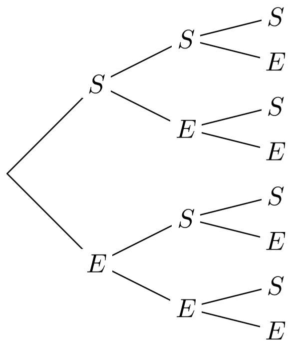
Fiche 18: Loi binomiale

Exercice 1

On considère une épreuve admettant que deux issues : une nommé "*succés*" et noté S de probabilité 0,4 ; l'autre nommé "*échec*" et notée E.

On décide de répeter trois fois cette même épreuve. On obtient l'arbre de probabilité ci-contre.



On suppose ces répétitions indépendantes entre elles.

1. Compléter cet arbre de probabilité?

2. a. Combien de chemins comportent 3 succés?

   b. Donner la probabilité d'obtenir trois succés à l'issue de cette expérience aléatoire?

3. a. Combien de chemins comportent 0 succés?

   b. Donner la probabilité de n'obtenir aucun succés à l'issue de cette expérience aléatoire?

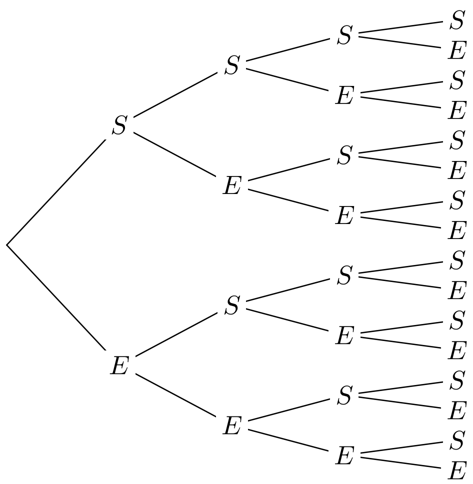
4. a. Combien de chemins comportent 2 succés?

   b. Donner la probabilité d'obtenir exactement deux succés à l'issue de cette expérience aléatoire?

Exercice 2

On considère une épreuve comportant que deux issues : une issue de probabilité 0,3 noté S ; l'autre issue est notée E.

On considère l'expérience aléatoire composée de quatre répétitions de l'épreuve précédente. Cette nouvelle expérience aléatoire est représentée par l'arbre de choix ci-dessous :



1. Combien d'évènements élémentaires composent cette expérience aléatoire?

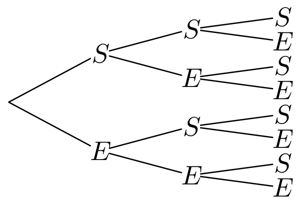
2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque évènement élémentaire, compte le nombre d'évènements S réalisés.

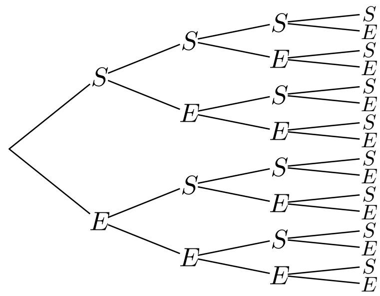
   Déterminer les probabilités suivantes arrondies au millième :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=0)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$ c. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=2)$

Exercice 3

Voici les arbres de choix associés à la répétition d'une épreuve de Bernoulli respectivement 3 et 4 fois :





1. Pour la répétition trois fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succés	0	1	2	3
Nombre d'issues				

2. Pour la répétition quatre fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succés	0	1	2	3	4
Nombre d'issues					

3. Y a-t-il une méthode pour obtenir le second tableau à partir du premier?

Exercice 4

1. Reconstruire le triangle de Pascal jusqu'à $n=7$.

2. A l'aide du tableau de la question 1., donner les valeurs des coefficients binomiaux suivant :

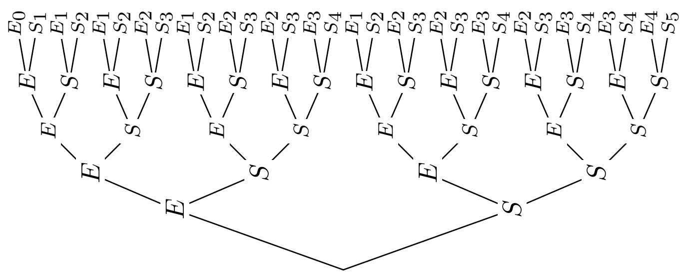
   a. $\binom{5}{3}$ a. $\binom{4}{0}$ a. $\binom{4}{2}$ a. $\binom{7}{5}$

3. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur des coefficients binomiaux suivants :

   a. $\binom{5}{3}$ a. $\binom{12}{5}$ a. $\binom{8}{6}$ a. $\binom{7}{2}$

Exercice 5

La figure ci-dessous représente la répétition de cinq épreuves de Bernoulli où les deux issues sont S *(succés)* et E *(échec)*. Le nombre en indice sur le cinquième choix représente le nombre de succés réalisés dans le chemin choisi.



1. Compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succés	0	1	2	3	4	5
Nombre de chemins associés						

2. On considère la même épreuve de Bernoulli mais répétée six fois :

(a.) Donner le nombre de chemins réalisant 4 succés lorsque l'on répète six fois une épreuve de Bernoulli *(on pourra compléter l'arbre de choix ou raisonner)*.

(b.) Compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succés	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de chemins associés							

Exercice 6

Soit $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre 15 et 0,35. C'est à dire : $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(15\,;0{,}35)$

Déterminer la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millième des probabilités suivantes :

a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$ **b.** $\mathcal{P}(\mathcal{X}=7)$ **c.** $\mathcal{P}(\mathcal{X}=9)$

Exercice 7

Un joueur dispose d'un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. A chaque lancer, il gagne s'il obtient 2, 3, 4, 5 ou 6 ; il perd s'il obtient 1.

Une partie est constituée de 5 lancers du dé successifs et indépendants.

Déterminer la probabilité exacte pour que le joueur perde 3 fois au cours d'une partie, puis sa valeur arrondie au dixième.

Exercice 8

On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètre $n=15$ et $p=0{,}63$.

1. A l'aide de la calculatrice, déterminer les coefficients binomiaux suivants :

(a.) $\binom{15}{13}$ (b.) $\binom{15}{14}$ (c.) $\binom{15}{15}$

2. Déterminer la valeur exacte des probabilités suivantes, puis arrondie à 10^{-4} près :

(a.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}=13)$ (b.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}=14)$ (c.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}=15)$

3. En déduire la valeur, arrondie à 10^{-4} près, de la probabilité de l'évènement $\{\mathcal{X}\leqslant 12\}$.

Exercice 9

Lors d'une épidémie chez des bovins, un test de cette maladie est mis en place. Une étude est faite sur ce troupeau et la probabilité que le test soit positif sur un animal de ce troupeau est de 0,058.

On choisit cinq animaux au hasard. La taille de ce troupeau permet de considérer les épreuves comme indépendantes et d'assimiler les tirages à des tirages avec remise. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, aux cinq animaux choisis, associe le nombre d'animaux ayant un test positif.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par $\mathcal{X}$?

2. Quelle est la probabilité pour qu'au moins un des cinq animaux ait un test positif ? On donnera la valeur exacte et la valeur approchée au millième.

Exercice 10

Un concours sportif est organisé, chaque année, pour relier deux villages le plus rapidement possible. Plusieurs moyens de déplacement sont possibles :

à vélo ; en roller ; à pied.

On admet que les résultats des différentes années sont indépendants les uns des autres. L'expérience des années précédentes permet de considérer que la probabilité, pour le vainqueur, d'avoir effectué le trajet à vélo est $\dfrac{2}{3}$.

Calculer la probabilité qu'au cours des six prochaines années l'épreuve soit remportée au moins une fois par un concurrent "*non cycliste*". Donner également la valeur approchée au millième de cette probabilité.

Exercice 11

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre 7 et 0,6. C'est à dire : $\mathcal{X} \sim \mathcal{B}(7\,;0{,}6)$

A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous, avec des valeurs arrondies au millième, afin d'obtenir la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x)$								

Exercice 12

On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre 0,2 et 20.

On répondra aux questions à l'aide de la calculatrice. Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près :

1. Déterminer la valeur des probabilités suivantes :

(a.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$ (b.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}=9)$

2. Déterminer la valeur des probabilités suivantes :

(a.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 5)$ (b.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 9)$

Exercice 13

On suppose qu'une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètre $n=22$ et $p=0{,}37$

A l'aide de la calculatrice et sans justification, donner la probabilité de $\mathcal{P}(3\leqslant\mathcal{X}\leqslant 7)$ arrondie à 10^{-4} près.

Exercice 14

On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre $n=5$ et $p=0{,}6$.

On arrondira les probabilités au millième près.

1. Donner la loi de la variable $\mathcal{X}$ sous la forme d'un tableau..

2. Déterminer les probabilités suivantes :

(a.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 1)$ (b.) $\mathcal{P}(\mathcal{X}>1)$