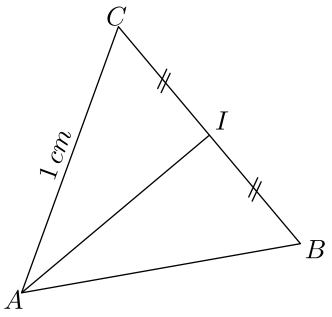
Exercice 1*

Soit ABC un triangle équilatéral dont la mesure des côtés vaut $1\,cm$.
On note I le milieu du segment $[BC]$.



1. Que représente la droite (AI) dans le triangle ABC ?

2. Compléter le tableau ci-dessous :

	$\widehat{CIA}$	$\widehat{CAB}$	$\widehat{CAI}$	$\widehat{IAC}$
Mesure en radian				

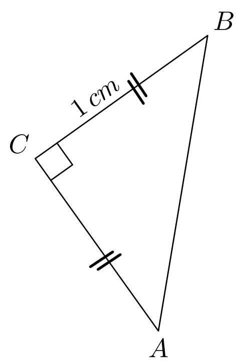
3. a. A l'aide du théorème de Pythagore, démontrer que : $AI = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\,cm$.

   b. Dans le triangle AIC, déterminer le sinus, le cosinus et la tangente des angles $\widehat{IAC}$ et $\widehat{ICA}$. Puis, compléter le tableau suivant :

α	$\frac{\pi}{6}$ rad	$\frac{\pi}{3}$ rad
$\cos\alpha$		
$\sin\alpha$		
$\tan\alpha$		

Exercice 2*

On considère le triangle rectangle-isocèle en C tel que $BC{=}1\,cm$



1. Compléter le tableau suivant :

	$\widehat{ACB}$	$\widehat{CAB}$
Mesure en radian		

2. a. A l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la mesure du côté $[AB]$.

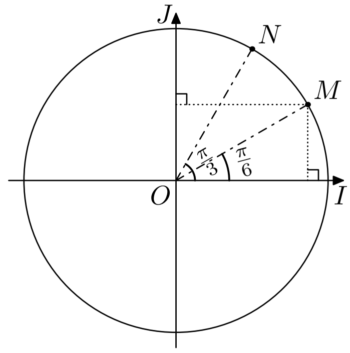
   b. A l'aide du théorème de Pythagore, montrer que : $AB = \sqrt{2}\,cm$.

   c. Dans le triangle rectangle ABC, déterminer le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{CAB}$, puis compléter le tableau suivant :

α	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$
$\frac{\pi}{4}$ rad			

Exercice 3

On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$



1. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point M.

   b. Placer le point M' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point M'. Puis, donner l'angle repérant le point M' dans le cercle $\mathscr{C}$.

   c. Placer le point M'' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point M''. Puis, donner l'angle repérant le point M'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

2. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point N.

   b. Placer le point N' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point N'. Puis, donner l'angle repérant le point N' dans le cercle $\mathscr{C}$.

   c. Placer le point N'' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point N''. Puis, donner l'angle repérant le point N'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 4

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

   a. $A\Big(\dfrac{2\pi}{3}\Big)$ b. $B\Big(-\dfrac{3\pi}{4}\Big)$ c. $C\Big(\dfrac{5\pi}{6}\Big)$

   d. $D\Big(\dfrac{\pi}{4}\Big)$ e. $E\Big(-\dfrac{\pi}{4}\Big)$ f. $F\Big(-\dfrac{\pi}{6}\Big)$

2. Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

Exercice 5

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

   a. $\cos\big(x{-}\pi\big)$ b. $\sin\Big(x{-}\dfrac{\pi}{2}\Big)$

   c. $\sin\Big(x{+}\dfrac{\pi}{2}\Big)$ d. $\cos\Big(x{+}\dfrac{\pi}{2}\Big)$

2. A l'aide de la relation : $\tan x{=}\dfrac{\sin x}{\cos x}$ où $x{\neq}\dfrac{\pi}{2}{+}k{\cdot}\pi$ simplifier les expressions suivantes :

   a. $\tan\big(x{+}\pi\big)$ b. $\tan\Big(\dfrac{\pi}{2}{-}x\Big)$

Exercice 6

1. Etablir l'égalité : $\cos\dfrac{\pi}{6} + \cos\dfrac{5\pi}{6} = 0$

2. Déterminer la valeur des coefficients α et β réalisant l'égalité suivante :

$$2{\cdot}\cos\Big(-\frac{\pi}{7}\Big){+}3{\cdot}\cos\frac{8\pi}{7}{-}2{\cdot}\sin\frac{6\pi}{7}{+}\sin\Big(-\frac{\pi}{7}\Big){=}\alpha{\cdot}\cos\frac{\pi}{7}{+}\beta{\cdot}\sin\frac{\pi}{7}$$

Exercice 7*

Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous :

 BY-NC

a. $\sin\left(3\pi+x\right)$ b. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}-x\right)$

c. $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$

e. $\sin\left(\pi-x\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

f. $3\cdot\sin\left(\pi+x\right)-2\cdot\sin\left(\pi-x\right)+4\cdot\sin\left(x-\pi\right)$

Exercice 8

1. Déterminer les valeurs exactes des expressions ci-dessous :

   a. $\sin\left(\dfrac{7\pi}{3}\right)$ b. $\cos\left(-\dfrac{5\pi}{4}\right)$ c. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)$

2. Exprimer l'expression suivante à l'aide des rapports trigonométriques de $\dfrac{\pi}{5}$:

$$A=2\cdot\cos\frac{4\pi}{5}+3\cdot\sin\frac{6\pi}{5}-4\cdot\sin\frac{3\pi}{10}$$

Exercice 9

1. On donne la valeur exacte ci-dessous :

$$\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}.$$

   a. En utilisant la formule $\left(\cos x\right)+\left(\sin x\right)^2=1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\dfrac{\pi}{8}$.

   b. En déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{5\pi}{8}$ en justifiant votre démarche.

   c. Etablir l'égalité : $\tan\dfrac{\pi}{8}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

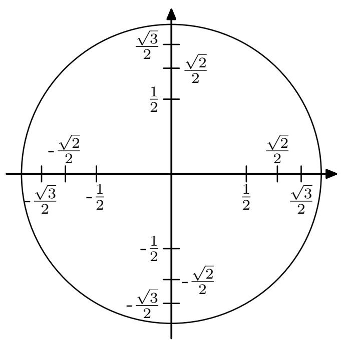
2. On considère l'expression suivante :

$$A=\cos\frac{9\pi}{8}-3\cdot\sin\frac{5\pi}{8}+2\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$$

Déterminer une écriture de l'expression de A en fonction des rapports trigonométriques de l'angle $\dfrac{\pi}{8}$.

Exercice 10

Dans le plan muni d'un repère $\left(O;I;J\right)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points M et M' ayant pour abscisse $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

   b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :

$$\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :

   a. $\sin x=\dfrac{1}{2}$ b. $\cos x=\dfrac{1}{2}$ c. $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante :

$$\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 12

1. Résoudre dans l'ensemble $\left]-\pi;\pi\right]$ des mesures principales, les équations suivantes :

   a. $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\sin x=-\dfrac{1}{2}$

   c. $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ d. $\cos x=-\dfrac{1}{2}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

   a. $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\sin x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

 BY-NC