Exercice 1

Un tournoi d'échec affronte deux équipes contenant chacune un homme et une femme. Une partie oppose une personne de chaque équipe.

On choisi au hasard une personne de chaque équipe pour s'affronter au cours d'une partie. On considère les trois évènements qui "*omposent*" l'univers des possibilités :

- A : "*Deux hommes s'affrontent dans cette partie*"
- B : "*Deux femmes s'affrontent dans cette partie*"
- C : "*Un homme et une femme s'affrontent dans cette partie*"

1. Conjecturer la probabilité de chacun de ces évènements.
2. On utilise la notation suivante pour désigner la composition de chaque groupe :
   $\mathcal{G}_1 = \{H_1\,;\,F_1\} \quad ; \quad \mathcal{G}_2 = \{H_2\,;\,F_2\}$
   a. Décrire toutes les parties organisables lors de ce tournoi.
   b. Donner la probabilité des évènements A, B et C.

Exercice 2

Après étude d'un dés truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6, on obtient la loi de probabilité suivante :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,2	0,15	0,12	0,17	0,08	0,28

Déterminer les probabilités de chacun des éléments suivants :

1. A : "*Le résultat est supérieur ou égal à 4*".
2. B : "*Le résultat est un nombre impair*".
3. C : "*Le résultat est un nombre pair*".

Exercice 3

On lance deux dés équilibrés. Déterminer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

1. Evénement A : "*on obtient un 6 et un 2*" ;
2. Evénement B : "*la somme obtenu est strictement supérieure à 8*" ;
3. Evénement C : "*les deux nombres obtenus sont pairs*".

Exercice 4

Une expérience aléatoire consiste à lancer deux dés, rouge et bleu, à six faces sumultanément et à considérer la somme obtenue par ces deux dés. On suppose les dés parfaitement équilibrés.

Bleu / Rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

1. Décrire l'univers des issues possibles.
2. a. Compléter le tableau ci-dessous :
   a. Déterminer la loi de probabilité associée à cette expérience aléatoire.

Exercice 5

On considère une urne contenant 11 boules. Certaines sont rondes, d'autres carrés. Certaines sont blanches, d'autres sont rayés. Elles sont représentés ci-dessous :

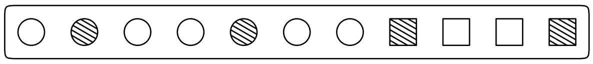
On suppose qu'en appuyant sur un bouton, les boules sortent au hasard de l'urne. On vient de constituer une expérience aléatoire suivant la loi d'équiprobabilité.

On associe un gain à chacune des boules de la manière suivante :

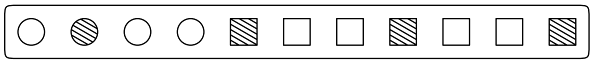
- Une boule rapporte 1 € alors qu'un carré rapporte 2 €.
- De plus, si l'élément est rayé, le gain est augmenté de 1 €.

Cette association d'une valeur à chaque évènement élémentaire constitue une variable aléatoire. Notons la $\mathcal{X}$.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



2. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



Exercice 6

Une urne contient quatre boules bleues numérotées de 1 à 4, trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et deux boules vertes numérotées de 1 à 2.

1. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chacune des boules le numéro inscrit sur celui-ci.
   Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
2. Au tirage d'une boule dans cette urne, on associe les règles de jeu suivantes :
   - Si la boule tirée est bleu et porte un entier pair, le joueur gagne 2 €.
   - Si la boule tirée n'est pas bleu et porte un entier pair, le joueur gagne 3 €.
   - Sinon le joueur ne gagne rien.

   On note $\mathcal{Y}$ la variable aléatoire qui associe au tirage d'une boule le gain obtenu.

   Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{Y}$.

Exercice 7

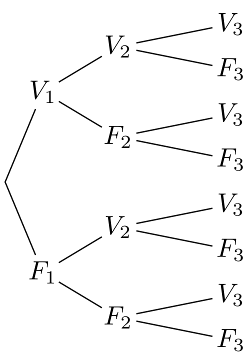
Dans une jeu basée sur une expérience aléatoire, la variable aléatoire $\mathcal{X}$ mesure le gain réalisé par le participant. Le tableau suivant présente la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$:

x	0	1	2	3	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x)$	0,34	0,3	0,19	0,15	0,02

1. Déterminer les probabilités suivantes :
   $\mathcal{P}(\mathcal{X}<3) \quad ; \quad \mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 3) \quad ; \quad \mathcal{P}(2\leqslant\mathcal{X}<5)$
2. Déterminer l'espérance de cette variable aléatoire.

Exercice 8

Un QCM *(questionnaire à choix multiples)* est proposé à des élèves : il comporte trois questions et pour chacune de ces questions, quatre réponses sont proposées dont une seule est juste.
On souhaite étudier le pourcentage de réussite à ce QCM si les élèves y répondent complétement de réponse aléatoire ; on suppose alors que les réponses données à chacune des questions sont indépendantes entre elles.



On note :

- F_i : "*La réponse fournit à la question i est fausse*" ;
- V_i : "*La réponse fournit à la question i est vraie*" ;

1. Compléter l'arbre pondéré présenté ci-dessus.
2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire comptant le nombre de bonnes réponses fournies au QCM.
   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Calculer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 9

En fin d'année l'association des élèves d'un lycée organise une tombola : 100 tickets sont mis en vente à 10 euros l'unité.

Voici les différents tickets gagnants :

- 2 tickets gagnet 50 € ;
- 10 tickets gagnent 20 € ;
- 20 tickets gagnent 10 €.

1. Quelle est la somme des gains de cette tombola ?
2. Déterminer les probabilités des événements suivants :
   - A : "*le ticket ne gagne rien*" ;
   - B : "*le ticket gagne 10 €*" ;
   - C : "*le ticket gagne 20 €*" ;
   - D : "*le ticket gagne 50 €*" ;
3. On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui associe à chaque ticket la valeur du ticket gagnant :
   a. Déterminer l'espérance $E(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Déterminer la variance $V(\mathcal{X})$ et l'écart type $\sigma(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$. *(on arrondira les valeurs au dixième près)*.

Exercice 10

Un jeu consiste à tirer une carte dans un jeu de 32 cartes. On associe à chaque carte un gain :

- Le Roi de Coeur rapporte 5 €.
- Une autre figure de Coeur rapporte 3 €.
- Une autre figure rapporte 1 €.
- Les autres cartes ne font pas gagner.

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

On modélise le gain de ce jeu par la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

1. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
2. a. Déterminer la valeur exacte de l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Si la mise d'une partie est de 1 €, ce jeu est-il favorable ou défavorable à l'organisateur.
3. Déterminer la variance et l'écart type de la variable aléatoire $\mathcal{X}$ arrondie au centième près.

Exercice 11

Une fabrique de chocolats construit dans l'année des boîtes de chocolats dont 50 % avec du chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs.

70 % des boîtes présentent des chocolats natures alors que les autres boîtes contiennent des chocolats sont fourrés de caramel. Ces proportions sont indépendantes du chocolat utilisé pour confectionner la boite.

On considère les évènements :

- L : "*le chocolat au lait est utilisé*" ;
- N : "*le chocolat noir est utilisé*" ;
- B : "*le chocolat blanc est utilisé*" ;
- Na : "*les chocolats sont natures*" ;
- C : "*les chocolats sont fourrés au caramel*" ;

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Dresser l'arbre pondéré associé à cette situation.
2. On choisit en sortie d'usine, au hasard, une boite produite. Déterminer les probabilités des évènemnts suivants :
   a. "*la boite contient des chocolats noir et nature*"
   b. "*la boite contient des chocolats noir ou nature*"
3. L'entreprise fixe les prix des boîtes de la manière suivante :
   - le prix de base d'une boîte de chocolat est de 9 € ;
   - si le chocolat utilisé est le chocolat noir alors le prix est majoré de 4 € ;
   - si le chocolat utilisé est le chocolat blanc alors le prix est majoré de 2 € ;
   - si les chocolats sont fourrés au caramel, le prix de la boîte augmente de 2 €.

   La variable aléatoire $\mathcal{X}$ associe à boîte produit par l'usine son prix de ventre.

   a. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité associée à la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$ arrondi au dixième près.

