

## Angles associés et trigonométrie.

### Exercice 1\*

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral dont la mesure des côtés vaut  $1\text{ cm}$ .

On note  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ .

1. Que représente la droite  $(AI)$  dans le triangle  $ABC$ ?

2. Compléter le tableau ci-dessous :

	$\widehat{CIA}$	$\widehat{CAB}$	$\widehat{CAI}$	$\widehat{IAC}$
Mesure en radian				

3. a. A l'aide du théorème de Pythagore, démontrer que :

$$AI = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$$

b. Dans le triangle  $AIC$ , déterminer le sinus, le cosinus et la tangente des angles  $\widehat{IAC}$  et  $\widehat{ICA}$ . Puis, compléter le tableau suivant :

$\alpha$	$\frac{\pi}{6}$ rad	$\frac{\pi}{3}$ rad
$\cos \alpha$		
$\sin \alpha$		
$\tan \alpha$		

### Exercice 2

On considère le triangle rectangle-isocèle en  $C$  tel que  $BC=1\text{ cm}$

1. Compléter le tableau suivant :

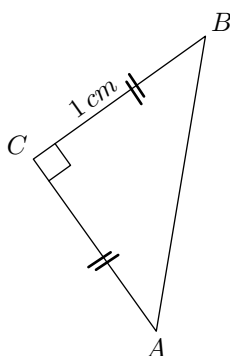
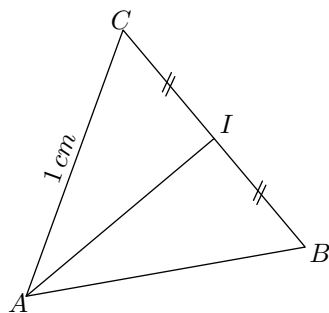
	$\widehat{ACB}$	$\widehat{CAB}$
Mesure en radian		

2. a. A l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la mesure du côté  $[AB]$ .

b. A l'aide du théorème de Pythagore, montrer que :  $AB = \sqrt{2} \text{ cm}$ .

c. Dans le triangle rectangle  $ABC$ , déterminer le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle  $\widehat{CAB}$ , puis compléter le tableau suivant :

$\alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\tan \alpha$
$\frac{\pi}{4}$ rad			



### Exercice 3

On considère le cercle trigonométrique  $\mathcal{C}$  dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$

1. a. Déterminer les coordonnées cartésiennes du point  $M$ .

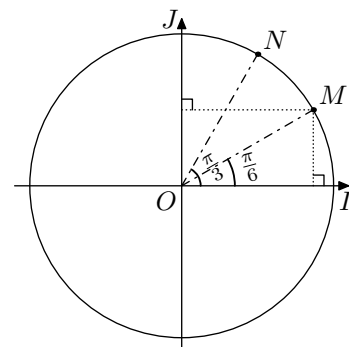
b. Placer le point  $M'$  symétrique du point  $M$  par la symétrie d'axe  $(OJ)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $M'$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $M'$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .

c. Placer le point  $M''$  symétrique du point  $M$  par la symétrie d'axe  $(OI)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $M''$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $M''$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .

2. a. Déterminer les coordonnées cartésiennes du point  $N$ .

b. Placer le point  $N'$  symétrique du point  $N$  par la symétrie d'axe  $(OJ)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $N'$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $N'$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .

c. Placer le point  $N''$  symétrique du point  $N$  par la symétrie d'axe  $(OI)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $N''$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $N''$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .



### Exercice 4

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

- a.  $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$       b.  $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$       c.  $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$   
 d.  $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$       e.  $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$       f.  $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2. Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

### Exercice 5

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

- a.  $\cos(x - \pi)$       b.  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$   
 c.  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$       d.  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

2. A l'aide de la relation :  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  où  $x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$  simplifier les expressions suivantes :

- a.  $\tan(x + \pi)$       b.  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

### Exercice 6

1. Etablir l'égalité :  $\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{5\pi}{6} = 0$

2. Déterminer la valeur des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  réalisant l'égalité suivante :

$$2 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{7}\right) + 3 \cdot \cos \frac{8\pi}{7} - 2 \cdot \sin \frac{6\pi}{7} + \sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) = \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{7} + \beta \cdot \sin \frac{\pi}{7}$$

**Exercice 7\***

Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous :

- a.  $\sin(3\pi+x)$       b.  $\cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right)$   
 c.  $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$       d.  $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$   
 e.  $\sin(\pi-x) + \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$   
 f.  $3 \cdot \sin(\pi+x) - 2 \cdot \sin(\pi-x) + 4 \cdot \sin(x-\pi)$

**Exercice 8**

1. Déterminer les valeurs exactes des expressions ci-dessous :

a.  $\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$       b.  $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$       c.  $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2. Exprimer l'expression suivante à l'aide des rapports trigonométriques de  $\frac{\pi}{5}$  :

$$A = 2 \cdot \cos \frac{4\pi}{5} + 3 \cdot \sin \frac{6\pi}{5} - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{10}$$

**Exercice 9**

1. On donne la valeur exacte ci-dessous :

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}.$$

- a. En utilisant la formule  $(\cos x) + (\sin x)^2 = 1$ , déterminer la valeur exacte de  $\sin \frac{\pi}{8}$ .  
 b. En déduire la valeur exacte de  $\cos \frac{5\pi}{8}$  en justifiant votre démarche.  
 c. Etablir l'égalité :  $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ .

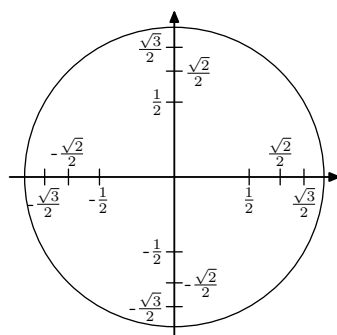
2. On considère l'expression suivante :

$$A = \cos \frac{9\pi}{8} - 3 \cdot \sin \frac{5\pi}{8} + 2 \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$$

Déterminer une écriture de l'expression de  $A$  en fonction des rapports trigonométriques de l'angle  $\frac{\pi}{8}$ .

**Exercice 10**

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points  $M$  et  $M'$  ayant pour abscisse  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  et  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :  

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :
- a.  $\sin x = \frac{1}{2}$       b.  $\cos x = \frac{1}{2}$       c.  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation suivante :

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Exercice 11**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Exercice 12**

1. Résoudre dans l'ensemble  $]-\pi; \pi]$  des mesures principales, les équations suivantes :

a.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$       b.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

c.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       d.  $\cos x = -\frac{1}{2}$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b.  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$