2nd degré - Fiche d'exercices 2

Exercice 1

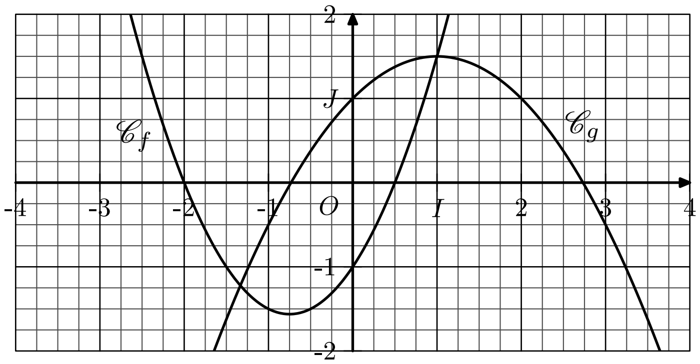
On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y=x^2-x-10$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y=2x-1$.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$.
2. Donner les valeurs de x pour lesquelles le point d'abscisse de $\mathcal{P}$ se trouve au dessus du point, de même abscisse, de $\mathcal{D}$.

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies par :

$$f(x)=x^2+\frac{3}{2}\cdot x-1 \quad ; \quad g(x)=-\frac{1}{2}\cdot x^2+x+1$$



On répondra algébriquement aux questions ci-dessous :

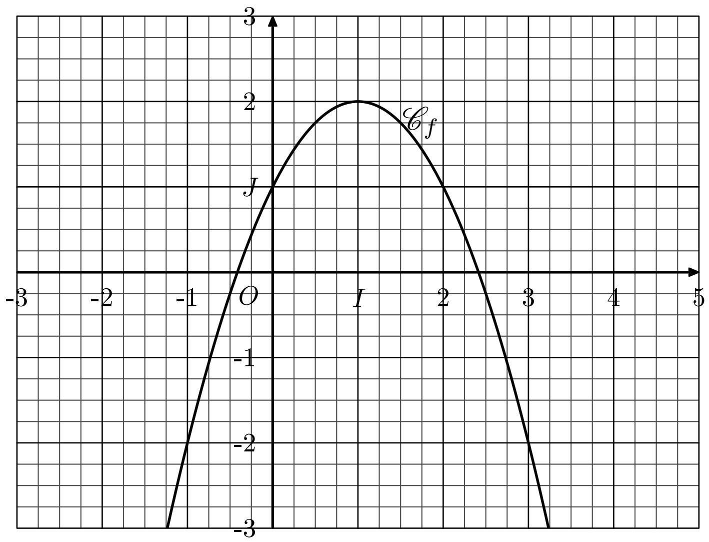
1. Déterminer les zéros des fonctions f et g.
2. Déterminer, algébriquement, la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x)=-x^2+2x+1$$

Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



1. Déterminer les zéros de la fonction f.
2. On considère la fonction affine g définie par la relation :

   $$g(x)=-\frac{1}{2}\cdot x-\frac{1}{2}$$

   a. Tracer dans le repère ci-dessous la droite (d) représentative de la fonction g.

   b. Algébriquement, étudier les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$

Exercice 4

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $2x^2-8x+2\geqslant 0$

b. $\dfrac{3x^2-5x+2}{-3x^2+4x-2}\leqslant 0$

c. $\dfrac{2x-5}{2x-1}<\dfrac{x+1}{x+3}$

Exercice 5

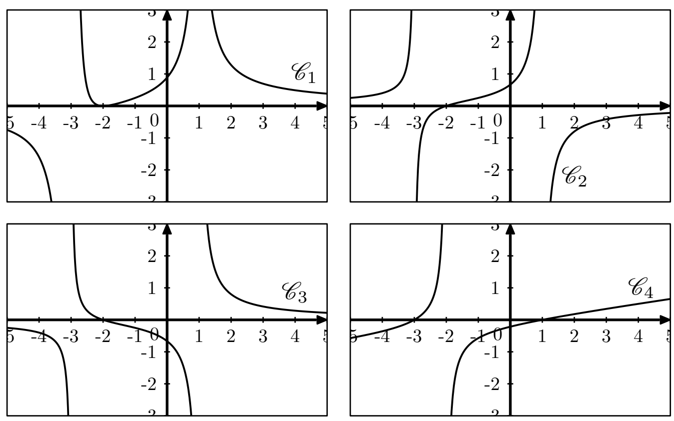
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{-3x^2+4x+4}{5x^2+x-4}\geqslant 0$

Exercice 6

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par la relation :

$$f(x)=\frac{x+2}{x^2+2x-3}$$

1. Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant 0$
2. Parmi les quatre courbes ci-dessous, une seule est la courbe représentative de la fonction f. Laquelle ?



Exercice 7

On considère les deux fonctions f et g définies respectivement ur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ et $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x)=\frac{2\cdot x^2+3\cdot x-3}{x+1} \quad ; \quad g(x)=x-2$$

Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant g(x)$

Exercice 8

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ définies par les relations :

$$f(x)=x^2+x+1 \quad ; \quad g(x)=-2x^2-3x+5$$

1. Etablir le tableau de variation de chacune de ces fonctions.
2. Etablir le tableau de signe de chacune de ces fonctions.

Exercice 9

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x)=\sqrt{-x^2+2x+1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

Exercice 10

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ définie par la relation :

$$f(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{x} + 5$$

1. Dresser le tableau de signe et le tableau de variation du polynôme du second degré :
$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5$$
2. En remarquant que la fontion f est la composée de la fonction inverse avec ce polynôme du second degré, établir que la fonction est décroissante $\left]0\,;\frac{4}{3}\right]$
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f *(ne pas chercher à remplir le tableau avec les valeurs des images.)*

Exercice 11

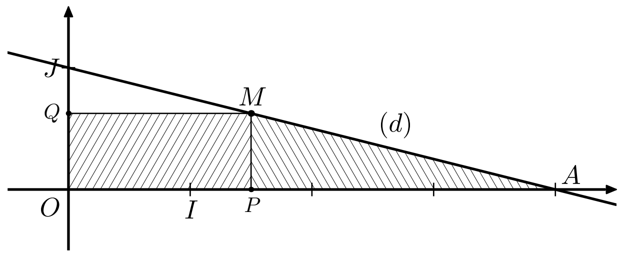
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2 + 2}$$

Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\left[-1\,;+\infty\right[$.

Exercice 12

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$, on considère la droite (d) passant par les points $A\left(4\,;0\right)$ et J.

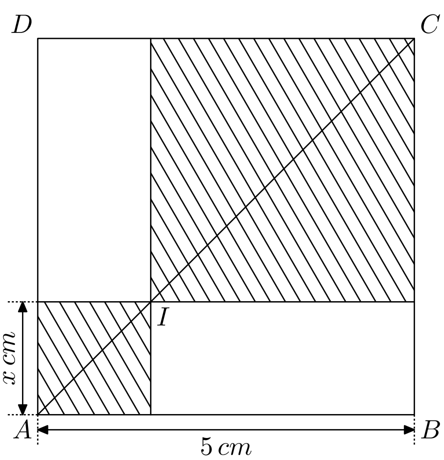


On considère un point M appartenant à la droite (d) et d'abscisse x tel que $x \in \left]0\,;4\right[$.

Déterminer la position du point M sur la droite (d) telle que le rectangle $OPMQ$ et le triangle MPA aient la même aire.

Toute trace de recherche et de prise d'iniatives seront prises en compte au cours de l'évaluation.

Exercice 13



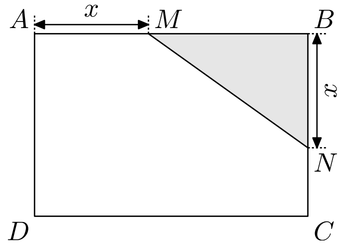
On considère un carré $ABCD$ de 5 centimètres de côté ; un point I appartient à la diagonale $[AC]$, il est repéré comme l'indique la figure ci-dessous par la longueur x :

A partir de ce point I, on construit deux carrés de diagonale respectives $[AI]$ et $[IC]$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle la somme des aires de ces deux carrés vaut les $3/4$ de l'aire du carré $ABCD$.

Exercice 14

Dans cet exercice, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.



On considère un rectangle $ABCD$ dont les dimensions sont données ci-dessous :

$$AB = 6\,m \quad ; \quad AD = 4\,m.$$

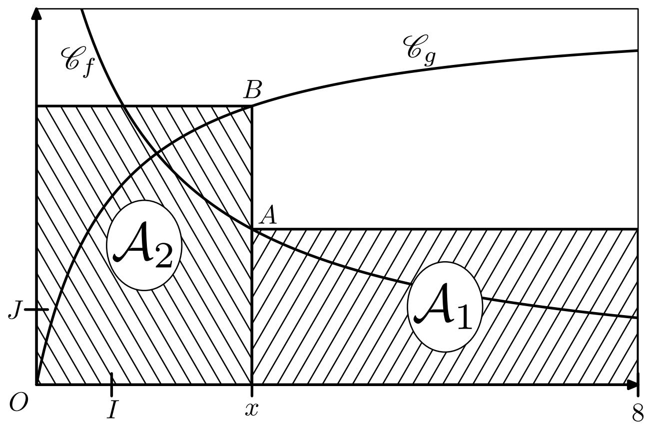
Pour un nombre réel x compris entre 0 et 4, on place les points M et N respectivement sur les côtés $[AB]$ et $[BC]$ tels que : $AM = x \quad ; \quad BN = x$

Déterminer la ou les valeurs possibles de x pour que l'aire du triangle MBN soit égales à $\frac{1}{6}$ de l'aire totale du rectangle $ABCD$.

Exercice 15

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la représentation des deux fonctions f et g dont l'image de x est défini par :

$$f(x) = \frac{8}{x+1} \quad ; \quad g(x) = \frac{-6}{x+1} + 6$$



Le nombre x appartient à l'intervalle $[0\,;8]$. On considère les points A et B d'abscisse x appartenant respectivement aux courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Parallèlement aux axes, on construit deux rectangles représentés ci-dessus ; on note $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ chacune de leurs aires.

1. Déterminer l'expression des aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ en fonction de la valeur de x.
2. Déterminer pour quelles valeurs de x, on a : $\mathcal{A}_2 \geqslant \mathcal{A}_1$