

2nd degré - Fiche d'exercices 1

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image d'un nombre x est définie par la relation algébrique :

$$f(x) = 4x^2 + 4x - 3$$

1. a. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x) = (2x - 1)(2x + 3)$$
- b. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x) = (2x + 1)^2 - 4$$
2. Pour chacune des questions suivantes, utiliser la forme la plus adaptée :
 - a. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f .
 - b. Sachant que le carré d'un nombre est toujours positif ou nul, établir que la fonction f est minorée par -4 .
 - c. Déterminer le signe de la fonction f sur \mathbb{R} .
 - d. Résoudre l'inéquation : $f(x) \geq 5$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = 6x^2 - 9x - 6$$

1. a. Montrer que l'expression de $f(x)$ peut s'écrire :

$$f(x) = 6 \left[\left(x - \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{25}{16} \right]$$
- b. En déduire que la fonction f est minorée par $-\frac{75}{8}$.
- c. Soit a et b deux nombres réels, établir l'implication suivante :

$$a < b < \frac{3}{4} \implies f(a) > f(b)$$

(Cette implication établit que, sur $]-\infty; \frac{3}{4}]$, la fonction f est décroissante.)
2. a. Déduire de la question 1. a. la factorisation suivante :

$$f(x) = 6 \left(x + \frac{1}{2} \right) (x - 2)$$
- b. Donner les antécédents de 0 par la fonction f .
- c. Déterminer la partie de \mathbb{R} sur laquelle la fonction f est strictement positive.

Exercice 3

Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a. $2x^2 + 8x - 6$ | b. $3x^2 + 3x + 6$ |
| c. $9x^2 + 18x + 27$ | d. $5x^2 + 10x + 2$ |
| e. $2x^2 + 5x - 4$ | f. $\sqrt{2}x^2 - 3x + 1$ |

Exercice 4

On définit la fonction f sur \mathbb{R} dont l'image de $x \in \mathbb{R}$ est définie par la relation :

$$f(x) = 8x^2 - 2x + 1$$

1. Donner la forme canonique de la fonction f .

2. Etablir que la fonction f est minorée par $\frac{7}{8}$.

3. a. Etablir, sans justification, le tableau de variation de la fonction f .
- b. En déduire que la fonction f n'admet pas de zéro sur \mathbb{R} .

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| a. $x^2 + 4x - 5 = 0$ | b. $2x^2 - 13x + 15 = 0$ |
| c. $x^2 + x + 1 = 0$ | d. $x^2 + 5x + 2 = 0$ |
| e. $-3x^2 + 6x - 2 = 0$ | f. $3x^2 - 2x + 1 = 0$ |

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|---|--------------------------|
| a. $3x^2 - 5x + 6 = 0$ | b. $3x^2 - 24x + 48 = 0$ |
| c. $x(x - 2)(x + 1) = (x - 2)(-7 - 3x)$ | |

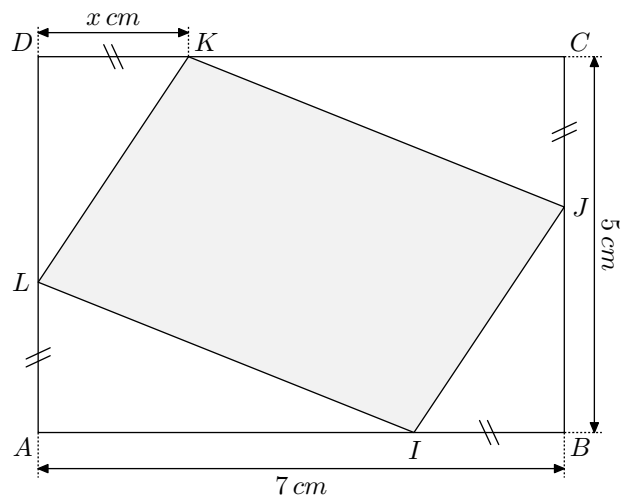
Exercice 7

Déterminer les racines, sous forme simplifiée, des polynômes suivants :

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a. $2x^2 - 3x - 9$ | b. $5x^2 - 8x + 5$ |
| c. $2x^2 - 8x + 8$ | d. $x^2 + 2x - 1$ |

Exercice 8

On considère la figure ci-dessous :



Quel doit-être la valeur de x pour que la figure grisée ait une aire de 25 cm^2 ?

Exercice 9

Factoriser les expressions suivantes :

- | | |
|--------------------|---------------------|
| a. $5x^2 - x - 4$ | b. $-2x^2 - 3x - 1$ |
| c. $-x^2 + 2x - 1$ | d. $4x^2 + x - 3$ |
| e. $4x^2 + 4x - 5$ | f. $x^2 - 2x - 4$ |

Exercice 10

1. Factoriser les expressions suivantes :

- | | |
|--------------------|----------------------|
| a. $2x^2 - 3x - 2$ | b. $12x^2 - 12x + 3$ |
|--------------------|----------------------|

2. Simplifier la fraction rationnelle suivante :

$$\frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - 3x - 2}$$

Exercice 11

Simplifiez l'expression des fractions rationnelles ci-dessous :

a. $\frac{3x - 1}{3x^2 + 2x - 1}$ b. $\frac{6x^2 - 5x + 1}{1 - 4x^2}$

c. $\frac{3x^2 - 6x - 6}{x^2 - (\sqrt{3} + 2)x + (\sqrt{3} + 1)}$

Exercice 12

On considère la fonction polynôme P de degré 3 définie par :

$$P(x) = 3x^3 + x^2 - 8x + 4$$

1. Déterminer les valeurs de a , b , c tel que :

$$P(x) = (x + 2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$$

2. En déduire l'ensemble des zéros du polynôme P .

Exercice 13

Etablir le tableau de signes des polynômes du second degré suivant :

a. $x^2 + 3x + 4$ b. $-8x^2 + 32x + 32$

c. $4x^2 + 3x - 10$ d. $-5x^2 - 3x - 1$

e. $4x^2 - 16x + 16$ f. $2x^2 + 11x + 5$

Exercice 14

1. a. Etablir que le polynôme $P(x) = 2x^2 - x + 1$ est strictement positif sur \mathbb{R} .

- b. En déduire le signe du polynôme :

$$Q(x) = (2x^2 - x + 1)^2 + 3 \cdot (2x^2 - x + 1) + 1$$

2. Justifier que l'équation ci-dessous n'admet aucune solution :

$$4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 5 = 0$$

Exercice 15

On considère le polynôme du troisième degré :

$$\mathcal{P} = 3x^3 + 5x^2 - 5x + 1$$

On sait que le polynôme P admet une factorisation de la forme :

$$\mathcal{P} = (3x - 1)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$$

1. Déterminer les valeurs de a , b , c vérifiant cette factorisation.

2. En déduire l'ensemble des racines du polynôme \mathcal{P} .

3. Dresser le tableau de signe de \mathcal{P} .