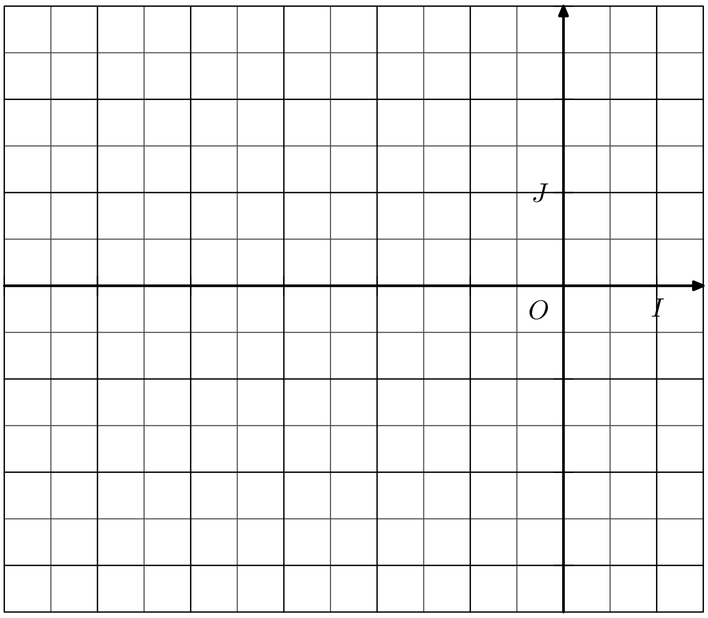
Vecteurs et équations de droites - Fiche d'exercices 3

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les deux points suivants :

$A(-4\,;-2)$; $B(-1\,;2)$



1. Placer les points A et B.

Le graphique sera complété au fur et à mesure des questions l'exercice.

2. On note K le milieu du segment $[AB]$. Montrer que le point K a pour coordonnées : $K(-2{,}5\,;0)$.
3. On considère le point C de coordonnées $(-2{,}5\ ;\ -2{,}5)$.
   a. Déterminer les longueurs AB et KC.
   b. Que représente le segment $[KC]$ pour le triangle ABC ?
   c. En déduire que le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 2

On considère les quatres points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

$A(-4\,;-1)$; $B(-3\,;-4)$; $C(3\,;-2)$; $D(2\,;1)$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 3

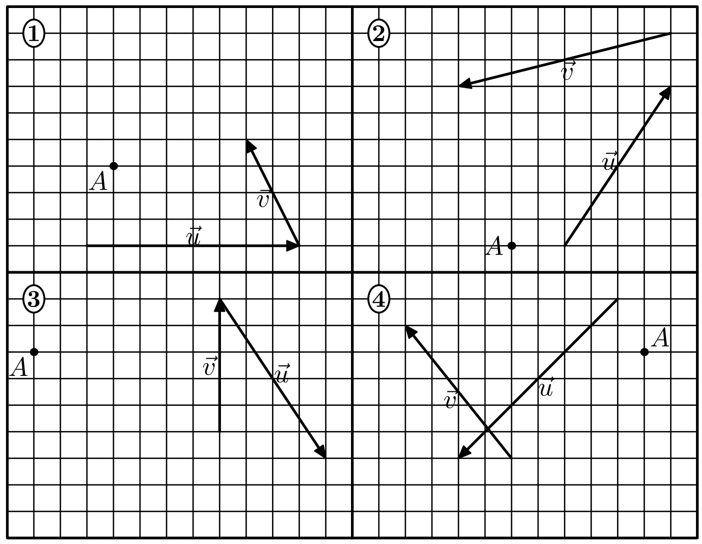
On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $K(2\,;-3)$ et de rayon 5.

1. Justifier que le point $A(6\,;-6)$ est un point du cercle $\mathscr{C}$
2. Considérons le point B diamétralement opposé au point A dans le cercle $\mathscr{C}$. Déterminer les coordonnées du point B.
3. Soit C le point du plan de coordonnés $\left(-\dfrac{14}{5}\,;-\dfrac{8}{5}\right)$.
   Justifier que le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 4

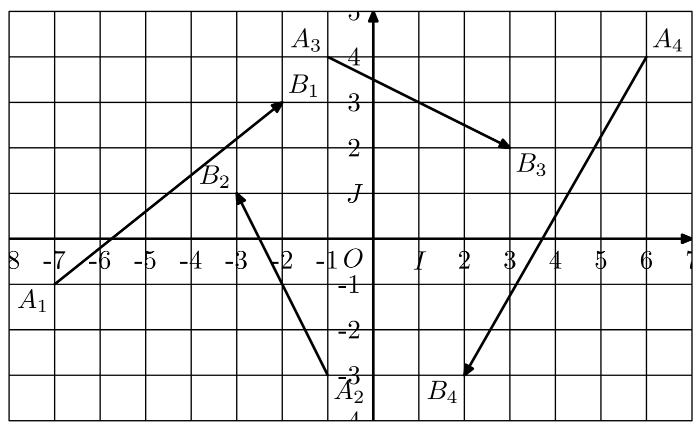
1. Pour chacun des quadrans ci-dessous :
   a. Placer le point B translaté du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.
   b. Tracer le point C translaté du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{v}$.

   Dans chaque cadran, le point C obtenu s'appelle le translaté du point A par le vecteur $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.
2. Dans le premier quadran :
   a. Placer le point B' translaté du point A par le vecteur $\overrightarrow{v}$.
   b. Placer le point C' translaté du point B' par le vecteur $\overrightarrow{u}$.
   c. Que pouvez-vous dire de la translation composé des translations de vecteurs $\overrightarrow{u}$ puis celle de $\overrightarrow{v}$ et de la translation composée des translations de vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\vec{u}$?



Exercice 5

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, sont représentés quatres vecteurs :



Graphiquement, déterminer les coordonnées de ces quatres vecteurs.

Exercice 6

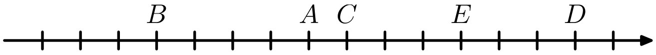
Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatres points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

$A\left(\dfrac{5}{3}\,;\dfrac{7}{4}\right)$; $B\left(\dfrac{11}{3}\,;-\dfrac{5}{4}\right)$; $C\left(\dfrac{16}{7}\,;\dfrac{12}{5}\right)$; $D\left(\dfrac{2}{7}\,;\dfrac{27}{5}\right)$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 7

Sur une droite graduée, on place les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre k vérifiant l'égalité :

a. $\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ b. $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{CA}$ d. $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{CA}$

e. $\overrightarrow{EA} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ f. $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{BA}$

Exercice 8

Dans le cas où les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, donner le coefficient de colinéarité du vecteur $\vec{u}$ par rapport au vecteur $\vec{v}$:

a. $\vec{u}\,(-2\,;-10)$ et $\vec{v}\,(4\,;20)$ b. $\vec{u}\,(-6\,;9)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{4}\,;-\frac{1}{2}\right)$

c. $\vec{u}\,(0\,;5)$ et $\vec{v}\,(-5\,;0)$ d. $\vec{u}\left(-\frac{4}{3}\,;4\right)$ et $\vec{v}\,(3\,;-9)$

e. $\vec{u}\left(\frac{1}{3}\,;\frac{2}{5}\right)$ et $\vec{v}\,(5\,;6)$ f. $\vec{u}\,(6\,;-5)$ et $\vec{v}\left(\frac{14}{5}\,;-2\right)$

Exercice 9

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$:

1. Montrer que les points suivants sont alignés :
   $A\,(0\,;-1)$; $B\,(2\,;0)$; $C\,(-2\,;-2)$
2. Déterminer si les points suivants sont alignés :
   $K\,(3\,;-4)$; $L\,(2\,;-2)$; $M\,(-1\,;3)$
3. On considère les points ci-dessous :
   $O\,(3\,;2)$; $P\,(4\,;5)$; $Q\,(1\,;-202)$; $R\,(101\,;98)$
   Déterminer si les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

Exercice 10

Dans un un repere $(O;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les points :

$A(3\,;-5)$; $B(-2\,;0)$; $C(147\,;-13)$; $D(-53\,;187)$

Etablir que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 11

On considère le plan muni du repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ représenté ci-dessous :

On considère les quatres vecteurs ci-dessous :

$\vec{u}\left(\frac{9}{4}\,;-\frac{3}{4}\right)$; $\vec{v}\left(\frac{7}{2}\,;-\frac{3}{2}\right)$; $\vec{w}\left(-\frac{15}{4}\,;\frac{5}{4}\right)$

1. Représenter les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ avec pour origine le point O.
2. a. Graphiquement, émettre une conjecture sur la colinéarité de couples de vecteurs parmi $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

   b. Etablir votre conjecture.

Exercice 12

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ b. $5 \cdot \overrightarrow{AD} = 2 \cdot \overrightarrow{AC} + 3 \cdot \overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + 2 \cdot \overrightarrow{CB} = \vec{0}$ d. $3 \cdot \overrightarrow{AD} + 4 \cdot \overrightarrow{BC} = 7 \cdot \overrightarrow{AC}$

Exercice 13

On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$A\,(-5\,;1)$; $B\,(2\,;4)$; $C(-1\,;-2)$; $D\,(3\,;y_D)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

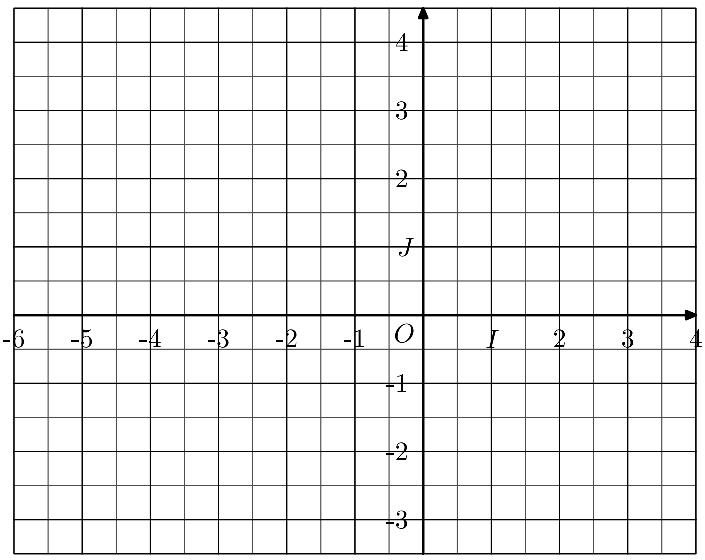
Exercice 14

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :
$A\,(-1\,;1)$; $B(-3\,;-1)$; $C\,(2\,;3)$

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer les coordonnées de l'unique point D ayant pour abscisse -2 tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

Exercice 15

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$:



1. Placer les trois points A, B, C dans le repère ci-dessous :
   $A\,(3\,;-3)$; $B\,(-4\,;3)$; $C\,(-5\,;-1)$
2. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.
3. a. Déterminer les longueurs AB et MC

   b. Etablir que le triangle ABC est rectangle en C.
4. Soit N un point de l'axe des ordonnées. Déterminer les coordonnées du point N afin que les vecteurs $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{CM}$ soient colinéaires.