1- Etude de (u_n)

La différence de deux termes consécutifs de la suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ donne :

$$u_{n+1} - u_n = \Big(-32{\cdot}(n+1) + 102 \Big) - \Big(-32{\cdot}n + 102 \Big)$$

$$= -32{\cdot}n - 32 + 102 + 32{\cdot}n - 102$$

$$= -32$$

Puisque, on a :

$u_{n+1} - u_n < 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$,

La différences de deux termes quelconques de la suite est négatif. On en déduit que la suite $\left(u_n\right)$ est décroissante sur $\mathbb{N}$.

2- Etude de (v_n)

La différence de deux termes consécutifs de la suite $\left(v_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ donne :

$$v_{n+1} - v_n = \sqrt{2(n+1)-1} - \sqrt{2n-1}$$

2- Etude de (v_n)

La différence de deux termes consécutifs de la suite $\left(v_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ donne :

$$v_{n+1}-v_n=\sqrt{2(n+1)-1}-\sqrt{2n-1}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2(n+1)-1}-\sqrt{2n-1}\right)\left(\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n-1}\right)}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n-1}}$$

$$=\frac{\left(2(n+1)-1\right)-\left(2n-1\right)}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n-1}}$$

$$=\frac{2(n+1)-1-2n+1}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n+1}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n+1}}\ >\ 0$$

La suite $\left(v_n\right)$ est une suite croissante sur $\mathbb{N}$ puisque la différence de deux termes consécutifs est toujours positif.

3- Etude de (w_n)

Etudions la différence $w_{n+1} - w_n$:

$$w_{n+1} - w_n = \left(2(n+1) - \frac{25}{n+1}\right) - \left(2n - \frac{25}{n}\right)$$

$$= 2n + 2 - \frac{25}{n+1} - 2n + \frac{25}{n}$$

$$= 2 + \frac{25}{n} - \frac{25}{n+1}$$

$$= 2 + \frac{25(n+1)}{n(n+1)} - \frac{25n}{n(n+1)}$$

$$= 2 + \frac{25(n+1) - 25n}{n(n+1)}$$

$$= 2 + \frac{25}{n(n+1)} \; > \; 0$$

La différence de deux termes de la suite (w_n) étant positif sur $\mathbb{N}$, on en déduit la croissance de cette suite.