

# 04 - Somme et Produit

Octobre 2025

## Contents

<b>1</b>	<b>Sommes</b>	<b>2</b>
1.1	Chasles . . . . .	2
1.2	extraction d'une borne . . . . .	2
1.3	Séparation des indices pairs et impairs . . . . .	2
1.4	Linéarité . . . . .	2
1.5	Changement d'indice . . . . .	2
1.5.1	Par translation . . . . .	2
1.5.2	Par symétrie . . . . .	2
1.6	Téléscopage . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Produits</b>	<b>3</b>
2.1	Chasles . . . . .	3
2.2	extraction d'une borne . . . . .	3
2.3	Séparation des indices pairs et impairs . . . . .	3
2.4	Linéarité . . . . .	3
2.5	Changement d'indice . . . . .	3
2.5.1	Par translation . . . . .	3
2.5.2	Par symétrie . . . . .	3
2.6	Téléscopage . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Sommes usuelles</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Expression Binomiale</b>	<b>4</b>
4.1	Factorielle . . . . .	4
4.2	Coef binomial . . . . .	4
4.3	Binome de Newton . . . . .	4
4.4	Factorisation . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Sommes doubles</b>	<b>4</b>

# 1 Sommes

## 1.1 Chasles

$$\sum_{k=m}^n = \sum_{k=m}^p a_k + \sum_{k=p+1}^n a_k$$

## 1.2 extraction d'une borne

$$\sum_{k=m}^n = a_m + \sum_{k=m+1}^n a_k = \sum_{k=m}^{n-1} a_k + a_n$$

## 1.3 Séparation des indices pairs et impairs

$$\sum_{k=m}^n = \sum_{m \leq 2k \leq n} a_{2k} + \sum_{m \leq 2k+1 \leq n} a_{2k+1}$$

## 1.4 Linéarité

$$\sum_{k=m}^n (\lambda a_k + \mu b_k) = (\lambda \sum_{k=m}^n a_k) + (\mu \sum_{k=m}^n b_k)$$

## 1.5 Changement d'indice

### 1.5.1 Par translation

$$\sum_{k=m}^n a_k = \sum_{l=m+c}^{n+c} a_{c-l}$$

### 1.5.2 Par symétrie

$$\sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=c-n}^{c-m} a_{c-l}$$

## 1.6 Télésopage

$$\sum_{k=m}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_m$$

## 2 Produits

### 2.1 Chasles

$$\prod_{k=m}^n a_k = \prod_{k=m}^p a_k \times \prod_{k=p+1}^n a_k$$

### 2.2 extraction d'une borne

$$\prod_{k=m}^n a_k = a_m \times \prod_{k=m+1}^n a_k = \prod_{k=m}^{n-1} a_k \times a_n$$

### 2.3 Séparation des indices pairs et impairs

$$\prod_{k=m}^n a_k = \prod_{m \leq 2k \leq n} a_{2k} \times \prod_{m \leq 2k+1 \leq n} a_{2k+1}$$

### 2.4 Linéarité

$$\prod_{k=m}^n a_k b_k = \prod_{k=m}^n a_k \times \prod_{k=m}^n b_k$$

### 2.5 Changement d'indice

#### 2.5.1 Par translation

$$\prod_{k=m}^n a_k = \prod_{l=m+c}^{n+c} a_{l-c}$$

#### 2.5.2 Par symétrie

$$\prod_{k=m}^n a_k = \prod_{l=c-n}^{c-m} a_{c-l}$$

### 2.6 Téléscope

$$\prod_{k=m}^n \frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{a_{n+1}}{a_m}$$

### 3 Sommes usuelles

•

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

•

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

•

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

### 4 Expression Binomiale

#### 4.1 Factorielle

$$\prod_{k=1}^n k = n!$$

#### 4.2 Coef binomial

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Propriétés à connaître:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1} \quad \binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

————— Formule de symétrie ————— Formule d'absorption ————— Triangle de Pascal —————

#### 4.3 Binome de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

#### 4.4 Factorisation

$$a^n - b^n = (a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$$

### 5 Sommes doubles