03 - Trigonométrie

Octobre 2025

Contents

Definition: Le cercle de centre O et de rayon 1 s'appelle le cercle trigo. On le parcours dans le sens anti-horaire.

1 Formules

1.1 Cos

- $cos(\theta + 2k\pi) = cos(\theta)$
- $cos(-\theta) = cos(\theta)$
- $cos(\pi - \theta) = -cos(\theta)$
- $cos(\pi + \theta) = -cos(\theta)$
- $cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = sin(\theta)$
- $cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = sin(\theta)$

1.2 Sin

- $sin(\theta + 2k\pi) = sin(\theta)$
- $sin(-\theta) = -sin(\theta)$
- $sin(\pi - \theta) = sin(\theta)$
- $sin(\pi + \theta) = -sin(\theta)$
- $sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = cos(\theta)$
- $sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = cos(\theta)$

1.3 tan

Si $\theta \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, on a: $tan(\theta) = \frac{sin(\theta)}{cos(\theta)}$

On note: $tan'(x) = 1 + tan^2(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$

- $tan(\theta + k\pi) = tan(\theta)$
- $tan(-\theta) = -tan(\theta)$
- $tan(\pi - \theta) = -tan(\theta)$
- $tan(\pi + \theta) = tan(\theta)$
- $tan(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\frac{1}{tan(\theta)}$
- $tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = \frac{1}{tan(\theta)}$

2 Formules d'addition

- $cos(a+b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$
- $cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$
- $sin(a+b) = sin(a)cos(b) + sin(b)sin(a)$
- $sin(a-b) = sin(a)cos(b) - sin(b)cos(a)$
- $tan(a+b) = \frac{tan(a)+tan(b)}{1-tan(a)tan(b)}$
- $tan(a-b) = \frac{tan(a)-tan(b)}{1+tan(a)tan(b)}$

3 Formules de duplication

- $cos(2a) = cos^2(a) - sin^2(a)$
- $sin(2a) = 2sin(a)cos(a)$
- $tan(2a) = \frac{2tan(a)}{1-tan^2(a)}$

4 Formules d'application

- $cos(a)cos(b) = \frac{cos(a+b)+cos(a-b)}{2}$
- $sin(a)sin(b) = \frac{cos(a-b)-cos(a+b)}{2}$
- $sin(a)cos(b) = \frac{sin(a+b)-cos(a-b)}{2}$

5 Fonctions circulaires réciproques

5.1 arccos(x)

la foction $cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ est bijective:
d'où: $arccos : [-1, 1] \to [0, \pi]$

et: $arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5.2 arcsin(x)

la foction $sin : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [-1, 1]$ est bijective:
d'où: $arcsin : [-1, 1] \to [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

et: $arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5.3 arctan(x)

la foction $tan :]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\to \mathbb{R}$ est bijective:
d'où: $arctan : \mathbb{R} \to]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

et: $arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$