$$f : x \longmapsto \sqrt{x}\big(-5x^2 - 5x - 1\big) + \frac{1}{2}$$

$$f : x \longmapsto \sqrt{x}\left(- 5x^2 - 5x - 1\right) + \frac{1}{2}$$

Le second facteur du premier terme est défini sur $\mathbb{R}$

$$f : x \longmapsto \sqrt{x}\big(-5x^2 - 5x - 1\big) + \frac{1}{2}$$

Le second facteur du premier terme est défini sur $\mathbb{R}$ alors que le premier facteur, la racine carrée, n'est définie que sur $\mathbb{R}_+$:

$$f : x \longmapsto \sqrt{x}\big(-5x^2 - 5x - 1\big) + \frac{1}{2}$$

Le second facteur du premier terme est défini sur $\mathbb{R}$ alors que le premier facteur, la racine carrée, n'est définie que sur $\mathbb{R}_+$:

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}_+$$

On a :

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) + k$$

On a :

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) + k$$

où $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = -5x^2 - 5x - 1.$

On a :

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) + k$$

où $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = -5x^2 - 5x - 1$.

On en déduit l'expression de la fonction dérivée :

$$f = u' \cdot v + u \cdot v'$$

On a :

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) + k$$

où $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = -5x^2 - 5x - 1.$

On en déduit l'expression de la fonction dérivée :

$$f = u' \cdot v + u \cdot v'$$

où $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et $v'(x) = -10x - 5$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Big(- 5x^2 - 5x - 1\Big) + \sqrt{x}\Big(- 10x - 5\Big)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Big(- 5x^2 - 5x - 1\Big) + \sqrt{x}\Big(- 10x - 5\Big)$$

$$= \frac{-5x^2 - 5x - 1 + 2\left(\sqrt{x}\right)^2\Big(- 10x - 5\Big)}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\big(-5x^2 - 5x - 1\big) + \sqrt{x}\big(-10x - 5\big)$$

$$= \frac{-5x^2 - 5x - 1 + 2\big(\sqrt{x}\big)^2\big(-10x - 5\big)}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{-5x^2 - 5x - 1 + \big(-20x^2 - 10x\big)}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Big(-5x^2 - 5x - 1\Big) + \sqrt{x}\Big(-10x - 5\Big)$$

$$= \frac{-5x^2 - 5x - 1 + 2\big(\sqrt{x}\big)^2\Big(-10x - 5\Big)}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{-5x^2 - 5x - 1 + \Big(-20x^2 - 10x\Big)}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{-25x^2 - 15x - 1}{2\sqrt{x}}$$

Le dénominateur est positif, le signe du quotient ne dépend que de son numérateur.

Le dénominateur est positif, le signe du quotient ne dépend que de son numérateur.

$$-25x^2 - 15x - 1$$

Le dénominateur est positif, le signe du quotient ne dépend que de son numérateur.

$$-25x^2 - 15x - 1$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-15)^2 - 4(-25) \times (-1)$
$0 = 225 - 100 = 125$

Le dénominateur est positif, le signe du quotient ne dépend que de son numérateur.

$$-25x^2 - 15x - 1$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-15)^2 - 4(-25) \times (-1)$
$0 = 225 - 100 = 125$

Le discriminant de ce polynôme étant positif, il admet deux racines :

Le dénominateur est positif, le signe du quotient ne dépend que de son numérateur.

$$-25x^2 - 15x - 1$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-15)^2 - 4(-25) \times (-1)$
$0 = 225 - 100 = 125$

Le discriminant de ce polynôme étant positif, il admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{15 - 5\sqrt{5}}{-50} = \frac{-3 + \sqrt{5}}{10}$$

Le dénominateur est positif, le signe du quotient ne dépend que de son numérateur.

$$-25x^2 - 15x - 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-15)^2 - 4(-25) \times (-1)$$
$$0 = 225 - 100 = 125$$

Le discriminant de ce polynôme étant positif, il admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{15 - 5\sqrt{5}}{-50} = \frac{-3 + \sqrt{5}}{10}$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{15 + 5\sqrt{5}}{-50} = \frac{-3 - \sqrt{5}}{10}$$

Le coefficient du terme du second degré étant nul, on obtient le tableau suivant de la fonction dérivée :

Le coefficient du terme du second degré étant nul, on obtient le tableau suivant de la fonction dérivée :

x	$-\infty$	$\frac{-3-\sqrt{5}}{10}$	$\frac{-3+\sqrt{5}}{10}$	0	$+\infty$
$-25x^2-15x-1$	$-$	$+$	$-$	$-$	
f'				$-$	

Le coefficient du terme du second degré étant nul, on obtient le tableau suivant de la fonction dérivée :

x	$-\infty$	$\frac{-3-\sqrt{5}}{10}$	$\frac{-3+\sqrt{5}}{10}$	0	$+\infty$
$-25x^2-15x-1$	$-$	$+$	$-$	$-$	
f'				$-$	

On a la limite suivante :

$$\lim_{x \mapsto +\infty} f(x) = \lim_{x \mapsto +\infty} \sqrt{x}\big(-5x^2 - 5x - 1\big) + \frac{1}{2}$$

Le coefficient du terme du second degré étant nul, on obtient le tableau suivant de la fonction dérivée :

x	$-\infty$	$\frac{-3-\sqrt{5}}{10}$	$\frac{-3+\sqrt{5}}{10}$	0	$+\infty$
$-25x^2-15x-1$	$-$	$+$	$-$	$-$	
f'				$-$	

On a la limite suivante :

$$\lim_{x \mapsto +\infty} f(x) = \lim_{x \mapsto +\infty} \sqrt{x}\Big(-5x^2 - 5x - 1\Big) + \frac{1}{2} = -\infty$$

On obtient le tableau de variation suivant :

x	0		$+\infty$
Variation de f	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

On en déduit que cette fonction ne s'annule qu'une fois puisqu'elle strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+$; sa courbe n'interceptera l'axe des abscisses qu'en un seul point

Le calcul sur les valeurs approchées permettent d'écrire :

$$f\left(\frac{1}{10}\right) \simeq 0,0098 \quad ; \quad f\left(\frac{15}{100}\right) \simeq -0,22$$