1- Etude de (u_n)

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :

$$u_n = n^2 - 7x + 1$$

On a :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n	1	-5	-9	-11	-11	-9	-5	1	9	19	31

1- Etude de (u_n)

La fonction f dont l'image de x est définie par la formule :

$$f(x) = x^2 - 7x + 1$$

est un polynôme du second degré dont le coefficient du terme du second degré est positif. De plus, le sommet de la parabole a pour abscisse :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-7}{2 \times 1} = \frac{7}{2}$$

1- Etude de (u_n)

On obtient le tableau de variation suivant :

	$-$		$\frac{7}{2}$		$+$
Variation de		$\searrow$		$\nearrow$	

La fonction f est croissante sur $\left[\dfrac{7}{2}\,;+\infty\right[$.

La suite (u_n) est donc croissante à partir du rang 4.

2- Etude de (v_n)

n	0	1	2	3	4
u_n	2	-3	-13	-183	$-33\,673$

L'étude de la différence de deux termes consécutifs donne :

$$v_{n+1} - v_n = \left(v_n - {v_n}^2 - 1\right) - v_n = -{v_n}^2 - 1 < 0$$

Ainsi, la différence de termes consécutifs de la suite est négatif, on en déduit que la suite (u_n) est décroissante.