

# Aktor-Stellmechanismen auf der Basis bimettallischer und thermopneumatischer Wirkprinzipien

## 1. Bimetallisches Aktor-Wirkprinzip

Der Bimetall-Effekt, in makroskopischen Abmessungen häufig als Schalter-Prinzip verwendet, läßt sich auch auf mikromechanischer Basis durch Kombination unterschiedlicher Schichtsysteme realisieren. Ausgangspunkt für einen solchen Aktor bildet im einfachsten Fall ein Biegebalken, der eine Sandwichstruktur aufweist, beispielsweise bestehend aus Silizium und einer zweiten, meist metallischen Schicht mit unterschiedlichem thermischen Ausdehnungskoeffizient. Als Heizelement kann ein meanderförmig ausgebildeter Polysilizium-Widerstand verwendet werden, der sich zwischen den beiden Materialien befindet. Die hierdurch erreichbare Temperaturerhöhung im Biegebalken bewirkt eine unterschiedliche Wärmeausdehnung beider Materialien und damit eine mechanische Auslenkung des Biegebalkens [6,7,8].

Ziel der folgenden Betrachtungen ist eine erste analytische Abschätzung der mit dem bimettallischen Aktor-Wirkprinzip erreichbaren Stellwege und -kräfte. Obgleich solche thermisch betriebenen Aktoren auch als membranähnliche Strukturen realisiert werden können, beziehen sich die nachfolgenden analytischen Zusammenhänge auf die überschaubare Grundgeometrie eines einseitig eingespannten Biegebalkens. Eine Gegenüberstellung alternativer Stellmechanismen ist bei einigen anderen Aktor-Wirkprinzipien auf der Basis eines solchen Biegebalkens direkt möglich. Aus dem Vergleich der betrachteten Stellgrößen lassen sich zudem qualitative Aussagen bezüglich ihrer Eignung für andere Aktor-Grundstrukturen ableiten.

### 1.1 Analytische Berechnung der Balkenauslenkung

Als Grundlage zur Berechnung bimettallischer Verformungen dient die in Abbildung 1 dargestellte Geometrie, bestehend aus einem Verbund zweier unterschiedlicher Materialien. Die zur Abschätzung erforderlichen Geometrie- und Materialparameter sind aus der Abbildung 1 ersichtlich.

Abb. 1: Verformter Bimetallstreifen unter gleichmäßiger Temperaturlast

Material 1:	Material 2:
$d_1$ : Dicke	$d_2$ : Dicke
$E_1$ : Elastizitätsmodul	$E_2$ : Elastizitätsmodul
$F_1$ : Zugkraft an Streifen 1	$F_2$ : Druckkraft an Streifen 2
$M_1$ : Biegemoment an Streifen 1	$M_2$ : Biegemoment an Streifen 2

$h$ : Streifengesamtdicke  $d_1 + d_2$

Die dargestellten Verhältnisse ergeben sich bei einem Temperatúrausdehnungskoeffizienten von  $\alpha_2$  (Material 2)  $>$   $\alpha_1$  (Material 1). Die an den beiden verschiedenen Materialstreifen angreifenden Kräfte lassen sich hierbei entsprechend der Herleitung von Timoshenko [8] durch die in Abb.1b dargestellten Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$  und Biegemomente  $M_1$ ,  $M_2$  vollständig repräsentieren. Da am Bimetallstreifen keine äußeren Kräfte wirken, ergeben sich folgende Kräftegleichgewichte:

$$F_1 = F_2 = F \quad (1)$$

$$F \cdot \frac{h}{2} = M_1 + M_2 \quad (2)$$

oder durch den Biegeradius  $r$  des Materialverbundes und die Biegesteifigkeit der Materialschicht  $E \cdot I$  ausgedrückt:

$$\frac{F \cdot h}{2} = \frac{E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2}{r} \quad (3)$$

Eine weitere Formulierung der Ausgangsgrößen ergibt sich durch die Randbedingung, daß sich an der Kontaktfläche beider Materialien dieselbe thermisch bedingte Längenänderung  $\Delta l/l$  einstellt [8]:

$$\alpha_1 \cdot \Delta T + \frac{F_1}{E_1 \cdot d_1} + \frac{d_1}{2r} = \alpha_2 \cdot \Delta T - \frac{F_2}{E_2 \cdot d_2} - \frac{d_2}{2r} \quad (4)$$

Ausgedrückt durch das Dickenverhältnis  $d_1/d_2 = m$  und das Verhältnis der Elastizitätsmodule  $E_1/E_2 = n$  ergibt sich schließlich aus (3) und (4) folgende Beziehung für den Biegeradius  $r$  des Bimetallstreifens:

$$r = \frac{h \cdot [ 3 \cdot (1 + m)^2 + (1 + m \cdot n) \cdot (m^2 + \frac{1}{m \cdot n}) ]}{6 \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \Delta T \cdot (1 + m)^2} \quad (5)$$

Bei einem einseitig eingespannten Biegebalken stellt sich der Zusammenhang zwischen der Leerlauf-Auslenkung  $x$  am freien Balkenende und dem Biegeradius wie folgt dar:

$$x_{(\Delta T)} = \frac{l^2}{2 r_{(\Delta T)}} \quad (6)$$

$l$ : Länge des Biegebalkens

$x$ : Leerlaufauslenkung des freien Balkenendes

## 1.2 Analytische Berechnung von Kräften

Die Auslenkung  $s$  eines Bimetall-Streifens unter einer externen Last  $F_{\text{ext}}$  die als Gegenkraft am Balkenende angreift, beschreibt folgende Beziehung:

$$s = x_{(\Delta T)} - \frac{F_{\text{ext}}}{D} \quad (7)$$

$D$ : mechanische Steifigkeit des Bimetall-Balkens

Die mechanische Steifigkeit  $D$  des Materialverbundes wird hierbei vereinfachend anhand eines gewichteten mittleren E-Moduls beider Bimetall-Materialien berechnet:

$$D = \frac{3 \cdot \bar{E} \cdot I}{l^3} \quad (8)$$

Mittlerer E-Modul und Flächenträgheitsmoment des Balkens errechnen sich zu:

$$\bar{E} = \frac{d_1 \cdot E_1 + d_2 \cdot E_2}{h} ; I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (9)$$

b: Balkenbreite

Unter Berücksichtigung der Ausdrücke (6) bis (9) ergibt sich nach Umformung von (7) folgender Kraft-Weg-Zusammenhang:

$$F_{(\Delta T)} = \frac{b \cdot h^3 \cdot \bar{E}}{4 \cdot l^3} \cdot \left( \frac{l^2}{2 r_{(\Delta T)}} - s \right) \quad (10)$$

### 1.3 Abschätzung der erreichbaren Hübe und Kräfte

Nachfolgende Tabelle beinhaltet einige Angaben zu Materialien, die aufgrund ihres thermischen Ausdehnungsverhaltens für Aktoren auf bimetallischer Basis in Frage kommen könnten.

Material	Temperaturausdehnung [10 <sup>-6</sup> /K]	Emodul [10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup> ]	Spezif. Wärme [kJ/kgK]	Therm. Leitfähigkeit [W/mK]	Dichte [10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup> ]
Si	2.6	1.68	0.691	170	2.42
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	2.8	1.55	--	18.5	3.44
SiO <sub>2</sub>	0.5	0.74	--	--	2.66
Poly-Si	2.33	--	0.754	--	2.33
Cu	16.7	0.12	0.387	401	8.95
Al	23.0	0.69	0.9	235	2.692
Au	14.3	0.8	0.129	318	19.4
Ni	12.8	2.1	0.444	91	8.9

Tab. 1: Richtwerte mechanischer und thermischer Eigenschaften einiger Materialien [2,3,6]

Um den Einfluß der Balkenabmessungen bezüglich Balkenlänge, -dicke und Schichtdickenverhältnis gegenüberzustellen, sind in den folgenden beiden Tabellen für ein typisches Schichtsystem (Si-Au), Balkenauslenkungen und Klemmkräfte (s=0) ersicht-

lich. Als Balkenbreite wurde einheitlich  $50\text{ }\mu\text{m}$  festgelegt.

$d_{\text{Si}}$	$d_{\text{Au}}$	$l = 1\text{ mm}$	$2\text{ mm}$	$5\text{ mm}$
$10\text{ }\mu\text{m}$	100 nm	$0.16\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.66\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$4.1\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$
	500 nm	$0.79\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$3.12\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$19.8\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$
	$1\text{ }\mu\text{m}$	$1.5\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$6.0\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	<b><math>37.4\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}</math></b>
$20\text{ }\mu\text{m}$	100 nm	$0.04\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.16\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$1.03\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$
	500 nm	$0.2\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.8\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$5.07\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$
	$1\text{ }\mu\text{m}$	$0.4\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$1.56\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$9.9\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$
$30\text{ }\mu\text{m}$	100 nm	<b><math>0.02\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}</math></b>	$0.08\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.46\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$
	500 nm	$0.09\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.36\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$2.27\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$
	$1\text{ }\mu\text{m}$	$0.18\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.72\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$	$4.47\text{ }\mu\text{m}/10\text{K}$

Tab.2: Balkenauslenkung in Abhängigkeit von Schichtdicke und Balkenlänge

$d_{\text{Si}}$	$d_{\text{Au}}$	$l = 1\text{ mm}$	$2\text{ mm}$	$5\text{ mm}$
$10\text{ }\mu\text{m}$	100 nm	$0.36\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.18\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	<b><math>0.07\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}</math></b>
	500 nm	$0.19\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.96\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$3.8\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$
	$1\text{ }\mu\text{m}$	$4.0\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$2.1\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.84\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$
$20\text{ }\mu\text{m}$	100 nm	$0.7\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.35\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.14\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$
	500 nm	$3.7\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$1.84\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.73\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$
	$1\text{ }\mu\text{m}$	$7.7\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$3.85\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$1.54\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$
$30\text{ }\mu\text{m}$	100 nm	$1.12\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.53\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$0.21\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$
	500 nm	$5.42\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$2.71\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$1.08\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$
	$1\text{ }\mu\text{m}$	<b><math>11.2\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}</math></b>	$5.6\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$	$2.24\text{ }\mu\text{N}/10\text{K}$

Tab.3: Klemmkräfte (Auslenkung  $s=0$ ) in Abhängigkeit von Schichtdicke und Balkenlänge

Die in Tabelle 2 aufgeführten Auslenkungen weisen entsprechend Ausdruck (6) eine quadratische Abhängigkeit von der Balkenlänge auf. Zudem nimmt die Balkenauslenkung mit der Dicke der Goldschicht zu. Wie sich ebenfalls aus Beziehung (5) analytisch ableiten läßt, ergibt sich für nahezu gleiche Schichtdicken beider Materialien ein Auslenkungsmaximum. Die für die Übersicht gewählten Schichtdicken von Gold beschränken sich technologiebedingt auf maximal  $1\mu\text{m}$ . Ausgehend von einem zunächst spannungsfreien Materialverbund Si-Au ergibt sich somit eine Auslenkung von  $37.4\mu\text{m}$  bei einer Temperaturdifferenz  $\Delta T$  von 10 Kelvin.

Die bei vollständig unterdrückter Auslenkung des freien Balkenendes berechneten Klemmkräfte (Tab.3) skalieren sich entsprechend (5) und (10) umgekehrt proportional zur Balkenlänge  $l$  und quadratisch zur Gesamtbalkendicke  $h$ . Die maximale Klemmkraft ergibt sich daher anhand Tab. 3 zu  $11.2\mu\text{N}$  bei einem  $\Delta T$  von 10 Kelvin.

Balkengeometrie	Materialien	Auslenkung	Klemmkraft
$d_{\text{Si}} = 10\mu\text{m}$ $d_2 = 1\mu\text{m}$ $l = 1\text{ mm}$ $b = 50\mu\text{m}$	Si - Au	$1.5\mu\text{m}/10\text{K}$	$4.2\mu\text{N}/10\text{K}$
	Si - Al	$2.3\mu\text{m}/10\text{K}$	$6.4\mu\text{N}/10\text{K}$
	Si - Cu	$0.32\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.9\mu\text{N}/10\text{K}$
	Si - Ni	$2.6\mu\text{m}/10\text{K}$	$7.6\mu\text{N}/10\text{K}$
$d_{\text{SiO}_2} = 2\mu\text{m},$ $d_{\text{Au}} = 1\mu\text{m}$	$\text{SiO}_2$ - Au	$31.0\mu\text{m}/10\text{K}$	$0.8\mu\text{N}/10\text{K}$

Tab.4: Berechnete Auslenkungen und Kräfte einiger Materialkombinationen

Tab. 4 beinhaltet zum direkten Vergleich erreichbare Hübe und Kräfte einiger Materialkombinationen. Für Silizium wird hierbei jeweils von  $10\mu\text{m}$  Dicke ausgegangen und einer aufgesputterten Metallisierung von  $1\mu\text{m}$  Dicke. Eine Sonderstellung nimmt die Materialkombination  $\text{SiO}_2$ -Au ein, die aufgrund der geringen thermischen Ausdehnung von  $\text{SiO}_2$  (Tab.1) und der vergleichbaren Schichtdicken bereits bei einem  $\Delta T$  von 10 K zu einer beachtlichen Auslenkung von  $31\mu\text{m}$  führt. Der niedrige E-Modul beider Materialien reduziert allerdings die erreichbaren Kräfte auf  $0.8\mu\text{N}/10\text{K}$ . Bei den in Tab. 2 bis 4 berechneten Werten ist allgemein zu beachten, daß ein thermisch nicht verspannter Ausgangszustand zugrundegelegt wird, um auf diese Weise einen direkten Vergleich zu ermöglichen. Eventuell prozeßbedingt vorhandene Grundverspannungen von Materialien sind daher bei der Wahl einer Materialkombination zusätzlich zu berücksichtigen.

## 2. Thermopneumatisches Aktor-Wirkprinzip

Neben den bereits häufiger publizierten Wirkprinzipien auf kapazitiver, piezoelektrischer oder auch bimetallischer Basis, stellt das thermopneumatische Wirkprinzip eine interessante Alternative für Mikro-Stellantriebe dar. Grundlage eines thermopneumatisch angetriebenen Aktors ist ein hermetisch abgeschlossenes Volumen, gefüllt mit einem Medium, das bei Erwärmung oder Abkühlung sein ursprüngliches Volumen entweder vergrößert oder verringert. Die thermisch hervorgerufene Druckänderung wirkt hierbei auf eine biegbare oder bewegliche Mikrostruktur, oft in Form einer Mikromembran [9,10,12]. Als thermisch aktives Medium kommt prinzipiell ein Gas oder auch ein 2-Phasensystem, gasförmig-flüssig, in Frage. Die erforderliche Temperaturänderung kann prinzipiell durch eine Widerstandsheizung, optisch oder auch unter Verwendung eines Peltierelementes erfolgen [4,9].

Die nachfolgenden analytischen Betrachtungen sollen einen ersten Anhaltspunkt geben bezüglich möglicher Stellwege und -kräfte. Damit die Abschätzungen für das thermopneumatische Wirkprinzip einen direkten Vergleich mit alternativ betrachteten Aktorprinzipien ermöglicht, basieren die Berechnungen auf einem Balkenmodell. Von einem definierten Ausgangsvolumen ausgehend, soll hierbei der durch Temperaturerhöhung erzeugte Überdruck gegen die mechanische Steifigkeit eines einseitig eingespannten Biegebalkens wirken.

### 2.1 Analytische Berechnung der Balkenauslenkung

Bei der Berechnung thermopneumatisch bedingter Balkenverformungen sind für rein gasförmiges Füllmedium und ein Zweiphasen-System (gasförmig/flüssig) unterschiedliche analytische physikalische Randbedingungen zu berücksichtigen. Bei einem Gas-/Flüssigkeitssystem stellt sich entsprechend der Dampfdruckkurve zu jeder Temperatur ein definierter Sättigungsdampfdruck ein. Eine durch Druckerhöhung bewirkte Vergrößerung des Ausgangsvolumens kann hierbei unberücksichtigt bleiben, da bei ausreichender Flüssigkeitsmenge immer soviel Moleküle in die Dampfphase gehen, bis sich ein Gleichgewicht zwischen Flüssigkeits-Gas- und Gas-Flüssigkeitsübergang eingestellt hat. Dies ist genau dann der Fall, wenn der Sättigungsdampfdruck wieder erreicht ist. Bei thermischer Ausdehnung eines reinen Gasvolumens stellt sich hingegen zwischen Volumenzunahme und Druckerhöhung ein Gleichgewichtszustand ein.

Den Zusammenhang zwischen dem Gasdruck  $p$ , Gasvolumen  $V$  und der absoluten Temperatur  $T$  beschreibt das sogenannte ideale Gasgesetz:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (11)$$

$n$ : Teilchenmenge in Mol

$R$ : Molare Gaskonstante

Da beim erwähnten Balkenmodell ausgehend vom umgebenden Luftdruck nur ein Differenzdruck  $\Delta p$  eine Balkenauslenkung bewirkt, stellt sich somit Ausdruck (11) in folgender modifizierter Form dar:

$$(p_n + \Delta p) \cdot (V_n + \Delta V) = n \cdot R \cdot (T_n + \Delta T) \quad (12)$$

$\Delta p$ : Differenzdruck

$p_n$ : Umgebungsdruck

$\Delta V$ : Volumenänderung

$V_n$ : Ausgangsvolumen

$\Delta T$ : Temperaturänderung

$T_n$ : Bezugstemperatur in Kelvin

Ob die Volumenänderung  $\Delta V$  vernachlässigt werden kann, hängt von der Größe des Ausgangsvolumens  $V$  ab. Da ein möglichst kleines Gasvolumen aus energetischer Sicht sicherlich anzustreben ist, wird diese Volumenänderung in die folgenden Berechnungen miteinbezogen. Die durch eine Flächenlast hervorgerufene Volumenänderung am Biegebalken ergibt sich mit [10] aus dem Integral der Biegelinie:

$$\Delta V = \frac{\Delta p \cdot b}{2 \cdot E \cdot I} \cdot \int_0^l z^2 \cdot \left( \frac{l^2}{2} - \frac{l \cdot z}{3} + \frac{z^2}{12} \right) dz = \frac{\Delta p \cdot l^5 \cdot b}{20 \cdot E \cdot I} \quad (13)$$

Ausdruck (12) und (13) führen zu einer quadratischen Bestimmungsgleichung für  $\Delta p$  und ergibt für den wirksamen Differenzdruck:

$$\Delta p = \frac{-(v' \cdot p_n + V_n) + \sqrt{(v' \cdot p_n + V_n)^2 - 4 \cdot v' \cdot (p_n \cdot V_n - n \cdot R \cdot (T_n + \Delta T))}}{2 \cdot v'} \quad (14)$$

mit  $v' = \Delta V / \Delta p = l^5 \cdot b / 20 \cdot E \cdot I$



Die Balkenauslenkung in Abhängigkeit einer konstanten Flächenkraft  $\Delta p$  stellt sich entsprechend [11] wie folgt dar:

$$x = \frac{\Delta P \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I} \quad (15)$$

x: Leerlaufauslenkung des Balkens      E: Elastizitätsmodul  
l: Balkenlänge      I: Flächenträgheitsmoment

Im Falle eines Gas-/Flüssigkeitssystems kann, ausgehend vom Sättigungsdampfdruck bei gegebener Temperatur, der Relativdruck und anhand Beziehung (15) daraus die resultierende Balkenauslenkung angegeben werden:

$$x = \frac{(P_{Dampf} - p_0) l^4}{8 E I} \quad (16)$$

$p_0$ : Atmosphärendruck

## 2.2 Analytische Berechnung der Kräfte

Zur Abschätzung der erreichbaren Kräfte wird die druckabhängige Auslenkung des freien Balkenendes vollständig unterdrückt. Um auch für diesen Fall die druckabhängige Volumenzunahme anhand der veränderten Biegelinie zu berücksichtigen, ergibt sich mit [5] folgender integraler Ausdruck:

$$\Delta V = \frac{\Delta p l^3 b}{48 E I} \int_0^l z \cdot \left(1 - \frac{z}{l}\right) \left(1 + \frac{x}{l} - \frac{2x^2}{l^2}\right) dz = \frac{\Delta p l^5 b}{320 E I} \quad (17)$$

Der sich einstellende Differenzdruck  $\Delta p$  berechnet sich hieraus analog zu Gleichung (12), (13) und (14). Die in Ausdruck (14) verwendete Größe  $v'$  ergibt sich nunmehr zu:

$$v' = \frac{\Delta V}{\Delta p} = \frac{l^5 b}{320 E I} \quad (18)$$

Bei gegebenem Differenzdruck läßt sich schließlich die Klemmkraft anhand [11] folgendermaßen bestimmen:

$$F_{\max} = \frac{3}{8} \Delta p l b \quad (19)$$

### 2.3 Abschätzung der erreichbaren Hübe und Kräfte

In Tabelle 7 und 8 sind anhand der bereits aus Abschnitt 1 bekannten Balkenabmessungen, Balkenbreite  $50\text{ }\mu\text{m}$ , die berechneten Balkenauslenkungen und Klemmkräfte für eine Temperaturerhöhung um 10 Kelvin zusammengestellt. Das Ausgangsvolumen wurde jeweils als Produkt aus Balkenlänge  $l$ , Balkenbreite  $b$  und  $500\text{ }\mu\text{m}$  als dritte Dimension (ca. Waferdicke) errechnet.

$d_{\text{Si}}$	$l = 1\text{ mm}$	$2\text{ mm}$	$5\text{ mm}$
$10\text{ }\mu\text{m}$	$19.0\text{ }\mu\text{m}$ ( $33.12\text{ }\mu\text{m}$ )	$42.0\text{ }\mu\text{m}$	<b><math>45.6\text{ }\mu\text{m}</math></b>
$20\text{ }\mu\text{m}$	$3.8\text{ }\mu\text{m}$ ( $4.1\text{ }\mu\text{m}$ )	$26.8\text{ }\mu\text{m}$	$44.9\text{ }\mu\text{m}$
$30\text{ }\mu\text{m}$	<b><math>1.19\text{ }\mu\text{m}</math></b> ( $1.23\text{ }\mu\text{m}$ )	$13.6\text{ }\mu\text{m}$ ( $19.6\text{ }\mu\text{m}$ )	$43.1\text{ }\mu\text{m}$

Tab.7: Balkenauslenkung in Abhängigkeit von Balkendicke und -länge

Wie Tabelle 7 zeigt, nimmt die Balkenauslenkung bei zunehmender Balkendicke erwartungsgemäß ab. Die geklammert aufgeführten Werte geben Auslenkungen wieder, die zum Vergleich unter der Annahme eines konstanten Volumens errechnet wurden. Dementsprechend groß ist die Differenz bei  $10\text{ }\mu\text{m}$  Balkendicke. Hier gewinnt die Volumenänderung aufgrund der verminderten Biegesteifigkeit maßgeblichen Einfluß. Auch mit wachsender Balkenlänge steigern sich die Hübe. Zwischen  $2\text{ mm}$  und  $5\text{ mm}$  Balkenlänge fällt die Steigerung jedoch geringer aus, da hier insbesondere bei  $10\text{ }\mu\text{m}$  Balkendicke der Volumeneffekt dem größeren Auslenkungszuwachs entgegenwirkt. Bei konstanter Balkenlänge von  $5\text{ mm}$  ist der Einfluß der Volumenvergrößerung dominierend. Die bei größerer Balkendicke wachsende Biegesteifigkeit ( $\sim h^3$ ) führt hier kaum zu einer Verringerung des Balkenhubes, da dies durch den abnehmenden Volumeneffekt nahezu aufgefangen wird.

$d_{\text{Si}}$	$l = 1\text{ mm}$	$2\text{ mm}$	$5\text{ mm}$
$10\text{ }\mu\text{m}$	$40\text{ }\mu\text{N}$	$11\text{ }\mu\text{N}$	<b><math>0.8\text{ }\mu\text{N}</math></b>
$20\text{ }\mu\text{m}$	$63.6\text{ }\mu\text{N}$	$56.3\text{ }\mu\text{N}$	$6.0\text{ }\mu\text{N}$
$30\text{ }\mu\text{m}$	$67.6\text{ }\mu\text{N}$	<b><math>96.6\text{ }\mu\text{N}</math></b>	$19.5\text{ }\mu\text{N}$

Tab.8: Klemmkräfte (Auslenkung  $s=0$ ) in Abhängigkeit von Balkendicke und -länge

Obgleich die Klemmkraft nach Ausdruck (19) proportional zur Balkenlänge zunimmt, führt hier die gleichzeitige Volumenvergrößerung nach Tabelle 8 zu einer deutlichen Abnahme der Stellkräfte. Im Gegensatz zum bimetalischen Wirkprinzip, bei dem entsprechend Ausdruck (5) und (10) die Klemmkraft in 2. Potenz der Balkendicke skaliert, weisen die nach (19) berechneten Maximalkräfte keine direkte Dickenabhängigkeit auf. Die Abweichungen der Klemmkräfte einer Tabellenspalte konstanter Balkenlänge sind ausschließlich auf Volumenveränderung zurückzuführen. Sie sind bei 2 und 5mm Balkenlänge noch sehr ausgeprägt. Bei einer Balkendicke von mehr als  $30\mu\text{m}$  würde auch für diese Balkenlängen der Volumeneffekt vernachlässigbar klein werden und die berechnete Klemmkraft nach Ausdruck (19) proportional zur Balkenlänge zunehmen. Unter dem noch deutlichen Einfluß der Volumenzunahme für 2 und 5mm Balkenlänge verschiebt sich der Wert der maximalen Klemmkraft entsprechend Tab. 8 von der größeren Balkenlänge (5mm) zu der geringeren Balkenlänge von 2mm und erreicht dort  $96.6\mu\text{N}$ .

Bei einem Zweiphasen-System (Gas/Flüssigkeit) ist, wie bereits in Abschnitt 2.1 ausgeführt, keine volumenbedingte Druckminderung zu berücksichtigen, solange ein ausreichender Flüssigkeitsvorrat vorhanden ist. Balkenhub und Klemmkraft lassen sich daher durch Gleichung (16) und (19) berechnen. Die in Tabelle 9 ersichtlichen Flüssigkeiten

Flüssigkeit	Dampfdrücke und Temperaturen [ $^{\circ}\text{C}$ ]					
	100 kPa	200 kPa	500 kPa	1 MPa	2 MPa	4 MPa
Wasser	100.0	120	152	180	--	--
Äthanol	78.4	97.5	126.0	151.8	183.0	218.0
Methanol	64.7	84.0	112.5	138.0	167.8	203.0
Methylchloride	-24.0	-6.4	+22.0	47.3	77.3	113.8

Tab.9: Dampfdrücke und erforderliche Temperaturen für einige Fluide [2]

stellen nur eine begrenzte Übersicht korrespondierender Dampfdruck- und Temperaturbereiche dar. Der gesamte Verlauf einer Dampfdruckkurve zeigt eine exponentielle Temperaturabhängigkeit proportional  $e^{-\Delta E/kT}$ , mit Boltzmann-Faktor  $k$  und  $\Delta E$  als Energie, die benötigt wird, um vom flüssigen in dampfförmigen Zustand gelangen [12].

Zum Vergleich mit den bisher diskutierten Balkengeometrien wurde der 1mm lange Balken, Dicke  $30\mu\text{m}$  und  $50\mu\text{m}$  Breite herangezogen:

Sättigungsdampfdruck:  $p_s = 200 \text{ kPa}$ : Auslenkung:  $29.5 \mu\text{m}$ , Klemmkraft:  $1.67 \text{ mN}$   
 Sättigungsdampfdruck:  $p_s = 500 \text{ kPa}$ : Auslenkung:  $128.7 \mu\text{m}$ , Klemmkraft:  $7.29 \text{ mN}$

Eine Abschätzung anhand der weiteren in Abschnitt 1 zugrundegelegten Balkengeometrien ist nicht sinnvoll, da für die hohen Drücke bei deutlich geringerer Biegesteifigkeit des Balkens, bedingt durch geringere Balkendicke und größere Balkenlänge, Auslenkungen in Größenordnung der Balkenlänge resultieren würden, die die zugrundegelegten analytischen Beziehungen unzureichend beschreiben.

### 3. Literatur:

- [1] Ji J.; Chaney, L.J.; Kaviany M.; Bergstrom P.L.; Wise, K.D., *Microactuation based on thermally-driven phase-change*, IEEE Transactions on Electron Devices, May 1991, S. 1037
- [2] *Handbook of Chemistry and Physics*, 70th Edition 1989-1990, CRC Press Inc.
- [3] Landoldt-Börnstein III/17c, Springer-Verlag Berlin 1985
- [4] McKenzie, J.S.; Clark, C.; *High sensitive micromachined optical-to-fluid pressure converter for use in an optical actuation scheme*, Conference Proceedings Actuator 92, 3rd International Conference on new Actuators, 24-26 June 1992, Bremen, Germany
- [5] Mende D.; Simon G.; *Physik, Gleichungen und Tabellen*, 8. Auflage, VEB Fachbuchverlag Leipzig
- [6] Riethmüller, W.; Benecke, W.; *Thermally excited silicon microactuators*, IEEE Transaction on Electron Devices, June 1988, S. 758
- [7] Riethmüller, W.; Benecke, W.; Schnakenberg, U.; Heuberger, A., *Micromechanical silicon actuators based on thermal expansion effects*, Transducers'87, S. 834
- [8] Timoshenko, S.; *Analysis of Bi-Metal Thermostats*, Journal of Optical Society of America, 11, 1925, S. 233
- [9] Van de Pol, F.C.M.; Wonnink, D.G.J.; Elwenspoek, M.; Fluitman, J.H.J., *A thermopneumatic micropump based on micro-engineering techniques*, Sensors and Actuators, A21-23, S. 198
- [10] Winkler, J.; Aurich, H., *Technische Mechanik*, 4. Auflage, VEB Fachbuchverlag Leipzig
- [11] Young, W.C.; *Roark's Formulas for Stress & Strain*, 6th Edition
- [12] Zdeblick, M.J.; Angell, J.B., *A microminiature electric-to-fluidic valve*, Transducers'87, S. 827