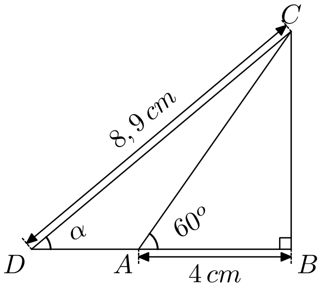
Trigonométire et angles orientés.

Exercice 1

On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :

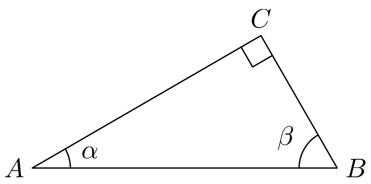


1. Déterminer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au millimètre près.
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$ arrondie au degré près.

Exercice 2

On considère un triangle ABC rectangle en C. On note :

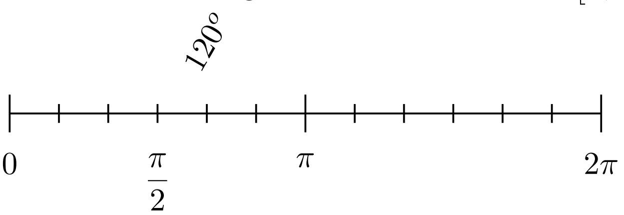
$\alpha = \widehat{CAB}$; $\beta = \widehat{ABC}$

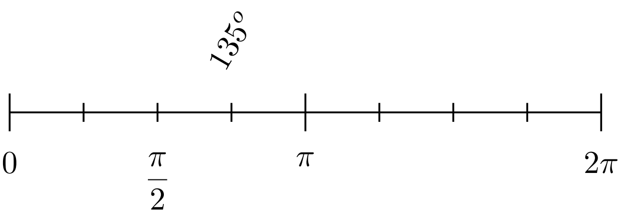


1. Justifier que les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$ sont deux angles complémentaires.
2. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC, exprimer les valeurs de $\cos\alpha$ et $\sin\beta$.
   b. En déduire l'égalité : $\cos\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
3. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC, exprimer les valeurs de $\tan\alpha$ et $\tan\beta$
   b. En déduire l'égalité : $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\tan\alpha}$
4. Etablir l'égalité : $\left(\cos\alpha\right)^2 + \left(\sin\alpha\right)^2 = 1$

Exercice 3

Ci-dessous sont représentées deux droites graduées représentant les mesures d'un angle en radian sur l'intervalle $[0\,;2\pi]$.

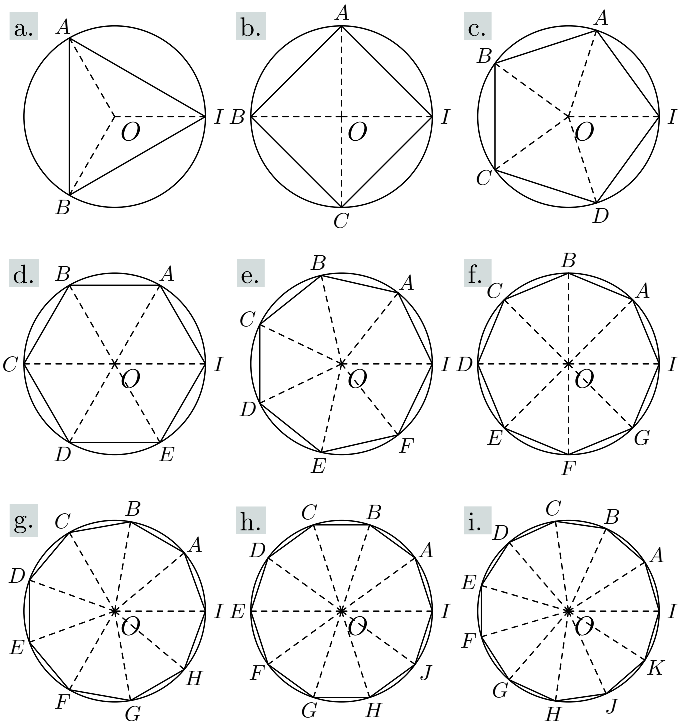
1.


2.


Compléter la graduation du bas *(représentant une mesure d'angle en radian)*, puis compléter les valeurs du haut représentant la conversion correspondante en degré :

Exercice 4

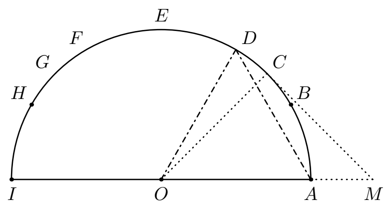
On a représenté ci-dessous les neufs premiers polygones réguliers inscrit dans le cercle trigonométrique.



1. Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones :
2. Nommer chacun de ces polygones.

Exercice 5

On considère la figure ci-dessous, où $\mathscr{C}$ est un demi-cercle de centre O et admettant le segment $[IA]$ pour diamètre :



Les autres points présents sur cette figure appartiennent au demi-cercle $\mathscr{C}$ et vérifient les propriétés suivantes :

- Le triangle OAD est un triangle équilatéral ;
- Le triangle OCM est un triangle rectangle isocèle en C ;
- Le triangle AEO est un triangle rectangle en O ;
- La demi-droite $[OB)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{DOA}$;
- Le point F est le symétrique du point D par rapport à la droite (EO) ;
- Les mesures des angles $\widehat{AOG}$ et $\widehat{AOC}$ sont supplémentaires ;
- Le point H est le point d'intersection du demi-cercle $\mathscr{C}$ avec la droite parallèle à la droite (AI) et passant par le point B.

Donner la mesure exacte des angles ci-dessous en radian :

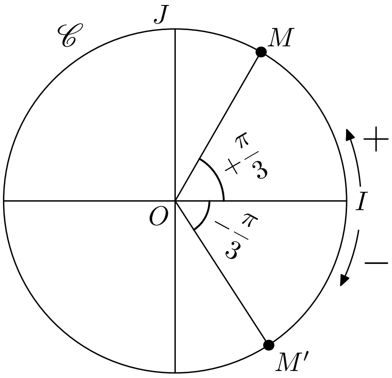
a. $\widehat{AOB}$	b. $\widehat{AOC}$	c. $\widehat{AOD}$	d. $\widehat{AOE}$
e. $\widehat{AOF}$	f. $\widehat{AOG}$	g. $\widehat{AOH}$	h. $\widehat{AOI}$

Exercice 6

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle de centre O et de rayon 1 appelé **cercle trigonométrique**.

Tout point M définit un angle géométrique $\widehat{IOM}$.

Le sens de parcours du cercle trigonométrique permet de caractériser tout point du cercle par son angle géométrique :



- l'angle est positif si l'arc $\widehat{IM}$ est orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- l'angle est négatif si l'arc $\widehat{IM}$ est orienté dans le sens des aiguilles d'une montre.

Dans la représentation ci-dessus :

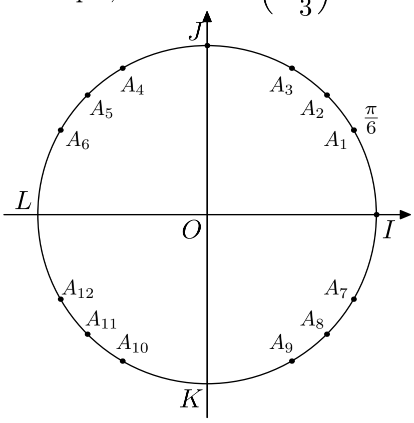
- On a : $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=+\dfrac{\pi}{3}$ rad

  Dans le cercle trigonométrique, on note $M\left(+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

- On a : $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$ rad

  Dans le cercle trigonométrique, on note $M'\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

1. Dans la figure ci-dessous, les points A_i définissent un angle orienté $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OA_i}\right)$ ayant une mesure "*remarquable*".
Pour chacun des points, indiquer la mesure de l'angle associérajouter le signe permettant de repérer chaque point marqué du cercle trigonométrique :



2. Dans le cercle trigonométrique ci-dessus, placer sur cette figure les points N, P, Q, R, S, T réalisant les mesures suivantes :

a. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON}\right)=-\dfrac{\pi}{4}$ rad b. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP}\right)=\dfrac{5\pi}{6}$ rad

c. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OQ}\right)=-\dfrac{2\pi}{3}$ rad d. $\left(\overrightarrow{OK}\,;\overrightarrow{OR}\right)=-\dfrac{\pi}{4}$ rad

e. $\left(\overrightarrow{OK}\,;\overrightarrow{OS}\right)=\dfrac{\pi}{6}$ rad f. $\left(\overrightarrow{OJ}\,;\overrightarrow{OT}\right)=-\dfrac{\pi}{4}$ rad

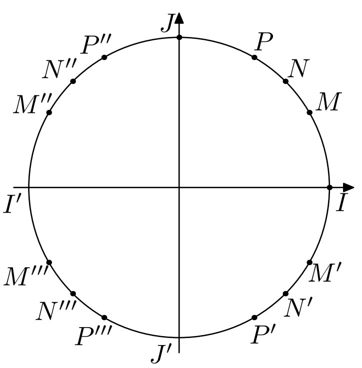
Exercice 7

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous sur lequel est placé plusieurs points :

Les points M, N, P vérifient les mesures suivantes :

$\widehat{IOM}=30^o$; $\widehat{ION}=45^o$

$\widehat{IOP}=60^o$



1. Donner la mesure des angles repérant les points M, N, P en radians.

2. Les points M', N', P' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OI) :

a. Que peut-on dire de $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)$ et $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'}\right)$?

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON'}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP'}\right)$

3. Les points M'', N'' et P'' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OJ) :

a. Que peut-on dire de $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)$ et $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM''}\right)$?

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP''}\right)$

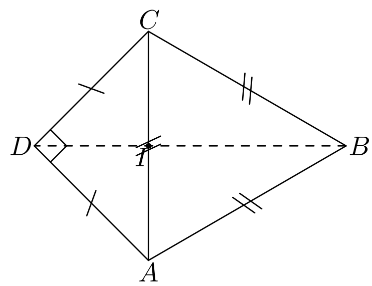
4. Les points M''', N''' et P''' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OJ) :

a. Quelle relation algébrique vérifie les deux angles :
$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'''}\right)$

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP''}\right)$

Exercice 8

On considère le quadrilatère $ABCD$ représenté ci-dessous qui est constitué de deux triangles ABC et ACD respectivement équilatéral et isocèle rectangle en D.

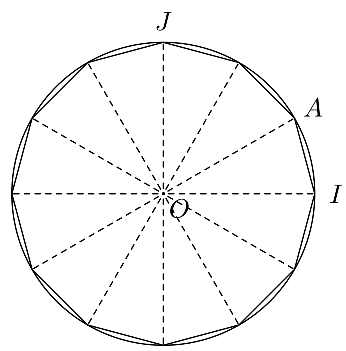


A l'aide des points de cette figure et pour chaque question, donner un angle orienté réalisant les mesures suivantes :

a. $\dfrac{\pi}{3}$ rad b. $-\dfrac{\pi}{4}$ rad c. $-\dfrac{\pi}{6}$ rad d. $\dfrac{7\pi}{12}$ rad

Exercice 9

On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ ci-dessous où est inscrit un dodécagone *(polygone régulier à 12 côtés)*



1. Déterminer la mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OA}\right)$

2. Placer sur le cercle $\mathscr{C}$ les points M, N, P tels que :

a. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=\dfrac{2\pi}{3}$ rad b. $\left(\overrightarrow{OJ}\,;\overrightarrow{ON}\right)=-\dfrac{\pi}{6}$ rad

c. $\left(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OP}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$ rad c. $\left(\overrightarrow{OQ}\,;\overrightarrow{OJ}\right)=-\dfrac{5\pi}{6}$ rad