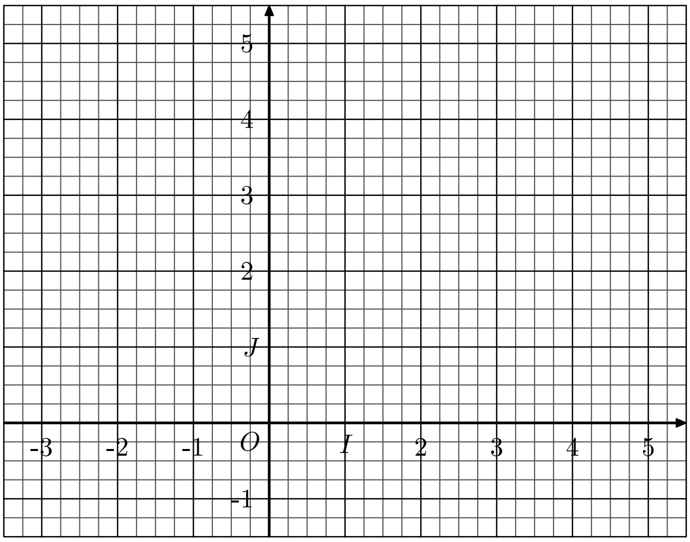
## Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.




On considère les points $A$, $B$ et $C$ définis par :

$A(-3\,;1)$ ; $B(4\,;-1)$ ; $C(1\,;3)$

1. Déterminer les coordonnées du point $I$ milieu du segment $[BC]$.

2. Soit $J$ l'image du point $A$ par la symétrie centrale de centre $C$.

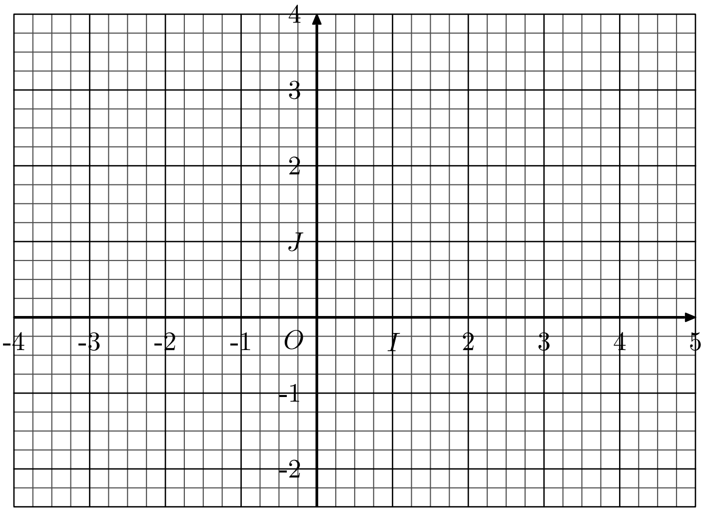
   a. Donner une relation vectorielle vérifiée par les points $A$, $C$ et $J$

   b. Déterminer les coordonnées du point $J$.

3. Déterminer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$

## Exercice 2

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.




1. On rappelle la formule de la distance entre deux points :

   $$PQ = \sqrt{\left(x_Q - x_P\right)^2 + \left(y_Q - y_P\right)^2}$$

   On considère les trois points du plan $A$, $B$ et $C$ de coordonnées :

   $A(-3\,;2)$ ; $B(-2\,;-2)$ ; $C(2\,;-1)$

   a. Déterminer les distances $AB$, $AC$ et $BC$.

   b. Etablir que le triangle $ABC$ est un triangle rectangle.

2. Soit $\overrightarrow{u}\,(x\,;y)$ un vecteur, on définit la norme du vecteur $\overrightarrow{u}$ comme le nombre $\|\overrightarrow{u}\|$ défini par :

   $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

   On considère les deux points $E$ et $F$ de coordonnées :

   $E(-1\,;2)$ ; $G(4\,;3)$

   et les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ de coordonnées :

   $\overrightarrow{u}\,(4\,;-1)$ ; $\overrightarrow{v}\,(1\,;2)$

   a. Déterminer les normes des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

   b. Déterminer les coordonnées des points $F$ et $H$ vérifiant les deux égalités vectorielles :

   $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{u}$ ; $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{v}$

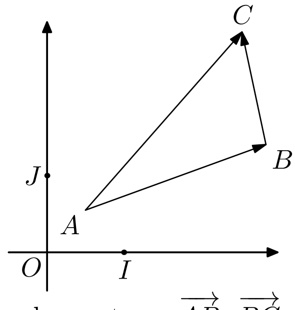
   c. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ à l'aide des points $E$, $F$ et $G$ ?

   d. Le triangle $EFG$ est-il rectangle ?

## Exercice 3

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et trois points $A$, $B$, $C$ du plan.
On ne connait pas les coordonnées des points $A$ et $B$ mais on note :

$\overrightarrow{AB}(x\,;y)$ ; $\overrightarrow{BC}(x'\,;y')$




1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

2. Exprimer la longueur de chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $x$, $x'$, $y$, $y'$. Elles se notent respectivement $\|\overrightarrow{AB}\|$, $\|\overrightarrow{BC}\|$, $\|\overrightarrow{AC}\|$.

3. Donner une condition nécessaire et suffisante pour que les droites $(AB)$ et $(BC)$ soient perpendiculaires.

## Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les quatre points suivants :

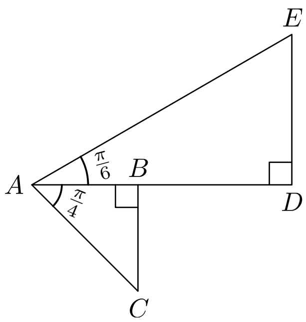
$A(-3\,;2)$ ; $B(-2\,;-2)$ ; $C(2\,;-1)$ ; $D(1\,;3)$

1. Déterminer la valeur de $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$

2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

## Exercice 5

On considère la figure ci-dessous où : $AE=4\,cm$ et $AC=2\,cm$




1. On considère le repère orthonormé, orienté dans le sens direct, dont l'unité mesure $1\,cm$, et dont l'axe des abscisses est la droite $(AD)$.

   a. Montrer que $E(2\sqrt{3}\,;2)$

   b. Déterminer les coordonnées des autres points de cette figure.

2. Déterminer la valeur des produits scalaires ci-dessous :

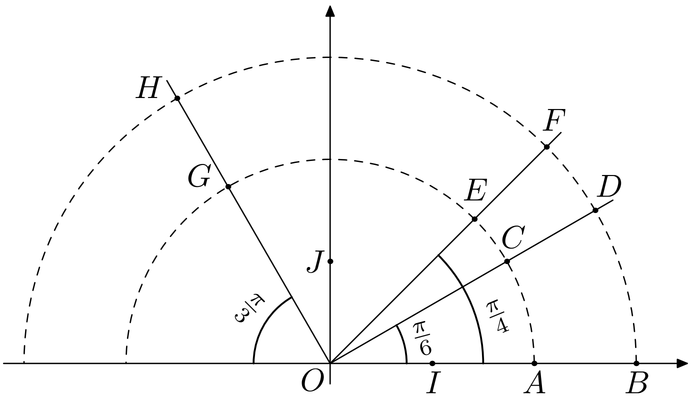
   a. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ b. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$ c. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

3. Comment s'appelle le point $D$ relativement au point $E$ ?
   Comment s'appelle le point $B$ relativement au point $C$ ?

## Exercice 6

On considère le repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :




Deux demi-cercles sont tracés : $OA = 2\,cm$ et $OB = 3\,cm$

1. Déterminer les coordonnées des points figurants sur cette figure.

2. Déterminer la valeur des produits scalaires suivants :

   a. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$ b. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD}$

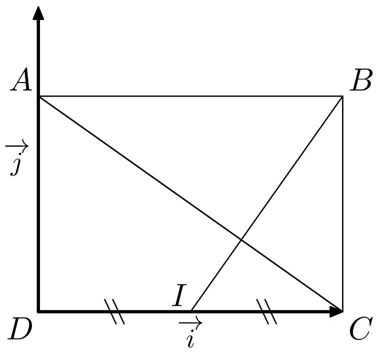
   c. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OE}$ d. $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OG}$

## Exercice 7*

Soit $a$ un nombre réel positif. On considère le rectangle $ABCD$ tel que :

$$AB = a \quad ; \quad AD = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

On note $I$ le milieu de $[CD]$. Une représentation est donnée ci-dessous :




On considère le plan munit d'un repère orthonormé $(D\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ dans le sens direct où $\overrightarrow{i} = \overrightarrow{DC}$ :

1. Déterminer les coordonnées des différents points de cette figure.

2. En déduire que les droites $(AC)$ et $(IB)$ sont perpendiculaires.

*Question subsidiaire :* reprendre la question 2. sans utiliser les coordonnées des points.

## Exercice 8*

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les trois points suivants ainsi que leurs coordonnées dans ce repère :

$$A(3\,;2) \quad ; \quad B(5\,;-1) \quad ; \quad C(-2\,;3)$$

1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

2. Donner les valeurs des produits scalaires suivants :

   $$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} \quad ; \quad \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AC}$$

3. Calculer les distances $AB$, $AC$ et $BC$.

4. Déterminer la mesure des 3 angles $ABC$.

## Exercice 9

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ :

1. Soit $A$, $B$, $C$ trois points du plan de coordonnées respective $(-2\,;3)$, $(1\,;-4)$ et $(0\,;-2)$

   a. Déterminer les valeurs de $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$, $\|\overrightarrow{BA}\|$ et $\|\overrightarrow{BC}\|$.

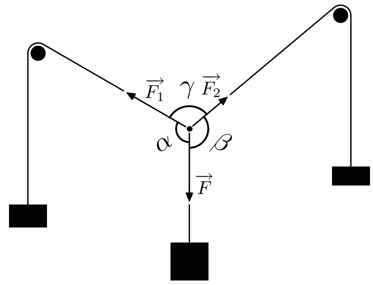
   b. En déduire la mesure de l'angle géométrique $\widehat{ABC}$ au centième près de degrés.

   c. A l'aide d'un dessin à main levé, donner une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$.

2. Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{DF}\right)$ où $D(3\,;5)$, $E(-1\,;0)$, $F(2\,;4)$ au centième de degré près.

## Exercice 10

Le schéma ci-dessous représente un système de poulis à l'équilibre. Chacun des poids exercice sur le noeud proportionnellement à son poids.




On donne les informations suivantes :

$$\left\|\overrightarrow{F_1}\right\| = 8\,N \quad ; \quad \left\|\overrightarrow{F_2}\right\| = 6\,N \quad ; \quad \left\|\overrightarrow{F}\right\| = 12\,N$$

On note $R$ la résultante de toutes ces forces :

$$R = \overrightarrow{F} + \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$$

1. Déterminer en fonction de $alpha$, $\beta$ et $\gamma$ les trois produits scalaires suivants :

   $$\overrightarrow{R}\cdot\overrightarrow{F_1} \quad ; \quad \overrightarrow{R}\cdot\overrightarrow{F_2} \quad ; \quad \overrightarrow{R}\cdot\overrightarrow{F}$$

2. On suppose maintenant que ce système est en position d'équilibre, ainsi on a $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{0}$

   a. Montrer que les mesures des angles vérifient le système suivant :

   $$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 4\cdot\cos\alpha & + & 3\cdot\cos\beta & & & + & 6 = 0 \\ 6\cdot\cos\alpha & & & + & 3\cdot\cos\gamma & + & 4 = 0 \\ & & 6\cdot\cos\beta & + & 4\cdot\cos\gamma & + & 3 = 0 \end{array}\right.$$

   b. En déduire les valeurs de $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ pour la position d'équilibre.