich waren. Die hierzu benutzten Beziehungen findet man bei Kirman, Transducer Tempcon Conf. Papers, 1983. Bild 7 zeigt die Frequenz als Funktion der Zugspannung für zwei Einzelschwinger mit kleinen geometrischen Unterschieden:

	Schwinger 1	Schwinger 2
Länge [mm] :	5.00	5.20
Breite [mm] :	0.15	0.15
Dicke [mm] :	0.20	0.217

Diese Masse entsprechen etwa den Abmessungen der ETA - Doppelstimmgabel.

Aus Bild 7 ist ersichtlich, dass sich bei den gewählten Massen die beiden Kennlinien überkreuzen; dies ist noch deutlicher in Bild 8 zu sehen, hier wurde die Differenzfrequenz über der mechanischen Spannung aufgetragen.

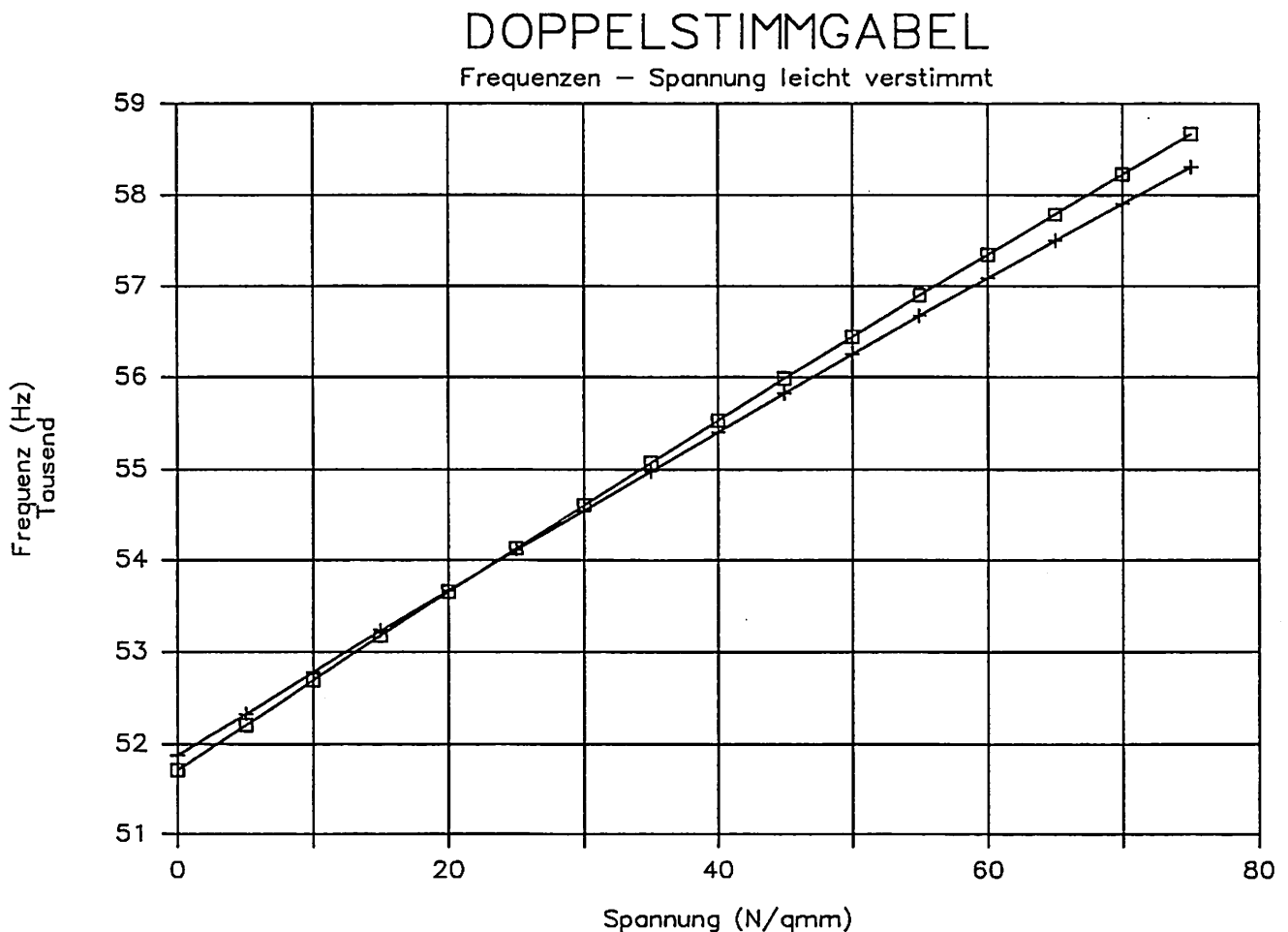


Bild 7: Frequenz von zwei Einzelschwingern mit geringfügig unterschiedlichen Massen als Funktion der mechanischen Spannung.

DOPPELSTIMMGABEL

Differenzfrequenz, leicht verstimmt

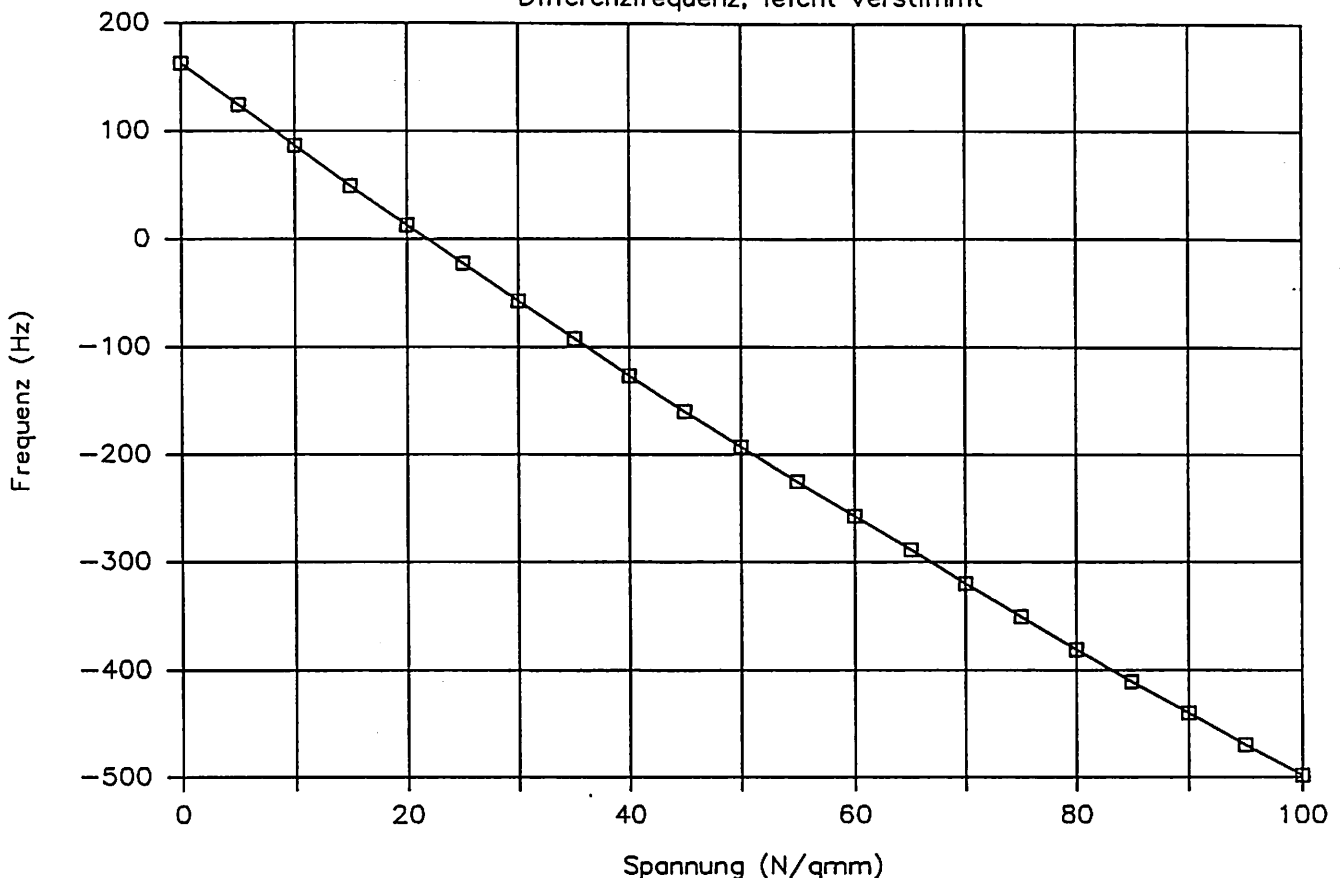


Bild 8: Differenzfrequenz der Einzelschwinger als Funktion der mechanischen Spannung.

Es ist aus Bild 7 und Bild 8 ersichtlich, dass bei bestimmten Massabweichungen der Einzelschwinger einer Doppelstimmgabel sich die Frequenz-Spannungskennlinien im Lastbereich überkreuzen können. Da bei realen Doppelstimmgabeln eine mechanische Kopplung zwischen den Einzelschwingern vorhanden ist, kann in einem solchen Fall ein unstetiges Verhalten der Frequenz-Spannungskennlinie nicht ausgeschlossen werden (ähnlich etwa dem 'Mitziehen', wie es bei elektrischen Oszillatoren bekannt ist).

Diese Modellrechnung sollte nur als Anregung für weitere Untersuchungen dienen; es wurde im Rahmen der bisherigen Arbeit nicht weiter untersucht, ob solche Effekte für das beobachtete unstetige Verhalten von linearisierten Kennlinien von Doppelstimmgabelresonatoren verantwortlich ist.

Für Anwendungen von Doppelstimmgabel-Sensorelementen, bei denen ein Linearitäts-Restfehler von 100 ppm nicht tragbar ist, ist eine weitere Untersuchung dieser Effekte notwendig.

4. Literatur zu den verwendeten Approximationsverfahren

H. Späth, Spline-Algorithmen, Oldenbourg-Verlag München, 1986

B. Brand, Algorithmen zur praktischen Mathematik, Oldenbourg-Verlag München, 1981

T.E. Shoup, Numerische Verfahren für Arbeitsplatzrechner, Carl Hanser verlag München, 1985

Handbuch zur TURBO-PASCAL-Toolbox 'Numerical Methods', Borland Software Int., Scotts Valley, California, 1987.