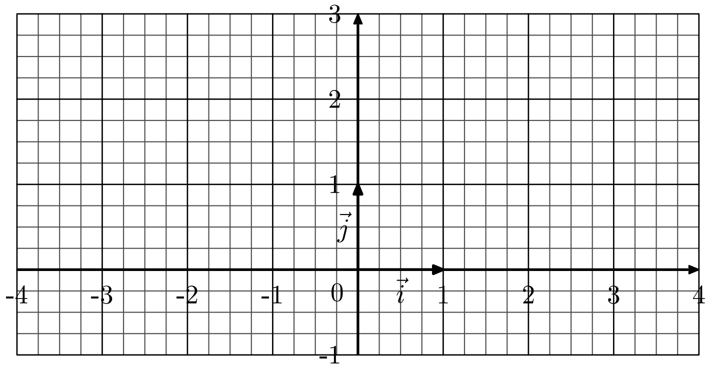
Vecteurs et équations de droites - Fiche d'exercices 4

Exercice 1

On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,\right)$ orthogonal :



et les points A et B de coordonnées : $A\left(-3\,;-\frac{1}{2}\right)$; $B\,(1\,;1)$

1. Tracer la droite (AB) dans le repère ci-dessus.
2. Donner quatre vecteurs directeurs de la droite (AB) dont un, au moins, a des coordonnées entières.

Exercice 2

On considère les fonctions affines f et g définie par la relation :

$f(x) = \frac{3}{2}\cdot x + 2 \quad ; \quad g(x) = -2x + 1$

Dans le plan muni d'un repère, on note (d) et (d') les droites représentatives respectives des fonctions f et g.

1. Donner trois vecteurs directeurs de la droite (d).
2. Donner trois vecteurs directeurs de la droite (d').

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$, on considère la droite (d) admettant pour équation :

$2x - y + 5 = 0$

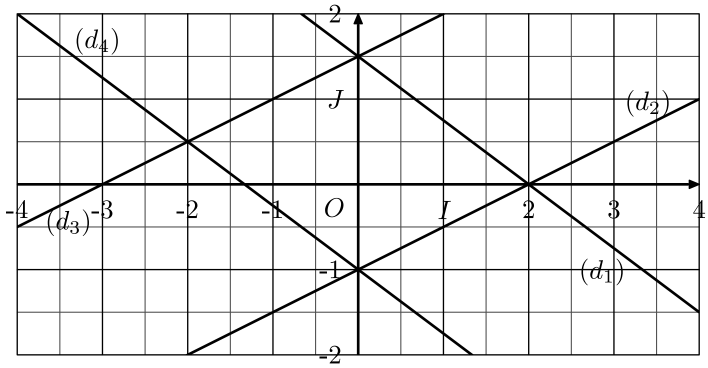
1. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (d) :

   $A\,(1\,;7) \quad ; \quad B\left(-\frac{3}{2}\,;2\right) \quad ; \quad C\,(-4\,;-4)$

2. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (d) ayant pour abscisse 2.
3. Déterminer les coordonnées du point E appartenant à la droite (d) ayant pour ordonnée $-\frac{1}{2}$.

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$, on donne la représentation des quatre droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) ci-dessous :



Associer à chacune des droites ci-dessous une des équations cartésiennes présentées ci-dessous :

(E_1) : $3\cdot x + 4\cdot y + 4 = 0$; (E_2) : $-x + 2\cdot y - 3 = 0$

(E_3) : $\frac{1}{2}\cdot x - y - 1 = 0$; (E_4) : $\frac{3}{4}\cdot x + y - \frac{3}{2} = 0$

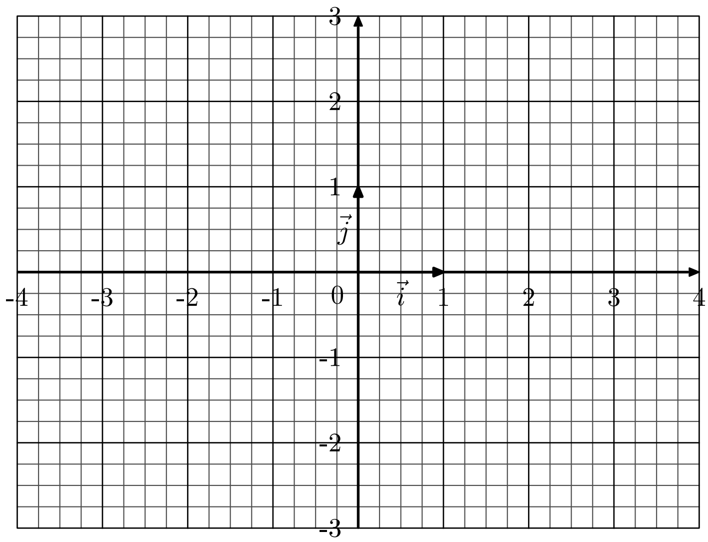
Exercice 5

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$, on considère les quatres droites ci-dessous définies par leur équation cartésienne :

(d_1) : $2x - 3y + 3 = 0$; (d_2) : $-2x - y + 1 = 0$

(d_3) : $4x + 8y - 10 = 0$; (d_4) : $-3x + y + 4 = 0$

1. Pour chacune des droites, donner un point et un vecteur directeur de cette droite.
2. Tracer chacune de ces droites dans le repère ci-dessous :



Exercice 6

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$, on considère les droites ci-dessous :

(d_1): $\sqrt{3}\cdot x - \sqrt{12}\cdot y + \sqrt{10} = 0$

(d_2): $(1+\sqrt{2})\cdot x + \sqrt{3}\cdot y - 1 = 0$

(d_3): $-\sqrt{3}\cdot x - (-1+\sqrt{2})\cdot y + 2 = 0$

(d_4): $(1+\sqrt{2})\cdot x + (1-\sqrt{2})\cdot y - 1 = 0$

1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (d_1) ayant ses coordonnées entières.
2. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur des droites (d_2), (d_3), (d_4) ayant pour abscisse une valeur

entière.

Exercice 7

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatre droites suivantes :

(d_1) : $3{\cdot}x - 2{\cdot}y - 2 = 0$; (d_2) : $-x + 3{\cdot}y + 1 = 0$

(d_3) : $2{\cdot}x + y = 0$; (d_4) : $-2{\cdot}x - 2{\cdot}y + 1 = 0$

1. Donner un vecteur directeur de chacune de ces droites.
2. Donner le coefficient directeur de chacune de ces droites.

Exercice 8

On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\right)$ et les trois droites (d_1), (d_2) et (d_3) d'équations cartésiennes :

(d_1): $4x - 6y + 2 = 0$; (d_2): $x + 2y - 3 = 0$

(d_3): $x - \dfrac{3}{2}{\cdot}y + 2 = 0$

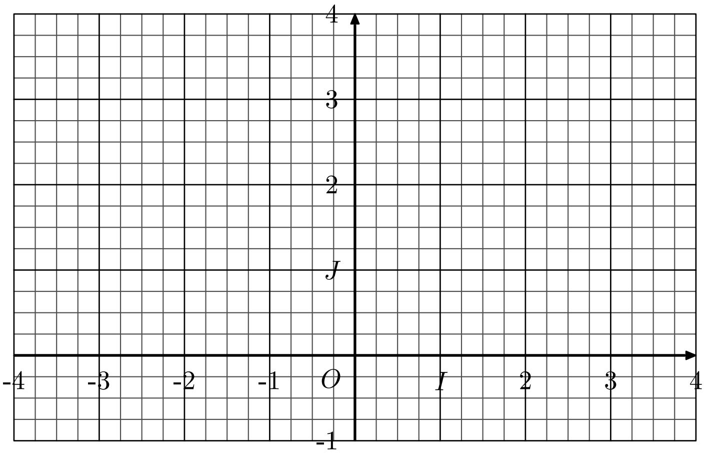
1. Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles entre elles ? Si non, déterminer le point d'intersection de ces deux droites.
2. Les droites (d_1) et (d_3) sont-elles parallèles entre elles ? Si non, déterminer le point d'intersection de ces deux droites.

Exercice 9

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et les deux droites (d_1) et (d_2) admettant pour équations cartésiennes :

(d_1) : $x - 2y + 3 = 0$; (d_2) : $3x + 4y - 13 = 0$

1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur et d'un point de chaque droite.
2. Représenter dans le graphique ci-dessous les deux droites (d_1) et (d_2).



3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites (d_1) et (d_2).

Exercice 10

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\right)$, on considère les trois points suivants :

$A(-3\,;-2)$; $B\,(1\,;1)$; $C\,(-2\,;2)$

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point C et parallèle à la droite (AB).
3. a. Déterminer les coordonnées du point M milieu du segment $[AC]$.

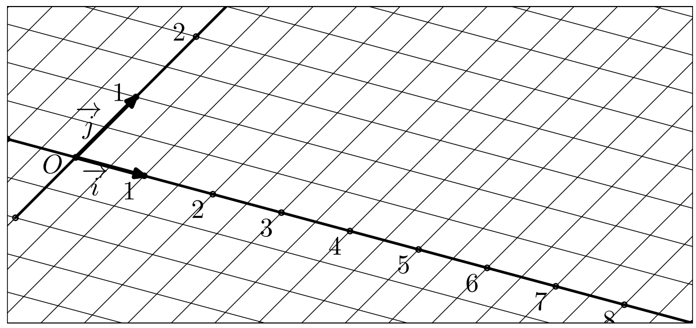
   b. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BM)

   c. Déterminer les coordonnées du point D intersection des droites (BM) et (d).

   d. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier votre réponse.

Exercice 11

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\right)$ quelconque représenté ci-dessous :



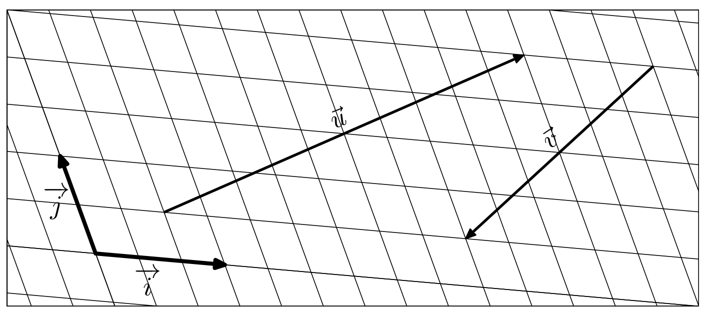
1. a. Dans le repère ci-dessous, placer les deux points :
   $A\left(-1\,;2\right)$; $B\left(4\,;1\right)$

   b. Justifier graphiquement que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\left(5\,;-1\right)$.
2. On considère les deux vecteurs suivants :
   $\overrightarrow{u}\,\left(3\,;2\right)$; $\overrightarrow{v}\left(-2\,;-2\right)$

   Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

Exercice 12

Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ non-colinéaire représentés ci-dessous :

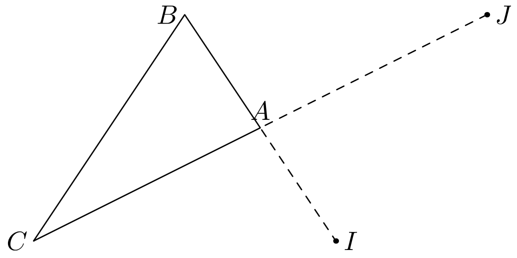


La représentation des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont également représentés ci-dessus.

1. Dans la base vectorielle de $\left(\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\right)$, donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.
2. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme : $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.
3. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{t}$ réalisant l'égalité suivante :
   $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{t}$

Exercice 13

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC. On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :



Exprimer en fonctions des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants :

a. $\overrightarrow{IA}$ b. $\overrightarrow{AJ}$ c. $\overrightarrow{BC}$

d. $\overrightarrow{CB}$ e. $\overrightarrow{IJ}$ f. $\overrightarrow{IC}$

Exercice 14

Considérons un triangle ABC et M un point appartenant au côté $[AB]$ vérifiant la relation :

$$AM = \frac{2}{3} \cdot AB$$

P est le point d'intersection de la droite (BC) et de la parallèle à (AC) passant par le point M. N est le point d'intersection des droites (AC) et de la parallèle à (AB) passant par le point P

1. Réaliser une représentation de cette configuration.
2. Montrer que : $AN = \frac{1}{3} \cdot AC$; $CP = \frac{2}{3} \cdot CB$.
3. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

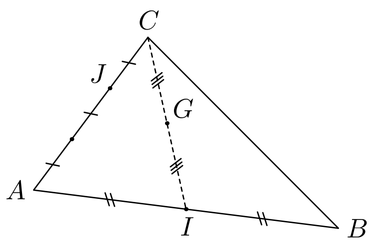
   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{MC}$
4. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$:

   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{NM}$

Exercice 15

On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est définie par la relation :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{CA}$$



On munit le plan du repère $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}\right)$.

1. Donner les coordonnées des points I et J.
2. Etablir que le point G a pour coordonnées $\left(\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right)$. Justifier votre réponse.
3. En déduire l'alignement des points B, G, J.