

Suites numériques.

Définition et mode de génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites arithmétiques.

Suites géométriques.

Sens de variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Suites numériques.

Suites
numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites
arithmétiques.

Suites
géométriques.

Sens de
variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Définition 1

Une **suite** numérique est une fonction définie sur l'ensemble des entiers naturels (sauf éventuellement quelques premiers entiers) à valeurs dans l'ensemble des réels.

Exemple 2

- 1 Soit $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u . On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 =$, $u_1 =$, $u_2 =$...
- 2 Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n =$.
- 3 Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n =$.

Exemple 2

- 1 Soit $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u . On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 =$, $u_2 =$...
- 2 Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n =$.
- 3 Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n =$.

Exemple 2

- 1 Soit $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u . On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = \dots$
- 2 Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n = 1$.
- 3 Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n = 7$.

Exemple 2

- 1 Soit $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u . On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = 1 \dots$
- 2 Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n = 1$.
- 3 Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n = 7$.

Exemple 2

- 1 Soit $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u . On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = 1 \dots$
- 2 Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n = 1$.
- 3 Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n = 7$.

Exemple 2

- 1 Soit $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $n \mapsto (-1)^n$. On appelle termes de la suite (u_n) les images des entiers successifs par u . On les note u_n au lieu de $u(n)$. $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = 1 \dots$
- 2 Soit (v_n) la suite définie par la formule $v_n = \frac{1}{n}$. v_n n'est définie qu'à partir de $n = 1$.
- 3 Soit (w_n) la suite définie par la formule $w_n = \sqrt{n-7}$. w_n n'est définie qu'à partir de $n = 7$.

Suites
numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites
arithmétiques.

Suites
géométriques.

Sens de
variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Définition 3

Une suite numérique peut être définie par la donnée d'une formule **explicite** qui permet de calculer directement chaque terme u_n à l'aide de n .

Exemple 4

- Les suites de l'exemple 2 : $u_n = (-1)^n$,
 $v_n = \frac{1}{n}$, $w_n = \sqrt{n-7}$.
- Pour toute fonction $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, on peut définir la suite $(u_n)_{n \geq a}$ par $u_n = f(\quad)$.

Exemple 4

- Les suites de l'exemple 2 : $u_n = (-1)^n$,
 $v_n = \frac{1}{n}$, $w_n = \sqrt{n-7}$.
- Pour toute fonction $f : [a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, on peut définir la suite $(u_n)_{n \geq a}$ par $u_n = f(n)$.

Suites
numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites
arithmétiques.

Suites
géométriques.

Sens de
variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Théorème 5

*Une suite numérique peut être définie par la donnée d'un premier terme et d'une relation, dite de **récurrence**, qui permet de calculer un terme à partir du précédent.*

Exemple 6

- 1 Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
 $u_1 = 2 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
 $u_2 = 2 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n . Par exemple, pour calculer u_{100} , il faut calculer tous les termes qui précèdent.
- 2 Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \rightarrow I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = g(u_n)$.

Exemple 6

- 1 Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
 $u_1 = 2u_0 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
 $u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n . Par exemple, pour calculer u_{100} , il faut calculer tous les termes qui précèdent.
- 2 Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \rightarrow I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = g(u_n)$.

Exemple 6

- 1 Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
 $u_1 = 2u_0 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
 $u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n . Par exemple, pour calculer u_{100} , il faut calculer tous les termes qui précèdent.
- 2 Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \rightarrow I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = g(u_n)$.

Exemple 6

- 1 Soit (u_n) la suite définie par récurrence par : $u_0 = 3$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
 $u_1 = 2u_0 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$,
 $u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$. On ne peut pas calculer directement u_n à partir de n . Par exemple, pour calculer u_{100} , il faut calculer tous les termes qui précèdent.
- 2 Pour toute fonction $g : I \subset \mathbb{R} \rightarrow I \subset \mathbb{R}$ et $x \in I$, on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = x$ et $u_{n+1} = g(u_n)$.

Définition 7

Une suite est **arithmétique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre appelé la **raison**. Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est arithmétique de raison r si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n + r$.

Définition 7

Une suite est **arithmétique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre appelé la **raison**. Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est arithmétique de raison r si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n + r$.

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1 .
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2 .
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2 .
- 4 La suite des multiples de 5 , $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5 .
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = u_n + 7.$$

 u_n est arithmétique de raison 7 .

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est de raison .
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison .
- 4 La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison .
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n + 1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7.$$

 u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 4 La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = u_n + 7.$$

 u_n est arithmétique de raison 7.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites
arithmétiques.

Suites
géométriques.

Sens de
variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison .
- 4 La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison .
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n + 1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7.$$
$$u_n \text{ est arithmétique de raison } .$$

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 4 La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = u_n + 7.$$

 u_n est arithmétique de raison 7.

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 4 La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = \quad + 7.$$

 u_n est arithmétique de raison \quad .

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 4 La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = u_n + 7.$$
 u_n est arithmétique de raison .

Exemple 8

- 1 La suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$ est arithmétique de raison 1.
- 2 La suite des entiers pairs $0, 2, 4, 6, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 3 La suite des entiers impairs $1, 3, 5, 7, \dots$ est arithmétique de raison 2.
- 4 La suite des multiples de 5, $0, 5, 10, 15, \dots$ est arithmétique de raison 5.
- 5 Considérons la suite définie par $u_n = 7n + 4$ pour tout entier n .
$$u_{n+1} = 7(n+1) + 4 = 7n + 7 + 4 = 7n + 4 + 7 = u_n + 7.$$
 u_n est arithmétique de raison 7.

Suites numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites arithmétiques.

Suites géométriques.

Sens de variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Théorème 9 (Forme explicite d'une suite arithmétique)

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ une suite arithmétique, pour tout couple d'entiers (n, p) ,

$$u_n = u_p + (\quad)r$$

Suites numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites arithmétiques.

Suites géométriques.

Sens de variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Théorème 9 (Forme explicite d'une suite arithmétique)

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ une suite arithmétique, pour tout couple d'entiers (n, p) ,

$$u_n = u_p + (n - p)r$$

Définition 10

Une suite est **géométrique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre (non nul) appelé la **raison**.

Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est géométrique de raison q si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n \cdot q$.

Définition 10

Une suite est **géométrique** lorsque l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre (non nul) appelé la **raison**.

Autrement dit, une suite $(u_n)_{n \geq p}$ est géométrique de raison q si et seulement si pour tout entier $n \geq p$, $u_{n+1} = u_n \times q$.

Exemple 11

- 1 La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ est de raison 2.
- 2 La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n : 1, -1, 1, -1, 1, \dots$ est géométrique de raison -1 .
- 3 la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = -5 \times 7^{n+1}$ et v_n est

Exemple 11

- 1 La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ est géométrique de raison 2.
- 2 La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n : 1, -1, 1, -1, 1, \dots$ est géométrique de raison -1 .
- 3 la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = v_n \times 7$ et v_n est

Exemple 11

- 1 La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ est géométrique de raison 2.
- 2 La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \dots$ est géométrique de raison -1 .
- 3 la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = \quad \times 7$ et v_n est \quad .

Exemple 11

- 1 La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ est géométrique de raison 2.
- 2 La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \dots$ est géométrique de raison -1 .
- 3 la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = v_n \times 7$ et v_n est

Exemple 11

- 1 La suite des puissances de 2, $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ est géométrique de raison 2.
- 2 La suite des puissances de -1, $u_n = (-1)^n$: $1, -1, 1, -1, 1, \dots$ est géométrique de raison -1 .
- 3 la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = -5 \times 7^n$. $v_{n+1} = -5(7)^{n+1} = -5(7)^n \times 7 = v_n \times 7$ et v_n est géométrique de raison 7.

Suites
numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites
arithmétiques.

Suites
géométriques.

Sens de
variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Théorème 12 (Forme explicite d'une suite géométrique)

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ une suite géométrique, pour tout couple d'entiers (n, p) ,

$$u_n = u_p \times q^{(n-p)}$$

Suites numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites
arithmétiques.

Suites
géométriques.

Sens de
variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Théorème 12 (Forme explicite d'une suite géométrique)

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ une suite géométrique, pour tout couple d'entiers (n, p) ,

$$u_n = u_p \times q^{(n-p)}$$

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite **monotone**.

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$,
 $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier
 $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite **monotone**.

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$,
 $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est _____ si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier
 $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite _____.

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$,
 $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier
 $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$,
 $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier
 $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$,
 $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier
 $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite .

Définition 13

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite numérique.

- u_n est **croissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \geq u_n$.
- u_n est **strictement croissante** si pour tout entier $n \geq k$,
 $u_{n+1} > u_n$.
- u_n est **décroissante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} \leq u_n$.
- u_n est **strictement décroissante** si pour tout entier
 $n \geq k$, $u_{n+1} < u_n$.
- u_n est **constante** si pour tout entier $n \geq k$, $u_{n+1} = u_n$.

Une suite croissante ou décroissante est dite **monotone**.

Exemple 14

- 1** La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement
. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$$

- 2** La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec ($n > 0$) est strictement
décroissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-(\quad)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

- 3** La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car

$$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$$

Exemple 14

- 1** La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$$

- 2** La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-(\quad)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

- 3** La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car

$$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$$

Exemple 14

- 1** La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$$

- 2** La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec ($n > 0$) est strictement décroissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n - (n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

- 3** La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas croissante car

$$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$$

Exemple 14

- 1** La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$$

- 2** La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

- 3** La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car

$$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$$

Exemple 14

- 1** La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$$

- 2** La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec ($n > 0$) est strictement décroissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

- 3** La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas car

$$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$$

Exemple 14

- 1** La suite des entiers impairs $u_n = 1 + 2n$ est strictement croissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = 1 + 2(n+1) - (1 + 2n) = 2 > 0$$

- 2** La suite des inverse $u_n = \frac{1}{n}$ avec $(n > 0)$ est strictement décroissante. En effet,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

- 3** La suite $u_n = (-1)^n$ n'est pas monotone car

$$u_0 = 1 > -1 = u_1 < 1 = u_2$$

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite arithmétique de raison r .

- *Si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $r = 0$ alors (u_n) est constante.*

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite arithmétique de raison r .

- *Si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $r = 0$ alors (u_n) est constante.*

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite arithmétique de raison r .

- *Si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $r = 0$ alors (u_n) est* .

Théorème 15

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite arithmétique de raison r .

- *Si $r > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $r < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $r = 0$ alors (u_n) est constante.*

Exemple 16

- 1 La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite de raison 3 .
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement comme suite arithmétique de raison $r =$.

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ 🔍 ↺

Exemple 16

- 1 La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement croissante comme suite arithmétique de raison $r = -2$.

Exemple 16

- 1 La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement décroissante comme suite arithmétique de raison $r =$.

Exemple 16

- 1 La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement décroissante comme suite arithmétique de raison $r = -2$.

Exemple 16

- 1 La suite (u_n) définie par $u_n = 1 + 3n$ est strictement croissante comme c'est une suite arithmétique de raison $3 > 0$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = 7$ et pour tout entier $n \geq 7$, $v_{n+1} = v_n - 2$ est strictement décroissante comme suite arithmétique de raison $r = -2 < 0$.

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q .

- *Si $q > 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement \quad .*
- *Si $q > 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_k) est \quad .*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement \quad .*
- *Si $q < 0$ et $u_k \neq 0$ alors (u_n) \quad .*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q .

- *Si $q > 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_k) est constante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q < 0$ et $u_k \neq 0$ alors (u_n) n'est ni croissante ni décroissante.*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q .

- *Si $q > 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_k) est .*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q < 0$ et $u_k \neq 0$ alors (u_n) est oscillante.*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q .

- *Si $q > 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_k) est constante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q < 0$ et $u_k \neq 0$ alors (u_n) n'est ni croissante ni décroissante.*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q .

- *Si $q > 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_k) est constante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement*
- *Si $q < 0$ et $u_k \neq 0$ alors (u_n)*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q .

- *Si $q > 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_k) est constante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q < 0$ et $u_k \neq 0$ alors (u_n)*

Théorème 17

Soit $(u_n)_{n \geq k}$ une suite géométrique de raison q .

- *Si $q > 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q > 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $q = 1$ alors (u_k) est constante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k > 0$ alors (u_n) est strictement décroissante.*
- *Si $0 < q < 1$ et $u_k < 0$ alors (u_n) est strictement croissante.*
- *Si $q < 0$ et $u_k \neq 0$ alors (u_n) n'est pas monotone.*

Exemple 18

- 1 La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme et de raison .
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
- 3 La suite $(w_n)_{n \geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$. En effet, w_0 . En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

- 1 La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison $\frac{2}{3} < 1$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est strictement décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
- 3 La suite $(w_n)_{n \geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$ est strictement décroissante. En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

- 1 La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison $0 < \frac{2}{3} < 1$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
- 3 La suite $(w_n)_{n \geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$. En effet, w_0 . En effet,
 $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

- 1 La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison $0 < \frac{2}{3} < 1$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est strictement décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
- 3 La suite $(w_n)_{n \geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$. En effet, w_0 . En effet,
 $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Exemple 18

- 1 La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$ est strictement décroissante comme c'est une suite géométrique de premier terme $4 > 0$ et de raison $0 < \frac{2}{3} < 1$.
- 2 La suite (v_n) définie par $v_4 = -2$ et pour tout entier $n \geq 5$, $v_{n+1} = v_n \times 3$ est strictement décroissante comme suite géométrique de premier terme $-2 < 0$ et de raison $3 > 1$.
- 3 La suite $(w_n)_{n \geq 0}$ géométrique de raison -2 avec $w_0 = 3$ n'est pas monotone. En effet, w_0 . En effet, $w_0 = 3 > -6 = w_1 < w_2 = 12$.

Théorème 19

Soit $f : [k, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \geq k}$ la suite définie par $u_n = f(n)$.

- Si f est (resp. strictement) croissante alors (u_n) est (resp. strictement) .
- Si f est (resp. strictement) alors (u_n) est
(resp. strictement) décroissante.

Théorème 19

Soit $f : [k, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \geq k}$ la suite définie par $u_n = f(n)$.

- *Si f est (resp. strictement) croissante alors (u_n) est (resp. strictement) croissante.*
- *Si f est (resp. strictement) décroissante alors (u_n) est (resp. strictement) décroissante.*

Théorème 19

Soit $f : [k, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ et $(u_n)_{n \geq k}$ la suite définie par $u_n = f(n)$.

- *Si f est (resp. strictement) croissante alors (u_n) est (resp. strictement) croissante.*
- *Si f est (resp. strictement) décroissante alors (u_n) est (resp. strictement) décroissante.*

Suites numériques.

Définition et mode de génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites arithmétiques.

Suites géométriques.

Sens de variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Exemple 20

La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ est
comme la fonction $f :]0, +\infty[, x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est
strictement décroissante.

Suites numériques.

Définition et mode de génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites arithmétiques.

Suites géométriques.

Sens de variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Exemple 20

La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ est strictement décroissante comme la fonction $f :]0, +\infty[, x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est strictement décroissante.

Suites numériques.

Définition et
mode de
génération.

Définition et
notations.

Définition explicite
d'une suite.

Définition d'une suite
par récurrence.

Suites
arithmétiques.

Suites
géométriques.

Sens de
variations.

Sens de variation
d'une suite
arithmétique.

Sens de variation
d'une suite
géométrique.

Sens de variation
d'une suite définie de
façon explicite.

Exemple 20

La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ est strictement décroissante comme la fonction $f :]0, +\infty[, x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est strictement décroissante.

Remarque 21

Ne pas confondre avec le cas d'une fonction définie par récurrence.

- *La suite (u_n) définit explicitement par $u_n = 2n - 1$ est strictement croissante comme la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est
et $u_n = f(n)$.*
- *Mais la suite (v_n) définie par récurrence par $v_0 = 0$ et pour tout entier n , $v_{n+1} = f(v_n) = 2v_n - 1$
. En effet, $v_0 = 0$, $v_1 = -1$,
 $v_2 = 2(-1) - 1 = -3$.*

Remarque 21

Ne pas confondre avec le cas d'une fonction définie par récurrence.

- *La suite (u_n) définit explicitement par $u_n = 2n - 1$ est strictement croissante comme la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est strictement croissante et $u_n = f(n)$.*
- *Mais la suite (v_n) définie par récurrence par $v_0 = 0$ et pour tout entier n , $v_{n+1} = f(v_n) = 2v_n - 1$. En effet, $v_0 = 0$, $v_1 = -1$, $v_2 = 2(-1) - 1 = -3$.*

Remarque 21

Ne pas confondre avec le cas d'une fonction définie par récurrence.

- *La suite (u_n) définit explicitement par $u_n = 2n - 1$ est strictement croissante comme la fonction $f : x \mapsto 2x - 1$ est strictement croissante et $u_n = f(n)$.*
- *Mais la suite (v_n) définie par récurrence par $v_0 = 0$ et pour tout entier n , $v_{n+1} = f(v_n) = 2v_n - 1$ n'est pas strictement croissante. En effet, $v_0 = 0$, $v_1 = -1$, $v_2 = 2(-1) - 1 = -3$.*